



MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ANALİZ DERSİ AKADEMİK BAŞARILARI İLE MATEMATİKSEL MODELLEME YAKLAŞIMLARI ARASINDAKİ İLİŞKİ

THE RELATIONSHIP BETWEEN PRE-SERVICE MATHEMATICS
TEACHERS' ACADEMIC ACHIEVEMENTS IN CALCULUS AND
THEIR MATHEMATICAL MODELLING APPROACHES

Esra BUKOVA GÜZEL* **Işıkhan UĞUREL****

ÖZET: *Bu çalışmanın amacı, ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının Analiz-I dersindeki akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişkileri incelemektir. Özel durum çalışması niteliğindeki bu çalışma, ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören farklı akademik başarıya sahip oniki öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubu oluşturulurken Analiz-I dersinde yapılan beş yazılı sınavın ortalaması göz önüne alınmıştır. Bu sınavların ortalamalarına göre yüksek, orta ve düşük düzey ortalamaya sahip olan gruplardan dörder kişi seçilmiştir. Veriler öğrencilere uygulanan matematiksel modelleme problemleri kullanılarak toplanmıştır. Problemler analiz edilirken literatürdeki matematiksel modelleme süreçleri göz önüne alınmış ve çalışmanın yazarlarınca geliştirilen 5 basamaklı bir puanlama sistemi kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçları öğretmen adaylarının akademik başarılarının matematiksel modelleme yaklaşımlarını bir ölçüde etkilediğini ortaya koymuştur. Bu çalışma ile matematiksel modelleme yaklaşımlarının geliştirilmesi için yapılacak çalışmalara katkı sağlanması amaçlanmaktadır.*

Anahtar Kelimeler: *Akademik başarı, modelleme yaklaşımı, başarı-modelleme yaklaşımı ilişkisi.*

* Yrd. Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, esra.bukova@deu.edu.tr

** Arş. Gör., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, isikhan.ugurel@deu.edu.tr

ABSTRACT: *The purpose of this study is to examine the relationships between pre-service mathematics teachers' achievements in calculus course and their mathematical modelling approaches. This case study has been conducted with twelve pre-service teachers from the Department of Secondary School Mathematics Education who have different academic achievement levels. While the study group has been formed, the mean of five written exams given in Calculus-I course has been taken into account. According to the mean of these exams, four participants have been equally chosen from groups which have higher, average and low achievement. Data have been collected through using mathematical modelling problems. While the problems have been analyzed, the mathematical modelling processes in literature have been taken into account, and a five-step scoring system has been developed by the researchers of the study. The results of study have shown that academic achievement of the pre-service teachers affected their mathematical modelling approaches to some extent. With this study, it has been aimed to provide contribution to the researches the purpose of which is to improve mathematical modelling approaches.*

Key Words: *achievement, modelling approach, relationship between achievement and modelling approach.*

GİRİŞ

Ülkemizde son yıllarda yaşanan öğretim programlarındaki değişimler ve iyileştirmeler diğer alanlarda olduğu gibi matematik derslerinde de bazı gelişmeleri beraberinde getirmiştir. Programın felsefesi ve bu felsefeye bağlı olarak öğretmenin ve öğrencinin değişen görevleri, öğrenme ortamının yapısındaki farklılaşma, matematiksel öğrenmelerin ölçülmesindeki yaklaşımların zenginleşmesi bunlardan sadece bazılarıdır. Programdaki değişimlere içeriksel açıdan bakıldığında karşılaşılan önemli noktalardan biri de matematiksel model ve modellemeye ilk kez ve kapsamlı bir şekilde yer verilmiş olmasıdır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2005). Hatta modellemenin öğretim programının temel öğelerinden biri olarak ortaya konulması konuya verilen önemi açıkça göstermektedir. Bu durumun temel nedeni dünyada matematik eğitiminde yaşanan reform hareketlerinin bir sonucu olarak matematiksel modellemenin pek çok ülkenin öğretim programlarında (ör. Australia Ministry of Education, 1992; NCTM, 1989, 2001; English version of the Swedish Curriculum for the Gymnasium, 2000 akt. Lingefjard, 2007, The New German Educational Standards and Curricula akt. Maaß, 2006) yer almasıdır.

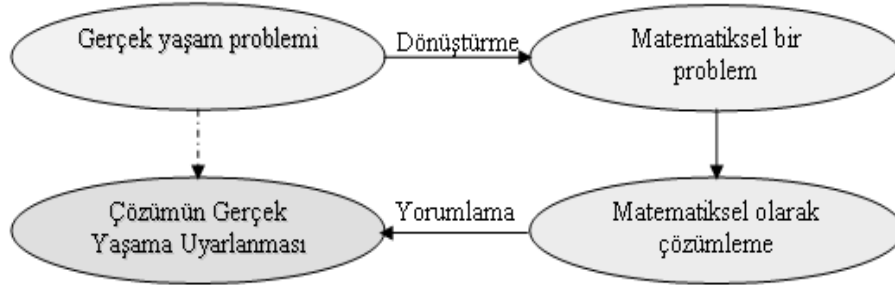
“Uluslararası Matematik Öğretimi Komisyonu (ICMI-14)”nın yayınladığı raporda, matematiksel modellemenin öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına, özgün problemleri çözmelerine, formüle etmelerine, eleştirel ve yaratıcı yönlerinin farkına varmalarına ve matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirmelerine katkı sağladığı ifade edilmektedir (Blum ve ark., 2002). Benzer şekilde Zbiek ve Conner (2006) da modellemenin matematiksel düşüncelerin gerçek yaşama uygulanabilirliğini göstererek önceden bilinen matematiksel kavramların derinlemesine anlaşılmasına, yeni matematiksel kavramların öğrenilmesine,

disiplinler arası ilişki kurulmasına ve modelleme süreçlerinde çalışan öğrencilerin hem kavramsal hem de işlemsel gelişimine katkı sağladığını ifade etmektedir. Dolayısıyla, matematik öğreniminde matematiksel modelleme yaklaşımları kullanılarak öğrencilerin modelleme becerilerinin geliştirilmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu gerekliliği yerine getirme görevi başta öğretmenlerindir. Eğer öğretmenlerin kendileri matematiksel modelleme üzerine yeterince bilgiye sahip olmaz ve modelleme becerilerini yeterince geliştirememiş durumda olurlarsa doğal olarak öğrencilerinde de bu süreçte önemli sıkıntıların oluşacağı öngörülebilir. Matematik öğretmenlerinin modelleme üzerine yeterince bilgi sahibi olmalarının ve modelleme becerilerinin geliştirilmesinin sağlanmasındaki merkezi önem şüphesiz öğretmen yetiştirme sürecidir. Bu amaçla matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemede ne tür yaklaşımlar sergilediklerinin ve bu yaklaşımları etkileyen faktörlerin belirlenmesi önem arz etmektedir. Belirleme sonrasındaki aşamalarda ise “matematiksel modelleme yaklaşımlarının geliştirilmesi için neler yapılabilir?” sorusunun cevapları araştırılmalıdır.

