MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ SAYI ÖRÜNTÜLERİNE İLİŞKİN PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN KONUYA ÖZEL STRATEJİLER BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

EXAMINING PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS' PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE OF NUMBER PATTERNS WITH REGARD TO TOPIC-SPECIFIC STRATEGIES

Sibel YEŞİLDERE[*] **Hatice AKKOÇ**[**]

ÖZET: *Matematik öğretim programlarında gerçekleştirilen reform sonrasında "örüntüler" konusu 1. sınıftan 8. sınıfa kadar her sınıf düzeyine eklenmiştir. Matematik öğretmen adaylarının örüntülerle ilgili kendi öğrenme deneyimlerinin bulunmaması örüntülerin öğretimine ilişkin bilgilerinin ne düzeyde olduğu sorusunu akla getirmektedir. Bu bağlamda araştırmada altı öğretmen adayının mikro-öğretim etkinlikleri gerçekleştirme sürecinde sayı örüntülerinin kuralını bulmayı öğretmede kullandıkları stratejiler incelenmektedir. İncelemede Shulman (1986) tarafından ortaya konan pedagojik alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisinin Magnusson ve diğerleri (1999) tarafından tanımlanan konuya özel stratejiler bileşeni olguları kuramsal çerçeve olarak kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının kullandıkları stratejiler; 'ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme', 'tablo yapma', 'modelleme yapma', 'deneme-yanılma yöntemini kullanma' olarak kategorilere ayrılmıştır. Öğretmen adaylarının örüntülerle ilgili literatürde rapor edilen güçlüklere sahip olduğu görülmüştür.*

Anahtar sözcükler*: Sayı örüntüleri, matematik öğretmeni yetiştirme, pedagojik alan bilgisi*

[*] Yrd. Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, syesildere@yahoo.com
[**] Yrd. Doç. Dr., Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, haticeakkoc@yahoo.com

ISSN: 1300-302X

ABSTRACT: *The concept of "patterns" is now a part of the curriculum for grade 1 through grade 8 as a result of the recent reform in the elementary mathematics curriculum in Turkey. Since it is a newly-introduced concept in the curriculum, pre-service teachers do not have learning experiences of "patterns". This brings the following question into consideration: Do pre-service teachers have adequate knowledge to teach "number patterns"? This study investigates six pre-service elementary teachers' use of strategies to teach number patterns during micro-teaching lessons. Shulman's (1986) notion of "pedagogical content knowledge" (PCK) and Magnusson et al.'s (1999) notion of "topic-specific strategies" component of PCK are used as the theoretical framework. The obtained data has indicated four categories of strategies: 'examining the relationship between consecutive numbers', 'preparing tables of values, 'constructing models', 'trial and error'. It has also been found out that pre-service teachers have had difficulties in finding the rules of "patterns" reported in the literature.*
Key Words*: Number patterns, mathematics teacher education, pedagogical content knowledge*

GİRİŞ

Taşıdığı çeşitli anlamlar nedeniyle örüntü kavramını tanımlamak kolay olmasa da, sahip olduğu önem matematikçilerin ve eğitimcilerin örüntü kavramına büyük bir ilgi duymalarına neden olmuştur (Orton, 1999). Matematikte örüntü kavramını önemli yapan noktalardan biri, matematiğin yapısının anlaşılması için matematiğin içerdiği örüntülerin ve ilişkilerin incelenmesinin gerekliliğidir (Hargreaves ve diğerleri, 1999). Kavram oluşturmada önemli bir bilişsel süreç olan genelleme yapmada etkin rol oynaması örüntü kavramının vurgulanması gereken bir başka önemli yönüdür. Matematik eğitimi perspektifinden bakıldığında ise ilköğretimin erken basamaklarında somut nesneler arasındaki ilişkilerin örüntü kavramı ile kazandırıldığı görülmektedir (Uygur-Kabael ve Tanışlı, 2010). İşaret edilen önemden hareketle matematik öğretim programlarında gerçekleştirilen yenilenme sonrasında örüntü kavramı programda yerini almıştır. İlköğretimin 1-5. sınıflarındaki öğrenciler, ilk olarak tekrarlı örüntüler ile deneyim kazanmakta, daha sonra genişleyen örüntülerle çalışmalarını sürdürmektedir. Bu bağlamda eksik bırakılan bir örüntünün tamamlanması, devam ettirilmesi ve yeni bir örüntü oluşturulması, bir örüntünün farklı biçimlerde temsil edilmesi, örüntüdeki ilişkilerin keşfedilmesi ve örüntüdeki kuralın bulunmasıyla ilgili çalışmalar yapılmaktadır (MEB, 2009a). İlköğretimin 6-8. sınıflarında ise 'öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi, temel beceri olarak ele alınmaktadır. Öğretim programında örüntü kuralının genellenmesine yönelik olarak sunulan etkinliklerde örüntüler çeşitli materyallerle ya da şekillerle modellenmekte ve sıra sayısı ile örüntünün elemanları arasındaki ilişki tablo kullanılarak keşfettirilmektedir (Etkinliklerin ayrıntısı için bakınız MEB, 2009b, s.206). Bu genellemeler, daha sonra bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olarak değiştiği iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olmaktadır. Ayrıca daha ileriki düzeylerde işlenecek olan *fonksiyon* kavramının alt yapısını hazırlayacak becerilerin gelişmesi sağlanmaktadır' (MEB; 2009b, s.98).

Literatürde pek çok matematiksel kavramın oluşturulmasına temel olan örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerine rastlanmaktadır. Stacey (1989) öğrencilerin bir önceki terimi kullanarak bir sonraki terimi bulmaya yatkın olduklarını belirtmiştir. Öğrenciler ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleyerek bir sonraki terimin ne olabileceğini belirleyebilmekte ancak cebirsel bir kural olarak belirtmekte zorlanmaktadırlar. Benzer duruma dikkat çeken Orton ve Orton (1999), bu yaklaşımın örüntünün genel yapısını görmeye engel olduğunu ifade etmektedir. Stacey örüntünün kuralını bulma sürecinde öğrencilerin sabit ortak farka sahip örüntülerde ortak farkın kuralı oluşturduğu yanılgısına sahip oldukları bulgusuna ulaşmıştır. Lee (1996) öğrencilerin güçlük çektiği noktanın örüntüyü görmede değil, bunu cebirsel olarak ifade etmede yaşandığını belirtmektedir. Araştırmalar öğrencilerin örüntüdeki ilişkiyi sözel olarak ifade etmede, ilişkiyi cebirsel olarak belirtmeye kıyasla daha başarılı olduklarını göstermektedir (English ve Warren, 1998; Lannin, 2002; MacGregor ve Stacey, 1995). Literatürde rapor edilen öğrenci güçlükleri dikkate alınarak örüntü kavramına ilişkin öğrencilere yönelik çok sayıda araştırma yapıldığı söylenebilir. Öğrencilere ilişkin çalışmaların çokluğuna karşın örüntü kavramı çerçevesinde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının yer aldığı çalışma sayısı yetersizdir. Literatüre bu yönde katkı sağlamak amacıyla bu araştırmada öğretmen adaylarının sayı örüntülerinin kuralını bulmayı öğretmeye ilişkin pedagojik alan bilgileri incelenmektedir. İncelemede Shulman (1986) tarafından ortaya konan pedagojik alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisinin Magnusson ve diğ. (1999) tarafından tanımlanan öğretim stratejileri bileşeni olgusu kuramsal çerçeve olarak kullanılmıştır.

Kuramsal Çerçeve

Öğretmen eğitimi literatüründe pedagojik alan bilgisi, öğretmen bilgisinin yeni bir boyutu olarak ve gerek pedagojik bilgiden gerekse de alan bilgisinden farklı bir kategori olarak ilk defa Shulman (1986) tarafından ortaya konmuştur. Shulman, pedagojik alan bilgisini, konunun uzmanını bir eğitimciden ayıran bilgi olarak tanımlar. Bu tanıma göre, bir konuyu çok iyi bilmek o konuyu iyi öğretebilmek anlamına gelmez. Shulman, pedagojik alan bilgisini daha ayrıntılı olarak, bir konunun en faydalı temsilleri, en güçlü benzetmeleri, resimlemeleri, örnekleri yani konuyu başkaları için anlaşılır kılacak temsil ve öğretim biçimleri hakkında sahip olunan bilgi olarak tarif eder.

Pedagojik alan bilgisi Shulman tarafından tanımlandıktan sonra, daha çok tümdengelimci bir yaklaşımla araştırılmış ve farklı araştırmacılar tarafından bileşenleri farklı şekilde ortaya konulmuştur. Shulman'ın (1986) yukarıda bahsedilen pedagojik alan bilgisi tanımında iki bileşen ön plana çıkmaktadır: (a) öğrenci güçlükleri, ve (b) öğretim stratejileri ve temsilleri. Farklı araştırmacıların pedagojik alan bilgisinin bileşenlerini nasıl ele aldıklarını inceleyen Park ve Oliver (2008), bu araştırmacıların çoğunun araştırmalarında genel olarak Shulman tarafından ortaya atılan iki bileşeni esas aldıklarını, ve fakat bunlarla birlikte "ölçme-değerlendirme bilgisi" ve "öğretim programında kavramların ele alınışı hakkında sahip olunan bilgi" gibi yeni bileşenleri de tarif ettiklerini rapor etmiştir.

