

8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik ve Cebirsel Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

Behçet ORAL*, Mustafa İLHAN**, İsmail KINAY***

Özet

Bu araştırmada, 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaca uygun olarak araştırmada ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırma, 2010-2011 Öğretim Yılı Bahar Dönemi'nde Diyarbakır ili merkez ilçelerinde bulunan 8 farklı ilköğretim okulundan toplam 515 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmada, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe (2000) tarafından Türkçe'ye uyarlanan Geometrik Düşünme Testi kullanılmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini belirlemek için ise Hart vd. (1998) tarafından geliştirilen ve Altun (2005) tarafından Türkçe'ye uyarlanan Cebirsel Düşünme Testi'nden yararlanılmıştır. Araştırmada ulaşılan sonuçlara göre, 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme açısından düzey-1 (görsel düzey) seviyesinde, cebirsel düşünme açısından ise düzey-0 seviyesinde yığıldıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin cinsiyetlerine göre farklılaşmadığı saptanmıştır. Araştırmada ayrıca, öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde, orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki belirlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Geometrik düşünme, Cebirsel düşünme, Geometrik ve Cebirsel Düşünme Düzeyleri ilişkisi

Analysis of the Relationship between Geometrical and Algebraic Thinking Levels of 8th Grade Students

Abstract

This research aims to analyze the relationship between geometrical and algebraic thinking levels of 8th grade students. For this purpose survey method was used in the study. The participants of the study consist of 515 students from eight different schools in Diyarbakır city central districts during 2010-2011 Education Year Spring Semester. In present research Geometric Thinking Test developed by Usiskin (1982) and was adapted to Turkish by Duatepe (2000) has been employed to detect geometric thinking levels of students. In determining algebraic thinking levels of students Algebraic Thinking Test developed Hart vd. (1998) and was adapted to Turkish by Altun (2005) was used. According to the results obtained from the study, it is determined that 8th grade students focus level-1 (visual level) in terms of geometric thinking levels and level-0 in terms of algebraic thinking levels. It was determined that, gender is not an effective variable on students' geometric and algebraic thinking levels. In this research it has also been pointed out that positive, moderate and significant relationship between geometrical and algebraic thinking levels of students.

Key Words: *Geometrical Thinking, Algebraic Thinking, Geometrical Thinking Levels and the Relation of Algebraic Thinking Levels*

* Doç. Dr., Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi, Eğitim Bilimleri Bölümü, Diyarbakır.
e-posta: oralbehcet@yahoo.com

** Arş. Gör., Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Diyarbakır.
e-posta: mustafailhan21@gmail.com

*** Arş. Gör., Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi, Eğitim Bilimleri Bölümü, Diyarbakır.
e-posta: ismailkinay84@gmail.com

Giriş

Düşünme; gözlem, tecrübe, sezgi, akıl yürütme ve diğer kanallarla elde edilen bilgiyi kavramsallaştırma, uygulama, analiz ve değerlendirmenin disipline edilmiş şeklidir (Özden, 2010). Düşünce sürecinin özünü soyutlama, karşılaştırma, kavramlar oluşturma, yargılama ve sonuç çıkarma basamakları oluşturur. Bu bağlamda düşünme, bilişsel bir işlev ve sorunlara çözüm arama biçimi olarak tanımlanabilir (Köknel, 2007). Akademik ve günlük yaşamdaki sorunların çözümünde etkin bir rol alan matematik de düşünme becerilerinin gelişiminde önemli bir görev üstlenmektedir (Tural, 2005; Yenilmez ve Teke, 2008). Matematik sayıları, işlemleri, cebiri, geometriyi, orantıyı, alan hesaplamayı ve daha birçok konuyu öğretirken doğası gereği örüntüleri keşfetmeyi, akıl yürütmeyi, tahminlerde bulunmayı (Umay, 2003) problem çözmeyi ve sonuç çıkarmayı da öğretir (Baykul, 2009). Dolayısıyla, matematik eğitimi, öğrenciye matematik kültürü vermekle kalmaz; matematiksel düşünme becerisini de geliştirerek bireye destek olur (Baki, 2006).

Matematiksel düşünme, “uygun sonuca gitmek için matematiksel teknik, kavram ve yöntemleri problem çözme sürecinde dolaylı ya da doğrudan kullanmak” şeklinde tanımlanabilir (Henderson vd., 2004). Matematiksel düşünme, değişik alanlarında kullanılan matematiksel tekniklerin doğasına bağlı olarak kendi içinde “geometrik düşünme”, “cebirsal düşünme” ve “olasılıklı düşünme” gibi farklı biçimler almaktadır (Dindyal, 2003). Özellikle geometrik düşünme (Halat, 2006; Kılıç, 2003; Oral ve İlhan, 2012; Patsiomitou, 2008; Usiskin, 1982) ve cebirsal düşünme ile ilgili araştırmalar (Çağdaşer, 2008; Çelik, 2007; Dikkartın ve Uyangör, 2007; Kaş, 2010; Öner Sünkür, İlhan ve Kılıç, 2012) alanyazında dikkat çekmektedir.

Geometrik düşünme, etkili bir geometri öğrenimi için bireyin bulunduğu düşünme seviyesine göre geometri öğretimi yapılmasını esas alır. Geometrik düşünme, görsel düzey, analitik düzey, yaşantıya bağlı çıkarım, formal tümdengelim ve eleştiri (rigor) olmak üzere beş düzeyi kapsamaktadır (Baykul, 2009). Bu düzeyler, Hiele ve Hiele (1957) tarafından 0-4 olarak belirtilmiştir (Akt: Usiskin, 1982). Ancak daha sonra yapılan birçok çalışmada

düzeyler 1-5 olarak düzenlemiştir (Dindyal, 2007; Fidan ve Türnüklü, 2010; Senk, 1989). Geometrik düşünme düzeylerinin 1-5 şeklinde düzenlenmesi, düzey-1'e atanamayan bireyler için Clements ve Battista (1990) tarafından gözünde yarı canlandırma/tanıma öncesi dönem olarak ifade edilen düzey-0 seviyesinin kullanılmasına olanak tanımaktadır (Senk, 1989). Dolayısıyla bu çalışmada geometrik düşünme düzeyleri 1-5 olarak alınmış ve düzey-1'e atanamayan öğrencilerin, yalnızca köşeli geometrik şekillerin köşeli olmayan geometrik şekillerden ayrılabilirdiği düzey-0 seviyesinde oldukları kabul edilmiştir.

Görsel Düzey: Çocuklar bu düzeyde şekilleri görünüşleri itibarıyla belirler ve bir bütün olarak tanırlar. Geometrik şekilleri tanımlarına bağlı olarak kavrayamazlar (Baykul, 2009; Burger ve Shaughnessy, 1986; Usiskin, 1982).