Ülkemizde modelleme üzerine yapılan akademik çalışmaların çok az olduğu görülmektedir. Bu kapsamda çalışmanın amacı, bu eksiliğin giderilmesinde bir katkı sağlamak ve diğer çalışmalara ışık tutmaktır. Söz konusu amaç çerçevesinde yapılan araştırmada akademik başarının, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yaklaşımlarını etkileyecek bir değişken olup olmadığı ve başarı ile modelleme yaklaşımları arasındaki ilişkiler incelenmiştir.

Kuramsal Çerçeve

Matematiksel modelleme en genel şekli ile gerçek yaşam problemlerinin çözümlerinin araştırılması için matematiksel bir probleme dönüştürülmesi olarak tanımlanmaktadır (Cheng, 2001; Berry & Houston, 1995).



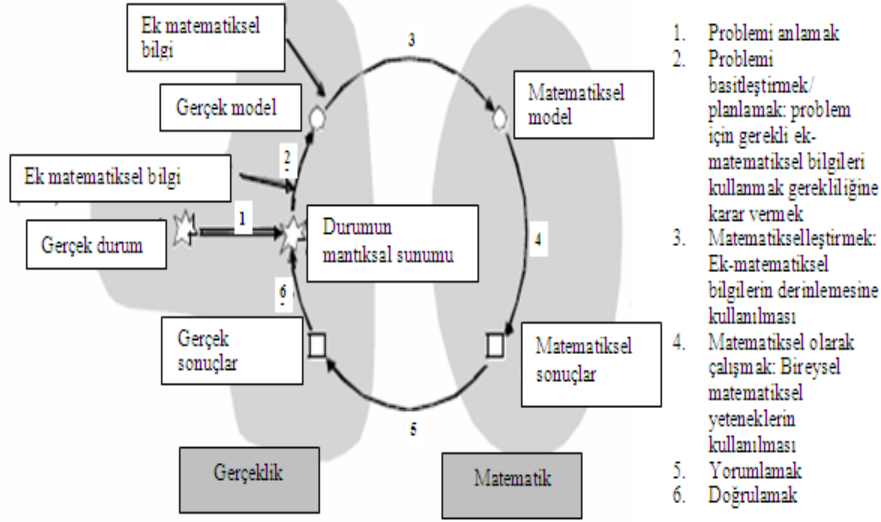
Şekil 1. Cheng (2001)'in matematiksel modelleme süreci.

Galbraith ve Clatworthy (1990) ise matematiksel modellemeyi gerçek yaşam durumlarındaki yapılandırılmamış problemlerin çözümünde matematiğin uygulanması olarak ifade etmektedirler. Yapılandırılmamış problemlerin özelliği ise ne amaçların ne de çözüm için gerekli matematiksel bilgilerin açık bir şekilde belirtilmemiş olmasıdır. Matematiksel modellemede gerçek yaşam problemlerine çözümler bulmada matematiksel yaklaşımlar kullanılır. Karşılaşılan yaşam problemi matematiksel bir probleme dönüştürülerek matematiksel teknikler kullanılarak çözümlenir (Cheng, 2001). Daha sonra bu çözüm gerçek yaşam durumunu yorumlamada kullanılır. Bu yönüyle matematiksel modelleme bir döngü ve bir süreç olarak düşünülmektedir. Bir başka deyişle matematiksel modelleme kişinin istenen sonuçlara ulaşmaya dek sergilediği tüm yaklaşımlarını içeren dairesel (periyodik) ya da tekrarlayan bir süreçtir (Lamon, 1997; Lesh & Harel, 2003; Trelinski, 1983; Webb, 1994; Zbiek & Conner, 2006). Dolayısıyla matematiksel modelleme sadece bir ürüne değil, o ürüne ulaşmaya kadar gerçekleştirilen tüm eylemlere odaklanmaktadır. Zbiek ve Conner (2006) da benzer bir yaklaşımla, matematiksel modellemeyi gerçek yaşam durumları, matematiksel durumlar, matematiksel çözümler ve gerçek yaşama ilişkin çözümler gibi bileşenler arasındaki ilerleyişte yer alan eylemler bütünü olarak tanımlamakta ve bir kişinin bu eylemleri gerçekleştirirken söz konusu bileşenler arasında doğrusal olmayan biçimde hareket edeceğini belirtmektedir.

Bu tanımlardan yola çıkarak bu çalışmada matematiksel modelleme; matematik dünyası dışındaki alanlarda (fizik, biyoloji, sosyoloji, politika, sanat, eğlence, ... vb) var olan ya da kurgulanan problem durumlarının matematik dünyasına taşınarak matematik dilinde ifade edilmesi ve matematiksel bilgi ve yaklaşımlarla çözümünün araştırılmasını temsil eden bir yöntem olarak esas alınmıştır. Bu ve yukarıdaki tanımlardan yola çıkılarak odaklanılan noktanın matematiksel bilgi ve becerilerin yaşamdaki problemlere uygulanabilme davranışı olduğu söylenebilir.

Modelleme sürecine yönelik Cheng'in (2001) yukarıda verilen çerçevesinin yanı sıra Maull ve Berry (2001), Abrams'ın (2001) ve Borromeo-Ferri'nin (2006) de matematiksel modelleme süreçlerini ayrıntılandıran çerçeveleri bulunmaktadır. Bu araştırmacıların süreçleri genel anlamıyla Cheng'in dörtlü yaklaşımının daha ayrıntılandırılmış halidir. Ek olarak Borromeo-Ferri ise çerçevesinde (bkz. Şekil 2) modelleme sürecini en genel şekilde ele aldığımızda ortaya çıkan basamakları barındırmanın ötesinde bu süreci daha fazla ayrıntılandırarak ele almış ve basamaklar arasındaki geçişi de betimlemiştir. Bu sürece göre modelleme bir dizi izole ve lineer ilişkili adımlardan değil bu basamakların karşılıklı ve döngüsel etkileşimiyle gerçekleşmektedir. Örneğin modellemeyi yapan kişi üçüncü basamakta bir sorunla karşılaştığında tekrar 1. basamağa ya da 6. basamakta bir sıkıntı yaşarsa

3. basamağa da geçiş yapılabilir. Bu çalışmanın kuramsal çerçevesini Abrams (2001), Borromeo-Ferri (2006) ve Cheng'in (2001) ortaya koyduğu yaklaşımlar oluşturmuş ve matematiksel modelleme sürecinin basamakları oluşturulurken adı geçen araştırmacıların tanımladığı süreçler göz önüne alınmıştır.



Şekil 2. Borromeo-Ferri (2006)'nin matematiksel modelleme süreci.

