

ÇOK AMAÇLI GENELLEŞTİRİLMİŞ KAYNAK KISITLI ÇİFT TARAFLI MONTAJ HATTI Dengeleme Problemi ve Hesaplama Analizi

Süleyman METE*, **Kürşad AĞPAK****

*Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Tunceli Üniversitesi, 62000 Tunceli

**Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Gaziantep Üniversitesi, 27310 Gaziantep

smete@gantep.edu.tr, agpak@gantep.edu.tr

(Geliş/Received: 19.12.2012; Kabul/Accepted: 06.06.2013)

ÖZET

Büyük boyutlu otobüs, kamyon, otomobil gibi ürünlerin montaj işlemleri hattın her iki tarafında yapılabilmektedir. Böyle durumlarda hattın her iki tarafı (hem sağ hem sol) kullanılarak montaj işlemi yapılır. Bu tip hatlar çift taraflı montaj hattı olarak isimlendirilir. Büyük hacimli ürünler üretilirken bazen özellikli bir makineye veya bu makineyi kullanabilecek kalifiye bir personele ihtiyaç duyulabilir. Bu durum kaynak kısıtı sorununu ortaya çıkarmaktadır. Bu yüzden literatürdeki modeller temel alınarak genelleştirilmiş kaynak kısıtlı çift taraflı montaj hattı dengeleme problemi için bir matematiksel model sunulmuş ve çok amaçlı durum için hesaplama analizleri yapılmıştır. Sunulan model 3 farklı amaç fonksiyonu (istasyon sayısı, pozisyon sayısı ve kaynak maliyetinin en küçüklenmesi) ile test problemleri üzerinde çalıştırılmış ve sonuçlar analiz edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Genelleştirilmiş kaynak kısıtı, Çift taraflı montaj hattı

MULTI OBJECTIVE GENERALIZED RESOURCE CONSTRAINED TWO SIDED ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM AND COMPUTATIONAL ANALYSIS

ABSTRACT

Assembly of large size products like bus, truck and automobile can perform both sides of assembly line. In such cases, both sides (right and left) of the line are used to achieve for the assembly operation. These types of the lines are called as two sided assembly lines. When large size products are produced, sometimes they require a specific machine or a qualified staff to use this machine. This condition also exposes the problem of resource constraint. Therefore, in this study, a mathematical model for generalized resource constraint two sided assembly line balancing problem is presented, based on literature models and computational analysis is performed for multi-objective situation. Proposed model is run and analyzed over several known test problems by considering three objective functions (Minimization number of station, number of position and resource cost).

Keywords: Generalized resource constrained, two sided assembly line

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Montaj hatları; görevlerin öncelik ilişkilerini de dikkate alarak parçaların bir hat boyunca manuel veya bir konveyör yardımıyla aktarıldığı ve bu parçaların sıralı bir şekilde dizilmiş olan iş istasyonlarında yapıldığı yerler olarak tanımlanabilir. Montaj hatlarındaki işçi zamanı, üretim ekipmanı ve alan gibi kaynakların etkin kullanımı üretim performansını doğrudan etkilemektedir. Çünkü etkin kullanılan bir hat işletmelere ekonomik açıdan birçok avantaj

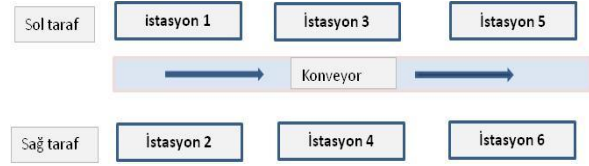
sağladığı gibi küresel ölçekte rekabet etmeyi de kolaylaştırır. Montaj hatlarında en sık karşılaşılan ve literatürde yapılmış birçok çalışmada ele alınan problemlerden biri de montaj hattı dengeleme problemidir. Belirli kısıtlar göz önünde bulundurularak bir veya birden fazla amacı eniyileyecek şekilde görevleri montaj hattındaki iş istasyonlarına dağıtma işlemine montaj hattı dengeleme (MHD) denir. Basit MHD problemi şu kısıtlar dikkat alınarak çözülür; herhangi bir istasyondaki görevlerin, görev zamanları toplamı çevrim zamanını aşamaz (çevrim zamanı

kısıtı); bir görev sadece bir istasyona atanabilir (atama kısıtı) ve atanmış her bir görevin öncelik ilişkisi göz önünde bulundurularak atanması gerekir (öncelik ilişkileri kısıtı). Fakat gerçek hayat uygulamaları yukarıdaki kısıtlardan farklı birçok kısıtı içermektedir [1]. Bunlardan biri de kaynak kısıtlarıdır. Gerçek sanayi uygulamaların da hat dengelerken kullanılacak kaynaklar genelde sınırlıdır. Örneğin metallerin kesme işleminde bazen özel boyut ve şekillerde kesilmesi gerekebilir. Bu tür kesme işlemleri için özellikli bir makine ve bu makineyi kullanabilecek kalifiye bir personele ihtiyaç duyulabilir. Böyle bir durumda da dengeleme yapılırken bu kısıtların da göz önünde bulundurulması gerekir. Literatürde kaynak kısıtını da dikkate alarak yapılan çalışmalar mevcuttur. Ağpak ve Gökçen [2] belirli bir istasyon sayısı kısıtı altında görevlerin ve kaynakların istasyonlara atanmasını içeren MHD problemini ele almıştır. Çalışmalarında her bir görev sadece bir kaynak tarafından A kaynağı veya B kaynağı (1.tip kaynak kısıtlı MHD problemi) veya bu kaynaklardan herhangi biriyle (2.tip problem) yapılabilir. Corominas vd. [3] ise Ağpak ve Gökçen [2]'in önerdiği model de kullanılan kısıtları genelleştirmiş ve montaj hattını dengelerken bir görev yapıldığında gereken birden çok kaynağın tür ve miktarını göz önüne alan bir matematiksel model geliştirmiştir. Purnomo vd. [4] çift taraflı MHD çalışmasında kaynak kısıtını basit olarak incelemiştir