Analitik Düzey: Bu düzeydeki çocuklar, geometrik şekillerin özelliklerini analiz etmeye başlarlar (Burger ve Shaughnessy, 1986; Clements ve Battista, 1990; Crowley, 1987). Bu düzeyde, geometrik şekillerin özelliklerine göre adlandırması, karşılaştırması ve sınıflaması mümkündür (Olkun ve Toluk, 2007). Öğrenciler bu düzeyde, bir şeklin özelliklerini ait olduğu sınıfa genellebilirler (Baykul, 2009). Fakat sınıflar arasındaki ilişkileri göremezler (Crowley, 1987).

Yaşantıya Bağlı Çıkarım (İnformal Tümdengelim) Düzeyi: Şekillerin sınıfları arasında ilişki kurmanın mümkün olduğu bu düzeyde öğrenciler bir ispatı izleyebilirler fakat kendileri ispat yazamazlar (Usiskin, 1982). Öğrencinin aldığı eğitime göre değişmekle birlikte, ilköğretimin ikinci kademesi çoğunlukla bu basamağa denk gelmektedir (Olkun ve Toluk, 2007).

Formal Tümdengelim Düzeyi: Bu düzeydeki öğrenciler aksiyom, teorem ve tanımlara dayalı olarak yapılan bir ispatın anlam ve önemini kavrayabilirler (Crowley, 1987; Usiskin, 1982). Daha önce tanımlanmış teorem ve aksiyomlardan yararlanarak tümdengelimle başka teoremleri ispatlayabilirler (Olkun ve Toluk, 2007). Geometrik şekillerin özellikleriyle ilgili soyut ilişkiler kurabilirler, sezgiden öteye akıl yürütmeye dayalı sonuç çıkarabilirler (Baykul, 2009).

En İleri Düzey: Rigor (eleştiri) olarak da adlandırılan bu düzeyde öğrenciler değişik aksiyomatik sistemlerin ayrımlarını ve aralarındaki ilişkileri fark edebilirler (Altun, 2008; Baykul, 2009). Değişik aksiyomatik sistemler içerisinde teoremler ortaya atar ve bu sistemler arasında analiz ve karşılaştırma yapabilirler (Olkun ve Toluk, 2007). Hiperbolik ve eliptik geometriyi konu edinen öklid dışı geometriyi çalışabilirler (Usiskin, 1982).

Matematiksel düşünmenin bir diğer biçimi olan cebirsel düşünme, nicel durumlara göre değişken kullanımı ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme kapasitesi şeklinde ifade edilmektedir (Driscoll, 1999). Soyut işlemler dönemiyle gelişimi hızlanan cebirsel düşünme birbirini sıra ile izleyen dört düzeyden oluşmaktadır (Altun, 2005).

- **Düzey-1:** Bu safha, tümüyle aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulma, harfleri birer nesne adı olarak almak suretiyle bir problemi sonuçlandırma veya harf içeren işlemleri içerdiği harflere değer vermeden sonuçlandırma şeklindeki soruların çözülebildiği safhadır.

- **Düzey-2:** Bu düzey, birinci düzeyle soyutluluk bakımından aynıdır. Birinci düzeyden farklı olarak, bu düzeye ait sorular biraz daha karmaşıktır.

- **Düzey-3:** Bu safhada harfler bir bilinmeyen olarak algılanır ve bu bilinmeyenler üzerinden işlem yapılabilir.

- **Düzey-4:** Bu düzeyde, üçüncü safhadakilere benzer fakat daha karmaşık ifadelerle anlam yüklenebilir ve işlemler sonuçlandırabilir (Hart vd.,1981; Akt: Altun, 2005).

Matematiğin olasılık, cebir ve geometri öğrenme alanlarının birbiriyle yakın ilişkili olduğu ve öğrencinin matematik başarısının matematiğin bu alanlarındaki yeterliliği ile bağlantılı olduğu bilinmektedir (Olkun ve Toluk, 2007). Dolayısıyla, matematiksel düşünmenin alt boyutları olan geometrik ve cebirsel düşünme arasında bir ilişki olduğu düşünülmektedir (Dindyal, 2003).

Alanyazın incelendiğinde, geometrik düşünme (Erdoğan ve Durmuş, 2009; Meng, 2009; Najdi, S. ve El Sheikh, 2009) ve cebirsel düşünme

(Çağdaşer, 2008; Çelik, 2007; Dindyal, 2004; Gülpek, 2006; Kaş, 2010) ile ilgili çok sayıda araştırma olduğu görülmektedir. Geometrik ve cebirsel düşünme ile ilgili araştırmaların bir kısmında farklı öğretim yöntemlerinin öğrencilerin söz konusu düşünme düzeylerine etkisi belirlenmeye çalışılmıştır. Toluk, Olkun ve Durmuş (2002) tarafından yapılan araştırmada problem merkezli görsel modellerle, Bayram (2004) tarafından yapılan araştırmada somut materyallerle, Tutak ve Birgin (2008) tarafından yapılan araştırmada dinamik geometri yazılımıyla ve Fidan (2009) tarafından yapılan araştırmada buluş yoluyla, Najdi ve El Sheikh (2009) tarafından yapılan araştırmada çoklu zekâ kuramına göre gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisi incelenmiştir. Çağdaşer (2008) tarafından yapılan araştırmada yapılandırmacı yaklaşımla, Kaş (2010) tarafından yapılan araştırmada çalışma yapılarıyla ve Palabıyık ve Akkuş İspir (2011) tarafından yapılan araştırmada örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi belirlenmeye çalışılmıştır. Geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri ile ilgili araştırmaların bir kısmında öğrencilerin söz konusu düşünme biçimleri açısından gösterdikleri dağılım incelenmiştir. Olkun, Toluk ve Durmuş (2002) tarafından yapılan araştırmada matematik ve sınıf öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin, Yılmaz, Turgut ve Ayeşil Kabakçı (2008) tarafından yapılan araştırmada ortaöğretim öğrencilerinin, Fidan (2010) tarafından yapılan araştırmada 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri; Dikkartın ve Mert Uyangör (2007) tarafından yapılan araştırmada ise ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri incelenmiştir. Geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri ile ilgili araştırmaların bir kısmında ise, geometrik ve cebirsel düşünme düşünmenin ilişkili olduğu yapılar belirlenmeye çalışılmıştır. Senk (1989) tarafından yapılan araştırmada ispat yazma becerisinin, Özsoy, Yağdıran ve Öztürk (2004) tarafından yapılan araştırmada öğrenme stillerinin, Bulut, Öner Sünkür, Oral ve İlhan (2012) tarafından yapılan araştırmada zekâ alanlarının ve Bal (2012) tarafından yapılan araştırmada geometriye yönelik tutumların geometrik düşünme düzeyleri ile nasıl bir ilişki içerisinde olduğu araştırılmıştır. Öner

Sünkür, İlhan ve Kılıç (2012) tarafından yapılan araştırmada zekâ alanları ile cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Bununla birlikte, alanyazında geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi ortaya koyan bir araştırmaya rastlanmaması bu çalışma için motivasyon kaynağı olmuştur. Geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin belirlenmesi matematiksel düşünme biçimlerine uygun eğitim durumlarının hazırlanmasına kılavuzluk edebilir. Özellikle öğrencilerin ortaöğretim sırasında alacakları, geometri ile cebirin etkileşiminin oldukça yoğun olduğu analitik geometri dersinde, matematiksel düşünme düzeylerine uygun öğrenme ortamlarının oluşturulabilmesi için öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri ile bu düşünme biçimleri arasındaki ilişkinin incelenmesi oldukça önemlidir. Bu kapsamda araştırmada, 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu genel amaç doğrultusunda araştırmada, öğrencilerin; i) geometrik düşünme açısından dağılımları nasıldır?, ii) cebirsel düşünme açısından dağılımları nasıldır?, iii) geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri cinsiyetlerine göre farklılaşmakta mıdır? iv) geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişki nasıldır? problemlerine yanıt aranmıştır.