YÖNTEM

Bu araştırma ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının Analiz-I dersindeki akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişkilerin betimlenmesine yönelik bir özel durum çalışmasıdır.

Katılımcılar

Amaçlı örnekleme yöntemlerinden aykırı durum örnekleme yönteminin kullanıldığı bu çalışma bir devlet üniversitesinin ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören farklı akademik başarıya sahip 12 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Yedisi kız beşi ise erkek olan katılımcılardan hiç biri daha önce matematiksel modelleme ile ilgili bir ders almamıştır. Çalışma grubu oluşturulurken Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği birinci sınıf dersleri arasında yer alan Analiz-I dersi kapsamında yapılan 5 sınavın (başarı açısından) sonuçları ve sonuçların ortalaması göz önüne alınmıştır. Bu beş sınavın içeriği, sayılar,

fonksiyonlar, limit, süreklilik ve türev kavramı ile sınırlıdır. Sorular, bazen direk işlemsel bilgiye bazen kavramsal bilgiye bazen de her ikisine birden gereksinim duyulacak şekilde oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının beş sınavdan aldıkları notlarının ortalamaları alınarak akademik başarıları açısından bir sıralamaya gidilmiştir. Her üç düzeydeki öğretmen adaylarının seçiminde izlenen yol aşağıda verilmiştir:

- 71 kişinin kayıtlı olduğu Analiz-I dersinde uygulanan beş sınavın sonucuna göre akademik başarı düzeyleri üç gruba ayrılmıştır. Ortalamaları 0–39 arasında olanlar düşük, 40–70 arasında olanlar orta ve 71–100 arasında olanlar ise yüksek düzey olarak belirlenmiştir.
- Yüksek düzeydeki gruptan 4 öğrenci seçilirken en yüksek ortalamaya sahip olan sıralamadaki ilk dört aday alınmıştır.
- Düşük düzeydeki gruptan 4 öğrenci seçilirken en düşük ortalamaya sahip olan sıralamadaki son dört aday alınmıştır.
- Orta düzeydeki gruptan dört öğrenci seçiminde ise 40–70 aralığının orta değerine en yakın not ortalamasına sahip dört öğretmen adayı alınmıştır.

Akademik başarı düzeylerini belirlemek için Analiz-I dersine yönelik beş sınavın kullanılmasının nedeni uygulanacak olan matematiksel modelleme problemlerindeki bilgi ve yaklaşımların üstten Analiz-I dersinde kavramlar ile sınırlı olmasıdır.

Veri Toplama Araçları

Veri toplama aracı olarak matematiksel modellemeyi gerektiren gerçek yaşam durumlarını içeren problemler kullanılmıştır. Bu problemlerinin kapsamı trigonometri, fonksiyon, limit, süreklilik ve türev kavramları ile sınırlandırılmıştır. Problemler hazırlanırken yazarlar problemlerin oluşturulması ve seçimini gerçekleştirmiş problemlerin içerik, ifade biçimi ve uygulama sürelerine yönelik düzenlemeleri planlamış ve ayrıca örnekleme yer almayan üç öğretmen adayı ile pilot uygulamalarını gerçekleştirmiştir. Son aşamada problemlere yönelik tüm bileşenler yazarların tartışması ve fikir birliğine dayalı olarak gözden geçirilmiştir. Öğretmen adaylarına toplam beş problem uygulanmıştır (bkz. Ek1). Problemlerin seçimi ve geliştirilmesi esnasında öğrencilerin ön öğrenmelerine uygun, matematiksel modelleme tanımları çerçevesinde matematik dışındaki alanlar ile ilişkili olmalarına ve rutin olmayan çözümlerini gerektirmelerine dikkat edilmiştir.

Verilerin Analizi

Veriler analiz edilirken literatürdeki matematiksel modelleme süreçleri göz önüne alınarak yazarlarca geliştirilen 5 basamaklı bir şablon kullanılmıştır. Bu şablona göre matematiksel modelleme sürecinin alt basamakları aşağıdaki gibidir;

- 1- Problemi anlamlandırma,
- 2- Problemin değişkenlerini ve değişkenler arasındaki ilişkileri kurmak için gerekli matematiksel kavramları ortaya çıkarma,
- 3- Problemi matematiksel forma dönüştürme,
- 4- Matematiksel bir model oluşturma ve matematiksel olarak problemi çözme
- 5- Problemin çözümünden elde edilen sonuçları yorumlama ve gerçek yaşama uyarlama.

Matematik öğretmen adaylarının her bir süreci ne ölçüde gerçekleştirdiği içerik analizleri yoluyla ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu aşamada şablonda yer alan 5 basamağın her birinde öğretmen adaylarının yaklaşımlarını belirlemek için, Marzano ve ark (1993)'nin dereceli puanlama anahtarı kullanımına yönelik önerileri dikkate alınarak yazarlarca oluşturulan 4 tip puanın yer aldığı (0-3) puanlama sistemi kullanılmıştır. Bu puanlama sisteminin basamaklardaki uygulanışını örneklemek için Tablo 1 hazırlanmıştır. Tablo 1'de sadece 1. ve 4. basamak için 0-3 puanlamasının nasıl yapıldığı ayrıntılandırılmıştır. Diğer basamaklarda da puanlama sistemi için aynı yapı göz önüne alınmıştır. Bir başka deyim ile hiçbir yaklaşım sergilememe 0 puanı almayı gerektirirken gerçek anlamda istenen duruma uygun yaklaşım sergileme 3 puan almayı beraberinde getirmiştir.

Tablo 1. Modelleme Basamaklarını Değerlendirmede Kullanılan Puanlama Anahtarının Bir Bölümü.

Değerlendirme Ölçütü	Puanlar			
	0	1	2	3
1. basamak: Problemi anlamlandırma	Hiç anlamama ya da yanlış anlamlandırma.	Kısmen anlamlandırma; matematiksel hataların bulunması.	İyi anlamlandırma; matematiksel olarak doğru ifade edebilme.	Derinlemesine anlamlandırma; problemi genişletme.
4. basamak: Matematiksel model oluşturma ve matematiksel olarak problemi çözme	Matematiksel model oluşturulamamış ya da oluşturulan model doğru değil.	Model oluşturulmaya çalışılmış ancak yeterli değil çözümlemede de matematiksel olarak hatalar bulunmakta	Matematiksel model oluşturulmuş; oluşturulan modelin çözümlenmesinde bazı küçükönemsiz hatalar bulunmakta	Matematiksel model oluşturulmuş; genişletilmiş; çözüm matematiksel olarak oldukça iyi ifade edilmiş.