Montaj hatları hattın tipine göre geleneksel tek taraflı (düz) ve çift taraflı montaj hatları olarak sınıflandırılabilir. Geleneksel tek taraflı montaj hatları düz olarak tasarlanırlar. İstasyonlar bu tip hatlarda tek tarafta ve bir dizi şeklinde sıralanmıştır. Çift taraflı montaj hatlarında ise iş istasyonları hattın hem sağ hem de sol tarafına paralel olacak şekilde yerleştirilmesi ile tasarlanırlar. Şekil 1 de klasik çift taraflı montaj hattı gösterilmektedir. Bu tip montaj hatları genelde kamyon, traktör, otomobil gibi büyük boyutlu ürünlerin üretiminde kullanılırlar. Bu gibi hacimsel olarak büyük ürünler üretilirken montaj işlemi bazen ürünün solunda veya sağında yapılmaya elverişlidir. Örneğin bir otomobilin sağ kapısının montajı otomobilin sağında yapılmaya uygunken, sol kapısı da sol tarafından yapılmaya daha müsaittir. Dolayısıyla bu hatlar, iş parçasının montaj işlemi bandın her iki tarafında bulunan istasyonlardaki operatörler tarafından eş zamanlı olarak yapmaya olanak sağlar. Bu hatlar dengelenirken, görevlerin yapılabilmesi için kullanılacak olan kaynakların sınırlı olması sorunu hat dengelemenin yanında diğer bir önemli problemdir. Literatüre bakıldığında gerek tek taraflı gerekse çift taraflı MHD çalışmaların da olsun kullanılacak olan kaynakların çeşidi ve miktarı dikkate alınarak yapılan çalışmalar sınırlı sayıdadır.

MHD problemi iyi bilinen üretim problemlerinden biridir ve kombinatoriyal optimizasyon problemlerinin NP zor sınıfında yer almaktadır [5]. Problem

matematiksel olarak ilk defa Salveson [6] tarafından tanımlanmıştır. 55 yıldan fazla bir süredir bu konuyla ilgili birçok çalışma yapılmıştır. Bu süre zarfında; U-tipi, çift-taraflı, paralel gibi yeni montaj hatları tasarlanmış ve bu hatları dengelemek için birçok optimal veya sezgisel yöntem geliştirilmiştir. Literatür incelendiğinde montaj hattı tasarımı ve dengeleme ile ilgili çok sayıda ve çeşitte çalışmaya rastlamak mümkündür. Daha detaylı bilgi için Erel vd. [7], Rekiek vd. [8], Scholl ve Becker [9], Becker ve Scholl [1], Boysen vd. [10]'ın literatür araştırması çalışmalarına bakılabilir.



Şekil 1. Çift-taraflı montaj hattı (Two-sided assembly line)

Geleneksel düz montaj hatları gibi çift taraflı montaj hatları da kombinatoriyal optimizasyon problemlerinin NP-zor sınıfında yer almaktadır [11]. Tek taraflı montaj hatlarının matematiksel modellenmenin zorluğunun yanında, çift taraflı montaj hatlarında ayrıca görevlerin hangi tarafa atanacağı ile ilgili kısıtları da yapısında bulundurur [11]. Çift taraflı montaj hattı dengeleme (ÇMHD) problemi ile ilgili bilinen ilk çalışmayı Bartholdi [11] ortaya koymuştur. Çalışmasında çift taraflı montaj hatlarının avantaj ve üstünlüklerini de sunmuştur. Kim vd. [12] pozisyon kısıtını dikkate alarak ÇMHD probleminin çözümüne yönelik genetik algoritma tabanlı bir sezgisel sunmuşlardır. Sonraki çalışmalarda Lee vd. [13], Lapiere ve Ruiz [14], Baykasoğlu ve Dereli [15] ÇMHD problemi için sezgisel algoritmalar geliştirmişlerdir. Hu vd. [16] ÇMHD problemi için birerleme algoritması önermiş, Wu vd. [17] ise aynı problem için dal-sınır algoritması geliştirmişlerdir. ÇMHD problemi için çevrim zamanını minimize edecek ilk matematiksel model Kim vd. [18] tarafından önerilmiştir. Ayrıca çalışmalarında bir genetik algoritma sezgiseli önermişlerdir. Daha sonra Simaria ve Vilarinho [19], Becker ve Scholl [20], Özcan ve Toklu [21], Özcan vd. [22], Ağpak vd. [23] ÇMHD probleminin farklı tipleri için matematiksel modeller önermişlerdir. Özcan ve Toklu [21] karışık modelli ÇMHD problemini yeni bir matematiksel model ve tavlama benzetimi kullanarak çözmüşlerdir.

MHD işlemlerinde literatürde kaynak kısıtını dikkate alarak yapılan çalışmaların çoğu genelde tüm görevlerin aynı kaynak (işçi, taşıma, malzeme vb.) kullanma durumu için ele alınmıştır. Bir görevin yapılabilmesi için zaman, maliyet gibi birden fazla kaynağı beraber ele alan Graves ve Whitney [24], Faaland vd. [25], Falkenauer [26], Pinnoi ve Wilhelm [27], Nicosia vd. [28], Bukchin ve Rubinovitz [29], Amen [30] çalışmalarına da rastlamak mümkündür.

Pinnoi ve Wilhelm [31] kaynakların sınırlı olduğu varsayımıyla kaynak kısıtını dikkate almıştır. Ağpak ve Gökçen [2] kaynak kısıtlı MHD problemini tanımlamışlardır. Çalışmalarında belirli bir istasyon sayısı kısıtı altında kaynak sayısını en küçükleyecek 0-1 tamsayı matematiksel programlama modeli geliştirmişlerdir. Tüm görevler sadece bir kaynak tarafından yapılması durumu için düşünülmüş ve çalışmalarının sonunda kaynakların sınırlı olma olasılığında bahsetmişlerdir. Corominas vd. [3] ise Ağpak ve Gökçen [2]'nin tek kaynak kullanma durumunu genelleştirmiş ve bir görevin yapılabilmesi için alternatif ve eş zamanlı kaynak ihtiyacı durumu ele alınmıştır. Corominas vd. [3] ve Ağpak ve Gökçen [2] önerdikleri matematiksel modeller geleneksel (düz) montaj hatlarının kaynak kısıtı altında dengelenmesi için düşünülmüştür.

Yapılan literatür araştırmasında çift taraflı montaj hatları için genelleştirilmiş kaynak kısıtlı MHD çalışmasına rastlanılmamıştır. Bu nedenle bu çalışmada çift taraflı montaj hatlarını dengeleme problemi çok amaçlı durum için genelleştirilmiş kaynak kısıtı dikkate alınarak incelenmiş ve yeni bir matematiksel model sunularak hesaplama analizleri yapılmıştır. Sunulan model ile çift taraflı montaj hattı farklı amaç fonksiyonları dikkate alınarak dengelenebilecektir. Corominas vd. [3] düz montaj hatları için geliştirdiği genelleştirilmiş kaynak kısıtlı yaklaşım, Ağpak vd. [23] modeli kullanılarak çok amaçlı olarak düşünülüp çift taraflı montaj hatlarına uyarlanmıştır.

