

HÜSEYİN TEVFİK PAŞA: ‘LİNEER CEBİR’İN MUCİDİ

Gert Schubring*

Çeviren: Sevtap Kadioğlu**

Lineer cebir, günümüzde, modern matematiğin en önemli temel kuramlarından birini oluşturur. Ders programlarının yeniden düzenlendiği dönemde “modern matematik” olarak da adlandırılan lineer cebir, okul ders programı içerisinde geometri öğretiminin yerini bile almıştır. Bu bakımdan, “lineer cebir” teriminin kaynaklarının ve kuramının araştırılması aydınlatıcı olacaktır.

Matematiksel kültürleri kıyaslarken, “çevre”deki¹ gelişmelerden söz etmek faydalı olabilir: Zira bu alanda “çevre”de görülen yenilikler en iyi şekilde, dolaylı olarak fark edilseler bile, çok kere “metropol”lerdeki gelişim seviyesinin ötesine geçerler. 1991’de İstanbul’da bilim tarihi konusunda düzenlenen bir kongreye katıldığım sırada, ilk baskısı 1882’de Hüseyin Tevfik Paşa tarafından İngilizce olarak yapılmış olan bir lineer cebir kitabının (*Linear Algebra*) 1988 tarihli yeni baskısı dikkatimi çekti. Kitabın ikinci baskısı 1892’de yapılmıştı. Her iki baskı da 1988 baskısında bir araya getirilmişti. Yeni baskısı yapıncaya kadar Türkiye’de bile pek bilinmeyen bu kitabın ve yazarının yeniden keşfedilmesi, kitabın 1892 tarihli nüshalarından birinin, eski matematik kitapları konusundaki uzmanlığı ile tanınan ünlü Alman sahaf Sändig’in 1985 yılına ait 202 numaralı katalogunda yer almasıyla gerçekleşti. Dolayısıyla, bu nüshanın ilk sahibinin, kitabı İstanbul’da satın alan bir Alman matematikçi olması muhtemeldir. Kitabın yeni baskısını yapan Kâzım Çeçen için 1892 baskısının ve ilk baskısının nüshalarını Türkiye’de bulmak çok zor olmuştu; Çeçen ancak ilk baskıdan tek bir nüsha tespit edilebilmişti (Çeçen 1988, s.16).

Daha sonra, yirminci yüzyılda matematiğin gelişim sürecinde çok belirleyici olan *lineer cebir* teriminin ilk defa ne zaman kullanıldığını bulmaya çalıştığımda, Gregory Moore, terimi ilk kullananın van der Waerden’in olduğunu bana bildirdi.² Görünen oydu ki, on dokuzuncu yüzyılda “lineer” sözcüğünün kullanımı yalnızca “asosyatif” sözcüğü ile bağlantılı olarak

biliniyordu ve bu sonucu terim, Benjamin Peirce tarafından 1870’te yayımlanan ünlü *Linear Associative Algebra* kitabı ile yayılmıştı.³ Bugün, “lineer cebir” teriminin, A.N. Whitehead tarafından, 1898 yılında, ünlü eseri *Treatise on Universal Algebra*’nın (Whitehead 1898, s.v) yayımlamayı düşündüğü ikinci cildinin “lineer cebir” konusunda olacağını açıklarken kullanıldığı ispat edilmiştir.

Mühendishâne’de eğitim gören Hüseyin Tevfik Paşa (1832-1901), gerek bu okulda, gerek okul dışında matematik ve fen eğitimi konusunda yoğun çaba gösteren bir şahsiyetti. 1868’den 1870’e kadar Fransa’da askeri ataşe olduğu sırada matematik bilgisini geliştirdi. 1872-1880 yılları arasında Amerika Birleşik Devletleri’nde geçirdiği dönem, onun matematik araştırmalarına girmesinde belirleyici rol oynadı. Görünen o ki, Hamilton okulunun Peirce okuluğunu yakından izleyen Peter Guthrie Tait (1831-1901)⁴ ile temas halindeydi, ancak sonuçlara bağımsız olarak ulaştı. Dönüşünün ardından, Tevfik Paşa, Osmanlı toplumunda bilim ve eğitimi geliştirme yolunda son derece aktif olarak çalıştı. İstanbul’daki *Mühendishâne*’nin nezaretine tayin edildi ve hükümette Maliye Nazırı olarak görev aldı (Çeçen 1988, s.15).