Araştırmanın Sınırlılıkları

Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan 8. Sınıf Matematik Öğretim Programı incelendiğinde, geometri öğrenme alanında yer alan kazanımların %29'unun düzey-2 ve %71'inin düzey-3 seviyesine ait kazanımlar olduğu belirlenmiştir (Yıldız, Aydın ve Köğçe, 2009). Bu noktadan hareketle, 8. sınıf öğrencilerinin en fazla düzey-3 seviyesinde bulunabileceği düşünülerek araştırma geometrik düşünme düzeyleri açısından düzey-1, düzey-2, düzey-3 ve hiçbir düzeye atanamayanların bulunduğu düzey-0 seviyeleri ile sınırlandırılmıştır. Cebirsel düşünmenin gelişimi soyut işlemler döneminde hızlanmaktadır (Altun, 2005). 8. sınıf öğrencilerinin bir kısmının somut işlemler dönemini bitirip soyut işlemler dönemine geçmiş olabilecekleri (Erden ve Akman, 2011) dikkate alındığında, cebirsel düşünme testi için bir sınırlılığa gidilmemiştir.

Araştırmanın çalışma evreninin, 2010-2011 Öğretim Yılı Bahar Dönemi'nde Diyarbakır ili merkez ilçelerdeki (Bağlar, Kayapınar, Sur ve Yenişehir) ilköğretim okullarında öğrenim gören 8. sınıf öğrencilerden oluşması araştırmaya ilişkin ikinci bir sınırlılıktır.

Yöntem

Bu araştırmada betimsel yöntem ve ilişkiisel tarama modeli kullanılmıştır. Betimsel yöntem, var olan durumu olduğu gibi yansıtmayı esas alır (Karasar, 2009; Balcı, 2009). İlişkiisel tarama modelleri ise iki veya daha çok sayıdaki değişken arasında birlikte değişimin varlığını ve derecesini belirleyen araştırma desenleridir (Karasar, 2009).

Araştırma Grubu

Araştırma grubu, 2010-2011 Öğretim Yılı Bahar Dönemi'nde Diyarbakır ili merkez ilçelerindeki 8 farklı ilköğretim okulundan 271'i (%52.62) erkek ve 244'ü (%47.38) kız olmak üzere toplam 515 öğrenciden oluşmaktadır.

Veri Toplama Aracı

Araştırmada öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi amacıyla Usiskin (1982) tarafından geliştirilen "Geometrik Düşünme Testi" kullanılmıştır. Bu test geometrik düşünme düzeylerinin her biri ile ilgili 5 soru olmak üzere toplam 25 sorudan oluşmaktadır. Geometrik düşünme testinin Türkçeye uyarlanması, geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları Duatepe (2000) tarafından yapılmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesinde ise, Hart vd. (1998) tarafından geliştirilen ve Altun (2005) tarafından Türkçe'ye uyarlanan "Cebirsel Düşünme Testi" kullanılmıştır. Bu testte 20 soru bulunmaktadır, ancak soruların bazıları alt maddelerden oluştuğundan testte toplamda 28 madde mevcuttur. Cebirsel düşünme testinin 1-3. soruları düzey-1; 4-6. soruları düzey-2; 7-12. soruları düzey-3 ve sonraki sorular da düzey-4'ü belirlemeye yöneliktir. Öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla geometrik ve cebirsel düşünme testi öğrencilere aynı anda uygulanmıştır.

Verilerin analizi

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesinde Usiskin (1982) tarafından

belirtilen kriter kullanılmıştır. Burada ifade edilen kriter 5 sorunun en az 3'ünü ya da 5 sorunun en az 4'ünü doğru olarak cevaplayabilmektir. Seçilecek olan kriter araştırmada kontrol altına alınmak istenen hata türüne göre farklılık göstermektedir. Eğer araştırmada, bireyin bulunduğu geometrik düşünme düzeyinin üzerinde bir düzeye atanması kontrol altına alınmak isteniyorsa 5 sorudan en az 4'ünü doğru cevaplamış olma kriteri aranmalıdır. Araştırmada bireyin bulunduğu geometrik düşünme düzeyinin daha altında bir düzeye atanması önlenmek isteniyorsa 5 sorudan en az 3'ünü doğru cevaplamış olma kriteri tercih edilmelidir (Usiskin, 1982). Bu kriterlerden hangisinin kullanılacağı araştırmacıların kendi tercihlerine bırakıldığından (Knight, 2006), geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili yapılan çalışmaların bazılarında 5 sorudan en az 4'ünü (Kılıç, 2003; Oral ve İlhan, 2012; Şahin, 2008), bir kısmında ise 5 sorudan en az 3'ünü (Bal, 2012; Coşkun, 2009; Oflaz, 2010) doğru cevaplamış olma şartının arandığı görülmektedir. Bu araştırmada, öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri belirlenirken öncelikle ilgili düzeye ait 5 sorudan en az 3'ünü doğru cevaplamış olma kriteri aranmıştır. Bir sonraki aşamada ise geometrik düşünme düzeylerinin hiyerarşik yapısından dolayı öğrencinin herhangi bir düzeye atanabilmesi için önceki bütün düzeylerin başarıyla geçilmiş olması kuralına bağlı kalmıştır.

Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri açısından gösterdikleri dağılım incelenirken, ilk aşamada Altun (2005) tarafından önerilen ilgili düzeye ait soruların 2/3'ünü doğru cevaplamış olma kriteri aranmıştır. İkinci aşamada ise, cebirsel düşünme düzeylerinin sıralı yapısı dikkate alınarak öğrencinin

herhangi bir düzeye atanabilmesi için önceki bütün düzeylerin başarıyla geçmiş olması şartı aranmıştır. Ayrıca cebirsel düşünmenin ilk basamağı olan düzey-1 seviyesinde soruların 2/3'ünü doğru cevaplandıramayan öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri düzey-0 olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri belirlendikten sonra ilgili veriler SPSS 17.0 paket programından yararlanılarak analiz edilmiştir. Öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme açısından hangi düzeyde olduklarını saptamak için frekans ve yüzde hesapları kullanılmıştır. Öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin cinsiyetlerine göre farklılaşıp farklılaşmadığı Tek Yönlü Çok Değişkenli Varyans Analizi (One-Way MANOVA) ile incelenmiştir. Böylelikle, öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin cinsiyetlerine göre farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek için iki ayrı t testi yapılmasının önüne geçilerek, ölçme işlemine karışabilecek I. tip hatanın kontrol altında tutulması amaçlanmıştır. Öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında nasıl bir ilişki olduğu Pearson Momentler Çarpımı Korelasyonu ile belirlenmiştir. Geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin paylaştıkları ortak varyansı belirlemek için ise regresyon analizi uygulanmıştır.