Çalışmanın 2.bölümde genelleştirilmiş kaynak kısıtlı çift taraflı MHD için bir matematiksel model ve farklı amaç fonksiyonları sunulmuştur. 3. bölümde hesaplama analizleri ve son kısımda ise sonuç ve öneriler bulunmaktadır.

2. KAYNAK KISITLI ÇİFT-TARAFLI MONTAJ HATTI DENGELEME PROBLEMİ (RESOURCE CONSTRAINED TWO SIDED ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM)

ÇMHD problemi ile ilgili günümüze kadar birçok matematiksel ve sezgisel yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntemler, genellikle kaynakların sınırsız olduğu varsayımına çözüm geliştirmişlerdir. Bu çalışmada genelleştirilmiş kaynak kısıtlı ÇMHD problemi için bir model sunulmuştur. Probleme kullanılacak olan genelleştirilmiş kaynak kısıtları Corominas vd.[3] olduğu gibi birleştirici ve ayırıcı normal form olarak iki ana yapı altında modellenmişlerdir.

2.1. Birleştirici ve Ayırıcı Normal Form (Conjunctive and Disjunctive (CNF and DNF) normal form)

Birleştirici ve ayırıcı normal form (CNF ve DNF) mantıksal “ve” ve “veya”nın özel yazım formudur. Temel önerme β kaynak ünitesi çiftini tanımlıyor olsun. λ da birden fazla β 'nin birleştirici (\wedge) veya ayırıcı (\vee) kümesini tanımlıyor olsun. Bu durumda $\lambda_1 \equiv (\beta_1 \wedge \beta_2)$ veya $\lambda_2 \equiv (\beta_3 \vee \beta_4)$, buradaki birleştirici (conjunction) eş zamanlı olarak kaynak ihtiyacını gösterirken, ayırıcı (discunjunction) ise alternatif kaynak gereksinimini temsil etmektedir. Örneğin i görevinin yapılabilmesi için $2A \wedge (B \vee 5C)$ şeklinde bir kaynak ihtiyacı olduğunu varsayıldığında, bu görevin yapılabilmesi için A dan 2 ünite ve B den 1 ünite veya C den 5 ünite kaynak gereksiniminin olduğunu gösterir. Bu cümle aynı zamanda birleştirici normal form olarak kabul edilebilir. Burada cümleler ve (\wedge) bağlacı ile birbirine bağlı. Bunu $(2A \wedge B) \vee (2A \wedge 5C)$ ayırıcı normal formu için düzenlediğimizde ise, i görevinin yapılabilmesi için A dan 2 ünite ve B den 1 ünite veya A dan 2 ünite ve C den 5 ünite ile yapılabilir anlamını ifade eder (alternatif kaynak durumu). Alternatif kaynak ihtiyacı durumunda ise cümleler birbirine veya ile bağlıdır. Kaynaklar birleştirici veya ayırıcı normal form biçiminde yazıldığında, bir görevi yapmak için gerekli olan kaynak ihtiyacı genelleştirilmiş olur [3]. Genelleştirilmiş kaynak kısıtlı çift taraflı MHD problemi için gerekli kaynak ihtiyacı yukarıdaki şekilde tanımlanmış özel formlardan alınacaktır.

2.2. Matematiksel Model (Mathematical Model)

Matematiksel model geliştirilirken kaynak ihtiyaçları birleştirici ve ayırıcı normal form olarak düzenlenmiştir. Corominas vd. [3] çalışmasında CNF iki farklı şekilde modellenmiştir. Aynı şekilde bu çalışmada da CNF iki farklı yapıda modellenmiş ve CNF1 ve CNF2 olarak adlandırılmış ve çift taraflı montaj hatlarına uyarlanmış kaynak kısıtları ayrı başlıklar altında aşağıda sunulmuştur.

CNF1 için kaynak kısıtları

Buradaki matematiksel model de kullanılacak kaynaklar birleştirici normal formu şeklinde tanımlı olan mantıksal dizilimden alınacaktır.

$$\sum_{r \setminus \alpha_{rpi} \geq 0} q_{c_{rpi}} \leq \pi_{pi} - 1 \quad \forall i \in I, r \in R, p \in P \quad (1)$$

$$\alpha_{rpi} \cdot X_{iks} \leq Y_{rks} + \alpha_{rpi} \cdot q_{c_{rpi}} \quad \forall i \in I, r \in R, p \in P, k \in K, s \in S \text{ ve } \forall r \setminus \alpha_{rpi} > 0 \quad (2)$$

1. eşitsizlikte en az bir tane (görev i 'nin p cümlesinin mantıksal dizilimindeki) $q_{c_{rpi}}$ sifıra eşit olması gerekir. Bu p cümlesindeki en az bir r kaynağının kullanılacağını gösterir. Eşitsizlik 2 de eğer görev “ i ” “ k ” istasyonun s tarafına atanmışsa ($X_{iks} = 1$) ve $q_{c_{rpi}} = 0$ ise r kaynağında k istasyonun s tarafına

atanan miktar (Y_{rks})'ın i görevinin ilgili kaynaktan kullandığı miktardan (α_{rpi}) büyük veya eşit olmasını garanti eder.

CNF2 için kaynak kısıtları

CNF2 modelinde kaynakların dizilimi yine CNF şeklinde dizilidir. Burada kullanılan kaynak kısıtları CNF1'e alternatif olarak geliştirilmiştir [3].

$$X_{iks} \leq \sum_{r \setminus \alpha_{rpi} > 0} V_{r, \alpha_{rpi}, k, s} \quad \forall i, p, k, s, r \text{ için} \quad (3)$$

$$V_{r, q, k, s} \leq V_{r, q-1, k, s} \quad \forall (p = 1 \dots L_i; \forall r \setminus \alpha_{rpi} > 1; 2 \leq q \leq \alpha_{rpi}; k \text{ ve } s) \text{ için} \quad (4)$$

Eşitsizlik 3'te eğer i görevi k istasyonun s tarafına atanmışsa ($X_{iks} = 1$), i görevinin mantıksal dizilimindeki p cümlesi için, en az bir tane r tipli kaynağın k istasyonun s tarafına atanması gerekir (i görevinin yapılabilmesi için ihtiyaç duyulan kaynak (α_{rpi})). Eşitsizlik 4 de ise ikili değişken V_{rqks} değerinin tutarlı olmasını yani $q=1$ 'den $q=\alpha_{rpi}$ kadar tüm V_{rqks} 'lerin 1 değerini almasını sağlar.

