Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 20, (2005) 1-11

EĞİTİM FAKÜLTESİ DERGİSİ

www.omuegitim.edu.tr

MATEMATİK VE FEN EĞİTİMİNDE PROBLEM KURMA UYGULAMALARI

PROBLEM POSING PRACTICES IN MATHEMATIC AND SCIENCE EDUCATION

Süleyman YAMAN* **Yüksel DEDE****

** Ondokuz Mayıs Ünv., Amasya Eğitim Fak., İlköğretim Böl., Fen Bilgisi Eğitimi ABD*
*** Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Böl., Matematik Eğitimi ABD*
slymnymn@yahoo.com, ydede@cumhuriyet.edu.tr

Özet:

Matematik ve fen eğitiminde, problem çözmenin önemli bir yeri vardır. Son yıllarda, öğrencilerin problem çözme becerilerinin yanında problem kurma becerilerinin de geliştirilmesi üzerinde durulmaktadır. Problem kurma, bir problemin çözüm sürecinden çok, yeni problemler ortaya koyabilme becerisini içerir. Bu beceriyle birlikte, öğrencilerin esnek ve farklı düşünme yetenekleri, konuyu kavrama düzeyleri ve problem çözme becerileri gelişir. Bunların yanında problem kurma etkinliği, somut durumlarla soyut kavramlar arasında bir köprü görevi görür ve genelleştirmeye yardımcı olur. Ancak problem kurma, öğretmenler tarafından sınıf ortamlarında uygulamasındaki zorluklardan dolayı az kullanılmaktadır.

Bu makalede problem kurmanın önemi üzerinde durulmuş ve çeşitleri, stratejileri ve problem çözme etkinliği ile olan ilişkileri ortaya konmuştur. Ayrıca, fen ve matematik derslerinde problem kurma stratejilerinin uygulamalarına yer verilmiştir.

Abstract :

Problem solving plays an important role in the mathematics and science education. Recently, not only students' problem posing skills but also problem solving skills development has been emphasized. It involves skills in finding new problems rather than involves a problem solving process. Together with this skill, students' flexible and different thinking abilities, levels of comprehension on topic, and problem solving skills are developed. In addition, problem posing provides a bridge between concrete events and abstract concepts, and it would help to do generalization. However, it is rarely used in the environments of classroom since it is hard for teachers to carry out it.

In this article, the importance of problem posing has been emphasized and its varieties, strategies, and its between relationships problem solving activities have been explained. Also, practices have been provided in terms of how problem-posing strategies would be applied on mathematics and science lessons.

Keywords: Problem posing, problem solving, science education, mathematic education
Anahtar Kelimeler: Problem kurma, problem çözme, fen eğitimi, matematik eğitimi

GİRİŞ

Öğrencilerin, fen ve matematiği daha iyi anlayabilmeleri için problem çözme becerisine sahip olmaları gerekir. Çünkü problem çözme, olguların hatırlanmasını, çeşitli beceri ve işlemlerin kullanılmasını, problem çözme süreçlerini, bunların değerlendirilmesini ve daha bir çok farklı becerileri içermektedir (Charles, Lester ve O'Daffer., 1997). Ancak, öğrencilerin -çeşitli düzeylerde- başarılı olabilmeleri için sadece problem çözme becerisine sahip olmaları yeterli olmayabilir. Bu nedenle, son yıllarda fen ve matematik derslerinde problem çözme uygulamalarının yanında, problem kurma uygulamalarına da yer verilmeye başlanmıştır (Borba, 1994; Gonzales, 1994; Lavy ve Bershadsky, 2003; Tuska, 2003).

Problem Kurma Nedir?