Bulgular ve Yorumlar

Araştırmada ulaşılan bulgular araştırmanın alt amaçlarına uygun olarak aşağıda sunulmuştur. Öncelikle öğrencilerin geometrik düşünme testinden aldıkları puanlar, geometrik düşünme düzeylerine ilişkin dağılımlarını belirlemek amacıyla incelenmiş ve ulaşılan bulgular Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. 8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre Dağılımı

Geometrik Düşünme Düzeyi	n	%
Düzy-0 (Gözünde Yarı Canlandırma)	85	16.50
Düzy-1 (Görsel Dönem)	318	61.75
Düzy-2 (Analitik Dönem)	76	14.76
Düzy-3 (Yaşantıya Bağlı Çıkarım)	36	7.00
Toplam	515	100

Tablo 1'e göre, 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri açısından 318 kişi (%61.75) ile düzey-1 seviyesinde yığıldıkları görülmektedir. 36 (%7) kişinin bulunduğu düzey-3 seviyesi ise, düzey-0, düzey-1 ve düzey-2'ye göre, öğrencilerin en az yığıldıkları düzeydir. Hiçbir düzeye atanamayanların bulunduğu düzey-0 seviyesinde ise 85 kişinin (%16.50) olduğu görülmektedir. 8. Sınıf Matematik Öğretim Programı geometri öğrenme alanında yer alan kazanımların %29'unun düzey-2 ve %71'inin düzey-3

seviyesine ait kazanımlar olduğu göz önüne alındığında (Yılmaz, Aydın ve Köğçe, 2009), öğrencilerin büyük bir bölümünün geometrik düşünme açısından bulunmaları beklenen düzey-3 seviyesine (Olkun ve Toluk, 2007) ulaşmadığı söylenebilir.

Tablo 2'de, öğrencilerin cebirsel düşünme testinden aldıkları puanlar, cebirsel düşünme düzeyleri açısından gösterdikleri dağılımı belirlemek amacıyla incelenmiştir. Elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

Tablo 2. 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Göre Dağılımı

Cebirsel Düşünme Düzeyi	n	%
Düzy-0	172	33.40
Düzy-1	150	29.13
Düzy-2	82	15.92
Düzy-3	80	15.53
Düzy-4	31	6.02
Toplam	515	100

Tablo 2'ye göre, araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri açısından 172 kişi (%33.40) ile düzey-0 seviyesinde yığıldıkları görülmektedir. 31 kişinin (%6.02) bulunduğu düzey-4 seviyesi ise öğrencilerin en az yığıldıkları düzeydir.

Öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin cinsiyetlerine göre farklılaşp farklılaşmadığı Tek Yönlü MANOVA ile incelenmiştir. Elde edilen bulgular Tablo 3'de sunulmuştur.

Tablo 3. Cinsiyet Değişkenine Göre, Geometrik ve Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Tek Yönlü MANOVA Sonuçları

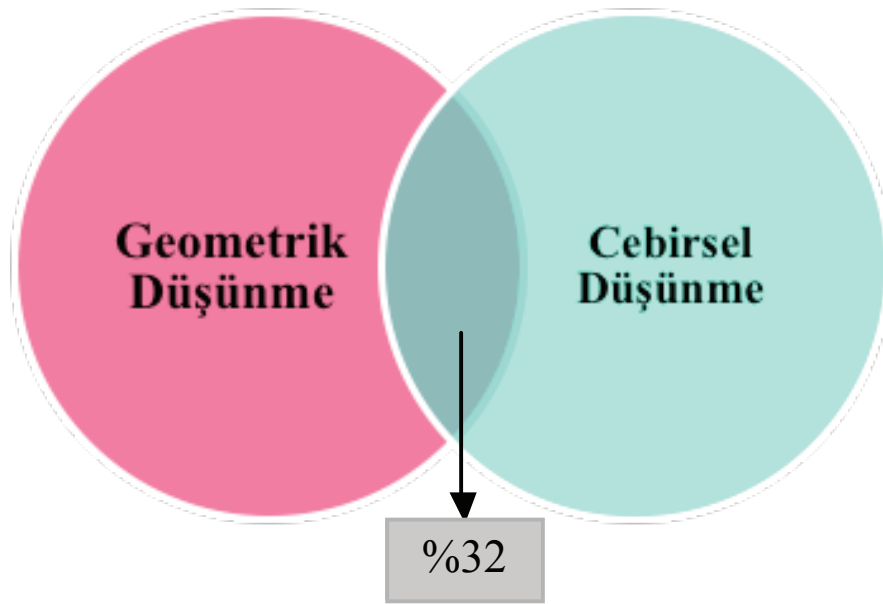
Etki	Değer	F	Denence sd	Hata sd	p	Eta Kare (η^2)
Cinsiyet	Pillai's Trace	.004	1.11	2.00	512.00	.33
	Wilk's Lambda	.996				
	Hotelling's Trace	.004				
	Roy's Larget root	.004				

Tablo 3'de görüleceği üzere, öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri üzerinden yapılan tekyönlü MANOVA sonuçları, geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin cinsiyetlerine göre farklılaşmadığını ortaya koymaktadır [Wilks' λ =.996; F(2, 512)= 1.11; p>.05]. Buna göre, öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin oluşturduğu doğrusal bileşen puanları cinsiyetlerine göre farklılık göstermemektedir.

Öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişki Pearson Korelasyon Katsayısı ile hesaplanmıştır. Korelasyon analizi sonucunda, öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde, orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki bulunduğu belirlenmiştir. [r=0.57, p<0.05]. Bu bulguya dayanarak, matematiksel düşünme; geometrik ve cebirsel düşünme gibi farklı düşünme biçimlerine ayrılrsa da (Dindyal,

2003) geometrik ve cebirsel düşünmenin birbirinden bağımsız olmadığı söylenebilir. Dolayısıyla öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine uygun bir öğrenme ortamı oluşturulmasının, öğrencilerin yalnızca geometri başarılarına değil; cebir başarılarına da katkıda bulunması beklenmektedir. Benzer şekilde, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri dikkate alınarak gerçekleştirilen matematik eğitimin öğrencilerin cebir başarılarıyla birlikte geometri başarılarını da olumlu yönde etkileyeceği söylenebilir.

Geometrik ve cebirsel düşünmenin paylaştıkları ortak varyansı belirleyebilmek için regresyon analizi gerçekleştirilmiştir. Analiz sonucunda, geometrik ve cebirsel düşünme arasında paylaşılan ortak varyansın %32 olduğu tespit edilmiştir [$R^2=0.32$, $F=243.85$ ve $p<0.01$]. Buna göre, geometrik ve cebirsel düşünme arasındaki ilişki aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Şekil 1: Geometrik ve Cebirsel Düşünme Arasında Paylaşılan Ortak Varyans

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın alt problemleri ile ilgili bulgular incelendiğinde, şu sonuçlar elde edilmiştir.