Cahit Arf’in 1988’de yapılan yeni baskıya giriş olarak yazdığı “contemporary assessment” (Çeçen 1988, s.47-48) oldukça yanlıcıdır. Zira Tevfik Paşa’nın temel kaynağının ve motivasyonunun Hamilton’un kuaternionlar kuramı olduğunu ve Hamilton’un dört boyutlu yaklaşımını üç boyutlu yaklaşıma indirgemeyi amaçladığını, öyle ki Tevfik Paşa’nın kavramının asosyatif olmama özelliğinin kuaternionların üç boyutlu uzaya transpozisyonunun bir sonucu olduğu izlenimini vermektedir.

Gerçekten de, Tevfik Paşa’da, kuaternionlar kuramının kurucusu olarak Hamilton’a belli bir saygı görülür. Ancak Tevfik Paşa, eserinde, daha basit bir kuram geliştirdiğini ileri sürmektedir ve ilhamının gerçek kaynağı yalnızca kitabının ikinci baskısında açığa çıkmaktadır ki, bu da Argand’ın vektör hesabı kavramıdır.

Yazar, ilk baskıda, motivasyonlarından söz etmezken, ikinci baskının Önsöz’ünde bunu kapsamlı olarak ifade etmektedir:

“Bu risalede ele alınan Lineer Cebir, Argand’ın sıradan karmaşık ya da sanal değerler sistemini üç boyutlu uzaya yayma çabasından doğmuştur.”

* Bielefeld Üniversitesi, Almanya.

** İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Felsefe Bölümü Bilim Tarihi Anabilim Dalı.

¹ “Metropol” ve “çevre” ilişkisi kavramı için, bkz. Lewis Pyenson 1989.

² Ayrıca bkz. Moore (1995, s.294), Moore burada terimin H. Wevl tarafından daha önceden, 1918’de kullanıldığını belirtmektedir.

³ Charles Saunders Peirce’in babası olan Benjamin Peirce (1809-1880), matematiğin gelişmesine belirleyici katkılarda bulunmuş, özellikle de ABD’de cebir üzerinde çalışmıştır. 1833’ten itibaren Harvard’da matematik profesörüdür.

⁴ Bazı örnekler Tait’in kitaplarından birine atfta bulunmaktadır, örneğin Tevfik Paşa 1882, s.60 vd. Kitabın I. Bölüm’ünde Kelland ve Tait’in *Introduction to Quaternions* adlı ders kitabındaki daha karmaşık problemlere değinmiştir.