Problem kurma, verilen bir problemin çözümünden çok verilen durumlardan veya olaylardan hareketle yeni problemler üretebilme becerisidir (Silver, 1997; Lawrie ve Whitland, 2000; English, 2001). Fakat problem kurma sadece yeni problemlerin bulunması ile sınırlı değildir. Daha önce formüle edilmiş veya var olan farklı problemleri de kapsamaktadır (Lewis, Petrina ve Hill, 1998). Bu nedenle, problem çözme ve problem kurma etkinlikleri birbirini tamamlayan özelliklere sahiptir (Brown ve Walter, 1993; El Sayed, 2001). Problem çözme ve problem kurma arasında güçlü bir ilişki olduğunu söyleyen Cai ve Hwang (2002), öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişmesi ile problem kurma becerilerinin de gelişeceğini ifade etmişlerdir. Cai (1997) de, bu iki kavram arasında önemli bir bağlantı olduğunu belirtmiş ve öğrencilerin problem kurma becerilerinin geliştirilmesi için farklı çözüm stratejilerinin üzerinde durulmasının önemli olduğunu vurgulamıştır. Bu bağlamda; öğretmenler, öğrencilerini problem çözme stratejileri hakkında bilgilendirmeli (Miller, 2000), meraklarını uyandıracak konular bulmalı (Daunt, 1997), bireysel gelişimlerine ve sosyal rollerine uygun aktiviteler düzenlemeli, özgür ve yaratıcı sınıf ortamları hazırlayarak onları cesaretlendirmelidirler (Lewis, Petrina ve Hill, 1998).

Öğrencilerin problem kurma becerilerinin geliştirilmesi, fen ve matematik eğitiminin en önemli hedeflerinden biridir. Öğrenciler, problemle uğraşırken bilgi birikimlerini ve deneyimlerini kullanarak problemleri anlamaya ve çözümlemeye çalışırlar (Wilhelmus ve Klaassen, 1995). Öğrencilerin bu becerilerinin geliştirilmesi için problem kurma etkinliklerinin de geliştirilmesi zorunludur. Bunun için English (1997b) problem kurma etkinliklerinde aşağıda belirtilen soruların sorulmasını önermiştir:

Bu problemdeki önemli fikirler nelerdir?

Bu problemdekine benzer fikirleri nerelerde görebiliriz?

Problemi farklı bir biçimde çözmek için bu bilgiyi kullanabilir miyiz?

Problemi çözmek için yeterli bilgimiz var mı?

Farklı bir problem üretmek için bu bilgilerin hepsine ihtiyaç var mı?

Bu bilgilerin bazılarını değiştirebilir miyiz? O zaman problemin yeni hali nasıl olur?

Problem çözme etkinliğinde bir problem, bir cevaba ve bir veya birden fazla çözüme sahip olabilir. Bu nedenle öğretmenler, öğrencilerin problem çözme etkinliklerinin sonuçlarını kolaylıkla görebilirler ve değerlendirebilirler. Yanlış cevap verildiğinde ise doğru cevabı söylerler veya uygun çözüm yollarını gösterebilirler. Oysa, problem kurma etkinliğinde doğru problem hazırlamak zordur. Öğrenciler, yanlış kurdukları problemlerden hareketle doğru problemler kurmaya yönlendirilirler. Bu nedenle, öğretmenler her bir problemin doğru veya yanlış olduğunu belirlemeli ve yanlışlık varsa bunun nedenini ortaya koymalıdırlar (Nakono ve diğ., 2000). Bu durum, öğretmenlerin problem kurma etkinliklerini sınıf ortamlarına taşımalarını zorlaştırmaktadır. Einstein ve Infeld'e göre de, bilimsel araştırmalarda bir problemi formüle edebilmek, problemi çözebilmekten daha önemlidir (Akt: Cai ve Hwang, 2002). Bu önemine rağmen problem kurma etkinliği, sınıflarda problem çözme etkinliğine göre daha az kullanılmakta ve buna yönelik yapılan araştırmalara da fazla rastlanmamaktadır (English, 2001; Lawrie ve Whitland, 2000; Nakono ve diğ., 2000). Oysa, problem kurma etkinlikleri öğrencilerin esnek ve farklı düşünme yeteneklerini ve konuyu kavrama düzeylerini geliştirmekte, problem çözme becerilerini artırmakta ve pekiştirmektedir. Bunlara ilave olarak, problem kurma etkinlikleri öğrencilerin derse ve konuya ilgi düzeylerini artırmakta, kavram ve süreçleri anlamalarına yardımcı olmaktadır (English, 1997a).