Bu araştırmada bu bileşenlerden "öğretim stratejileri" bileşeni üzerinde durulmaktadır. Pedagojik alan bilgisinin farklı bileşenleri üzerine yapılan çalışmaları sentezleyen Magnusson ve diğerleri (1999), öğretim stratejileri bileşenini iki farklı alt kategoride ele almıştır: alana özel stratejiler ve konuya özel stratejiler. Araştırmacılar alana özel stratejileri, fen ya da matematik gibi özel bir alanın öğretiminde kullanılan ve çeşitli aşamaları içeren stratejiler olarak tanımlamakta ve fen eğitiminde kullanılan üç aşamalı öğrenme döngüsünü (keşfetme, kavramın tanıtılması ve kavramın uygulamaları aşamalarını) örnek vermektedirler. Bunun yanı sıra, öğrencinin ön bilgisini dikkate alma ya da bilişsel çatışma yaratma gibi yaklaşımları da alana özel stratejilere örnek olarak göstermektedirler. Konuya özel stratejileri ise daha dar anlamda belli bir konunun ya da kavramın öğretimi sırasında kullanılan temsiller ve konuya özel etkinlikler olarak tanımlamaktadırlar. Temsiller, kavramın veya ilişkilerin öğrenciler tarafından anlaşılmasını kolaylaştıran örnekler, modeller ve analojilerdir. Bu temsillerin öğrenmeyi kolaylaştırma açısından güçlü ve zayıf yönleri hakkında sahip olunması gereken bilgi, öğretim stratejileri bilgisinin önemli bir boyutudur. Magnusson ve diğerleri (1999) konuya özel öğretim stratejilerinin diğer bir alt boyutu olarak konuya özel etkinlikleri ele almaktadırlar. Burada etkinlik terimi eğitimde kullanılan genel anlamından daha dar bir anlamda kullanılmakta olup bu etkinliklere konuya yönelik problemler, deneyler veya simülasyonlar örnek olarak gösterilmektedir.

Bu çalışmada, matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerinin kuralını bulmayı öğretme sürecinde izledikleri konuya özel stratejilerin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu çerçevede örüntü konusuna özel stratejiler, örüntünün farklı temsilleri ve örüntü kuralını bulmaya yönelik etkinlikler olarak ele alınacak ve bu çerçeveyi ifade etmek üzere kısaca strateji terimi kullanılacaktır. Bu amaç paralelinde öğretmen adaylarının kullandıkları örüntü konusuna özel stratejilerin sayı örüntülerinin kuralını bulmayı öğretmede ne derece uygun olduğu değerlendirilecektir.

YÖNTEM

Matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerinin kuralını bulmayı öğretme sürecinde izledikleri stratejilerin incelendiği bu çalışmada durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının stratejileri ile ilgili bir genellemeye varmak değil, stratejilerin kullanım şekillerini detaylı incelemek amaçlanmaktadır. Durum çalışması tek bir öğrenciyi, sınıfı, okulun karakteristiklerini gerçek bağlamlarında derinlemesine incelediğinden (Cohen, Manion ve Morrison, 2002) çalışmada bu araştırma stratejisi kullanılmıştır. Çalışılan durumlar arası farklılıkların incelenmesi açısından da Eisenhardt'ın (1989) tavsiye ettiği çoklu durum çalışması yöntemi benimsenmiştir. Bu yöntem bu çalışmada farklı öğretmen adaylarının kullanabilecekleri olası farklı stratejileri ortaya çıkarmak ve dış geçerliği artırmak amacıyla seçilmiştir.

Araştırmada gözlem ve görüşme teknikleri kullanılarak veri toplanmıştır. Veri toplamada yapılandırılmamış alan gözlem türü kullanılmış ve katılımcı gözlem yoluyla veri toplanmıştır. Öğretmen adaylarının mikro-öğretim dersinde sergiledikleri kayıt edilemeyen davranışları gözlemlenmiştir. Dersi gözlemlenen öğretmen adaylarıyla mikro-öğretim etkinlikleri esnasında sohbet tarzı görüşme (Patton, 1987) yapılmıştır. Sohbet tarzı görüşme, araştırmacının gözlem amacıyla ortama katıldığı araştırmalarda kullanıldığı ve etkileşimi doğal akışı içinde sağladığı için tercih edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Mikro-öğretim etkinlikleri esnasında soru yöneltmenin amacı öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgisine ilişkin daha detaylı bilgi edinebilmektir. Özetle araştırmada mikro-öğretim etkinliklerine ait video kayıtlarından, öğretmen adayları ile mikro-öğretim sürecinde yapılan görüşmelerden ve mikro-öğretim dersleri sırasında yapılan gözlemlerden elde edilen veriler kullanılmıştır.

Çalışmanın verileri öğretmen adaylarının mikro-öğretim etkinlikleri gerçekleştirme sürecinde toplanmıştır. Öğretmen adaylarından ilköğretim 6. sınıf matematik öğretim programında yer alan "sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder" kazanımına yönelik bir ders hazırlamaları istenmiştir. Bir hafta sonra hazırlıklarını yapan öğretmen adayları yaklaşık olarak 40 dakikalık mikro öğretim etkinliği gerçekleştirmişlerdir. Öğretmen adaylarının mikro-öğretim dersleri kamerayla kaydedilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmen adaylarının dersleri gözlemlenmiştir. Ayrıca mikro-öğretim etkinlikleri esnasında kimi zaman öğretmen adaylarına yapılandırılmamış sorular yöneltilerek görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları ilköğretim matematik öğretmenliği 4. sınıfta (7. yarıyıl) öğrenim görmekte olan ve 'Okul Deneyimi II' dersini alan altı ilköğretim matematik öğretmen adayıdır. Öğretmen adayları bu dersi almadan bir dönem önce matematik öğretiminin doğasını teorik ve pratik olarak ele alan 'Özel Öğretim Yöntemleri I' dersini almış ve dersten başarıyla geçmişlerdir. Örüntü kavramı, öğretim programına yeni giren bir kavram olduğundan dolayı katılımcıların ilköğretim öğrencisi olarak örüntülere ilişkin öğrenme deneyimleri bulunmamaktadır. Ancak öğretmen adayları üniversite eğitimlerinde diziler ve serilerle ilgili gerekli alan bilgisi derslerini almışlardır.

Katılımcıların tümü bayandır. Öğretmen adayları, dersi alan öğretmen adayları arasından durum çalışmalarında kullanılabilen bir örnekleme stratejisi olan uygun örnekleme stratejisi yoluyla (Cohen, Manion ve Morrison, 2002) seçilmiştir. Seçimde öğretmen adaylarının çalışmaya katılmaya istekli olmaları ve 'Özel Öğretim Yöntemleri I' dersini almış olmaları göz önünde bulundurulmuştur. Verilerin sunumunda öğretmen adaylarının isimleri değiştirilmiştir.

Araştırmacının Rolü

Bu çalışmada araştırmacı, mikro-öğretim etkinlikleri sırasında öğrenciden gelebilecek tarzda soruları öğretmen adaylarına yöneltmiştir. Öğretmen adayının hazırladığı dersle ilişkili ve anlık gelişen bu sorular dersin doğal akışı içerisinde yöneltilmiştir. Bu soruları yöneltmede amaç öğretmenin sahip olduğu bilgiyi daha ayrıntılı olarak açığa çıkarmaktır. Araştırmacı mikro-öğretim derslerini gözlemlerken tarafsız rol üstlenmiştir. Gözlem ve görüşmeden elde edilen önemli bilgiler araştırma sonrasında not edilmiştir.