Matematiksel modelleme yaklaşımları analiz edilirken iki boyutlu bir çerçeve kullanılmıştır. İlk boyut bir öğretmen adayının bir modelleme problemi için 5 basamaklı şablonun tüm basamaklarından aldığı toplam puanı içermektedir (j-indisli). İkinci boyut ise bir kişinin şablondaki tek bir basamak için tüm modelleme problemlerinde aldığı toplam puanı (i-indisli) vermektedir. Tek tek tüm öğrenciler için 5 basamaklı şablonun her bir basamağında, 4'lü (0-3) puanlama sistemine göre tüm problemlerden alınan her iki boyuttaki toplam puanları “*bireysel performans notu-BPN*” olarak tanımlanmıştır. Her öğretmen adayı için BPN_i ve BPN_j hesaplanmış ve başarı grupları açısından analizler gerçekleştirilmiştir. BPN'ler yardımıyla hem bir öğretmen adayının şablondaki herhangi bir basamak için tüm problemler nezdinde genel durumunu hem de bir problemdeki tüm basamaklar açısından performansını ortaya çıkarmak mümkün olmaktadır. Matematik öğretmen adaylarının BPN_i ve BPN_j sonuçları; *güçlü*, *orta* ve *yetersiz* olarak üç kategoride irdelenmiştir. Bu üç kategori oluşturulurken dikkat edilen noktalar aşağıdaki gibidir;

Bir problem için (şablona göre) basamak sayısı: 5 tir.

Bir basamaktan alınabilecek en yüksek puan: 3 en düşük puan: 0 dır.

Bir öğretmen adayının tüm problemlerde (şablona göre) aynı basamak için alabileceği en yüksek puan: 15 en düşük puan: 0 dır.

Bir öğretmen adayının bir problemin (şablona göre) tüm basamaklarından alabileceği en yüksek puan: 15 en düşük puan: 0 dır.

Yetersiz BPN: 0--7,4 arasında puan alanlar bu grupta yer almaktadır. Şablondaki her hangi bir basamağı için beş matematiksel modelleme probleminin her birinden 1 puan alan bir kişinin BPN_i 'si 5 olup yetersiz olarak kabul edilmiştir. Benzer şekilde bir problemin tüm basamaklarından 1 puan alan bir kişinin BPN_j 'si de 5 olup yetersiz olarak nitelenmektedir. Basamaklardan 1,5 puandan fazla alan bir kişinin BPN 'leri 7,5 tur ve bu kişinin performansında bir değişiklik oluşmaktadır. Dolayısıyla yetersiz BPN 'lerin üst sınırı 7,4 olarak belirlenmiştir.

Orta BPN: 7,5--12,4 arasında puan alanlar bu gruptadır. 1,5 ortalaması performans değişikliğini gerektirecektir. Çünkü bu durum toplam için 1 puanının yanı sıra 2 puanının da alınması gerektirir. Bu ise bizi alttan 7,5 sınırına götürmektedir. Üst sınır belirlenirken ise aynı yaklaşımla 2,5 ortalamasının BPN 'lerdeki değişikliği gerektireceğini ve böylece 12,4 puanının üst sınır olması gerektiği görülmektedir.

Güçlü BPN: 12,5--15 arasında puan alanlar bu gruptadır. 2,5 puanı yine performans değişikliğini gerektirecektir. Çünkü bu ortalama için 2 puanının yanı sıra 3 puanının alınması da gereklidir. Böylece alt sınır 2,5 ile 5 in çarpılmasıyla 12,5 olarak belirlenmiştir. Üst sınırın ise 15 olduğu açıktır.

Bir öğretmen adayının **Bireysel Performans Notları** açısından bulunduğu durumu ve analizin merkezi yapısını aşağıdaki gösterim ile özetlemek mümkündür.

BPN_i	BPN^j	}	$BPN_i^j \longleftrightarrow \text{BAŞARI}$
bir basamak	bir problem		
tüm problemler	tüm basamaklar		
min 0, mak 15	min 0, mak 15		
2. boyut	1. boyut		

Uygulama Süreci

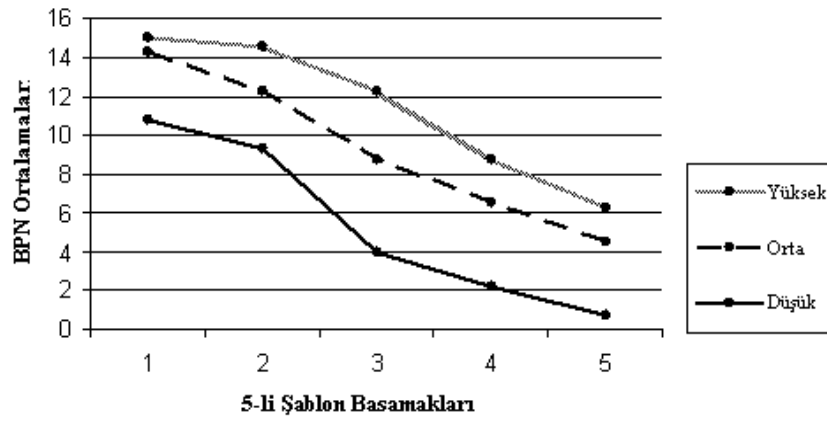
Araştırmanın örneklemini ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümü Analiz dersini alan 71 öğretmen adayı arasından seçilen 12 kişiden oluşmaktadır. Çalışma grubu oluşturulurken Analiz-I dersinde yapılan sayı, fonksiyon, limit, süreklilik ve türev konuları ile sınırlı açık uçlu soruların yer aldığı beş sınavın ortalaması göz önüne alınmıştır. Sonuçlara bağlı olarak başarı durumlarına göre ayrılmış üç gruptan seçilen 12 adaya yazarlarca oluşturulan 5 matematiksel modelleme problemi 45-50 dakikalık üç oturum şeklinde toplamda yaklaşık 150 dakikalık bir zaman diliminde bireysel olarak uygulanmıştır. Pilot uygulamada, öğretmen adaylarına verilen sürelerin problemlerin çözümü ve verilerin sağlıklı olarak toplanması için yeterli olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarından hem problemlerin modellerini oluşturma, çözüme ve sonuçlarını öteleme yaklaşımlarını hem de bu yaklaşımlarını sergilerken düşüncelerini ayrıntılı olarak yazmaları istenmiş ve analizler söz konusu yazılı metinler üzerinde içerik analizi yapılarak gerçekleştirilmiştir.