Dillon'a göre, problem kurma özellikle yaratıcı çabaya bağlıdır (Akt: Lewis, Petrina ve Hill, 1998). Kurulan problem ister ozon tabakasındaki bir delik, ister sigara içen insanların kansere olan yatkınlıklarının belirlenmesi olsun ancak öğrencilerin yaratıcılığı ile ortaya çıkarılabilir (Lewis, Petrina ve Hill, 1998). Öğrencilerin yaratıcılıklarını artıracak kaliteli problemlerin ve esnek sınıf ortamlarının oluşturulması için de iyi yetişmiş öğretmenlere ihtiyaç vardır. Bu amaçla, eğitim fakültelerindeki öğrencilerin problem çözme becerilerinin yanında problem kurma becerilerinin de kazandırılması gerekmektedir. Bu nedenle, öğretmen yetiştirme programlarında problem çözme ve problem kurma becerilerine özel önem verilmelidir (Akt: Gonzales, 1994). Bunun için de, öğrencilere öncelikle Polya'nın problem çözme yöntemin dört adımı öğretilebilir. Bu şekilde öğrenciler, problem çözmenin farklı uygulamalarını görürler, deneyimler kazanırlar ve problem kurma süreçlerini anlayabilirler. Bu süreçte, öğretmenler ise rehberlik anlamında etkin bir rol alırlar. Bu bağlamda, Silver'in (1995) problem kurma etkinlikleri için önerdiği üç özellik başlangıç noktası olarak ele alınabilir. Bunlar:

a) Problemin çözümünden önce: Özel bir olay veya durumdan hareketle genelleme yapılabilecek problemlerin hazırlanması ve sorulması,

b) Problemin çözümü sürecinde: Problemin amaç ve koşullarının değiştirilmesine yönelik etkinliklerin yapılması,

c) Problemin çözümünden sonra: Kazanılan tecrübeler yardımıyla öğrencilerden problemin içeriğinin değiştirilmesi ve farklı koşullara uygulanmasının istenmesidir.

Problem çözme sürecinde kullanılan problem kurma etkinliğinin ise üç çeşidi vardır (Nakono ve diğ., 2000). Bunlar;

a) Karmaşık bir problemle karşılaşıldığında, bir hikaye ile cevaplanabilecek bir soru veya bir soruyla cevaplanabilecek bir hikaye üretilir. Bu tip problem kurmaya, "probleme dayalı problem kurma" denir.

b) Bir problem çözülemediği zaman, hikayedeki (içerik) belirli özellikleri değiştirmek yararlı bir yöntemdir. Problem, şartların değiştirilmesi ile bilinen veya basit bir duruma gelebilir. Bu durum, orijinal problemi çözmek için bir yöntem olmasa da değiştirilmiş problemler ve çözümleri, orijinal problemi çözmek için ipuçları verebilir. Bu tip problem kurmaya da "hikaye tabanlı problem kurma" denir.

c) Problem çözümleri sırasında, genellikle problem çözme yöntemlerinin farkına varılamamaktadır. Böyle durumlarda, problemi çözdükten sonra çözüm yöntemini doğrulamak gerekmektedir. Problem kurma için bulunan çözümün kontrolünü yapmak ve uygulama alanını denemek etkili bir yöntemdir. Bu tip problem kurmaya ise "çözüm temelli problem kurma" denir (Nakono ve diğ., 2000). Brown ve Walter (1993) ise bu tip problem kurma çalışmalarında yardımcı olabilecek bazı önerilerde bulunmuşlardır. Bunlar:

Öğrenciler, problemlerin farklı tiplerini çözmelidirler,

Öğretmenler, problemleri bir defa çözmeli, öğrencileri ise benzer problemler kurmaya teşvik etmelidirler,

Öğrencilerden çözmeye çalıştıkları problemler için hikayeler kurmaları istenmelidir,

Öğrencilerin küçük gruplarla çalışmalarına imkan tanınmalıdır,

Öğrenciler, problemleri düzenlemek ve yeni problemler kurmak için cesaretlendirilmelidirler,

Öğrencilere, hikayeleri tekrar yazma ve problemleri düzenlemeleri için izin verilmelidir,

Öğrenciler, öğrenecekleri konularla ilgili dersten önce problem hikayeleri toplamalıdırlar.