DNF için kaynak kısıtları

Bu model de kaynak ihtiyaçları DNF biçiminde düzenlenmiştir. Burada kullanılacak kaynaklar "veya" ile birbirine bağlıdır ve alternatif kaynak durumunu ifade eder.

$$\alpha_{rpi} \cdot X_{iks} \leq Y_{rks} + \alpha_{rpi} \cdot qd_{pi} \quad \forall i \in I, r \in R, p \in P, k \in K, s \in S \text{ ve } \forall r \setminus \alpha_{rpi} > 0 \quad (5)$$

$$\sum_{p=1}^{C_i} qd_{pi} \leq L_i - 1 \quad \forall p \text{ ve } i \text{ için} \quad (6)$$

Eşitsizlik 5 Eşitsizlik 2 ile aynı yapıdadır. Buradaki qd_{pi} , qc_{rpi} 'den farklı olarak her bir cümleyi temsil etmekte ve sağlanan cümle için "0" değerini almaktadır. Eşitsizlik 6 da RL_i mantıksal ifadesinde en az bir tane değişken qd_{pi} sifıra eşit olması gerektiğini tanımlar.

Tüm modellerde ortak olan kısıtlar ise aşağıda sunulmuştur.

Atama kısıtı

$$\sum_{k=1}^K \sum_{s \in \text{tarafi}} X_{iks} = 1 \quad \forall i = 1 \dots I \text{ için} \quad (7)$$

Çevrim zamanı kısıtı

$$\sum_{i \in \text{sides}} t_i \cdot X_{iks} \leq C \cdot St_{ks} \quad \forall k = 1 \dots K \text{ ve } s \in S \quad (8)$$

Öncelik ilişkileri kısıtı

$$\sum_{g \in K} \sum_{s \in \text{tarafi}} g \cdot X_{jgs} - \sum_{k \in K} \sum_{s \in \text{tarafi}} k \cdot X_{iks} \leq 0 \quad \forall (j, i) \in \text{ipred} \quad (9)$$

Eşitlik 7 atama kısıtıdır, her bir görevin sadece bir tane bir istasyona atanmasını sağlar. Eşitsizlik 8 çevrim zamanı kısıtıdır, bir istasyona atanan görevlerin performans zamanları toplamı çevrim zamanını geçemez. Eşitsizlik 9 ise öncelik ilişkileri kısıtıdır, görevler arasındaki bütün öncelik ilişkilerini sağlanmasını garanti eder.

Sıralama kısıtları

$$tt_j - tt_i + M \cdot \sum_{k=1}^K \left(\sum_{s=1, s \in \text{tarafi}}^2 (K - k + 1) \cdot X_{iks} - \sum_{s=1, s \in \text{tarafi}}^2 (K - k + 1) \cdot X_{jks} \right) \geq t_i \quad \forall (i, j) \in \text{ipred} \quad (10)$$

$$tt_j - tt_i + M \cdot \sum_{k=1}^K \left(\sum_{s \in \text{tarafi}} ((k-1) \cdot 2 + s) \cdot X_{jks} - \sum_{s \in \text{tarafi}} ((k-1) \cdot 2 + s) \cdot X_{iks} \right) + M \cdot 2 \cdot U_{ij} \geq t_i \quad \forall (i, j) \text{ için, } i < j, (i, j) \notin \text{pred}, (\text{tarafi}_i \cap \text{tarafi}_j) \neq \emptyset \quad (11)$$

$$tt_i - tt_j + M \cdot \sum_{k=1}^K \left(\sum_{s \in \text{tarafi}} ((k-1) \cdot 2 + s) \cdot X_{jks} - \sum_{s \in \text{tarafi}} ((k-1) \cdot 2 + s) \cdot X_{iks} \right) + M \cdot 2 \cdot (1 - U_{ij}) \geq t_j \quad \forall (i, j) \text{ için, } i < j, (i, j) \notin \text{pred}, (\text{tarafi}_i \cap \text{tarafi}_j) \neq \emptyset \quad (12)$$

$$tt_i + t_i \leq C \quad \forall i \in I \text{ için} \quad (13)$$

Eşitsizlik 10, 11 ve 12 sıralama kısıtlarıdır, çift taraflı montaj hatlarında görevler atanırken pozisyonlardaki görevler sıralı olması gerekir. Çünkü iki görev arasında öncelik ilişkileri bakımından aynı pozisyonun farklı taraflara atanma durumu söz konusu olabilir. Bu yüzden herhangi bir pozisyondaki sol veya sağ tarafa atanan görevlerin sıralı olmasını garanti eder. Eşitsizlik 13 kısıtı her bir görevin tamamlanma süresi çevrim zamanından küçük olmasını sağlamaktadır.

Pozisyon kısıtları

$$\sum_{s=1}^2 St_{ks} - 2 \cdot N_k \leq 0 \quad \forall k = 1 \dots K \quad (14)$$

$$N_k - \sum_{s=1}^2 St_{ks} \leq 0 \quad \forall k = 1 \dots K \quad (15)$$

Eşitsizlik 14 ve 15 ise pozisyon kısıtlarıdır ve iki kısıt birlikte ilgili pozisyonda herhangi bir istasyon açılırsa pozisyon değişkenin 1 değerini almasını sağlar.

Amaç fonksiyonları

Bu çalışmada 3 farklı amaç fonksiyonu geliştirilmiştir. Bunlar kaynak maliyetinin, istasyon maliyetinin ve pozisyon sayısının en küçüklenmesidir. İstasyon sayısı ile pozisyon sayısı arasındaki etkileşim Ağpak vd. [23]'de test problemleri üzerinde gösterilmiştir. Kaynak maliyeti ile istasyon ve pozisyon sayısı arasında da etkileşim mevcut olabilir. Bu nedenle modeller çift taraflı montaj hatlarının yapısına uygun olarak karar vericiye farklı alternatifler sunulabilmesi için çok amaçlı olarak düşünülmüştür.

Amaç fonksiyonu: kaynak maliyeti minimizasyonu

$$\text{Min} \sum_{r=1}^R \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^2 CR_r \cdot Y_{rks} \quad (16)$$

2.Amaç fonksiyonu: istasyon maliyeti minimizasyonu

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^2 Cs \cdot St_{ks} \quad (17)$$

3.Amaç fonksiyonu: pozisyon sayısı minimizasyonu

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K N_k \quad (18)$$

CNF2 modeli için 1.amaç fonksiyonu: kaynak maliyeti minimizasyonu

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^2 \sum_{r=1}^R \sum_{q=1}^2 CR_r \cdot V_{rqks} \quad (19)$$

2.3. Örnek Problem (Illustrative example)

Kim vd.[12]'den alınmış 12 görevli örnek bir problem kaynak ihtiyaçları da eklenerek önerilen matematiksel model ile çözülmüştür. Problem ile ilgili veriler Tablo1 de sunulmuş ve çevrim zamanı 5 olarak alınmıştır.