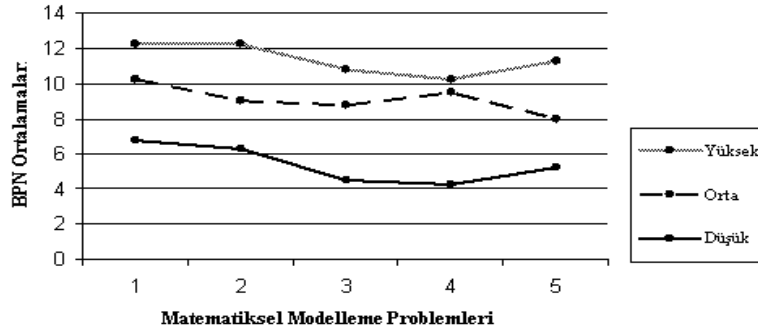
BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmada ortaya çıkan bulgular sunulurken ilk olarak örneklemdaki her üç grup açısından BPN_i ve BPN^j ortalamaları sunulmaktadır. Sonrasında her bir modelleme problemi ve her bir basamak açısından BPN'ler ayrıntılı olarak resmedilmektedir. Ayrıca BPN ortalamaları hesaplanarak oluşturulan grafikler yardımı ile başarı düzeyleri ile modelleme yaklaşımları arasındaki beliren ilişkiler ortaya konmaktadır. Son bölümde ise bulgulara dayalı olarak hem genel hem de (tablolar yardımıyla sunulan) ayrıntılı sonuçlar bir arada ele alınarak başarı ve modelleme yaklaşımı arasındaki karşılıklı bağlantılar tartışılmaktadır. Tablo 2 ve Grafik 1 incelendiğinde öğretmen adaylarının BPN_i ortalamalarına göre birinci basamaktan beşinciye doğru gidildikçe her üç grupta da (yüksek, orta, düşük) ortalamaların düştüğü göze çarpmaktadır. Ancak yüksek başarı grubundaki öğretmen adayları için BPN_i ortalamalarındaki radikal değişim üçüncü basamakta olurken, orta ve düşük başarı grubundakilerde ise ikinci basamakta radikal değişim yaşanmaktadır. Her bir problem için BPN^j ortalamalarının öğretmen adaylarının başarı düzeyleri ile orantılı olduğu görülmektedir (bkz. Grafik 2).

Tablo 2. Matematik Öğretmen Adaylarının Başarı Düzeylerine Göre BPN Ortalamaları.

	BPN_1	BPN_2	BPN_3	BPN_4	BPN_5	BPN^1	BPN^2	BPN^3	BPN^4	BPN^5	
Yüksek	15	14,5	12,25	8,75	6,25	12,25	12,25	10,75	10,25	11,25	
Orta	14,25	12,25	8,75	6,5	4,5	10,25	9	8,75	9,5	8	
Düşük	10,75	9,25	4	2,25	0,75	6,75	6,25	4,5	4,25	5,25	
Yüksek Düzey BPN_i Ortalaması					11,35	Yüksek Düzey BPN^j Ortalaması					11,35
Orta Düzey BPN_i Ortalaması					9,5	Orta Düzey BPN^j Ortalaması					9,1
Düşük Düzey BPN_i Ortalaması					5,4	Düşük Düzey BPN^j Ortalaması					5,4

**Grafik 1.** Başarı Düzeyi ile BPNi Ortalamaları İlişkisi.



Grafik 2. Başarı Düzeyi ile BPN^J Ortalamaları İlişkisi.

Basamak 1: Problemi anlamlandırma süreci

Problemi anlamlandırma sürecinde matematik öğretmen adaylarının problemi anlamaları, problem ile ilgili değişkenleri belirlemeleri dolayısıyla istenenleri ortaya çıkarmaları beklenmiştir.

Tablo 3. Matematik Öğretmen Adaylarının Şablonun 1. Basamağındaki BPN_i Sonuçları

		Basamak-1 den Alınan Puanlar					BPN	Performans	
		Öğr.Ady.	Prob-1	Prob-2	Prob-3	Prob-4			Prob-5
Akademik Başarı	Yüksek	ÖA1	3	3	3	3	3	15	Güçlü
		ÖA2	3	3	3	3	3	15	Güçlü
		ÖA3	3	3	3	3	3	15	Güçlü
		ÖA4	3	3	3	3	3	15	Güçlü
	Orta	ÖA5	3	3	2	3	3	14	Güçlü
		ÖA6	3	3	3	3	3	15	Güçlü
		ÖA7	3	3	3	3	2	14	Güçlü
		ÖA8	3	3	3	3	2	14	Güçlü
	Düşük	ÖA9	2	3	3	2	2	12	Güçlü
		ÖA10	2	2	0	0	2	6	Düşük
		ÖA11	3	3	3	2	2	13	Orta
		ÖA12	3	3	2	2	2	12	Orta
12 öğretmen adayının şablonun 1. basamağına göre genel performans ortalaması 13,3 tür									

Bu sürece ilişkin her bir öğretmen adayının aldıkları puanlar ve performansları Tablo 3 deki gibidir. Tablo 3 incelendiğinde matematik öğretmen adaylarının hemen hemen tümünün sürecin bu aşamasında başarılı olduğu söylenebilir. Üstelik düşük akademik başarıya sahip öğretmen adayları da orta ya da güçlü performans göstermişlerdir. Bu noktadan hareketle matematiksel modellemenin ilk basamağı olan problemi anlamlandırma sürecinde matematik öğretmen adaylarının sergiledikleri performansların birbirlerinden büyük ölçüde farklılaşmadığı ve akademik başarının 1. basamak için önemli bir fark oluşturmadığı ifade edilebilir.

Basamak 2: Problemin değişkenlerini ve değişkenler arasındaki ilişkileri kurmak için gerekli matematiksel kavramları ortaya çıkarma süreci

Bu süreçte matematik öğretmen adaylarının verilen problemin değişkenlerini belirlemeleri ve bu değişkenler arasındaki ilişkileri kurarken hangi matematiksel kavramlardan yararlanacaklarını ifade etmeleri beklenmiştir.

Tablo 4. Matematik Öğretmen Adaylarının Şablonun 2. Basamağındaki BPN_i Sonuçları

		Basamak-2 den Alınan Puanlar							
		Öğr.Ady.	Prob-1	Prob-2	Prob-3	Prob-4	Prob-5	BPN	Performans
Akademik Başarı	Yüksek	ÖA1	3	3	3	3	3	15	Güçlü
		ÖA2	3	3	2	3	3	14	Güçlü
		ÖA3	2	3	3	3	3	14	Güçlü
		ÖA4	3	3	3	3	3	15	Güçlü
	Orta	ÖA5	2	2	2	2	2	10	Orta
		ÖA6	2	2	3	2	2	11	Orta
		ÖA7	3	2	3	3	2	13	Güçlü
		ÖA8	2	3	3	2	2	12	Orta
	Düşük	ÖA9	2	2	2	2	2	10	Orta
		ÖA10	2	1	0	0	2	5	Düşük
		ÖA11	2	3	2	2	2	11	Orta
		ÖA12	3	2	2	2	2	11	Orta
12 öğretmen adayının şablonun 2. basamağına göre genel performans ortalaması 11,75 tir.									