Tevfik Paşa, Hamilton'un kuarternionları da benzer çabanın ürünü olduğunu bildirmekle birlikte, iki sistemin çok az ortak yanı olduğunu söyler: Argand'ın sistemi, Hamilton'un sisteminin özel hali olmadığı gibi, iki boyutla sınırlı tutulduğundan eksik bir sistemdir. Yazar [Tevfik Paşa], Cauchy'nin Argand'ın fikirlerini kullanım şekli ve Bellavitis'in özeşliklerinden haberdar olduğunu bildirir. Argand'ın cebirini özellikle çarpma ile ilgili olarak tamamlayan "yeni bir cebir" kurduğunu iddia eder (Tevfik Paşa 1892, s.5). Argand'a yapılan bu göndermenin ilk baskı için de mi geçerli olduğu yoksa sonradan mı eklendiği merak konusudur. Yazarın belirttiği gibi, en azından F.J. Servois'nın 1813 ve 1814 yıllarına ait çalışmaları Tait okulu tarafından tartışılmıştı⁵ ve bu çalışmalar Argand'ın çalışmasına atıfta bulunmakla kalmayıp, onu genelleştirmeye çalışmıştı. Öte yandan Tevfik Paşa, Argand'ın çalışmasının A.S. Hardy tarafından hazırlanan İngilizce basımına atıfta bulunmaktadır. Gerçekten de, Argand'ın 1806 tarihli çalışması Jules Houël tarafından yeniden keşfedilmiş ve bir açıklamayla birlikte 1872'de yayımlanmıştır.⁶ Bu Fransızca baskı da yine Hardy tarafından 1881'de çevrilmiş ve bir açıklama ile yayımlanmıştır. Tevfik Paşa'nın 1874 tarihli Fransızca baskıyı temin etmiş olması ve 1881 tarihli İngilizce baskının ona sadece birtakım ilave fikirler vermiş olması muhtemeldir. O halde, Tevfik Paşa'nın Argand tarafından motive edilmiş olduğu iddiası temelde doğrudur. Öte yandan Argand'ın asıl değeri, vektör hesabının öncülüğünü yapmış olmasından ziyade, sanal nicelikleri geometrik olarak göstermiş ve cebirin temel teoremini ispat etmiş olmasıdır. Onun izinden giden, C.V. Mourey, J. Warren, G. Bellavitis ve Hermann Grassmann gibi matematikçiler de bunu daha açık ve kesin olarak yapmışlardır.

Tevfik Paşa, kendisinin de açıkladığı gibi, "lineer cebir"i "sayısal cebir"e yakın algılar (Tevfik Paşa 1882, s.15): Sayısal ya da adi cebir, sayıları ya da sayısal nicelikleri ele alırken, lineer cebir doğruları ele alır. O halde Tevfik Paşa'nın görüşü, geometrik nicelikler üzerinde cebirsel işlemler yapma konusuna farklı bir yaklaşım getirir! Bu nedenle onun yaklaşımı Hermann Grassmann'ın yaklaşımı ile doğrudan kıyaslanabilir; ancak Tevfik Paşa'nın Grassmann'ın *Ausdehnungslehre*'sini okumadığı ve duymadığı kesindir.

Gerçekten de her iki baskıda da, yazar, vektörleri kullanarak basit bir hesap yapmaya yani yönlü doğruları –vektörleri– önce toplamaya, sonra

⁵ Tevfik Paşa Argand ile Servois'un arasındaki ilişki ile ilgili olarak De Volson Wood'un geometri ders kitabından söz etmektedir (Tevfik Paşa 1892, s.6).

⁶ 1998 Wessel Konferansı'na sunduğum bildiriye yayımlanan bulgular hala geniş olarak yaygınlaşmadığı için, burada Houël'in 1872'de verdiği ve o tarihten sonra sürekli tekrarlanan biyografik verilerin tamamen yanlış olduğunu tekrarlamak istiyoruz. Adı Jean Robert Argand olmadığı gibi, ölüm ve doğum tarihleri de 1768 ve 1822 idi. Argand'ın ön adı ya da adları, doğum ve ölüm tarihleri bilinmemektedir. Biyografisine ilişkin tek meşru ifade şudur: Argand, 1806, 1813, 1814 civarında yaşamıştır! Bkz. Schubring 2001.

çıkarmaya girişir. Bütün bu yaklaşımlarda en önemli husus, çarpmanın nasıl tanımlanacağıdır. İki doğrunun çarpımının sonucu, bunlarla aynı düzlemde yer almayan bir başka doğrudur; öyle ki, bu üç doğru üç boyutlu bir uzayın öğeleri olmaktadır. Bu vektör çarpımı, dışsal bir çarpımdır. Aynı şekilde, genellikle değişme özelliği yoktur (Tevfik Paşa 1882, s.11 vd.). Ayrıca bir de, bir skaler ile sonuçlanan içsel bir çarpım vardır; ancak bu çarpım yalnızca bir örnek olarak ele alınmış ve adlandırılmamıştır. (Tevfik Paşa 1892, s.175).