Problem Kurma Etkinliğinde Kullanılan Stratejiler

Ambrus (1997), öğrencilerin farklı şekillerde problem kurma becerileri kazanacaklarını belirtmiş ve aşağıda verilen problem kurma stratejilerini önermiştir:

"Eğer ... ise ... dir", "Eğer ... ise ... değildir" stratejisi,

Verilen bir probleme çoklu çözüm üretme,

Analoji (benzetme) kullanma,

Genelleştirme,

Bir problemin çözümü için farklı gösterimler kullanma.

Bu stratejilerin her birine yönelik açıklamalar ve uygulamalar aşağıdadır:

1) "Eğer ... ise ... dir", "Eğer ... ise ... değildir" stratejisi: Bu strateji, orijinal problemin amaç veya koşullarının değiştirilmesi ile önceden çözülmüş olan problemlerden yeni problemler üretilmesini içerir. Verilen bir problemin içeriğinin değiştirilmesi ve problemin farklı koşullara uyarlanabilmesinin yolları ise aşağıdadır (Abrams ve Honeyman, 2002):

Sayıları değiştirmek,

Geometrik değişiklik,

İşlemleri değiştirmek,

İşlemciyi değiştirmek,

Bir koşulu çıkarma veya yeni koşullar eklemek,

Süreci tekrarlamak.

Bu değişikliklere yönelik açıklamalar ve uygulamalar ise aşağıda verilmiştir:

a) Sayıları Değiştirmek:

Bir problemi değiştirmede en fazla kullanılan yoldur. Öğrencilere bir veya birden çok problem verilir ve problemde verilen gizli veya açık ifadeleri bulmaları ve değiştirmeleri istenebilir. Bir problemde verilen sayıların değiştirilmesi, problemin tanımlandığı ve temsil edildiği yeri de değiştirebilir. Örneğin, “10 tabanındaki bölme kuralları, 2 tabanında değişir mi?”, “Değişirse yeni kurallar nasıl olur?”, “Kalan ve bölümler değişir mi?”.

b) Geometrik Değişiklikler: Herhangi bir problem, geometride yeni düzenlemelere daima açıktır. Geometride en basit problem kurma işlemi, verilen şekilleri değiştirmektir. Düzensiz poligonlara karşı düzenli poligonlar, konveks olmayan şekillere karşı konveks şekiller, eğrisel şekillere karşı poligonlar ve doğru parçalarına karşı doğrular arasında bir geçiş yapılabilir. Bunun yanında, bir geometri probleminde simetrilerin değiştirilmesi veya çıkarılması, elemanların yerlerinin değiştirilmesi, uzayın yapısının ve boyutunun değiştirilmesi gibi etkinlikler de öğrencilerde heyecan verici ve merak uyandırıcı durumlar oluşturabilir. Fen bilgisinde ise, hacim hesaplamaları için farklı geometrik şekiller kullanılabilir. Öğrencilere, hacim hesaplamalarını öğretmek için belirli miktardaki bir sıvının hacminin bulunmasında, farklı geometrik şekillerle (küp, silindir, dikdörtgenler prizması vs.) işlemler yaptırılabilir. Bu çalışmalarla, öğrenciler hem hacim hesaplamayı hem de geometrik şekillerin özelliklerini öğrenebilirler.