Tablo 1. Örnek problem için veriler (Data of the example problem)

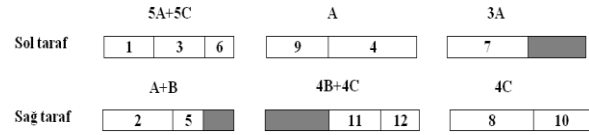
G.	H.Ö.	O.T.	O.Z.	CNF Formunda Kaynak İhtiyacı
1	-	L	2	$(2A \vee B) \wedge (2A \vee 2C)$
2	-	R	3	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
3	-	E	2	$(5A) \wedge (2B \vee 4C)$
4	1	L	3	$(A \vee 5B) \wedge (A \vee C)$
5	2	E	1	$(A \vee 5C) \wedge (B \vee 5C)$
6	3	L	1	$(4A \vee 4B) \wedge (5C)$
7	4,5	E	3	$(3A \vee 3B) \wedge (3A \vee 5C)$
8	5	R	3	$(5A \vee 4C) \wedge (5B \vee 4C)$
9	5,6	E	2	$(A \vee 3B) \wedge (A \vee 3C)$
10	7,8	E	2	$(A \vee 4C) \wedge (5B \vee 4C)$
11	9	E	2	$(5A \vee 2B) \wedge (3C)$
12	11	R	1	$(4A \vee 4B) \wedge (4C)$

L:Sol, R:Sağ, E: her iki taraf ** kaynak maliyetleri A=10 Br., B=8 Br., C=12 Br.

(G=Görev, H.Ö.=Hemen Öncüller, O.T.=Operasyon Tarafı, O.Z.=Operasyon Zamanı)

Tablo 1 de görüldüğü gibi örneğin 3. görevin yapılabilmesi için gerekli kaynak miktarı A dan 5 ve B'den 2 veya C'den 4 birim gereklidir. İki farklı amaç sırası için hat dengelenmiştir. Bunlardan ilki kaynak maliyeti, istasyon ve pozisyon sayısı (KIP), diğeri ise istasyon sayısı, pozisyon sayısı ve kaynak maliyeti (IPK) şeklindedir.

Amaç sırası KIP için elde edilen hat dengesi ve kaynak maliyeti aşağıdaki gibidir.

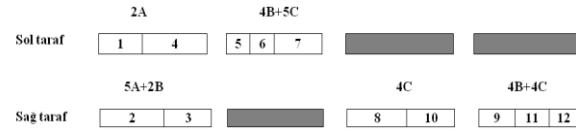


Şekil 2. KIP amaç sırasına göre çift taraflı montaj hattı dengesi

(Two sided assembly line balance according to resource cost, number of station and position objective sequence)

Şekil 2 deki hat dengesine göre 6 istasyon, 3 pozisyon da açılmıştır. Toplam kaynak maliyetimiz, $10A+5B+13C$, 296 Br olacaktır.

Amaç sırası IPK için elde edeceğimiz hat dengesi ve kaynak maliyeti aşağıdaki gibidir.



Şekil 3. IPK sırasına göre çift taraflı montaj hattı dengesi

(Two sided assembly line balance according to number of station, number of position and resource cost objective sequence)

Şekil 3 de IPK sırasına göre hat dengelendiğinde ise, 4 pozisyon da 5 tane istasyon açılmıştır. Buradaki kaynak maliyetini hesapladığımızda 306 Br olacaktır. Örnekte görüldüğü gibi 1.durumda (KIP amaç sırasına göre) açılan istasyon sayısı 2.duruma göre daha fazla olmasına rağmen, toplam kaynak maliyeti daha küçük çıkmıştır. IPK amaç sırası için istasyon sayısı azalmış fakat pozisyon ve kaynak maliyeti artmıştır. Şekil 3'ten de görüldüğü gibi hattın son iki pozisyonunda istasyonlar tek tarafta açılmıştır. Bu durumda istasyon sayısı, pozisyon sayısı ve kaynak maliyeti arasında bir etkileşim olduğu gözlemlenmiştir.

3. HESAPLAMA ANALİZLERİ (COMPUTATIONAL ANALYSIS)

Hesaplama analizlerinde birden fazla amaç gözetilerek 3 model test edilmiştir. Görevler için hangi kaynaktan kaç tane kullanılacağı 1-5 arasında rastgele seçilmiştir. Buna göre problem girdileri şunlardır:

- Çözüm zamanı 3600 saniye ile sınırlandırılmıştır.

- Test problemleri T9, T12, T24, T65 Kim vd. [12]'den ve T16 Lee vd. [13]'den alınmıştır.
- İstasyon sayısı üst limiti olarak kaynak kısıtsız optimal istasyon sayısı +2 alınmıştır.
- İstasyon açma maliyeti her bir istasyon için eşit ve 10 birim olarak, kaynak maliyetleri ise A için 10 birim B için 8 birim C için 12 birim olarak alınmıştır.
- Kaynakların mantıksal ifadesi ve miktarları test problemleri için rastgele seçilmiştir.
- Görevlerin yapılabilmesi için gerekli kaynakların RL_i deki dizimleri modellenin tipine göre yeniden dizilmiştir. Örneğin T12 için $RL_5 = (A \wedge B) \vee 5C$ şeklinde dizili olan kaynak ihtiyacı CNF1 ve CNF2 modelleri için $RL_5 = (A \vee 5C) \wedge (B \vee 5C)$ olacak şekilde dağıtılmıştır.
- Önerilen matematiksel modeller tüm test problemleri için GAMS/CPLEX -12 Intel Xeon 4 Çekirdek 2.40 GHz çift işlemci ve 8.00 GB bellek bilgisayar ile çözülmüştür.

Matematiksel modeller 3 farklı amaç için çalıştırılmış, her bir amaç için bulunan sonuç diğerinin çözümünde kısıt olarak eklenmiştir. Üç amaç 6 farklı şekilde sıralanmıştır. Bu sıralamalar kaynak maliyeti, istasyon sayısı ve pozisyon sayısının baş harfleri kullanılarak KPI, KIP, IPK, IKP, PKI, PIK kısaltmalarıyla temsil edilmiştir. 3 kaynaklı (A,B ve C kaynağı) durum için kaynak maliyeti, açılan istasyon ve pozisyon sayıları Tablo 2 de verilmiştir.