Tablo 4 incelendiğinde bir önceki basamağa benzer şekilde matematik öğretmen adaylarının akademik başarı düzeyleri ile BPN_i 'lerinin orantılı olduğu görülmektedir. Ancak ortaya çıkan bulgulara göre birinci basamaktan farklı olan

bazı yönlerin olduğu belirlenmiştir. Akademik başarı düzeyi orta seviyede olan matematik öğretmen adaylarının 2. basamak BPN_i seviyeleri (bir istisnai durum dışında) orta düzeyde iken aynı adaylarının birinci basamaktaki BPN_i seviyelerinin ise güçlü olduğu gözlenmiştir. Akademik başarı düzeyi yüksek olan öğretmen adaylarının modelleme sürecinin ilk iki basamağındaki performans düzeyleri aynı kalmakta iken, orta ve düşük düzeyde akademik başarıya sahip adaylarda performansın azalmaya (BPN ortalamaları dikkate alındığında) başladığını görülmüştür.

Basamak 3: Problemi Matematiksel Forma Dönüştürme Süreci

Problemi matematiksel forma dönüştürme sürecinde matematik öğretmen adaylarının bir önceki basamakta belirlemiş oldukları kavramları da kullanarak problemi matematiksel bir forma dönüştürmeleri bir başka deyimle problemi matematiksel olarak ifade etmeleri beklenmiştir.

Tablo 5. Matematik Öğretmen Adaylarının Şablonun 3. Basamağındaki BPN_i Sonuçları

		Basamak-3 den Alınan Puanlar							
		Öğr.Ady.	Prob-1	Prob-2	Prob-3	Prob-4	Prob-5	BPN	Performans
Akademik Başarı	Yüksek	ÖA1	3	2	2	2	2	11	Orta
		ÖA2	3	3	2	2	2	12	Orta
		ÖA3	2	2	3	2	2	11	Orta
		ÖA4	3	3	3	3	3	15	Güçlü
	Orta	ÖA5	1	1	0	1	1	4	Düşük
		ÖA6	2	2	2	2	2	10	Orta
		ÖA7	3	2	2	2	2	11	Orta
		ÖA8	2	2	2	2	2	10	Orta
	Düşük	ÖA9	1	0	1	1	0	3	Düşük
		ÖA10	1	0	0	0	1	2	Düşük
		ÖA11	2	1	1	1	1	6	Düşük
		ÖA12	1	1	1	1	1	5	Düşük
12 öğretmen adayının şablonun 3. basamağına göre genel performans ortalaması 8,3 tür.									

Tablo 5 incelendiğinde problemi matematiksel hale dönüştürme basamağıının tüm öğretmen adayları için bir kırılma noktası olduğu söylenebilir. Söz konusu kırılma birinci basamaktan ikinci basamağına geçişte BPN_i lerdeki azalma miktarının

ikinciden üçüncüye geçişte çok daha belirgin hale gelmesiyle ortaya çıkmıştır. Özellikle orta ve düşük başarı grubunda yer alan öğretmen adaylarında bu düşüş miktarı daha fazladır. Yüksek akademik başarıya sahip adayların üçüncü basamaktaki performanslarının (bkz. Tablo 5) ikinci basamakta performansları (bkz. Tablo 4) ile kıyaslandığında azalma olduğu görülmüştür. Ancak orta ve düşük düzey akademik başarıya sahip adaylarda ise önceki basamaklara nazaran üçüncü basamakta performanslarında da düşme miktarının daha fazla olduğu (bkz. Grafik 1) gözlenmiştir.

Basamak 4: Matematiksel Bir Model Oluşturma ve Matematiksel Olarak Problemi Çözme Süreci

Bu süreçte matematik öğretmen adaylarının matematiksel bir probleme dönüştürdükleri sorunu çözmek için matematiksel model ya da modeller oluşturmaları, matematiksel modellerin davranışını test etmeleri ve gerekli düzenlemeleri yapmaları, modelden sembolik, sayısal ya da grafiksel ürünler elde etmeleri ve bu yolla problemi çözmek için gerekli matematiksel çözümlere ulaşmaları beklenmiştir.

Tablo 6. Matematik Öğretmen Adaylarının Şablonun 4. Basamağındaki BPN_i Sonuçları

		Basamak-4 den Alınan Puanlar							
		Öğr.Ady.	Prob-1	Prob-2	Prob-3	Prob-4	Prob-5	BPN	Performans
Akademik Başarı	Yüksek	ÖA1	2	2	1	1	2	8	Orta
		ÖA2	2	2	1	2	2	9	Orta
		ÖA3	2	2	2	1	2	9	Orta
		ÖA4	2	2	2	1	2	9	Orta
	Orta	ÖA5	1	1	0	1	1	4	Düşük
		ÖA6	2	2	2	2	1	9	Orta
		ÖA7	2	1	1	1	1	6	Düşük
		ÖA8	2	1	1	2	1	7	Düşük
	Düşük	ÖA9	0	0	1	0	0	1	Düşük
		ÖA10	0	0	0	0	0	0	Düşük
		ÖA11	1	1	0	1	1	4	Düşük
		ÖA12	1	1	0	1	1	4	Düşük
12 öğretmen adayının şablonun 4. basamağına göre genel performans ortalaması 5,83 tür.									

Tablo 6 incelendiğinde önceki bulgulara paralel sonuçlar ile karşılaşılmaktadır. Ancak bu basamakta yüksek akademik başarıya sahip öğretmen adaylarının BPN_ilerinde önceki basamaklara göre daha fazla düşüş olduğu görülmektedir. Diğer taraftan tüm öğretmen adaylarının performanslarında düşüş olduğu göz önüne alınırsa akademik başarıları yüksek olan öğretmen adaylarının hala diğer adaylara göre daha başarılı olduğu söylenebilir. Ancak bu modelleme sürecini tamamlama anlamında değil sadece diğer iki gruba nazaran daha iyi bir performans sergileme anlamındadır.

Basamak 5: Problemin Çözümünden Elde Edilen Sonuçları Yorumlama ve Gerçek Yaşama Uyarlama Süreci

Matematiksel modelleme sürecinin son basamağında ise matematik öğretmen adaylarının probleme ilişkin matematiksel çözümleri gerçek yaşama nasıl uyarlayacaklarını belirtmeleri, bu çözümlerin gerçek yaşam durumuna uygun olup olmadığını belirleyerek yorumlamaları beklenmiştir. Sürecin son basamağında ise bir öğretmen adayı hariç diğer tüm adayların performansları düşük düzeydedir (bkz. Tablo 7).

Tablo 7. Matematik Öğretmen Adaylarının Şablonun 5. Basamağındaki BPN_i Sonuçları.

		Basamak-5 den Alınan Puanlar							
		Öğr.Ady.	Prob-1	Prob-2	Prob-3	Prob-4	Prob-5	BPN	Performans
Akademik Başarı	Yüksek	ÖA1	1	2	1	0	1	5	Düşük
		ÖA2	2	2	1	2	1	8	Orta
		ÖA3	2	1	1	1	1	6	Düşük
		ÖA4	2	2	1	0	1	6	Düşük
	Orta	ÖA5	1	0	0	0	0	1	Düşük
		ÖA6	1	1	1	2	1	6	Düşük
		ÖA7	1	1	1	1	1	5	Düşük
		ÖA8	2	1	1	1	1	6	Düşük
	Düşük	ÖA9	0	0	0	0	0	0	Düşük
		ÖA10	0	0	0	0	0	0	Düşük
		ÖA11	0	1	0	0	0	1	Düşük
		ÖA12	1	1	0	0	0	2	Düşük
12 öğretmen adayının şablonun 5. basamağına göre genel performans ortalaması 3,83 tür.									