c) İşlemleri Değiştirmek : Cebirde, toplama ile çıkarma, bölme ile çarpma, üslü sayılar ile köklü sayılar değiştirilebilir. Ayrıca işlemlerin sırası da değiştirilebilir. Geometride de, çeşitli dönüşümler arasında değişiklikler yapılabilir. Örneğin, bir problemde dik doğrular yerine kenar ortaylar oluşturulabilir. Verilen bir şekil, bir açı açıortay yerine 3 parçaya bölünebilir. Fen bilgisinde de, kimyasal denklemler, vektörler, canlılarda hücre bölünmeleri gibi konular bu yöntemle ele alınabilir.

d) İşlemciyi Değiştirmek:

Bir problemde işlemci olarak, reel sayılar yerine vektörler, matrisler veya fonksiyonlarla (örneğin polinomlar) çalışılabilir. Örneğin, ilköğretim düzeyindeki bir öğrenci 2+2=2x2 olduğunu bulabilir ve bu eşitliği, 0 sayısı hariç başka bir sayının sağlamadığını da bilebilir. Daha üst düzeylerdeki öğrenciler ise başka sayı sistemlerinde örneğin, rasyonel ve irrasyonel sayı sistemlerinde bu eşitliği sağlayan sayı çiftleri de bulabilirler. Buradan, “matrislerde durum ne olur?” şeklinde bir soru sorulabilir. Örneğin, “2x2’lik matrislerde bu özellik sağlanır mı?” Yani, “çarpımları ve toplamları aynı olan matrisler var mıdır?” Bu sorunun cevabı aşağıdadır:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{7}{3} \\ \frac{7}{2} & 5 \end{bmatrix}$$

Buradan da şu sorular akla gelebilir: "Bu çiftlerin özellikleri nedir?", "Matrislerin girişlerinin hepsi tamsayılar olursa ne olur?", "$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$'den başka bir örnek bulunabilir mi?".

Fen bilgisinde de işlemciler değiştirebilir. Örneğin, bir paralel elektrik devresindeki akım, gerilim ve direncin, bir seri elektrik devresindeki değişimi gözlenebilir. Aynı elemanlara sahip iki devrede bu özelliklerin nasıl değiştiği ve nelere bağlı olarak değiştiği ele alınabilir. Böylece, öğrenciler hem seri ve paralel devreleri hem de akım, gerilim ve direncin bağlı olduğu faktörleri öğrenebilirler.

e) Bir Koşulu Çıkarma veya Yeni Koşullar Ekleme:

Bir problemin içeriğinin değiştirilmesinde en fazla kullanılan yollardan birisidir. Örneğin, "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamlarını $3x3$'lük bir kare içerisindeki her bir hücreye her sayıyı yalnızca bir kez kullanmak şartı ile öyle yerleştiriniz ki yatay, dikey ve köşegen toplamları aynı olsun?" (Posementier ve Kurilik, 1998:5) şeklindeki bir soruda, "her sayıyı kullanma" veya "yalnızca bir kez kullanma" şartlarından birisi veya her ikisi de kaldırılır, soruya "3 rakamını iki kere kullanma" veya "6 ve 7 rakamlarının komşu olmaması" şartlarının birisi veya her ikisi de eklenirse sorunun çözümünde ne gibi değişiklikler olabilir?

Bu aşamada fen bilgisi için bir problem kurma etkinliği ise şu şekilde olabilir: "Tek hücreli bir canlı, sıcaklık 25 oC'yi geçtiğinde 2'ye bölünerek çoğalmakta, sıcaklık 25 oC'den düşük olduğunda ise bölünme olmamaktadır. 10 günlük zaman periyodu içinde sıcaklık 3. günde, 5. günde ve 9. günde 25 oC'yi geçmiştir. 10 gün sonunda kaç tane tek hücreli canlı oluşur?" Bu soruda, "sıcaklık" koşuluna göre tek hücreli canlının bölünme şartları değişmektedir. Aynı zamanda bölünme zamanları değiştiğinde, canlının sayısında değişme meydana geleceğinden problemin çözümünde de değişiklikler olacaktır.

f) Süreci Tekrarlamak: Tekrarlı problemler, güzel ve sürpriz matematiksel sorulara ve sonuçlara yol açarlar. Örneğin, $3x+1$ problemi bu tip bir problemdir. Bu problem, aşağıda verilen fonksiyonun bir başlangıç sayısı ile başlatılıp tekrarlı bir şekilde uygulanması ile üretilen dizilerin sonucunu gösterir.