Verilerin Analizi

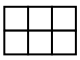
Mikro-öğretim derslerinin video kamera kayıtları verileri nitel veri analiz yöntemlerinden betimsel analiz ile incelenmiştir. Mikro-öğretim videoları makalenin yazarları tarafından izlenmiş ve betimsel gözlem notları çıkartılmıştır. Mikro-öğretimin sonunda öğretmen adayları ile gerçekleştirilen sohbet tarzı görüşmelerin çözümlemeleri yapılmıştır. Görüşme çözümlemeleri ve gözlem notları kuramsal çerçeve esas alınarak kodlanmıştır. Önceden belirlenmiş kodlar kullanılmamış, veriler öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller ve örüntü kuralını bulmaya yönelik etkinlikler bağlamında anlamlı bölümlere ayrılarak kodlar elde edilmiştir. Ortaya çıkan kodlar bulgular bölümünde ayrıntılı olarak açıklanmaktadır. Saptanan örüntülere göre veriler özetlenmiş ve yorumlanmıştır. Ayrıca, betimsel analizde sıkça yapıldığı gibi (Yıldırım ve Şimşek, 2006), görüşülen ve gözlenen katılımcıların görüşlerini yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Bu çalışmada benimsenen çoklu durum çalışması ile tek bir durum yerine birden çok durumun kullanılması sayesinde dış geçerliğin artırılması hedeflenmiştir. Durum çalışmasının tutarlığı, araştırma sürecinin her aşamasının detaylarını belirten durum çalışması protokolü ile sağlanabilir (Yin, 1994). Altı öğretmen adayıyla gerçekleştirilen durum çalışmaları ve görüşmeler çözümlenerek her biri için rapor hazırlanmıştır. Her birinin orijinal halinden ve araştırmacı raporundan veri tabanı oluşturulmuştur. Teyit edilebilirliği sağlamak için öğretmen adaylarının ders işleyişlerindeki örüntülere işaret edilmiş ve delil zinciri oluşturulmuştur.

İncelemelerde delil olarak görüşme ve katılımcı gözlem notları kullanılmıştır. Bunun yanı sıra birden fazla veri tipi kullanılarak çalışmanın güvenilirliği arttırılmıştır.

BULGULAR

Veri analizi sonucunda, öğretmen adaylarının örüntülerin öğretiminde kullandıkları stratejiler; ‘ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme’, ‘tablo yapma’, ‘modelleme yapma’, ‘deneme-yanılma yöntemini kullanma’ başlıkları ile kodlanmıştır. ‘Ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme’, bir sayı örüntüsünün kuralını bulmada örüntünün ardışık terimleri arasındaki farktan hareket etme şeklinde açıklanabilir. ‘Tablo yapma’, bir sayı örüntüsünün kuralını sayı örüntüsündeki terimleri ve sıra numaralarını tablo şeklinde belirterek bulmayı ifade etmektedir. ‘Modelleme yapma”, bir sayı örüntüsünün kuralının örüntüyü temsil eden bir modelleme kullanılarak bulunmasını belirtmektedir. ‘Deneme-yanılma yöntemini kullanma’, bir sayı örüntüsünün kuralının herhangi bir yol izlemeden, yazılan cebirsel ifadeye uyup uymadığını deneyerek bulunmasını belirtmektedir. Bu kodların daha iyi anlaşılması için Mason ve diğerleri (1985) tarafından hazırlanan aşağıdaki örnek incelenecektir:
Aşağıdaki şekil, 2 birim uzunluğunda ve 3 birim genişliğinde dikdörtgensel bölgeyi belirtmektedir.



- Bu dikdörtgensel bölgenin çevresine 1 birim kare kalınlığında duvar oluşturmak istense kaç birim kareye ihtiyaç duyulur?
- Herhangi başka bir dikdörtgensel bölge için kaç birim kare gerektiğini araştırınız.

Böyle bir problem durumunda dikdörtgenin genişliği sabit olarak 1 birim alındığında kullanılacak birim kare sayısını belirten örüntü 8, 10, 12, … şeklinde olacaktır. Ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisini kullanan kişi örüntüdeki terimlerin 2’şer 2’şer arttığı üzerinde durmakta ve terim ile terim sırası arasındaki ilişkiyi arama yerine artış miktarını bir sonraki terimi bulma yönünde kullanmaktadır.

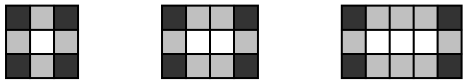
Bu problem durumu için oluşturulacak tablo aşağıdaki şekilde olacaktır:

Tablo 1. *Problem Durumuna İlişkin Oluşturulan Tablo*

Uzunluk (u)	*Genişlik (g)*	*Kullanılacak Birim Kare Sayısı (s)*
1	*1*	*8*
2	*1*	*10*
3	*1*	*12*

Tablo yapma stratejisi kullanılarak tablo oluşturulduğunda kullanılacak birim kare sayısı ile uzunluk ve genişliğin ilişkilendirilmesi beklenmektedir.

Modelleme yapma stratejisi kullanıldığında oluşturulabilecek bir modelleme örneği aşağıdaki şekilde olacaktır:



Şekil 1. *Örüntünün Kuralını Bulmada Kullanılabilecek Bir Model Örneği*

Bu modelleme incelendiğinde her dikdörtgensel bölgenin etrafında çevre uzunluğu kadar birim kareye 4 birim kare daha eklendiği görülmektedir. Buradan hareketle örüntünün kuralı 2(u+g)+4 şeklinde bulunabilir. Bu problem durumu için deneme yanılma stratejisini kullananlar ise ilk terime uyan örneğin 4(u+g) gibi bir kuralı herhangi bir düşünme şeklini takip etmeden kendileri yazıp, diğer terimlerin bu kuralı sağlayıp sağlamadığını kontrol etmektedir.

Öğretmen adayları ders anlatımlarında birden çok strateji kullanmışlardır. Öğretmen adaylarının sayı örüntülerinin kuralını bulmada kullandıkları stratejiler Tablo 2'de sunulmaktadır:

Tablo 2. *Sayı Örüntülerinin Kuralını Bulmada Kullanılan Stratejiler*

	Öğretmen Adayları					
Kullanılan Stratejiler	*Ayla*	*Burcu*	*Beyza*	*Zehra*	*Filiz*	*Didem*
Ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme	✓	✓	✓		✓	✓
Tablo yapma	✓		✓	✓	✓	
Modelleme yapma	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Deneme yanılma	✓	✓		✓	✓	✓

Öğretmen adaylarının beş tanesi ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisini kullanmıştır. Dört tanesi örüntüleri öğretmede tablo kullanmayı tercih etmiş ancak tablodaki terim sayısı ile terim arasındaki ilişkiyi kullanarak değil sayılar arasındaki farkı kullanarak kuralı bulmuştur. Öğretmen adaylarının tamamı yazdıkları sayı örüntülerini materyal kullanarak ya da çizimlerle modellemişlerdir.

Ancak sadece bir tanesi kuralı bulmaya yardımcı olacak şekilde modelleme yapabilmiştir. Diğer beş öğretmen adayı sadece sayı örüntüsünü görselleştirme amacıyla modellemeyi kullanmıştır. Beş öğretmen adayı sayı örüntülerinin kuralını bulmayı öğretmede deneme yanılma stratejisini kullanmıştır. Aşağıdaki alt başlıklarda her bir öğretmen adayının belirtilen stratejileri kullanma şekilleri ayrıntılı biçimde ele alınmaktadır.

Ayla

Ayla ders anlatımına örüntü ilişkisi kolayca anlaşılamayan aşağıdaki soru ile başlamıştır: "Mikroskopla bakıldığında önce dört bakteri vardı. 1 saat sonra bakterilerin 2 katına çıktığı görüldü. 3. saatte 32 bakteri olduğuna göre 6. saatte kaç bakteri olmuştur?". Ayla bu soruyu aşağıdaki şekilde modellemiştir:

Şekil 2. *Ayla'nın Oluşturduğu Modelleme*

Ayla modellemeyi sadece yazılan problemi anlatmak için kullanmış, modelin ikinci aşamada bile karmaşıklaşması üzerine örüntüyü şema olarak göstermeyi tercih etmiştir. Ayla buna ilişkin olarak aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi bir liste hazırlamıştır:

1 → 8
+1( )+8
2 → 16
+1( )+16
3 → 32

Şekil 3. *Ayla'nın Örüntü Kuralını Bulmakta Kullandığı Listeleme*

Terimler arası artışa odaklanan Ayla, ardışık terimlerin artışları aynı olmadığından bir değişkene bağlı bir kural bulamamış, ancak bir sonraki terimin ne olduğunu belirleyebilmiştir. Bunun üzerine ders planında yer alan başka bir örüntü olan 5, 9, 17, 29, 45 … örüntüsünün kuralını araştırmış ve buna ilişkin aşağıdaki listeyi oluşturmuştur:

1 → 5
+1( )+4
2 → 9
+1( )+8
3 → 17

Şekil 4. *Ayla'nın Örüntü Kuralını Bulmakta Kullandığı Listeleme*

Bu tablonun ardından Ayla sayılar arasındaki ilişkiyi incelemeye çalışmıştır:

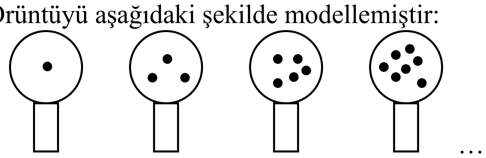
"Bu 1 artmış, bu 1 artmış, bu 1 artmış, bu da 1 artmış (terimlerin sıra sayılarını gösteriyor). Bakalım bunlar kaç artmış (terimleri gösteriyor) ilki 4 artmış, peki bu 4 artmamış. Peki başka ne yapabiliriz? (5'in) 2 katından 1 çıkartabiliriz. (Bir sonraki terim olan) 9'u buluruz. (Ardışık terimler arasında ilişki arıyor). Peki 9'un iki katından 1 çıkarınca 17, bu da sağlıyor. Peki diğeri? Hayır. Daha başka bir şey? Peki ilk terimin 4 katını alıp 1 ekleyelim. 21, olmadı."