Tablo 2. 3 kaynak durumunda tüm amaç sıralamaları için test sonuçları (For all objective sequences, test results in case of 3 resources)

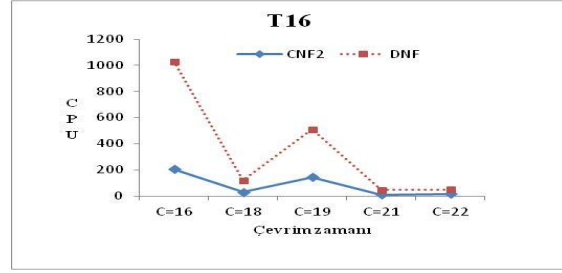
Problem		KPI	KIP	IPK	IKP	PKI	PIK	Problem		KPI	KIP	IPK	IKP	PKI	PIK
T9_C5	KAYNAK M.	218	218	236	218	236	236	T16_C18	KAYNAK M.	338	338	346	346	360	360
	İSTASYON S.	4	4	4	4	4	4		İSTASYON S.	7	7	5	5	6	6
	POZİSYON S.	3	3	2	3	2	2		POZİSYON S.	5	5	4	4	3	3
	TOPLAM M.	258	258	276	258	276	276		TOPLAM M.	408	408	396	396	420	420
T9_C6	KAYNAK M.	200	200	200	200	200	200	T16_C19	KAYNAK M.	326	326	348	334	348	348
	İSTASYON S.	3	3	3	3	3	3		İSTASYON S.	6	6	5	5	5	5
	POZİSYON S.	2	2	2	2	2	2		POZİSYON S.	5	5	3	4	3	3
	TOPLAM M.	230	230	230	230	230	230		TOPLAM M.	386	386	398	384	398	398
T12_C5	KAYNAK M.	296	296	306	306	296	296	T16_C21	KAYNAK M.	312	312	320	320	318	318
	İSTASYON S.	6	6	5	5	6	6		İSTASYON S.	5	5	4	4	5	5
	POZİSYON S.	3	3	4	4	3	3		POZİSYON S.	4	4	4	4	3	3
	TOPLAM M.	356	356	356	356	356	356		TOPLAM M.	362	362	360	360	368	368
T12_C6	KAYNAK M.	268	268	268	268	268	268	T16_C22	KAYNAK M.	298	298	300	300	300	300
	İSTASYON S.	5	5	5	5	5	5		İSTASYON S.	5	5	4	4	4	4
	POZİSYON S.	3	3	3	3	3	3		POZİSYON S.	4	4	2	2	2	2
	TOPLAM M.	318	318	318	318	318	318		TOPLAM M.	348	348	340	340	340	340
T12_C7	KAYNAK M.	248	248	304	248	304	304	T24_C30	KAYNAK M.	326	326	326	326	326	326
	İSTASYON S.	4	4	4	4	4	4		İSTASYON S.	5	5	5	5	5	5
	POZİSYON S.	4	4	2	4	2	2		POZİSYON S.	3	3	3	3	3	3
	TOPLAM M.	288	288	344	288	344	344		TOPLAM M.	376	376	376	376	376	376
T12_C8	KAYNAK M.	220	220	228	220	228	228	T24_C35	KAYNAK M.	276	276	276	276	276	276
	İSTASYON S.	4	4	4	4	4	4		İSTASYON S.	4	4	4	4	4	4
	POZİSYON S.	3	3	2	3	2	2		POZİSYON S.	2	2	2	2	2	2
	TOPLAM M.	260	260	268	260	268	268		TOPLAM M.	316	316	316	316	316	316
T16_C16	KAYNAK M.	368	368	400	368	400	400	T24_C40	KAYNAK M.	276	276	276	276	276	276
	İSTASYON S.	6	6	6	6	6	6		İSTASYON S.	4	4	4	4	4	4
	POZİSYON S.	4	4	3	4	3	3		POZİSYON S.	2	2	2	2	2	2
	TOPLAM M.	428	428	460	428	460	460		TOPLAM M.	316	316	316	316	316	316

Tablo 2 de problem sütununun da yer alan “T” görev sayılarını ve “C” ise çevrim zamanlarını temsil etmektedir. Tablo 2 deki değerler üç kaynak kullanma durumu için ele alınmıştır. DNF modeli ile T16_C16 test problemi KPI ve KIP amaç sıralarında optimal çözüme ulaşamamışken, Tablo 2 de verilen diğer tüm problemlerin farklı amaç sıralamalarında 3 model ile de optimal sonuç bulunmuştur. Buradaki değerler üç model için (CNF1, CNF2 ve DNF) aynıdır.

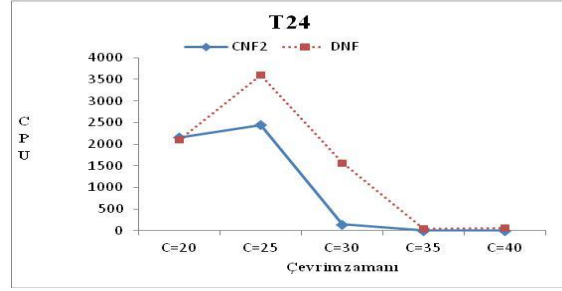
Genel itibariyle pozisyon veya istasyon sayısı azaltıldığında kaynak maliyetinin arttığı görülmüştür. T12_C5 örneğini incelediğimiz de amaç sıralaması KPI veya KIP için kaynak maliyeti 296 Br, 6 istasyon, 3 pozisyon açılmakta ve toplam maliyet de 356 Br olmaktadır. Aynı örneğe IPK veya IKP sıralaması için incelediğimiz de ise kaynak maliyeti 306 Br’e çıkmakta 5 istasyon, 4 pozisyon açılmakta ve toplam maliyeti 356 Br olarak aynı kalmaktadır. Yani istasyon sayısı azaltıldığında kaynak maliyeti ve pozisyon sayısı artmıştır (toplam maliyet aynı). Buradan da kaynak maliyeti ile istasyon ve pozisyon sayıları arasında bir etkileşimin olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 2’den tüm sonuçları beraber incelediğimizde KPI ve KIP amaç sıralamasının problemlerin tamamı için aynı çözümü bulduğu görülmektedir. Başta kaynak maliyetini minimum yapacak olan amaç sıralamasının (KIP, KPI) alınması durumunda, devamında gelecek olan istasyon veya pozisyon sayısının minimize edecek amacın gelmesinin sonuçlar üzerinde bir etkisinin olmadığı kuralı çıkarılabilir. Benzer şekilde başta pozisyon sayısını minimum yapacak olan amaç sıralamasının (PKI, PIK) getirilmesi durumunda da devamında gelecek olan kaynak maliyeti veya istasyon sayısını minimize edecek olan amacın getirilmesi sonuçlar üzerinde etkisi yoktur. Genel olarak kaynak maliyeti başta olduğu zaman istasyon sayısı-pozisyon sayısı sıralamasının ve pozisyon başta olduğu zaman da istasyon sayısı-kaynak maliyeti sıralamasının çözülen test problemlerinde sonuç üzerinde bir etkisinin olmadığı görülmüştür.