1892 tarihli ikinci baskı, aksiyomlaştırmanın gereksinimleri uyarınca daha kuramsal ve daha yapısaldır. Tevfik Paşa çarpmanın tersini bulmaya çalışır ve adi cebir için çarpmanın "ters işleminin" gerekli olduğunu açıkça belirtir. Ancak çarpmanın değişme özelliğinin bulunmaması nedeniyle tek bir ters işlem, yani "bölme" yoktur (Tevfik Paşa 1892, s.29). Grassmann'ın aksine, yazar eksikliği doldurmak amacıyla işlemler kurmak için daha fazla çaba harcamaz.

Yine ikinci baskıda yazar, "uzaydaki üç doğru" için "Asosyatif Yasa'nın doğru olup olmadığını" sorar. Yanıt: genel olarak doğru değildir; fakat yazar, yine de bunu olumlu bir biçimde formüle etmeye çalışır. Çarpmanın belli şartlar yerine getirildiği takdirde asosyatif olduğunu söyler; bu şartlar öyledir ki, "Argand cebiri" olarak adlandırdığı durumda,⁷ başka deyişle eğer üç doğru coplanar ve ana eksen olarak aynı düzlem üzerinde ise çarpma asosyatiftir (*a.g.e.*, s.27 vd.). İkinci baskı özellikle ek uygulamalarla genişletilmiştir.

Her iki baskıda da, sayısal ve lineer çarpmanın yanında üçüncü bir tip çarpmayı sunar ve tartışır. Bu üçüncü tip yazar tarafından "karmaşık çarpma" olarak adlandırılır ve "karmaşık nicelikler" yani "sayısal nicelikler ile uzunlukları ve yönleri olan doğrulardan oluşan sembolik ifadeler" ile işlem yapmaktan ibarettir (*a.g.e.*, s.157). Tipik bir ifade aşağıdaki gibidir:

$$A + \alpha = B + \beta, \text{ burada } A=B \text{ ve } \alpha = \beta .$$

Bu niceliklerin çarpımı için yeni bir işaret önerir, \cap : $p \cap r$ (bunu Grassmann'dan biliyoruz).

Bu tip için, açıkça şunu belirtir: "karmaşık çarpma genel olarak değişmeli değildir" (*a.g.e.*, s.159). Ayrıca, bu işlemin dağılmalı olduğunu ancak genel olarak asosyatif olmadığını belirtir – bu da yine bir dizi koşul altında asosyatif olarak formüle edilmiştir (*a.g.e.*, s.168 vd.).

Tevfik Paşa, lineer cebirini düzlem geometriye uygular: Bunu, konikleri yani çember, elips, hiperbol ve parabol yanında küre, koni gibi üç boyutlu cisimleri ele almak, onların temel özelliklerini ve klasik önermelerini (Paskal teoremi gibi) koordinattan bağımsız bir yaklaşım ile geliştirmek için yapar.

⁷ veya "De Morgan's Double Algebra".

Yazar, 1892 baskısında, kendi geliştirdiği lineer cebir, karmaşık işlem ve Hamilton'un kuarternionları ile temel problemleri çözme yöntemlerini kıyasladığı bir sonuç kısmı sunar. Beklediği sonuç, kendisinin her iki sisteminin de Hamilton'un sisteminden daha kolay işlemesidir.

Tevfik Paşa'nın "lineer cebir" kavramı, iki ya da üç boyutlu durumlarda doğruları çarpma kavramını genelleştirmeyi hedefleyen, böylece vektörel hesabın türünü kurmayı amaçlayan bir yaklaşımdan kaynaklanmıştır. Motivasyonunu Argand'da bulmasının nedeni, Tait'in kuarternionist okulunun uygulamadaki algılama biçimine koşullanmış olması idi.