Burada iki stratejinin kullanıldığı görülmektedir. Ayla öncelikle ardışık terimler arasındaki farka odaklanmakta ve bu farklar arasındaki ilişkiyi de deneme yanılma yöntemi ile araştırmaktadır. Buradan bir sonuç elde etse bile sadece bir sonraki terimi bulabileceğini fark eden Ayla terim sayısı ile terim arasındaki ilişkiyi deneme yanılma stratejisiyle incelemeye başlamıştır: "Peki, bu sayılarla (sol sütunu gösteriyor) bu sayılar arasında (sağ sütunu gösteriyor) bir bağıntı bulmaya çalışalım. 1'in 4 katına 1 ekleyelim 5. Buna (2'ye) bakalım, sağladı. Diğeri, 4 kere 3, sağlamadı. Niye sağlamıyor?"

Yukarıda ayrıntılı şekilde açıklandığı üzere Ayla kuralı bulmaya çalışmış, ancak kuralı bulamadan dersini bitirmiştir. Ayla'nın yazdığı sayı örüntülerinin kuralını bulamaması alan bilgisindeki eksikliğe işaret etmektedir. Ayla'nın dersi genel olarak değerlendirildiğinde, öğretmen adayının başlangıç için kuralı zor olan sayı örüntülerini tercih ettiği söylenebilir. Dersinde kullandığı sayı örüntülerinden birinin kuralı 2^{n+2}, diğerinin kuralı $2n^2 - 2n + 5$'dir. Öğretim programındaki etkinlik örneklerinde de daha kolay sayı örüntülerinin kurallarının incelendiği göz önüne alındığında Ayla'nın çalışmalarındaki örnek seçimlerinin uygun olmadığı söylenebilir.

Didem

Didem 1, 3, 5, … sayı örüntüsünün 100. terimini bulmayı içeren bir etkinlikle derse başlamıştır. Örüntüyü aşağıdaki şekilde modellemiştir:



1. terim   2. terim   3. terim   4. terim

***Şekil 5.** Didem'in Oluşturduğu Modelleme*

Didem yukarıda görüldüğü gibi bir model oluşturmasına rağmen bu modeli sayı örüntüsünün 100. terimini bulmak için kullanmamıştır. Bunun yerine örüntüyü liste şeklinde aşağıdaki gibi yazmıştır:

1. ağaç	1 elma	
		)+2
2. ağaç	3 elma	
		)+2
3. ağaç	5 elma	
		)+2
4. ağaç	7 elma	

***Şekil 6**. Didem'in Örüntü Kuralını Bulmak İçin Oluşturduğu Listeleme*

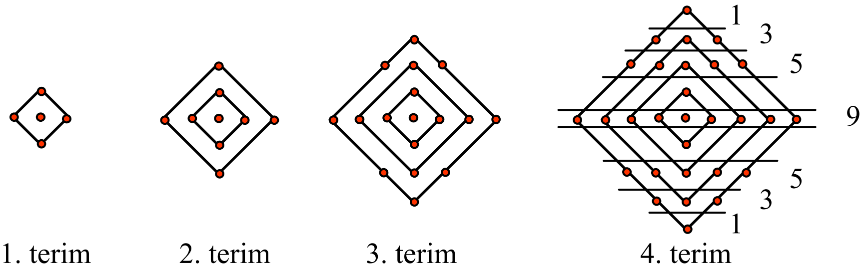
100. terimi, kuralı cebirsel olarak bulmadan sayısal ilişkiyi kullanarak bulmuştur. Örüntüdeki sayılar arasındaki farka dikkat çekerek temsilci sayısını açıklamadan kurala ulaşmıştır. 2,4,6,8, … sayı örüntüsünün kuralını benzer yolla bulmuştur. Bu süreçte örüntüyü modellememiştir. Daha sonra kuralı 3n–1 olan sayı örüntüsünün ilk 6 terimini bulmuştur.

Yukarıdaki iki örüntü örneğini takiben Didem 1, 4, 7, 10, … sayı örüntüsünün kuralını herhangi bir model kullanmadan ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleyerek bulmuştur. Ardışık terimler arası ilişkiyi inceleme stratejisi lineer örüntülerde elverişli görülen ancak kuralı ikinci dereceden olan örüntülerde sorun yaratan bir stratejidir. Dilek'in lineer olmayan bir örüntü üzerinde farklı strateji kullanıp kullanmayacağını gözlemlemek öğretmen adayının pedagojik alan bilgisi hakkında bilgi verebilir. Bu düşünceyle Didem'e terimler arasındaki artışın sabit olmadığı herhangi bir örüntünün kuralının bulunup bulunmayacağı sorulmuştur. Bunun üzerine Didem 5, 9, 17, 29, … sayı örüntüsünü yazmış ve kendi oluşturduğu bu örüntünün kuralını araştırmıştır:

Araştırmacı: Aradaki artış sabit olmayan bir sayı örüntüsünün kuralı nasıl bulunabilir?

Didem: Mesela az önceki dizi örneğini ele alırsak onu direkt yazalım biz. 5-9-17 diğer terim şurada 4 artış var, burada 8 artış. 1.sayı 5 olur, 2.sayı 9, 3.sayı 17. 4 katının 1 fazlası burada sağlamıyor. Burada bir değil de dört alırsak…(Düşünüyor).

Yukarıda da görüldüğü gibi Didem kendi yazdığı sayı örüntüsünde sadece deneme yanılma yoluyla çeşitli kuralların doğruluğunu denemiş ancak örüntünün kuralını bulamamıştır. Burada Didem'in alan bilgisini belirlemek değil, farklı bir durumla karşılaştığında strateji seçiminde değişiklik olup olmadığını gözlemlemek amaçlanmıştır. Didem lineer örüntülerdeki yaklaşımına paralel olarak sayılar arasındaki artışa odaklanmış ve deneme yanılma stratejisini kullanmıştır. Ancak kuralı ikinci dereceden olan bu örüntüde deneme yanılma yoluyla kuralın bulunmasının zor olacağı açıktır. Bu örüntünün kuralı aşağıdaki modelleme ile $2(n-1)^2+2n+1+2$ olarak bulunabilirdi:

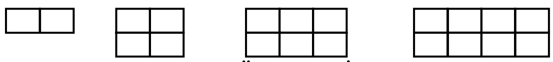


Şekil 7. *5, 9, 17, 29, … Sayı Örüntüsünün Modellenmesi (Olkun'dan (2008) adapte edilmiştir)*

Didem bunun sonrasında 2, 5, 8, 11, … sayı örüntüsünün kuralını bulmuş ve dersini bitirmiştir. Didem'in dersi genel olarak değerlendirildiğinde iki noktanın göze çarptığı söylenebilir. Bunlardan ilki Didem'in çalışmalarında seçtiği örüntülerdir. Hazırladığı çalışmalardaki örüntüleri zorluk derecelerine göre sıralamadığı görülmüştür. Didem ders planında kuralı birden çok işlem içeren 2n–1 örüntüsünü ilk çalışma olarak ele almış, tek işlem içermesi nedeniyle daha kolay olan 2n kuralına sahip örüntüye daha sonra yer vermiştir. Didem'in dersi ile ilgili dikkat çeken diğer bir durum ders planındaki çalışmalarda modellemelere yer verme şeklidir. Sadece ilk çalışmada sayı örüntüsünü modellemiş ancak bu çalışmada da modeli kuralı bulmaya yardımcı olacak şekilde değil sadece görsel amaçla kullanmıştır. Didem deneme yanılma stratejisini kullanmış, bunun dışındaki stratejileri etkin olarak kullanmamıştır.