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}; \text{n, çift} \\ 3n+1; \text{n, tek} \end{cases}$$

Örneğin, fonksiyona 15 değeri ile başlanırsa, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, ve sonunda 1 değerine ulaşılır. Hangi pozitif tamsayı ile başlanırsa başlansın bu fonksiyonun değeri 1'dir. Bu iddianın bir ispatı yoktur ve matematikçiler tarafından bu şekilde kabul edilir. Benzer şekilde, çalışmalarda daha karışık diziler veya nesneler elde etmek için bir şekli döndürme, bir kenarı bölme, bir sayının karesini alma gibi işlemler de, tekrarlı bir hale getirilebilir.

Bir problemin içeriğinin değiştirilmesine yönelik yukarıdaki açıklamalar ışığında, "eğer ... ise ... dir", "eğer ... ise ... değildir" stratejisine yönelik uygulamalar ise aşağıda verilmiştir:

Uygulama 1

Ahmet'in, matematik dersinin 3 sınavından aldığı puanların ortalaması 75'dir. Sınavlardan 0'dan 100'e kadar puan alınabilmektedir. Ahmet'in bir sınavdan alabileceği en düşük puan nedir?

Çözüm

Bu sorunun cevabı 25'dir .Çünkü, x sınavlardan alınan toplam puanını göstermek üzere $\frac{x}{3} = 75 \Rightarrow x = 225$ 'dir. Ahmet, iki sınavdan da 100 alırsa o zaman diğer sınavdan alabileceği en düşük puan $225 - 2.100 = 25$ 'dir.

Bu soruda, bir veya birden fazla elemanın sayısı değiştirebilir. Örneğin, "Sınav sayıları değiştirilirse ne olur?", "Sınavlardan alınabilecek puanların aralığı değiştirilirse ne olur?", "Sınavlardan alınan puanların ortalaması değiştirilirse ne olur?", "Bir sınavdan alınabilecek en düşük puanı bulmak yerine bir sınavdan alınabilecek en yüksek puanın bulunması istendiğinde ne olur?" şekildeki sorular çoğaltılabilir. Sınav sayılarının ve sınavlardan alınabilecek puanların aralığının değiştirilmesine yönelik bir uygulama yapıldığında aşağıdaki gibi bir problem kurulabilir:

Ayşe'nin matematik dersinin 7 sınavından aldığı puanların ortalaması 90'dır. Sınavlardan 15 den 120'ye kadar puan alınabilmektedir. Ayşe'nin bir sınavdan alabileceği en düşük puan nedir?

"Eğer ...... ise...... dir", "Eğer ...... ise .... değildir" stratejisinin fen dersinde kullanımına yönelik bir uygulaması ise aşağıda verilmiştir:

Uygulama 2

Alper ve Murat bisikletle okuldan eve gidiyorlar. Okul ile Murat'ın evinin uzaklığı 2 km, Alper'in evinin uzaklığı ise 3 km'dir. Murat'ın ortalama hızı 10 km/sa iken Alper'in ortalama hızı ise 15 km/sa'dir. Aynı anda okuldan hareket eden Alper ve Murat evlerine ne kadar sürede ulaşırlar? Alper ve Murat'ın farklı zamanlarda eve ulaşmaları için hangi değişkenler değiştirilebilir?