Öğrencilerin geometrik düşünme açısından düzey-1 seviyesinde yığıldıkları belirlenmiştir. Düzey-3 seviyesi ise düzey-0, düzey-1 ve düzey-2'ye göre, yığılmanın en az olduğu düzey olarak belirlenmiştir. Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan İlköğretim Matematik Programı'nda geometri konularının geometrik düşünme düzeylerine uygun şekilde *görsel, analitik, tümevarımlı ve çikarsamalı* olarak hiyerarşik bir düzen içinde

sunulmasına dikkat edilmiştir (MEB, 2005). 8. Sınıf Matematik Öğretim Programı geometri öğrenme alanında yer alan kazanımlar geometrik düşünme düzeyleri açısından incelendiğinde, kazanımların %71'inin düzey-3 seviyesine ait kazanımlar olduğu (Yılmaz, Aydın ve Köğce, 2009) görülmektedir. Buna göre, ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin büyük bir bölümünün geometrik düşünme açısından bulunmaları beklenen düzey-3 seviyesine ulaşamadıkları söylenebilir. Araştırmadan elde edilen bulgulara paralel şekilde, Bulut vd. (2012), Fidan ve Türnüklü (2010) ve Halat (2006) tarafından yapılan araştırmalarda da ilköğretim öğrencilerinin bulunmaları beklenen geometrik düşünme

düzeyine ulaşmadıkları saptanmıştır. Bulut vd. (2012) tarafından yapılan araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişki incelenmiş ve geometrik düşünme açısından öğrencilerin %49.7'lik bir oranla düzey-1 seviyesinde yığıldıkları sonucuna ulaşılmıştır. Fidan ve Türnüklü (2010) tarafından yapılan, ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi başlıklı çalışmada, %47.9'unun düzey-0 seviyesinde olduğu yani hiçbir düzeye atanamadığı belirlenmiştir. 5. Sınıf Matematik Öğretim Programı geometri öğrenme alanında yer alan 25 kazanımdan 22'sinin düzey-2 seviyesine ait kazanımlar olması (Yıldız, Altundağ, Köğce ve Aydın, 2009) öğrencilerin geometrik düşünme açısından bulunmaları beklenen düzey-2 seviyesine ulaşamadığını düşündürmektedir. Halat (2006) tarafından yapılan araştırmada ise geometrik düşünme düzeylerine uygun etkinliklerin 6. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi araştırılmıştır. Araştırmadan elde edilen ön test puanlarına göre, öğrencilerin geometrik düşünme açısından düzey-0 seviyesinde yığıldıkları, son test puanlarına göre ise düzey-1 seviyesinde yığıldıkları ortaya çıkmıştır. 6. Sınıf Matematik Öğretim Programı geometri öğrenme alanında yer alan kazanımların %24'ü düzey-1, %56'sı düzey-2 ve %20'sinin düzey-3 seviyesine ait kazanımlardır. Geometri öğrenme alanında yer alan kazanımların geometrik düşünme düzeyleri açısından gösterdikleri bu dağılım Halat (2006) tarafından yapılan araştırmada da öğrencilerin bulunmaları beklenen geometrik düşünme düzeyine ulaşamadığına işaret etmektedir.

Söz konusu araştırmalarda, ilköğretim öğrencilerinin büyük bir bölümünün bulunmaları beklenen geometrik düşünme düzeyine ulaşamamasının olası nedeni, matematik öğretim programında geometrik düşünme düzeyleri yer almasına rağmen, bu düzeylerin uygulamasında Van Hiele tarafından her bir düzey için takip edilmesi önerilen beş öğretim aşamasının (Görüşme-Yöneltilme-Netleştirme-Serbest Çalışma-Bütünleme) dikkate alınmaması olabilir. Bu bağlamda, ilköğretimde verilen geometri dersinin belirtilen öğretim aşamalarına göre yürütülmesi ve her bir düzey için

uygun etkinliklere yer verilmesi öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine katkıda bulunabilir. Öğrencinin bulunduğu geometrik düşünme düzeyine uygun olmayan öğretim durumları ise öğrenmenin gerçekleşmesine engel olur. Bu durum, öğrenciyi kendi geometrik düşünme düzeyine uygun olmayan öğrenme konularını ezberlemeye iter. Öğrencinin bulunduğu geometrik düşünme düzeyine uygun eğitim verilmedikçe 3., 4. ve 5. düzeylere ulaşmak neredeyse imkânsız hale gelmektedir (Olkun ve Toluk, 2007).

Cebirsel düşünme açısından öğrencilerin %33.4'ünün düzey-0 seviyesinde yığıldığı, %45.1'inin bulunmaları beklenen düzey-1 veya düzey-2 seviyesinde (Altun, 2005) bulunduğu, %21.55'inin ise düzey-3 veya düzey-4 seviyeleri ile bulunmaları beklenen cebirsel düşünme düzeyinin üzerinde bir seviyede oldukları belirlenmiştir. Öğrencilerin cebirsel düşünme seviyelerinde görülen bu farklılığın olası nedeni, bilişsel gelişimlerdeki bireysel farklılıklar (Senemoğlu, 2005) olabilir. 8. sınıf öğrencileri bilişsel gelişim açısından soyut işlemler döneminde olabileceği gibi, somut işlemler döneminde veya somut işlemler döneminden soyut işlemler dönemine geçiş sürecinde olabilirler (Bacanlı, 2010; Erden ve Akman, 2011). Cebirsel düşünmenin gelişiminin soyut işlemler döneminde hızlandığı (Altun, 2005) dikkate alınır; bilişsel gelişimin farklı basamaklarında bulunan öğrencilerin cebirsel düşünme açısından da farklı düzeylerde bulunmaları beklenen bir sonuç olarak değerlendirilebilir. Ancak, öğrencilerin cebirsel düşünme açısından yüksek (%33.1) bir oranla düzey-0 seviyesinde bulunmaları dikkat çekici bir bulgudur. İlköğretim Matematik Programı'nda cebir öğretimine giriş için cebir öğrenimini destekleyen örüntülerden faydalandığı (MEB, 2005) dikkate alındığında, bu bulgu beklenmeyen bir sonuç olarak değerlendirilebilir. Çünkü örüntüleri tanıma, örüntüleri devam ettirme, örüntünün ileri bir adımını bulmak için bir kural geliştirme ve bunu hem sözel hem de sembolik olarak ifade etme gibi beceriler öğrencileri cebirsel düşünmeye sevk etmektedir (Palabıyık ve Akkuş İspir, 2011). Dolayısıyla, cebirsel kavramların zihinde anlamlı bir şekilde yapılandırılmamasının, örüntülerden genellemelere ulaşmanın uygun şekilde desteklenmediği durumlarda ortaya

çıktığı söylenebilir (Kieran, 1989). Örüntü temelli cebir öğretiminin örüntü temelli olmayan cebir öğretimine göre öğrencilerin kavramsal cebir başarılarını olumlu yönde etkilediğinin tespit edildiği araştırma bulguları (Lannin, 2005; McRae-Childs, 1995; Palabıyık ve Akkuş İspir, 2011) bu görüşü destekler niteliktedir. Bu kapsamda, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimine yardımcı olabilmek için örüntülerden daha fazla yararlanılması önerilebilir. Cebir öğretiminde örüntülerden faydalanmanın yanı sıra i) yalnızca sayısal hesaplamalara değil; ilişkilere de odaklanması, ii) işlemlerin yalnızca sonucuna değil; tersine de odaklanması, iii) problemin yalnızca çözümüne değil; temsiline de odaklanması, iv) yalnızca sayılara değil, hem sayılara hem harflere odaklanması ve v) eşittir işaretinin anlamına tekrar odaklanması (Kieran, 2004; Newark, Lew, Newark, Moyer, Ng ve Schmittau, 2005) öğrencilerin aritmetikten cebire anlamlı bir geçiş yapmalarını sağlayarak cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimine katkıda bulunabilir.