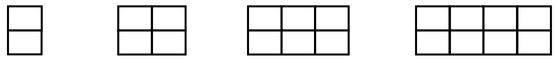
Filiz

Filiz örüntünün tanımını yaparak dersine başlamıştır. Sonrasında 2, 4, 6, 8, … sayı örüntüsünün kuralını bulmaya çalışmış ancak bunu yaparken örüntüyü 0'dan başlatmıştır. Kuralı bulmakta zorlanan Filiz örüntüyü tahtaya kareler çizerek aşağıdaki şekilde modellemiştir:



Şekil 8. *Filizin 0,2,4,6,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Model*

Modellemedeki ilk şeklin yatay olarak çizilmesi nedeniyle modelin örüntünün kuralını bulma amacıyla oluşturulmadığı söylenebilir. Oysa ki, ilk şekil dikey olarak oluşturulduğunda model, yüksekliğinin uzunluğu iki birim, diğer kenar uzunluğu bir birimden başlayıp birer birer artan dikdörtgensel bölgelerin alanları olarak ifade edilebilir ve böylece örüntünün kuralına ulaşılabilir. Şekil 9'da verilen modelleme örüntünün kuralını bulmaya daha faydalı olabilir:



Şekil 9. *0,2,4,6,… Örüntüsü İçin Oluşturulması Önerilen Model*

Şekil 8'deki modeli çizmesine rağmen bu modeli kuralı bulmakta kullanmayan Filiz kuralı bulurken aşağıda sunulan Tablo 3'ü oluşturmuştur:

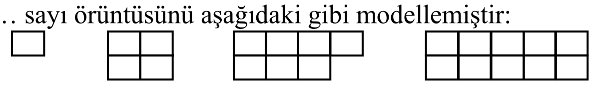
Tablo 3. *Filiz'in 0,2,4,6,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Tablo*

Sıra No	*Sayı*	*Sıra no-Sayı*
1	*0*	
2	*2*	
3	*4*	

Filiz tablodaki değerler arasındaki ilişkiyi deneme yanılma stratejisi ile incelemeye başlamış ve aşağıdaki gibi bir açıklamada bulunmuştur:

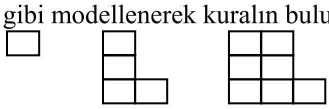
> *"Ne yapıyor olabiliriz burada? Sıra numaramızla sıra sayımız arasında dört işleme veya üslü sayılara bağlı olarak bir işlem yapacağız. Örneğin sıra numarası ile sayı arasında, 1 ve 0 arasında nasıl bir ilişki kurabilirim? Sıra numarasından 1 eksik olduğunu düşünelim. Peki, burada (2. satırdaki değerleri gösteriyor) sıra numarasından 1 çıkardığımda 1 buluyorum. Ama benim 2 bulmam gerekiyordu. Demek ki yanlış bir şey yapıyorum. Öyleyse siliyorum. Ve bu şekilde deneme yanılma yoluyla doğru cevaba gideceğim".*

Yukarıdaki açıklamasından da görüldüğü üzere Filiz deneme yanılma yoluyla örüntünün sırasıyla, sayı arasında bir ilişki olduğunu belirtmiş ancak neden bu ilişkinin kurulmasının gerektiğine değinmemiştir. Açıklamalarında n doğal sayısının önemli olduğunu belirtmiş ancak neden önemli olduğunu açıklamamış, sadece örüntünün temsilci sayısı olduğunu söylemiştir. Ayrıca tabloyu da örüntünün terimlerini düzenli bir şekilde belirtmek dışında kullanmamıştır. Kuralı bulmuş ve temsilci sayıyı açıklamıştır. Örüntünün birden çok kuralı olduğunu gösterdikten sonra 1, 4, 7, … sayı örüntüsünü aşağıdaki gibi modellemiştir:



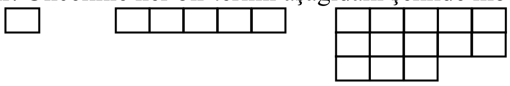
Şekil 10. *Filiz'in 1,4,7,… Sayı Örüntüsü İçin Yaptığı Modelleme*

Şekildeki modellemenin örüntünün kuralını bulmayı kolaylaştırmadığı görülmektedir. Kuralı $3n-2$ olan 1, 4, 7, … sayı örüntüsünün modeli üç birim kareli bloklar ile aşağıdaki gibi modellenerek kuralın bulunması kolaylaştırılabilirdi:



Şekil 11. *1,4,7,…Örüntüsü İçin Oluşturulabilecek Bir Model Örneği*

Filiz kuralı, daha önce oluşturduğuna benzer bir tablo yaparak araştırmış ancak modellemenin örüntünün kuralını bulmayla ilişkisini kurmamıştır. Bu nedenle Filiz'in modellemeyi kuralı bulmak için değil, görsel amaçlı kullandığı söylenebilir. Filiz'e aralarındaki artış miktarı sabit olmayan bir sayı örüntüsünün kuralının nasıl bulunabileceği sorulduğunda 1, 5, 13, 29, … sayı örüntüsünü yazmış ve kuralını bulmaya çalışmıştır. Öncelikle her bir terimi aşağıdaki şekilde modellemiştir:



Şekil 12. *Filiz'in 1,5,13,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Model*

Filiz modelleme üzerinde kuralı bulmaya yönelik inceleme yapmamış, sadece deneme yanılma stratejisini kullanmıştır. Kuralı bulamayınca şu açıklamada bulunmuştur:

> *"Bu örüntüler bir sonraki basamağın bulunabilmesi için bir önceki basamağın bilinmesi gereken örüntüler. Daha önceki örüntülerimizde ne yapmıştık? Sıra numarasını bilmemiz gerekmediğinden yani sıra numarasını biz bilinmeyen olarak aldığımızdan hangi sayıyı istiyorsak o noktaya ulaşabiliyorduk. Ama bu tarz örüntülerde sıra numarasını dikkate almadığımızda sadece sayılarımızın kendi aralarındaki ilişkisini merdiven gibi düşünüyoruz ve bir sonraki basamağa ulaşmak için hep bir önceki basamağı kullanıyoruz."*

Filiz örüntü ilişkisini sözel olarak "Bir önceki terimin 2 katının 3 fazlası" olarak yazmış ve dersi bitirmiştir. Filiz'in dersi toplu olarak değerlendirildiğinde bu öğretmen adayının literatürde rapor edilen öğrenci güçlüklerine sahip olduğu görülmektedir. Filiz örüntünün kuralını bulmada bir önceki terimden yararlanmış ve örüntüdeki ilişkiyi ardışık terimler arasındaki ilişkiye dayandırarak sözel olarak ifade etmiştir. Ders planını öğretim programında önerilen etkinlik örneklerine benzer şekilde oluşturmuştur. Ancak uygulama sürecinde kullandığı modelleme ve tablo yapma stratejilerini etkili şekilde kullanmamıştır.

Zehra

Zehra dersine ilk olarak modellenmiş olarak verilen 1, 3, 5, 7,… sayı örüntüsünün kuralını bulma üzerine oluşturduğu çalışmayı uygulayarak başlamıştır. Bunun için aşağıdaki gibi bir tablo oluşturmuştur:

Tablo 4. *Zehra'nın 1,3,5,7,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Tablo*

Halka Sayısı	*Halkadaki Yaprak Sayısı*	*Halka Sayısı İle Halkadaki Yaprak Sayısı Arasındaki İlişki*

Bu tabloyu kullandıktan sonra 'n'nin ne olduğunu tartışmadan sayı örüntüsünün n. terimini bulmayı açıklamıştır. Bununla birlikte genel kuralı birden çok şekilde ifade etmeye dikkat etmiştir. Bir sonraki çalışmada ise 2, 4, 6, 8,… sayı örüntüsünü seçerek öğrencilerden bu örüntüyü geometrik şekillerle modellemelerini istemiştir. Örüntüyü Şekil 13'deki gibi modellemiştir ve modele ilişkin şu açıklamayı yapmıştır:

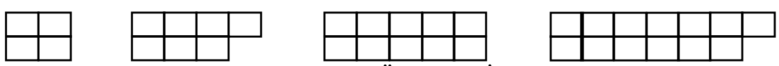
> *"Burada iki tane ikizkenar üçgeni düşünebiliriz. Siz de farklı şekillerden oluşturabilirsiniz. Aynı sonuca gideceğimizi göreceksiniz. Burada dört tane ikizkenar üçgenin olması lazım. İşte şekil örüntüsü elde ediyoruz böylece."*

Şekil 13. *Zehra'nın 2,4,6,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Model*

Zehra modeli oluşturmasına rağmen, örüntünün kuralını daha önce oluşturduğuna benzer bir tablo yaparak araştırmıştır. Verilen örüntüdeki sayıların örüntüdeki sıraları ile sayılar arasında ilişki kurarak genel kuralı bulmasına karşın neden bunun yapılması gerektiği ve temsilci sayının ne olduğu hakkında açıklama yapmamıştır. 3, 6, 9,… sayı örüntüsünün kuralını incelemiş ve bu sırada aşağıdaki açıklamada bulunmuştur:

> *"Örüntüye bu haliyle baktığımızda bizim için pek bir anlam ifade etmiyor. Ama tablolaştırdığımız zaman bu sayılar arasındaki ilişkiyi daha rahat görebiliyoruz. Biraz da deneme yanılma yoluyla yapıyoruz. Mesela 3, 1'in 2 fazlası. Burada (ilk terimi kastederek) 2 fazlası ama burada (ikinci terimi gösteriyor) 4 fazlası var. Burada 6 fazlası var. O zaman artışla ilgili bir örüntü belki daha farklı şekilde düşünülebilir. Ama 1'in 3 katı, burada da 3 katı alınmış. Demek ki kural 3n'miş."*

Zehra daha sonra 4, 7, 10,… sayı örüntüsünün kuralını araştırmıştır. Bunun için önce aşağıdaki gibi bir modelleme kullanmıştır:



Şekil 14. *Zehra'nın 4, 7, 10,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Model*

Zehra'nın oluşturduğu modelden görüldüğü gibi $3n+1$ örüntüsü için yaptığı bu modelde üçlü bloklar yerine ikili bloklar ön plana çıkmakta ve dolayısıyla model kuralı bulmaya yardımcı olmamaktadır. Daha önce yaptığı gibi modeli çizdikten sonra modele ilişkin herhangi bir açıklama yapmadan tablo oluşturmuş ve deneme yanılma stratejisi ile kuralı bulmuştur. Zehra'nın ders planındaki çalışmalarda bulunan örüntülerin hiyerarşik olarak sunulmaması dikkat çekicidir. Önce kuralı 2n–1, sonra 2n, sonra 3n olan daha sonra ise 3n+1 olan örüntüyü ele almıştır. Bu örüntülerin kuralını bulma süreçlerini birbirleriyle ilişkilendirmemiştir. Zehra dersinde yer verdiği örüntülerin üç tanesini model ile göstermiştir. Ancak modeller örüntünün terimlerini belirten şekiller olmaktan öteye gitmemiş, kuralı bulma sürecinde oluşturulan modelden yararlanılmamıştır.