Bu çalışmada kullanıcıya çeşitli alternatif durumlar sunulmuştur. Örneğin eğer kaynak maliyetimizin az olması isteniliyorsa ve kaynaklar sınırlı ise KIP veya KPI amaç sırasının alınmasının karar verici için isabetli olacağı, diğer taraftan daha az istasyon ile çalışılmak isteniliyorsa da istasyon sayısını başta minimum yapan (IPK veya IKP) amaç sıralamasının alınması isabetli olacaktır.



Şekil 4: 16 görevli CNF2 ve DNF modelleri için CPU zamanları (CPU times of CNF2 and DNF models with 16 tasks)



Şekil 5: 24 görevli CNF2 ve DNF modelleri için CPU zamanları (CPU times of CNF2 and DNF models with 24 tasks)

Şekil 4 ve 5’teki grafikler CNF2 modeli ile DNF modelinin işlem zamanları grafiği göstermektedir. İki grafikte aynı çevrim zamanında ortalama CPU zamanlarını karşılaştırılmıştır. Tüm amaç sıralamalarından elde edilen işlem zamanları toplam ortalama alınmış ve bu şekilde karşılaştırma yapılmıştır. Sonuçlar 3 kaynak kullanma durumu için elde edilmiştir. İki grafikten de çevrim zamanı arttığında genel olarak CPU zamanları azaldığı ve CNF2 modelinin DNF modelinden daha hızlı çalıştığı görülmektedir. Örneğin T16 görevli çevrim zamanı C=16 olan test problemine baktığımızda DNF modelinin çözüm için tüm amaç sıralamalarının ortalama işlem zamanı 1000 saniyenin üstündeyken, CNF2 modeli aynı problemi ortalama 200 saniye de optimal çözüm bulmuştur.

Sonuç olarak optimal çözüm veren T9, T12 T16 ve T24 test problemlerinde CNF2 modelinin DNF den daha hızlı çözüm verdiği tespit edilmiştir.

4. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada genelleştirilmiş kaynak kısıtlı çift taraflı MHD probleminin çözümüne yönelik bir matematiksel model sunulmuştur. Farklı durumlar için 3 amaç fonksiyonu geliştirilmiş ve bu amaç fonksiyonlarının etkileşimleri test problemleri üzerinde analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre

amaç sıralamasının çözüm üzerinde etkili olduğu görülmüş ve problemin çok amaçlı olarak incelenmesi gerekliliği ortaya konmuştur. Analizlerden amaç sıralamasının (kaynak maliyeti, istasyon ve pozisyon sayısı) hangi sıralamanın seçileceği karar vericinin tercihine bırakılmıştır.

Bu çalışmada leksikografik optimizasyon yöntemi kullanılmıştır. İleriki çalışmalarda ağırlıklandırma yaklaşımı gibi farklı yaklaşımlar denenebilir. Aynı zamanda bu çalışmada kaynak miktarı sınırlandırılmamıştır. Fakat basitçe her bir kaynak için

$$\sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^2 Y_{rks} \leq \text{Kaynak miktarı}$$

kısıtı ile kullanılan kaynak miktarı sınırlandırılabilir. Veya kaynak miktarının belirli bir değerden sapmaları kısıtlara eklenecek sapma değişkenlerinin en küçüklenmesi yani amaç programlama yaklaşımı ile sağlanabilir.

Yapılan çalışmada en büyük 24 görevli test problemleri makul zamanda çözülebilmektedir. Fakat yapılan testlerde 65 görevli problemlerde optimal çözüme ulaşılamamıştır. Bu nedenle büyük boyutlu problemler için sezgisel ve meta-sezgisel algoritmaların geliştirilmesi bir ihtiyaçtır, yine büyük boyutlu problemler için dal-sınır ve dinamik algoritma temelli yaklaşımlar ile etkin sonuçlar elde edilebilir.

SEMBOLLER (SYMBOLS)

İndisler

i, j	Görev $i=1 \dots I$; $j=1 \dots J$
k, g	İstasyon $k=1 \dots K$; $g=1 \dots K$
r	Kaynak tipi
s	Hattın operasyon tarafı
p	Cümle (clause)
c	Çevrim zamanı
q	Kaynak ünitesi miktarı

Parametreler

t_i	Görev i 'nin operasyon süresi $i=1 \dots I$
CR_r	Bir birim r kaynağının maliyeti
C_s	İstasyon açma maliyeti
π_{pi}	Görev i 'nin $\alpha_{rpi} > 0$ olduğu durum için p cümlesindeki kaynak tipi sayısı ($p=1 \dots L_i$; $i=1 \dots I$)
α_{rpi}	Görev i için p cümlesindeki r tipli kaynak ünitesi miktarı ($r=1 \dots R$; $p=1 \dots L_i$; $i=1 \dots I$)
L_i	Görev i 'nin mantıksal ifadesindeki cümle sayısı ($p=1 \dots L_i$)
tt_i	Görev i 'nin başlama zamanı (pozitif değişken)
Y_{rks}	İstasyon k 'nin taraf s 'ye atanan r tipindeki kaynağın miktarı
RL_i	Görev i 'nin CNF veya DNF deki mantıksal dizilimi
$M, M2$	Pozitif büyük sayılar
$taraf_i$	Görev i 'nin atanabileceği operasyon tarafı kümesi.

sıralamalarının değişmesi sonucunda elde edilen değerler ile karar verici için alternatif durumlar sunulmuştur. Birbirini etkileyen üç farklı amaç $taraf_s$ Taraf s 'ye atanabilir görevler kümesi
 $IPred$ Görev i 'nin hemen öncüller kümesi.
 $Pred$ Görev i 'nin tüm öncüller kümesi