Araştırmada öğrencilerin %33.1 gibi önemli bir oranının cebirsel düşünme açısından düzey-0 seviyesinde bulunması, öğrencilerin değişken kavramının anlamını bilmediklerine ve bu kavramın ne işe yaradığını anlamada güçlükler yaşadığına ilişkin araştırma bulgularıyla ve kuramsal bilgilerle (Akgün, 2006; Dede ve Argün, 2003) desteklenmektedir. Bu araştırmadan elde edilen bulguların aksine, Gülpek (2006) tarafından yapılan ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi adlı çalışmada 8. sınıf öğrencilerinde düzeye eşit dağılımlar olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri açısından nasıl bir dağılım gösterdiklerine ilişkin daha genel bir değerlendirme yapılabilmesi için yeni araştırmaların yapılması önerilebilir.

Araştırmada öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin cinsiyetlerine göre farklılaşmadığı tespit edilmiştir. Bir başka deyişle, cinsiyetin öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinde etkili bir değişken olmadığı saptanmıştır. Bu sonuç, Halat (2006), Yılmaz, Turgut ve Alyeşil Kabakçı (2008), Oflaz (2010), Oral ve İlhan (2012), Bal (2012) tarafından yapılan araştırmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

Geometrik düşünme düzeyleri ile cinsiyet değişkeni arasında anlamlı ilişkinin bulunmadığı bu çalışmaların yanı sıra, literatürde geometrik düşünme seviyelerinin cinsiyet göre farklılaştığını gösteren çalışmalar da mevcuttur (Duatpe, 2000; Olkun, Toluk ve Durmuş, 2002; Şahin, 2008; Fidan ve Türnüklü, 2010). Bu durumda, cinsiyet değişkenine ilişkin araştırma bulgusunun sadece bazı araştırmaların sonuçlarıyla tutarlılık gösterdiği söylenebilir. Dolayısıyla, cinsiyet değişkeninin geometrik düşünme üzerindeki etkisine ilişkin daha genel bir değerlendirme yapabilmek için geometrik düşünme düzeylerinin cinsiyet değişkenine göre incelendiği araştırmaların bir araya getirileceği meta analiz çalışmalarının yapılması önerilebilir. Alanyazında, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin cinsiyet değişkeni açısından incelendiği bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin cinsiyetlerine göre farklılaşp farklılaşmadığına ilişkin daha genel bir değerlendirmenin yapılabilmesi için bu konuda yeni araştırmaların yapılması önem arz etmektedir.

Araştırmada öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında orta düzeyde, pozitif yönde ve anlamlı bir ilişki tespit edilmiş ve geometrik ve cebirsel düşünmenin paylaştıkları ortak varyansın %32 olduğu saptanmıştır. Bu sonuç; geometri ve cebir öğrenme alanları arasındaki yakın ilişkiyi (Nichols, 1986; Poehl, 1997) destekler niteliktedir. Pisagor teoreminin, $a^2+b^2=c^2$ şeklinde cebirsel bir formülle temsil edilmesi, geometrideki bir noktanın cebirdeki bir (x, y) sıralı ikilisine karşılık gelmesi, geometrideki bir doğrunun ise cebirdeki $ax+by=c$ ifadesiyle temsil edilmesi öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki anlamlı ilişki ile örtüşmektedir (Dindyal, 2004).

Matematiksel kavramların, matematiğin farklı temsilleri arasındaki ilişkilerden yararlanılarak yapılandırılması etkili bir matematik eğitimi için oldukça önemlidir (Duval, 1999). Diğer bir ifadeyle, öğrencilerin yalnızca işlem bilgisi düzeyinde kalmayıp öğrenme-öğretme süreci sonunda, kavramları zihinlerinde anlamlı bir şekilde yapılandırabilmeleri geometri ve cebir gibi farklı temsiller arasında geçiş yapabilmeleri ile mümkün olabilir (Delice ve

Sevimli, 2010). Bu durum, eğrilerin geometrik özelliklerinin cebirsel formüllerle belirlendiği, cebirsel kavramların geometrik terimlerle ifade edildiği analitik geometri; geometri, cebir ve temel matematik alanlarının kesişiminden oluşan analiz ve geometri-cebir alanları arasındaki ilişkinin oldukça kuvvetli olduğu fraktal geometrisi öğrenme alanlarında daha büyük önem arz etmektedir. Geometri ve cebir öğrenme alanlarının öğretiminde öğrencilerin hem geometrik hem de cebirsel düşünme düzeylerine uygun öğrenme ortamlarının oluşturulmasının geometri ve cebir öğrenmeyi daha da kolaylaştıracağı ve anlamlı hale getireceği söylenebilir. Bu sayede, öğrencilerin matematik konularının birbirinden kopuk ve soyut kurallar bütünü olduğu şeklindeki düşüncelerden sıyrılması (NCTM, 2000), geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin pekiştirilmesi ve öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlanması mümkün olabilir.

Alanyazında öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerini belirlemeye yönelik çalışmalar bulunmakla birlikte, literatürde bu düşünme biçimleri arasındaki ilişkiyi ele alan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle, 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelendiği bu araştırmanın önemli olduğu düşünülmektedir. Bununla birlikte, araştırmanın bir takım sınırlılıkları bulunmakta ve bu sınırlılıkların öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerini incelemeye yönelik yeni araştırmalarla aşılabileceğine inanılmaktadır. Öncelikle bu araştırma 8. sınıf öğrencileri ile yürütülmüş olup farklı kademelerde öğrenim gören öğrenciler ile benzer çalışmaların yapılması önerilebilir. Araştırmaya ilişkin ikinci bir sınırlılık araştırmanın çalışma evreninin yalnızca Diyarbakır ili merkez ilçelerdeki ilköğretim okullarında öğrenim gören 8. sınıf öğrencilerinden oluşmasıdır. Bu sınırlılığa bağlı olarak, araştırmadan elde edilen bulguların Türkiye için genellenmesi mümkün değildir. Dolayısıyla araştırmaya ilişkin bu sınırlılığın aşılabilmesi için Türkiye'nin farklı illerinde benzer araştırmalar yapılması önerilebilir.