Beyza

Beyza mikro-öğretim kapsamında sunduğu derse 2,4,6,8,… sayı örüntüsünü aşağıdaki şekilde modelleyerek başlamıştır:

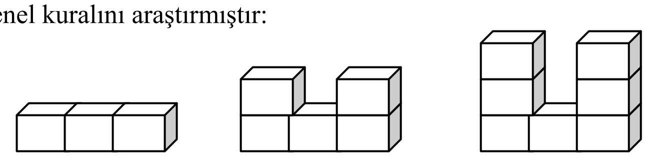
Şekil 15. *Beyza'nın 2,4,6,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Model*

Beyza'nın modelinin örüntünün kuralını bulmaya katkı sağlayıcı yönde olmadığı görülmektedir. Beyza çizdiği şekillere ilişkin hiçbir açıklama yapmadan örüntüdeki sayıları aşağıdaki şekilde tablolaştırmıştır.

Tablo 5. *Beyza'nın 2,4,6,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Tablo*

Sıra Sayısı	*Çubuk Sayısı*	*Sıra Sayısı İle Çubuk Sayısı Arasındaki İlişki*
1	*2*	
2	*4*	

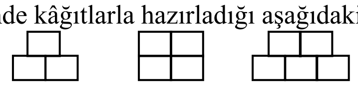
Sayı örüntüsünün genel kuralını bulmaya neden ihtiyaç duyulduğunu açıklamış ve n'in ne anlama geldiğine değinmeden n. sıra ile bu sıradaki sayının ilişkisini $2n$ şeklinde ifade etmiştir. Bu cebirsel ifadeyi kullanarak 25. sıradaki sayıyı bulmuştur. Daha sonra kağıt üzerinde birim küplerle aşağıdaki şekilde modellediği 3,5,7, … örüntüsünün genel kuralını araştırmıştır:



Şekil 16. *Beyza'nın 3,5,7,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Model*

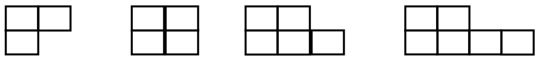
Şekil 16 incelendiğinde modelin kuralı bulma yönünde kullanılabileceği görülmektedir. Her şeklin tabanında 3 küp bulunmaktadır. Bunların üzerine inşa edilen küpler de şekil sayısının bir eksiğinin ikişer katları olarak artmaktadır. O halde model kullanılarak örüntünün kuralı 3+2(n–1) şeklinde ifade edilebilir. Ancak Beyza örüntü modelini açıklanan şekilde kullanmamış, sadece örüntüyü görselleştirmek için modeli oluşturmuştur.

Beyza örüntünün kuralını bulmaya çalışırken yaptığı açıklamalarda örüntüdeki sıra ile sayı arasındaki ilişkinin araştırılmasına dikkat çekmiştir. Daha önce yaptığına benzer bir tablo oluşturmuş ve kuralı bulmuştur. Bu örneği takiben öğrencilere dikdörtgen şeklinde kâğıtlarla hazırladığı aşağıdaki modeli vermiştir:



Şekil 17. *Beyza'nın 3,4,5,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Model*

Beyza'nın oluşturduğu bu model, kuralı bulmayı destekleyecek yönde değildir. Modeldeki tabanda yer alan kare sayısı da bir üstünde yer alan kare sayısı da belli bir düzene göre değişmemektedir. Aşağıdaki gibi bir model kuralın fark edilmesini sağlayacak yönde bir örnek olabilir:



Şekil 18. *3,4,5,… Örüntüsü İçin Oluşturulabilecek Bir Model Örneği*

Bu modelde ilk sırada şekil sayısına eşit olacak biçimde, ikinci sırada her modelde iki tane olacak biçimde kareler yerleştirilmiştir. Modelden bu şekilde yararlanılarak kural n+2 bulunmaktadır. Beyza modele bakarak şekil örüntüsünü sayı örüntüsü olarak yazmış; modeli başka hiçbir açıklama sırasında kullanmamıştır. Yine tablolaştırarak kuralı bulmuş ve bu aşamada deneme yanılma stratejisini kullanmıştır:

> *"Farkındaysanız terimler 3,4,5. Hep aralarında 1'er sayı fark var. Ama bu benim için önemli değildi (sıra sayısını göstererek) Ben buradaki sayıları kullanarak bir şifre oluşturmaya çalışıyordum. Nasıl bulabilirim? İki katını alır bir eklerim. Ama burada (2. satırı gösteriyor) 2 katını alıp bir eklersem neye ulaşamam? Dörde ulaşamam. Olmadı. Ne yapabilirim? (Her terime) iki eklersem ulaşırım. O zaman buradaki ilişkim n+2 bulunur. "*

Bu açıklamanın ardından Beyza kazanımla ilgili olmayan örnekler çözmüştür. Bunlardan birinde 2,5,11,? ,47,… örüntüsünde soru işareti olan yere gelecek sayıyı bulmalarını istemiştir. Ders anlatımında sayılar arasındaki ilişkiye değil sayı ile sırası arasındaki ilişkiye bakılması gerektiğini söylemesine karşın bu örnekte sayılar arasındaki ilişkileri kullanmıştır. Beyza'ya bu durumun nedeni sorulduğunda aşağıdaki gibi bir açıklamada bulunmuştur:

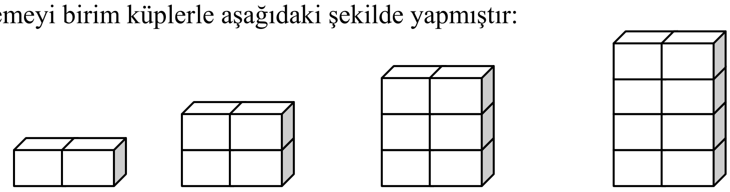
Beyza : Burada daha çok sayılar arasındaki ilişkiye bakarak yapıyoruz…
Araştırmacı : (Sayıların bu şekilde devam ettiği düşünülürse) Bu bir sayı örüntüsü mü?
Beyza : Sayı örüntüsü değil… sayı örüntüsü fakat…(düşünüyor). Evet, sayı örüntüsü.
Araştırmacı : Ben bunun 100. terimini bulmak istersem nasıl bulacağım?
Beyza :100. terimini bulmak istersek, bulamıyoruz…
Araştırmacı :Böyle sayı örüntülerinin kuralı bulunamıyor mu?
Beyza :Evet, bunların arasındaki ilişkilerle soru işareti olan yer bulunuyor.

Yukarıdaki açıklamasından anlaşıldığı üzere Beyza $3.2^{n-1}-1$ genel kuralını bulamamış ve dersini bir örnek daha çözerek bitirmiştir. Beyza'nın dersi genel olarak değerlendirildiğinde Beyza'nın örüntülerin kuralını bulmayla ilgili sorunlarının olduğu söylenebilir. Kuralı karmaşık olmayan sayı örüntülerinin kuralını incelerken örüntüdeki terim ile terim sayısı arasında ilişki kurmaya çalışan Beyza, daha karışık bir örüntüyle karşılaştığında bir önceki terimi kullanarak bir sonraki terimi bulma yoluna gitmiştir. Ders planında yer alan tüm örüntüleri modelle açıklamış ancak bir tanesi dışında diğer modelleri örüntünün kuralını bulmayı kolaylaştıracak şekilde oluşturmamıştır. Bunun yanında oluşturduğu modelleri örüntü kuralını bulma yönünde kullanmamıştır. Beyza'nın ders planında yer alan örüntüler kolaydan zora doğru sıralanmıştır. Ancak kuralı daha basit cebirsel ifadeyle belirtilen örüntüleri, daha karmaşık olanları bulma yönünde kullanmadığı için Beyza'nın bu sıralamayı bilinçli şekilde yapıp yapmadığı hakkında net bir şey söylemek zordur.