Genel anlamıyla öğretmen adaylarının problemin çözümünden elde edilen sonuçları yorumlama ve gerçek yaşama uyarlama basamağında önemli sıkıntılar

yaşadıkları söylenebilir. Beşinci basamağa ilişkin diğer önemli bir bulgu da öğretmen adaylarının genel performans ortalamalarının (15 üzerinden) 3,83 gibi oldukça düşük bir düzeye gerilemesidir. Öğretmen adaylarının problemlerin genelinde birinci basamaktan beşinci basamağa doğru ilerledikçe performanslarında bir düşüş olduğu görülmüştür. Her üç akademik başarı düzeyindeki adaylar açısından bireysel performanslarındaki kırılma miktarları Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Basamaklar Arası Geçişte BPN, Ortalamalarındaki Azalma Miktarı

		1.den 2. ye	2.den 3.ye	3.den 4. ye	4.den 5.ye
Akademik Başarı	Yüksek	0,5	1,75	3,5	1,5
	Orta	2	3,5	2,25	2
	Düşük	1,5	5,25	1,75	1,5

Düşüşteki radikal değişimin gözlemlendiği aralıklar; yüksek akademik başarı düzeyindekiler için üçüncüden dördüncüye, orta ve düşük düzeydeki adaylar için ise ikinciden üçüncüye geçişte ortaya çıkmıştır. Yüksek başarı düzeyindeki adaylar problemi anlamlandırmada, değişkenleri ve onlar arasındaki bağlantıları belirleyerek matematiksel kavramlarla ilişkilendirmede ve problemi matematiksel forma dönüştürmede genel anlamda sıkıntı yaşamazken, probleme ait matematiksel modeli kurma ve onu çözmede sorunlar yaşamaya başlamışlardır. Orta ve düşük başarı düzeyindeki adaylarda ise sıkıntılar daha belirgin hale geldiği aşama problemi matematiksel hale dönüştürmedir.

Problemlerde Matematiksel Modelleme Döngüsüne Yönelik Genel Durum

Tablo 8’de matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik her bir problem için şablonda yer alan beş basamaktan oluşan döngüyü ne ölçüde tamamlayabildikleri gösterilmektedir. Tablo 8’deki bulgular göz önüne alındığında öğretmen adaylarının dördünün birinci problemde, üçünün ikinci problemde ve ikisinin ise dördüncü problemde döngüyü tamamlayabildikleri görülmüştür. Ancak söz konusu öğretmen adaylarının ağırlıklı olarak başarı düzeyi yüksek olan gruptan oluştuğu da dikkat çekmektedir. Buradan düşük akademik başarının matematiksel modelleme sürecini tamamlamada sıkıntı yarattığı ve yüksek düzey akademik başarının ise süreci tamamlamada çok belirgin bir etki meydana getirmediği sonucuna ulaşılabilir.

Tablo 8. Problemlere Göre Matematiksel Modelleme Sürecini Tamamlayan Öğrenciler

		Problem 1	Problem 2	Problem 3	Problem 4	Problem 5
Akademik Başarı	Yüksek	ÖA2	ÖA1 ÖA2	-	ÖA2	-
		ÖA3				
		ÖA4	ÖA4			
	Orta		-	-	ÖA6	-
		ÖA8				
	Düşük	-	-	-	-	-

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının Analiz-I dersindeki akademik başarılarının matematiksel modelleme yaklaşımlarına olan etkisi araştırılmıştır. Oniki öğretmen adayı ile gerçekleştirilen bu çalışmanın bulguları çerçevesinde ortaya konulabilecek temel sonuç akademik başarının matematiksel modelleme yaklaşımlarını bir ölçüde etkilediğidir. Söz konusu etki akademik başarının modelleme becerisinin geliştirilmesinde gerekli fakat yeterli olmadığı yönünde kendini göstermektedir. Çünkü gerek problemlerdeki matematiksel modelleme döngüsünü tamamlamada, gerekse üç, dört ve beşinci basamaklara yönelik bireysel performans seviyelerinde başarı yönünden ayrılan üç grupta da bir düşüş ortaya çıkmaktadır. Başarı değişkeni, bu oranlardaki düşüşün başladığı basamak (kırılma noktası) ve düşüş miktarını etkilemektedir. Yüksek başarı grubundaki öğretmen adaylarının 4. basamağa geçişte bir kırılma yaşadığı, orta ve düşük gruptaki adayların ise üçüncü basamağa geçişte bir düşüş gösterdiği söylenebilir. Yüksek başarılı gruptan düşük başarılı gruba doğru gidildikçe düşme miktarlarında bir artış (3,5'tan 5,25'e) görülmektedir. Bu sonuçlar, akademik başarının modelleme becerisini geliştirmede gerekli ancak yeterli olmadığı savını desteklemektedir. Dolayısıyla matematik öğretmen adaylarının akademik başarılarının artırılmasının onların matematiksel modelleme döngüsünün tüm basamaklarında başarılı olmalarını tek başına sağlayamayacağı ifade edilebilir. Buradan hareketle, akademik başarının yanında bireyin matematiksel modelleme problemleri üzerine deneyim kazanmalarının sağlanmasının da bir gereklilik olduğu ortaya çıkmaktadır. Saaty ve Alexander (1981), bireyi matematiksel modelleme üzerine eğitmede çeşitli problem türleri ve bu problemlerin betimlenmesini sağlayan karşıt model çeşitliliklerinin

kullanılmasını önermektedir. Sadece bilgi ve becerilerin ediniminin öğrencileri düşünür ve problem çözücü haline getirmeye yeterli olmadığı, onların beceri ve stratejilerini nasıl ve ne zaman kullanıp ve uygulayacaklarını edinmelerinin de bilgi kadar önemli olduğu (Lingefjard, 2002) açıktır.

Bu çalışmada ortaya çıkan bulgu ve sonuçlardan hareketle ifade edilebilecek temel öneri öğretmen adaylarının modelleme becerilerinin geliştirilmesinde akademik başarılarının dikkate alınmasının yanı sıra matematiksel modellemeye yönelik deneyim kazandırılmasının da gerekli olduğudur. Bu tür deneyimler için matematik öğretmen adaylarının yetiştirilmesinde doğrudan konu ile ilgili bazı lisans derslerinin verilmesi ya da alan ve alan eğitime yönelik derslere matematiksel modelleme problemlerinden yararlanılması yoluna gidilebilir. Çalışmanın devamında öğretmen adaylarının yetiştirilme sürecinde matematiksel modellemeye yönelik dersler alması durumunda modelleme becerilerinin değişip değişmediği ve öğretmen adaylarına bu yönde bir eğitim verildiğinde akademik başarının hala bir etken olup olmadığı araştırma konusu olarak seçilebilir. Görevde olan matematik öğretmenleri için de farklı uygulamalar ve projeler ile modellemeye yönelik bilgi ve becerilerin kazandırılmasını sağlayacak uygulamalar gündeme gelmelidir.