KAYNAKÇA

- Akgün, L. (2006). Cebir ve Değişken Kavramı Üzerine. *Journal of Qafqaz University*, 17(1).
- Altun, M. (2005). İlköğretim İkinci Kademedeki Matematik Öğretimi. Bursa: Alfa Basım Yayım.
- Altun, M. (2008). *Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Basım Yayım.
- Bacanlı, H. (2010). *Eğitim Psikolojisi*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.
- Bal, A.P. (2012). Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Geometriye Yönelik Tutumları. *Eğitim Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 2(1), 17-34.
- Balcı, A. (2009). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntem, Teknik ve İlkeler*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Baykul, Y. (2009). İlköğretimde Matematik Öğretimi: 6-8. Sınıflar. Ankara PegemA Yayıncılık.
- Bayram, S. (2004). *The effect of Instruction with Concrete Models on Eighth Grade Students' Geometry Achievement and Attitudes Toward Geometry*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Bulut, İ., Öner Sünkür, M., Oral, B. ve İlhan, M. (2012). 8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri ile Zekâ Alanları arasındaki ilişkinin İncelenmesi. *Elektronik Sosyal İlimler Dergisi*, 11(41), 161-173.
- Burger, W. ve Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the Van Hiele Levels of Development in Geometry. *Journal For Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48.
- Coşkun, F. (2009). *Ortaöğretim Öğrencilerinin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat Yazma Becerilerinin İlişkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Crowley, M.L. (1987). *The Van Hiele Model of the Development of Geometric Thought*. In M.M. Lindquist, Ed., *Learning and Teaching Geometry, K-12* (1-16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clements, D. H. ve Battista, M. T. (1990). The Effects of Logo on Childrens' Conceptualizations of Angle and Polygons. *Journal For Research in Mathematics Education*, 21(5), 356-371.

8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik ve Cebirsel Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

- Çağdaşer, B.T. (2008). *Cebir Öğrenme Yaklaşımının yapılandırmacı Yaklaşımla Öğretiminin 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Üzerindeki Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Çelik, D. (2007). Öğretmen Adaylarının Cebirsel Düşünme Becerilerinin Analitik İncelenmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir?, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Matematik Öğretmeni Adaylarının Belirli İntegral Konusunda Kullanılan Temsiller ile İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 581-605.
- Dikkartın, F.T. ve Mert Uyangör, S. (2007, Kasım). İlköğretim 6., 7. ve Sınıf Cebirsel Düşünme Düzeyleri Üzerine Bir Çalışma. I. Ulusal İlköğretim Kongresi'nde sunulmuş sözlü bildiri. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Ankara.
- Dindyal, J. (2003). *Algebraic Thinking in Geometry at High School Level*. Unpublished Doctoral Dissertations Illinois State Universty.
- Dindyal, J. (2004). Algebraic Thinking In Geometry at High School Level: Students' Use of Variables and Unknowns. In I. Putt, R. Faragher, ve M. Mclean (Eds.) *Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Group of Australasia* (pp. 183-190). Townsville: MERGA.
- Dindyal, J. (2007). The Need for an Inclusive Framework for Students' Thinking in School Geometry. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4(1), 73-83.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Duatepe, A. (2000). *An Investigation of The Relationship Between Van Hiele Geometric Level of Thinking and Demographic Variable for Pre-Service Elementary School Teacher*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. In F. Hitt ve M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st North American PME Conference* (3-26). Cuernavaca, Morelos, Mexico.
- Erden, M. ve Akman, Y. (2011). *Eğitim Psikolojisi: Gelişim-Öğrenme-Öğretme*. Ankara: Arkadaş Yayınevi.
- Erdoğan, T. ve Durmuş, S. (2009). The Effect of the Instruction based on Van Hiele Model on the Geometrical Thinking Levels of Preservice Elementary School Teachers. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1, 154-159.
- Fidan, Y. (2009). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Buluş Yoluyla Geometri Öğretiminin Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeylerine Etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Fidan, Y. ve Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 185- 197.
- Gutierrez, A. (1992). Exploring the Links Between Van Hiele And 3-Dimensional Geometry. Departamento de Didactica de la, Matematica, Universidad de Valencia, Structural Topology.
- Gülpek, P. (2006). İlköğretim 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Gelişimi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Halat, E. (2006). Sex-related Differences in the Acquisition of the Van Hiele Levels and Motivation In Learning Geometry. *Asia Pacific Education Review*, 7 (2), 173-183.
- Halat, E. ve Şahin, O. (2008). Van Hiele Levels of Pre- and In- Service Turkish Elementary School Teachers and Gender Related Differences in Geometry. *The Mathematics Educator*, 11(1/2), 143-158.
- Henderson, P.B., Marion, B. Fritz, S.J., Riedesel, C., Hamer, J., Scharf, C., vd. (2004). *Materials Development in Support of Mathematical Thinking*. 11 Kasım 2011 tarihinde <http://www.cs.geneseo.edu/~baldwin/math-thinking/iticse2002-paper.pdf> adresinden alınmıştır.
- Karasar, N. (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Kaş, S. (2010). *Sekizinci Sınıflarda Çalışma Yaprakları ile Öğretimin Cebirsel Düşünme ve Problem Çözme Becerisine Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Kılıç, Ç. (2003). İlköğretim 5. Sınıf Matematik Dersinde Van Hiele Düzeylerine Göre Yapılan Geometri Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarıları, Tutumları ve Hatırda Tutma Düzeyleri Üzerindeki Etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