Kaynaklar:

- Argand, *Essai sur une Manière de Représenter les Quantités Imaginaires dans les Constructions Géométriques*. 2e éd. Précédée d'une préface par M.J. Houël et suivie d'un appendice contenant des extraits des *Annales de Gergonne*, relatifs à la question des imaginaires. Paris: Gauthier-Villars, 1874.
- Argand, *Imaginary Quantities: Their Geometrical Interpretation*. Fransızca'dan çev. Prof. A. S. Hardy [G. J. Houël'in önsözü ile.] New York: Van Nostrand, 1881.
- Kâzım Çeçen, "Introduction," *Hüseyin Tevfik Paşa ve Linear algebra*. Yay. Haz. Kâzım Çeçen (Istanbul, 1988), s.13-17.
- Kâzım Çeçen (yay. Haz.), *Hüseyin Tevfik Paşa ve Linear Algebra*. İstanbul: İTÜ Bilim ve Teknoloji Tarihi Araştırma Merkezi, 1988.
- Gregory H. Moore, "The axiomatization of linear algebra: 1875-1940," *Historia Mathematica*, c.22, 1995, s.262-303.
- Augustus de Morgan, *Trigonometry and Double Algebra*, Londra: Taylor, Walton ve Maberly, 1849.
- Lewis Pyenson, "Pure learning and political economy: Science and European expansion in the age of imperialism," *New Trends in the History of Science*. yay. Haz. R.P.W. Visser, Amsterdam: Rodolpi, 1989, s.209-278.
- De Volson Wood, *The Elements of Coordinate Geometry*. New York: John Wiley & Sons, 1879.
- Gert Schubring, "Introduction – Reflections on the complex history of Grassmann's reception," ed. Gert Schubring, *Hermann Günther Graßmann (1809-1877): Visionary Mathematician, Scientist and Neohumanist Scholar. Papers from a Sesquicentennial Conference*, Dordrecht/Boston/London: Kluwer, 1996, s.ix-xxix.
- Gert Schubring, "Argand and the early work on graphical representation: New sources and interpretations," *Around Caspar Wessel and the Geometric Representation of Complex Numbers*. Proceedings of the Wessel Symposium at the Royal Danish Academy of Sciences and Letters, Copenhagen, August 11-15 1998: Invited Papers. *Matematisk-fysiske Meddelelser* 46:2, Ed. Jesper Lützen, Copenhagen: C. A. Reitzel: 2001, s.125-146.
- Gert Schubring, "Il calcolo vettoriale di Grassmann," *Storia della scienza*, ed. Sandro Petruccioli, Vol. VII: *L'Ottocento* (Roma: Istituto dell' Enciclopedia Italiana, 2003), s.147-149.

- Hüseyin Tevfik Pacha, *Linear Algebra*, Constantinople, ¶ res of A.H.Boyajian, 1882.
- Hüseyin Tevfik Pacha, *Linear Algebra*, Second edition, revised and enlarged. Constantinople, ¶ res of A.H.Boyajian, 1892.
- Alfred N. Whitehead, *Treatise on Universal Algebra with Applications*, Cambridge: University ¶ res, 1898.

Teşekkür: Çeviriyi gözden geçiren Prof.Dr.Yavuz Aksoy'a teşekkür ederiz. FG (ed.).

Hüseyin Tevfik Pasha - The Inventor of 'Linear Algebra'

Linear algebra constitutes today one of the most important basic theories of modern mathematics. During the period of the curricular reform movement, also called "modern mathematics", linear algebra even replaced proper geometry teaching within the school curriculum. While comparing mathematical cultures, it might be useful to comment on developments at the "periphery", where their innovations often go beyond the state of the art attained in the "metropolises," even though these innovations may be noticed indirectly at best.

Hüseyin Tevfik Pasha (1832-1901), educated at the 'Mühendishane' (Military School of Engineering) at Istanbul, was active there and in private endeavours of teaching mathematics and the sciences. His Linear Algebra saw two editions in Istanbul in 1882 and 1892. Tevfik Pasha's notion of "linear algebra" originates from an approach aiming at generalizing the notion of multiplication to lines in the two- and the three-dimensional case, thus establishing a version of vectorial calculus. His focus on Argand as his source of motivation was conditioned by the lens of reception as practiced by Tait's school of quaternionists.

Key words: Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa, Lineer Cebir, matematik tarihi;
Anahtar kelimeler: Hüseyin Tevfik Pasha, linear algebra, history of mathematics.