KAYNAKÇA

- Abrams, J. P. (2001). Mathematical modeling: teaching the open-ended application of mathematics. *The teaching mathematical modeling and the of representation*. (in eds. Cuoco, A. A. and Curcio, F. R.), Yearbook, NCTM.
- Australia Ministry of Education. (1992). Mathematics in NZ curriculum, Wellington.
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modeling*. London: Edward Arnold.
- Blum, W. et al. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education-Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149-171.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 86-95.
- Cheng, K. A. (2001). Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. *The Mathematics Educator*, 6(1), 62-74.
- Galbraith P., & Clatworthy, N. (1990). Beyond standard models-meeting the challenge of modeling. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 137-163.
- Lamon, S. J. (1997). Mathematical modelling and the way the mind works. In S. K. Houston, W. Blum, I. D., Huntley, & N. T. Neill (Eds.), *Teaching and*

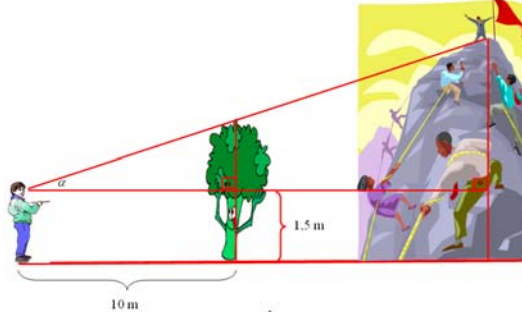
- learning mathematical modelling* (pp. 23-37). Chichester, UK: Albion Publishing.
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, 5(2/3), 157-190.
- Lingefjord, T. (2002). Teaching and assessing mathematical modeling. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 21(2), 75-83.
- MaaB, K. (2006). Modelling in classrooms: What do we want the students to learn? (in eds. Haines, Ch. et. al.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Engineering and Economics*. Chichester: Ellis Horwood.
- Marzano, R., J., Pickering, D., & McTighe, J. (1993). *Assessing student outcomes: performance assessment using the dimensions of learning model*. Mid-Continent Regional Educational Lab., Aurora, CO.(BBB23081).
- Mauil, W., & Berry, J. (2001). An investigation of student working styles in a mathematical modelling activity. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 20(2), 78-88.
- MEB (2005). *Ortaöğretim (9-12. Sınıflar) matematik dersi öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.
- NCTM (2001), *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Saaty, T. L., & Alexander, J.M. (1981). *Thinking with models: mathematical models in the physical, biological, and social sciences*. Pergamon Press, Oxford.
- Trelinski, G. (1983). Spontaneous mathematization of situations outside mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 14, 275-284.
- Webb, M. (1994). Beginning computer-based modeling in primary schools. *Computers in Education*, 22(1-2), 129-144.
- Zbiek, R. M., & Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 63(1), 89-112.

İlk alındığı tarih: 09.07.2009

Kabul tarihi: 18.12.2009

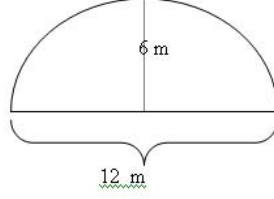
EK**Ek1. Matematiksel modelleme problemleri****Problem1.**

500 lt. kapasiteli bir kabın içinde başlangıçta 20 lt. su bulunmaktadır. Bu kap dakikada 2 lt. su akıtan bir çeşme kullanılarak doldurulmak isteniyor. Kabın içinde biriken su miktarının cebirsel modelini zamana bağlı olarak belirleyiniz. Bulduğunuz cebirsel modeli kullanarak kabın dolması için kaç saniye gerekeceğini bulunuz. Kaba bir dakikada 1 lt. su akması durumunda toplanan su miktarının matematiksel ifadesini bulunuz ve grafiğini çiziniz. Aynı biçimde dakikada 10 lt. su akması durumunda toplanan su miktarının matematiksel ifadesini bulunuz ve grafiğini çiziniz. Tüm elde ettiğiniz modelleri nasıl karşılaştırılarak birbiriyle benzer ya da farklı yanlarını söyleyebilir misiniz? Dolum zamanının azalıp çoğalmasının, matematiksel modelden, ne ile ilişkili olduğunu görmeğe çalışınız. Minimum ve maksimum zamanda kabın dolması için suyun nasıl akması gerektiğine ilişkin bir genelleme yapabilir misiniz?

Problem2.

10 m uzağındaki bir ağacın boyunu hesaplamak isteyen Kağan, ağacın tepesini göz hizasından α derecelik bir açı ile görecektir. Aynı doğrultunun arkadaki dağın tepesine ulaştığını da görüyor. Sizce Kağan ağacın boyunu nasıl hesaplayabilir? Ağacın boyunun 11,5 m. ya da 11,5 m.den küçük olabilmesi için α açısının ölçüsü neler olmalıdır? Ağaca yaklaştıkça α açısı nasıl değişir? Kağan'ın bu bilgilerle dağın yüksekliğini bulup bulamayacağını tartışın.

Problem3.



Bir taşıma şirketi, büyük bir karavan evin parabolik bir eğri şeklindeki köprü'nün altından devam eden bir otoyol boyunca taşınıp taşınamayacağını belirlemek istiyor. Bu

köprü'nün taban genişliği 12m ve merkezden ibaren yüksekliği 6 m.dir. 9m genişliğinde ve 3,2 m uzunluğundaki bir karavanın bu köprü'nün altındaki otoyoldan geçmeye uygun olup olmadığını araştırınız.

Problem 4.

Aynı nitelikte 20 kuyuya sahip bir petrol bölgesi başlangıçta her gün 4000 varil petrol üretmektedir. Her kuyunun günlük üretimi, açılan her kuyu için günde 5 varil azalmaktadır. Bu petrol bölgesinin günlük toplam üretimini, açılmış kuyuların sayısının bir fonksiyonu olarak ifade edebilir misiniz? Bu petrol bölgesinin günlük üretiminin maksimum olması için gereken yeni petrol kuyularının sayısını belirtiniz.

Problem 5.



Bir boru üretim fabrikası çevresi 50 cm olan dikdörtgen şeklinde metalleri kıvrarak şekildeki gibi açık uçlu borular oluşturmak istiyor. Bu boruların hacmini dikdörtgenin herhangi bir kenarının fonksiyonu olarak ifade edebilir misiniz?