- Kieran, C. (1989). A Perspective on Algebraic Thinking. In G. Vernand, J., Rogalski ve M. Artigue (Eds). *Proceedings of the 13th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 163–171. Paris, France: International Group For The Psychology of Mathematics Education.
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Knight, K.C. (2006). *An Investigation into the Change in the Van Hiele Levels of Understanding Geometry of Preservice Elementary and Secondary Mathematics Teachers*. Unpublished Master Thesis. The University of Maine, Orono, ABD.
- Köknel, I. (2007). *Akıl ile Düşünce Gücü*. İstanbul: Altın Kitapları Yay.
- Lannin, J.K. (2005). Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231–258.
- McRae-Childs, K. (1995). *An Investigation of The Role of Patterns In Developing Algebraic Thinking*. Ph. D. Dissertation, Texas A & M University, USA.
- Meng, C.C. (2009). Enhancing Students' Geometric Thinking through Phase-Based Instruction Using Geometer's Sketchpad: A Case Study. *Jurnal Pendidik dan Pendidikan*, 24, 89-107.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2005). İlköğretim Matematik Dersi 1–5. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Najdi, S. ve El Sheikh, R. (2009, Mayıs). *The Effects of Multiple Intelligence Theory in Raising the Van Hiele Levels of Thinking Of Alquds Open University Learners*. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Burdur.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA:
- Newark, J.C. Lew, H.C., Morris, A., Moyer, J.C., Ng, S.F., ve Schmittau, J. (2005). The Development of Students' Algebraic Thinking in Earlier Grades: A Cross-Cultural Comparative Perspective. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 37(1), 5-15.
- Nichols, B.W. (1986). *The Effect of Different Sequences of Geometry and Algebra on Mathematics Education*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Missouri, Kansas City.
- Oflaz, C. (2010). *Geometrik Düşünme seviyeleri ve Zekâ Alanları Arasındaki İlişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Ankara.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. (2007). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi. Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım.
- Olkun, S., Toluk, Z. ve Durmuş, S. (2002, Eylül). *Matematik ve Sınıf Öğretmenliği Birinci Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulmuş sözlü bildiri. Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Oral, B. ve İlhan, M. (2012). İlköğretim ve Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Düzeylerinin Çeşitli Değişkenler Açısından İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(1), 201-219.
- Öner Sünkür, M., İlhan, M. ve Kılıç, M.A. (2012). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri ile Zekâ Alanları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Faculties Dergisi*, 14(2), 183-200.
- Özden, Y. (2010). *Eğitimde Yeni Değerler*. Ankara: PegemA yayıncılık.
- Palabıyık, U. ve Akkuş İspir, O. (2011). Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 111-123.
- Patsiomitou, S. (2008). The Development of Students Geometrical Thinking through Transformational Processes and Interaction Techniques in a Dynamic Geometry Environment. *Issues in Informing Science and Information Technology*, 5, 353-393.
- Poehl, T.T. (1997). *Using The Van Hiele Model of Thinking: Assessing Geometry Knowledge of High Ability And Gifted High School Students in Algebra II, Trigonometry, and AP Calculus*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of New Orleans, New Orleans.
- Senemoğlu, N. (2005). *Gelişim Öğrenme ve Öğretim: Kuramdan Uygulamaya*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Senk, S.L. (1989). Van Hiele Levels and Achievement in Writing Geometry Proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 309-321.
- Şahin, O. (2008). *Sınıf Öğretmenlerinin ve Sınıf Öğretmeni Adaylarının Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyon.

- Toluk, Z., Olkun, S. ve Durmuş, S. (2002, Eylül). *Problem Merkezli ve Görsel Modellerle Destekli Geometri Öğretiminin Sınıf Öğretmenliği Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Gelişmesine Etkisi*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulmuş sözlü bildiri, Ortadoğu Teknik Üniversitesi Kültür ve Kongre Merkezi, Ankara.
- Tural, H. (2005). *İlköğretim Matematik Öğretiminde Oyun ve Etkinliklerle Öğretimin Erişi ve Tutuma Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Tutak, T. ve Birgin, O. (2008, Mayıs). *Dinamik Geometri Yazılımı İle Geometri Öğretiminin Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Düzeylerine Etkisi*. 8. Uluslararası Eğitim Teknolojisi Konferansı'nda sunulmuş sözlü bildiri. Eskişehir, Anadolu Üniversitesi.
- Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry*. University of Chicago. ERIC Document Reproduction Service.
- Yenilmez, T. ve Teke, M. (2008). Yenilenen Matematik Programının Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19 (5), 229-246.
- Yıldız, C., Altundağ, R., Köğçe, D. ve Aydın, M. (2009, Mayıs). *1-5. Sınıf Matematik Öğretim Programlarının Geometri Anlama Düzeyleri Açısından İncelenmesi*. I. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi'nde sunulmuş sözlü bildiri. On Sekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale.
- Yıldız, C., Aydın, M. ve Köğçe, D. (2009). *Comparing the Old and New 6th-8th Grade Mathematics Curricula in Terms of Van Hiele Understanding Levels for Geometry*. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 731-736.
- Yılmaz, S., Turgut, M. ve Alyeşil Kabakçı, D. (2008). Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi: Erdek ve Buca Örneği. *Üniversite ve Toplum*, 8 (1).

Summary

Introduction

Mathematical thinking can be defined as using mathematical techniques, concepts and methods directly or indirectly in the problem solving process to get to an appropriate result. Mathematical thinking, depending on the nature of the mathematical techniques used in different areas takes different forms such as algebraic thinking, geometric thinking probabilistic thinking. In particular, researches on geometric thinking and algebraic thinking are noteworthy in the literature.

When it is taken into account that probability, algebra and geometry fields of mathematics are closely related to each other and the student success in mathematics is related to competence in these fields, it is considered that there is a relation between geometric thinking and algebraic thinking which are sub-dimensions of mathematical thinking. However, it has not been found a study about how and at what level this relationship is in the literature. Therefore, this research which will examine the relationship between geometric and algebraic thinking levels of 8th graders is thought to be important. In this context, it is aimed to investigate the relationship between

8th grader's levels of geometric and algebraic thinking.

Methodology

Survey research method was used to carry out this research. The participants of the study consist of 515 students from eight different schools in Diyarbakır city central districts during 2010-2011 education year spring semester. Geometric Thinking Test developed by Usiskin (1982) and was adapted to Turkish by Duatepe (2000) has been employed to detect geometric thinking levels of students. In determining algebraic thinking levels of students Algebraic Thinking Test developed Hart vd. (1998) and was adapted to Turkish by Altun (2005) was used. During the analysis of the datum obtained in the research, the points of the students from the geometric and algebraic thinking test were taken into consideration. Frequency and percentage and calculations were done while obtaining geometric and algebraic thinking levels of students. The relationship between geometrical and algebraic thinking levels of students was determined with pearson product moment correlation.

Findings

When the distribution about the geometric thinking levels of 8th graders is examined it is seen that students are accumulated at level-1. The least accumulation is at level-3 in terms of geometric thinking. When the distribution about the algebraic thinking levels of students is examined, it is seen that students are mostly accumulated at level-0. Level-4 is the least accumulated level in terms of algebraic thinking. It was determined that, gender is not an effective variable on students' geometric and algebraic thinking levels. Also, it was found a positive, moderate and statistically significant relationship between students' geometric and algebraic thinking levels.

Discussion

According to these findings, it can be said that most of the 8th graders could not reach the level-3, where they are expected to reach, according to geometric thinking. Possible cause of this result is that despite paying attention to present the geometry subjects in Primary Mathematics Program developed by the Ministry of National Education in accordance with Van Hiele geometric thinking levels, taking no notice of five teaching stages to be followed for each level suggested by Van Hiele while applying these levels. In the study,

the differences between students' algebraic thinking levels may stem from the individual differences of their cognitive development. Eighth graders may be in abstract operations period, in concrete operations period or in the period of transition from abstract operations period to concrete operations period in terms of cognitive development. When it is taken into consideration that algebraic thinking development accelerates in the abstract operations period, it can be inferred as an expected result that students in different cognitive developmental stages may be in different levels of algebraic thinking. In the light of the found relationship between students' algebraic thinking level and geometric thinking level, even if mathematical thinking is separated into algebraic thinking and geometric thinking, it can be said that geometric thinking and algebraic thinking are not independent of each other. Consequently, it is expected that creating a learning environment suitable for students' geometric thinking level, will contribute to not only students' geometry success, but also their algebra success. Similarly, it can be stated that a mathematics education taking into consideration of students' algebraic thinking level, will effect students' both algebra achievement and geometry success positively.