Burcu

Burcu mikro-öğretim kapsamında anlattığı dersine örüntünün sahip olması gereken özellikleri tanımlayarak başlamıştır. Buna göre örüntünün diziliminde mantık ilişkisi olması gerektiğini ve art arda gelen sayılar arasındaki aralığın eşit olması gerektiğini belirtmiştir. Tahtaya 1,3,5,7,… örüntüsünü yazarak bu örüntüde mantık ilişkisi olduğunu ve ardışık terimler arasındaki farkın eşit olduğunu vurgulamıştır. Kuralın bulunması gerektiğini belirterek kuralın $n \mp (n \mp \Delta)$veya $n \mp (\mathrm{O}n \mp \Delta)$ şeklinde olduğunu üçgen ve daire yerine farklı sayıların gelebileceğini belirtmiştir. 3,5,7,9, … örüntüsünün kuralını deneme yanılma stratejisi ile bulmuştur: "Kuralı biraz deneyerek bulacağız. Sağlamasını yapmak için de n'e 1,2,3 gibi değerler vererek sağlamasını yapacağız."

Bu örneğin ardından benzer yolla 3,7,11,15, … örüntüsünü sadece deneme yanılma stratejisini kullanarak bulmuştur. Daha sonra ise 2,4,6,8,… örüntüsüne ait modellemeyi birim küplerle aşağıdaki şekilde yapmıştır:

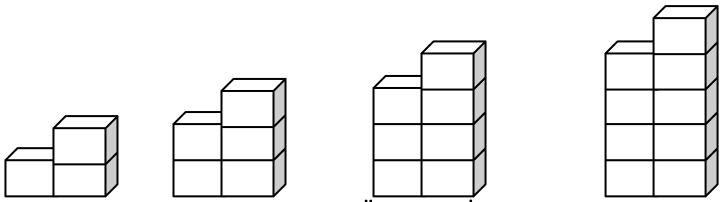


Şekil 19. *Burcu'nun 2,4,6,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Model*

Burcu oluşturduğu bu modellemeye ilişkin aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

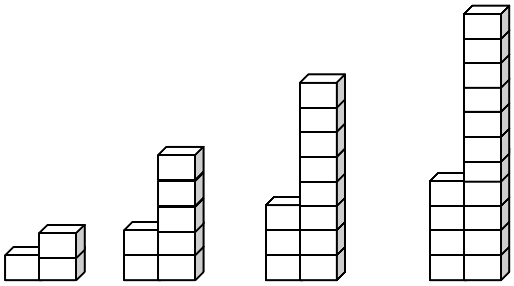
> *"Örneğin n+n ifadesini küple eşleştirirsek şuradaki birinci küp anlamına geliyor. Diğer n, birinci küpün yanındaki ikinci küp anlamına geliyor. n+n=2n. Yani birinci küpümüz n=1 için 2.1=2'dir. O yüzden burada 2 tane küpümüz var (Birinci şekli gösteriyor) n=2 için 2.2=4 küpümüz var. 6 küp, 8 küp olarak devam ediyor. n+n, iki tane n yan yana olduğundan dolayı birinci küpler ve ikinci küpler birbirine eşit. Ama eğer şöyle olsaydı, n+(n+1) olsaydı ne yapacaktık? n+1, küpün yanındaki ikinci küp diziliminin bir öncekinden 1 fazla değerde olduğunu gösterir".*

Bu açıklamanın ardından kuralı $n+(n+1)$ olan örüntüyü aşağıdaki şekilde modellemiştir.



Şekil 20. *Burcu'nun 3,5,7,… Örüntüsü İçin Oluşturduğu Model*

Benzer bir yaklaşımla kuralı $n+(n-1)$ olan örüntüyü birim küplerle modellemiştir. Burcu kuralla ilişkilendirerek oluşturduğu modellemeleri sadece kuralı verilen örüntüler için yapmıştır. Ancak, bunun tersine kuralı araştırılan bir örüntüde modellemeden nasıl yararlanılabileceğine ilişkin bir örneğe yer vermemiştir. Örneğin, aşağıdaki şekilde görülen ve birim küplerle oluşturduğu modelin kuralını bulmalarını istediği bu örnekte modeli kuralı bulmakta kullanmamıştır.



Şekil 21. *Burcu'nun Oluşturduğu Bir Model*

Burcu diğer öğretmen adaylarından farklı olarak sayı örüntülerinin kuralı ile modeli arasındaki ilişkiyi dikkate almıştır. Yazdığı sayı örüntülerinin kurallarına uygun olacak şekilde modelleri oluşturmuştur. Ancak bir örüntünün kuralını bulma üzerinde durmamış sadece sayı örüntüsünün kuralı ve modeli arasındaki ilişkiye odaklanmıştır. Bu nedenle Burcu'nun dersinde ön plana çıkan temel strateji deneme yanılmadır. Burcu sırasıyla $2n+1$, $4n-1$, $2n$ ve $2n+1$ kurallarına sahip örüntüleri ele almıştır. Bu kuralların içerdiği işlem sayıları göz önüne alındığında Burcu'nun seçtiği örneklerin sıralamasının belli bir düşünce çerçevesinde yapılanmadığı söylenebilir.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu araştırmada altı ilköğretim matematik öğretmen adayının pedagojik alan bilgisi "konuya özel stratejiler" bileşeni bağlamında derinlemesine incelenmiştir. Örüntü konusuna özel stratejiler, örüntünün farklı temsilleri ve örüntü kuralını bulmaya yönelik etkinlikler olarak ele alınmıştır. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının derslerinde kullandıkları dört farklı stratejiyi ortaya çıkarmıştır. Tartışma bölümünde bulgularda ön plana çıkan öğretmen adaylarının kullandıkları etkinliklerin içeriği, sırası, öğretim programıyla uyumu ve alan bilgisine hâkimiyet gibi hususlar ele alınacak ve öğretmen adayları tarafından kullanılan stratejilerin değerlendirmesi yapılacaktır.

Derste kullanılan etkinliklerin işlenişte yer alma sıraları, öğretmenin dersi öğrencilerin kavramalarını kolaylaştıracak yönde tasarlayıp tasarlamadıkları hakkında ipucu verebilir. Öğretmen adaylarının ders işleyişlerinde sayı örüntülerini zorluk düzeylerine göre sınıflamadıkları gözlenmiştir. Öncelikle kuralında tek işlem bulunan ve temsilci sayısının kuvveti bir olan sayı örüntüsünden başlamalarının beklenmesine karşın öğretmen adaylarından sadece Beyza'nın bu sıralamaya uyduğu görülmüştür. Ancak Beyza'nın da kuralı kolay olan sayı örüntülerinden, kuralı daha karmaşık olan sayı örüntülerinin kuralını bulmada yararlanmadığı gözlenmiştir. Ayrıca iki öğretmen adayının (Ayla ve Beyza) içinde birden çok işlem bulunan ve temsilci sayısının kuvveti iki olan sayı örüntülerinin kuralını bulmaya ilişkin çalışmalara yer verdiği görülmüştür.

Öğretmen adaylarının ders hazırlıkları matematik öğretim programındaki etkinlik örnekleri ile karşılaştırıldığında kimi benzerliklerin varlığı göze çarpmaktadır. İki öğretmen adayı (Ayla ve Burcu) öğretim programından hiç yararlanmamıştır. Diğer öğretmen adaylarının ilköğretim matematik öğretim programında önerilen stratejilerin dışına çıkmadıkları ve oluşturdukları modellerin de öğretim programında yer alan örnekle paralel olduğu gözlemlenmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin öğretim programının işaret ettiği boyutlarda kısıtlı kaldığı söylenebilir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının ders hazırlıkları öğretim programındakine benzer bir yapı gösterse de uygulama sürecinde etkili olarak kullanılamadıkları görülmüştür. Öğretim programında yer alan modeller ve tablolar, sayı örüntüsünün kuralını bulmayı destekleyecek şekilde yapılandırılmıştır. Ancak öğretmen adayları öğretim programında belirtilen stratejileri kavramsal yönde derslerine dâhil edememişlerdir.

Matematik öğretmen adaylarının örüntü kavramı ile ilgili kendi öğrenme deneyimlerinin bulunmaması, öğretmen adaylarının alan bilgilerinde yetersizlikler olabileceğini düşündürmektedir. Nitekim bu çalışmada bazı öğretmen adaylarının literatürdeki araştırmalarda örüntülerin kuralını bulmayla ilgili rastlanan güçlüklere sahip olduğu görülmüştür. Örneğin Ayla ve Beyza ders işleyişlerinin bazı bölümlerinde örüntünün kuralını bulmak yerine, bir önceki terimden yararlanarak bir sonraki terimi bulmayı seçmişlerdir. Benzer şekilde Filiz de bazı sayı örüntülerinin kuralının cebirsel olarak ifade edilemediğini belirtmiş bu gibi sayı örüntülerinin terimlerinin kendilerinden önce gelen terimler yardımıyla bulunabileceğini ifade etmiştir. Bunun yanı sıra örüntüdeki ilişkiyi cebirsel olarak değil sözel olarak açıklamıştır. Dilek yazdığı bir sayı örüntüsünü bulamamış, Burcu ise örüntü olabilmesi için ardışık terimler arasındaki farkın eşit olması gerektiği açıklamasını yapmıştır.

Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının derslerinde kullandıkları dört farklı stratejiyi ortaya çıkarmıştır: ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme, tablo yapma, modelleme yapma, deneme-yanılma yöntemini kullanma. Ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi incelemenin literatürde yer alan öğrenci güçlüklerinden biri olması nedeniyle uygun bir strateji olmadığı söylenebilir. Ardışık terimlerin farkının alınması ve buradan hareketle diğer terimlerin oluşturulması örüntünün genel yapısını görmeye engel olabilmektedir. Bu stratejinin yaratabileceği sakınca aşağıdaki şekilde açıklanmaktadır (Orton ve Orton, 1999):

Fark alma yöntemi öğrencileri kuralı bulmaya ihtiyaç hissettirmeyen tekrarlı sayı örüntüsü anlayışına yönlendirmektedir... Bir matematiksel etkinlik olarak fark almada yanlış bir taraf yoktur… Bununla birlikte eğer bulunmak istenen bir kural *ise, belki de bu aşamada terimler arasındaki farkın bulunması engellemeli, bunun yerine verilen sayı örüntüsünün tüm özelliklerine bir arada bakılması yönünde desteklenmelidir (s. 120).*

Öğretmen adaylarının kullandıkları tablo yapma ve modelleme yapma stratejileri, kullanımları öğretim programı tarafından da önerilen stratejilerdir. Ancak bu stratejiler deneme-yanılma stratejisinin fazla ön plana çıkması nedeniyle uygun şekilde kullanılmamıştır. Tablo yapma, sayı örüntüsünün terimlerinin düzenli şekilde kaydedilmesinin ötesine geçmemiş, terimler ile terim sayısı arasındaki ilişkiye vurgu yapılmamıştır. Model kullanma sürecinde de öğretmen adaylarının modelleri sadece görsel bir unsur olarak kullandıkları belirlenmiştir. Benzer araştırma bulgusuna Orton, Orton ve Roper (1999) tarafından yapılan araştırmada rastlanmıştır. Öğretmen adaylarından noktalarla modellenen örüntülerin kuralını bulmaları istenmiştir. Örüntünün kuralını bulmaya yönelik olarak öğretmen adaylarının başvurduğu ilk yaklaşımın 'terimler arasındaki farkı bulma' olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Öğretmen adayları terimler arası farktan hareketle inceleme yapmışlar ve kuralı bulamamışlardır. Ayrıca öğretmen adayları, örüntünün genel kuralını bulma sürecinde modelden yararlanmamışlardır. Presmeg (1986) öğretmenlerin görsel akıl yürütmeyi bir aksesuar olarak kullanma eğiliminde olduğunu belirtmektedir. Oysa örüntülerin modellenerek sunulmasının amaçlarından 'biri sayıların dizilişini geometrik olarak görme ihtiyacı duyanlar için alternatif yaratmaktır' (Orton ve Orton, 1999, s. 120).

Öğretmen adaylarının çeşitli değişkenler açısından ortaya konulan eksikliklerinin pedagojik alan bilgilerindeki yetersizliğe işaret ettiği söylenebilir. Literatürdeki çeşitli araştırmalarda benzer bulgulara rastlanmaktadır. Araştırmalar tecrübesiz öğretmenlerin pedagojik alan bilgileriyle ilgili büyük sorunların olduğuna, özellikle kavramları ve fikirleri öğrenciler için anlamlı olacak şekilde sunma noktasında zorlandıklarına işaret etmektedir (Ball ve Winson, 1990; Onslow, Beynon ve Geddis, 1992). Bu bağlamda öğretmen eğitimi programlarında, özellikle öğretim programında yapılan değişiklikler çerçevesinde öğretmen adaylarının ilk kez öğrendikleri konuların öğretimi üzerinde daha fazla durulması önerilebilir.

Bu çalışmada ortaya çıkan bulgular, kuramsal çerçeve bağlamında da önemli sonuçlar sunmaktadır. Yukarıda da belirtildiği üzere, pedagojik alan bilgisi farklı araştırmacılar tarafından çeşitli bileşenleri ile ortaya konulmuş (Park ve Oliver, 2008) ve bu çalışmada "öğretim stratejileri" bileşeni üzerinde durulmuştur. Çalışmanın bulguları, ele alınan bu bileşenin özellikle "öğrenci güçlükleri hakkında sahip olunan bilgi" bileşeni ile ilişkisini açığa çıkarmıştır. Bulgular öğretmen adaylarının bu bağlamda yeterli bilgiye sahip olmadıklarını, dahası bizzat kendilerinin örüntülerle ilgili öğrenci güçlüklerine sahip olduklarını göstermiştir. Bu durum ise öğretmen adaylarının örüntü kuralını bulmak için kullandıkları stratejileri olumsuz yönde etkilemiştir.

Diğer bir önemli sonuç ise çalışmanın yöntemi ile ilişkilidir. Pedagojik alan bilgisinin hangi yöntemlerle incelenebileceğini tartışan Baxter ve Lederman (1999) çoktan seçmeli ya da senaryo içeren sorular yerine öğretim pratiklerinin gözlemlenmesi ve bu gözlemler üzerinden görüşmelerin yapılmasının etkili bir yöntem olacağını tavsiye etmektedir. Bu çalışmada da takip edilen bu yöntemin, öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerini açığa çıkarmada etkin bir yöntem olduğu gözlemlenmiştir. Buradan yola çıkılarak, öğretmen yetiştirme programlarında mikro-öğretim etkinliklerine sıklıkla yer verilmesi, dahası öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin takibi açısından mikro-öğretim pratiklerinin pedagojik alan bilgisi kuramsal çerçevesinde değerlendirilmesi tavsiye edilebilir.

KAYNAKÇA

Baxter, J. A., & Lederman, N. G. (1999). Assessment and content measurement of pedagogical content knowledge, In J. Gess-Newsome (Ed). *Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications for science education* (pp.147 –162). Hingham, MA, USA: Kluwer Academic Publishers.

Ball, D. L., & Wilson, S. M. (1990). *Knowing the subject and learning to teach it: Examining assumptions about becoming a mathematics teacher*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Boston.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2002). *Research methods in education*. London: Routledge.

Eisenhardt, K.M. (1989). Building theories from case study research. *The Academy of Management Review*, 14(4), 532-550.

English, L., & Warren, E. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *Mathematics Teacher*, 91(2), 166-170.

Hargreaves, M., Threlfall, J., Frobisher, L., & Shorrocks-Taylor, D. (1999). Children's strategies with linear and quadratic sequences. In A. Orton (ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 67-83). London: Cassell.

Lannin, J. (2002). *Developing middle school students' understanding of recursive and explicit reasoning*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, Louisiana. (ERIC Document Reproduction Service No. ED465529).

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (eds.), *Approaches to algebra:*

Perspectives for research and teaching (pp. 87-106). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1995). The effect of different approaches to algebra on students' perceptions of functional relationships. *Mathematics Education Research Journal*, 7(1), 69-85.

Magnusson, S., Borko, H., & Krajcik, J. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In Gess-Newsome, J., & Lederman, N.G. (eds.), *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 95-132).Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Mason, J., Graham, A., Pimm, D., & Gowar, N. (1985). *Routes to/Roots of algebra*. Milton Keynes: Open University.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009a). *İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı*, Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009b). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*, Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

Olkun, S. (2008). *Matematiksel yaratıcılığı geliştirme*. 7. Matematik Sempozyumu Panel Sunumu, İzmir.

Onslow, B., Beynon, C., & Geddis, A. (1992). Developing a teaching style: A dilemma for student teachers. *The Alberta Journal of Educational Research*, 4, 301-305.

Orton, A. (1999). *Pattern and the approach to algebra*. London: Cassell.

Orton, A., & Orton, J. (1999). Pattern and the approach to algebra. In A. Orton (ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 104-120). London: Cassell.

Orton, J., Orton, A., & Roper, T. (1999). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. In A. Orton (ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 121-136). London: Cassell.

Park, S., & Oliver, J.S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38, 261-284.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Beverly Hills, CA: Sage.

Presmeg, N. (1986). Visualization in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(3), 42-46.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164.

Uygur-Kabael, T., & Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online*, 9(1), 213-228.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.

Yin, R.K. (1994). *Case study research, design and methods* (2nd edition). Newbury Park: Sage.

İlk alındığı tarih: 23.10.2009
Kabul tarihi: 15.02.2010