Karar Değişkenleri

X_{iks}	1, i görevi k istasyonun s tarafına atanmışsa; 0 aksi halde
qc_{rpi}	0, Eğer CNF mantıksal dizilimindeki i görevinin p cümlesindeki r kaynak tipli temel önermesi gerçekleşmişse ($i=1 \dots I$; $p=1 \dots L_i$; $r/\alpha_{rpi} > 0$)
qd_{pt}	0, Eğer DNF deki i görevinin p cümlesinin temel önermesi gerçekleşmişse ($i=1 \dots I$; $p=1 \dots L_i$)
V_{rqks}	1, r tipli q kaynak ünitesi k istasyonunu s tarafına atanmışsa, 0 aksi halde
St_{ks}	1, k istasyonun s tarafı açılmışsa; 0 aksi halde
N_k	1, herhangi bir k istasyonunda bir taraf açılmışsa; 0 aksi halde
U_{ij}	0-1 indikatör değişkeni

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Becker, C., Scholl, A., "A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing", **European Journal of Operational Research** 168, 694–715, 2006.
2. Ağpak, K., Gökçen H., "Assembly line balancing: Two resource constrained case" **International Journal of Production Economics**, 96, 129–140, 2005.
3. Corominas A., Ferrer L., Pastor R., "Assembly line balancing: general resource- constrained case", **International Journal of Production Research**, 49 (12), 3527-3542, 2010.
4. H.D. Purnomo, H.M. Wee, H. Rau., "Two-sided assembly lines balancing with assignment restrictions", **Mathematical and Computer Modeling**, 57(1-2), 189-199, 2011.
5. Scholl, A., **Balancing and sequencing of assembly lines**, second ed. Physica, Heidelberg, 1999.
6. Salvesson, M.E., "The assembly line balancing problem", **The Journal of Industrial Engineering**, 6 (3), 18-25, 1955.
7. Erel, E., Sarin, S.C., "A survey of the assembly line balancing procedures", **Production Planning and Control**, 9, 414–434, 1998.
8. Rekiek, B., vd., "State art of optimization methods for assembly line design", **Annual Reviews in Control**, 26 (2), 163–174, 2002.
9. Scholl, A., Becker, C., "State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing", **European Journal of Operational Research**, 168, 666– 693, 2006.
10. Boysen, N., Flidner, M., and Scholl, A., "Classification for assembly line balancing

- problems”, **European Journal of Operational Research**, 183 (2), 674–693, 2007.
11. Bartholdi, J.J., “Balancing two-sided assembly lines: A case study”, **International Journal of Production Research**, 31, 2447–2461, 1993.
 12. Kim, Y. K., Kim, Y., Kim, Y. J., “Two-sided assembly line balancing, a genetic algorithm approach”, **Production Planning and Control**, 11, 44–53, 2000.
 13. Lee, T.O., Kim, Y., Kim, Y.K., ” Two-sided assembly line balancing to maximize work relatedness and slackness”, **Computers and Industrial Engineering**, 40, 273–292, 2001.
 14. Lapiere, S.D., Ruiz, A.B., “Balancing assembly lines: An industrial case study”, **Journal of the Operational Research Society**, 55, 589-597, 2004
 15. Baykasoğlu, A., Dereli, T., “Two-sided assembly line balancing using an ant-colony-based heuristic”, **International Journal of Advanced Manufacturing Technology** 36, 582–588, 2008.
 16. Hu, X.-F., Wu, E.-W., Jin, Y.,” A station-oriented enumerative algorithm for two-sided assembly line balancing”, **European Journal of Operational Research** 186, 435–440, 2008.
 17. Wu, E.-F., Jin, Y., Bao, J.-S., Hu, X.-F., ”A branch-and-bound algorithm for two-sided assembly line balancing”, **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 39, 1009–1015, 2008.
 18. Kim, Y.K., Song, W.S., Kim, J.H., “A mathematical model and a genetic algorithm for two-sided assembly line balancing”, **Computers and Operations Research**, 36 (3), 853-865, 2009.
 19. Simaria, A.S., Vilarinho, P.M., “2-ANTBAL: An ant colony optimisation algorithm for balancing two-sided assembly lines”, **Computers and Industrial Engineering**, 56 (2), 489-506, 2009.
 20. Becker, C., Scholl, A., “Balancing assembly lines with variable parallel workplaces: Problem definition and effective solution procedure”, **European Journal of Operational Research**, 199 (2), 359-374, 2009.
 21. Özcan, U., Toklu, B., “Balancing of mixed-model two-sided assembly lines”, **Computers and Industrial Engineering**, 57(1), 217-227, 2009.
 22. Özcan, U., Gökçen, H., Toklu, B., “Balancing parallel two-sided assembly lines”, **International Journal of Production Research**, 48(16), 4767-4784, 2009.
 23. Ağpak, K., Yegul, M. F., Gökçen, H., “Two-sided U-type assembly line balancing problem”, **International Journal of Production Research**, 50(18), 5035-5047, 2011.
 24. Graves, S.C. and Whitney, D.E., “A mathematical programming procedure for equipment selection and system evaluation in programmable assembly”. **Proceedings of the IEEE decision and control**, 12–14 December, Ft. Lauderdale, FL. DOI:10.1109/CDC.1979.270236, 531–536.
 25. Faaland, B.H., vd., “Assembly line balancing with resource dependent task times”, **Decision Sciences**, 23 (2), 343–364, 1992.
 26. Falkenauer, E., “A grouping genetic algorithm for line balancing with resource dependent task times”, **Proceedings of the 4th international conference on neural information processing**, 24–28 November, Dunedin, New Zealand. Rockville, MD: Computer Science Press, 464–468. 1997.
 27. Pinnoi, A., Wilhelm, W.E.” Assembly system design: A branch and cut approach”, **Management Science**, 44 (1), 103–118, 1998.
 28. Nicosia, G., Pacciarelli, D., Pacifici, A., “Optimally balancing assembly lines with different workstations”. **Discrete Applied Mathematics**, 118 (1–2), 99–113, 2002
 29. Bukchin, J., Rubinovitz, J., “A weighted approach for assembly line design with station paralleling and equipment selection”, **IIE Transactions**, 35 (1), 73–85, 2003.
 30. Amen, M.” Cost-oriented assembly line balancing: Model formulations, solution difficulty, upper and lower bounds”, **European Journal of Operational Research**, 168 (3), 747–770, 2006.
 31. Pinnoi, A., Wilhelm, W.E., “A family of hierarchical models for assembly system design”, **International Journal of Production Research**, 35 (1), 253–280, 1997.