Çözüm

$V = \frac{x}{t}$ olduğundan $t = \frac{x}{V}$, Murat'ın okuldan eve ulaşma zamanı $t = \frac{2}{10} = 0{,}2$ saattir. Alper'in okuldan eve dönme süresi ise $t = \frac{3}{15} = 0{,}2$ saattir. Görüldüğü gibi, Alper ve Murat aynı sürede okuldan eve varmaktadırlar. Bu problemde bazı değerler değiştirilebilir. Örneğin, okul ve evlerin mesafesi değiştirilebilir. Ancak, sonuç değişmeyecektir. Alper ve Murat'ın hızları arasındaki orantı sabit kaldığı sürece Alper ve Murat aynı zamanda evlerine ulaşacaklardır. Hızları arasındaki orantı değiştiğinde ise eve varma sürelerinin de değiştiği görülecektir. Bu soruda, Alper ve Murat'ın hızları değiştiğinde, zaman da buna bağlı olarak değişecektir.

Evlerin arasındaki mesafenin orantısı değiştiğinde de yine zaman değişecektir. Bu durumu, birçok değer vererek doğrulamak mümkündür.

Bu örneklerdeki gibi, bir soruya "eğer böyle olursa ...", "eğer böyle olmazsa" şeklindeki bir yaklaşım, öğrencilerin problem çözme tecrübelerini arttırır ve verilen bir problemden birden fazla ve ilginç problem üretebilmelerine imkan sağlar. Ayrıca öğrenciler, bu şekilde sadece iyi bir problem çözme becerisi kazanmakla kalmaz aynı zamanda problemlerin nasıl kurulduğunu da anlarlar (Collier, 2000).

2) Verilen bir probleme çoklu çözüm üretme:

Verilen problemin, (varsa) farklı ve orjinal çözümlerini bulmayı içerir. Bu nedenle, bu yaklaşım problem kurmada kullanışlıdır. Öğrencilere, Pisagor Teoremi'nin ispatının farklı yollarla buldurulması bu stratejiye örnek olarak verilebilir. Bu stratejinin, fen derslerinde kullanımına yönelik bir uygulama ise aşağıda verilmiştir:

Uygulama 3

"Asidin, balık populasyonu üzerindeki etkisi araştırılmak isteniyor. Bu araştırmada kullanacak malzemeler; balık, yeterli sayıda kavanoz, sirke (asit) ve sudur. Araştırmada etkili sonuçlara ulaşabilmek için bu malzemelerle hangi tür deneyler gerçekleştirebilir? (Enger ve Yager, 1998)." Bu malzemelerle, çeşitli kombinezasyonlar oluşturabilir. Örneğin, "dört kavanoza farklı sayılarda balık ve aynı miktarda sirke koyarak populasyondaki değişmeler incelenebilir.", "dört kavanoza aynı sayıda balık ve farklı miktarda sirke koyulabilir". Bu çeşit birçok olasılık düşünülerek ve uygulanarak farklı çözüm yollarına ulaşılabilir.

3) Analoji (benzetme) kullanma:

Problemleri çözmede öncelikli olarak kullanılması düşünülecek bir yoldur. Bu stratejinin fen ve matematik derslerinde kullanımına yönelik uygulamalar aşağıda verilmiştir:

Uygulama 4

Elektrik devrelerini, günlük yaşamla ilişkilendiriniz?

Çözüm

Bir elektrik devresindeki akım, gerilim ve direnç kavramlarının öğretilmesinde çeşitli benzetmeler kullanılabilir. Bir devrede, akımın izlediği yola elektrik devresi denildiği gibi nehirdeki kayıkların izlediği yol da bir devreye benzetilebilir. Kayıklar, elektrik yüklerini taşıyan araçlar olarak düşünülebilir. Direnç, nehrin daraldığı veya genişlediği yerler (iletkenin kesiti) ve suyun önündeki başka engeller olabilir. Gerilim ise bir akarsu yatağında eğimden dolayı (potansiyel farkı) sürekli akan suya benzetilebilir. Kayık, önüne bir engel (direnç) geldiğinde yavaşlayacak veya başka bir yol (kısa devre) bulmaya çalışacaktır. Nehir dar olduğunda (ince kesitli iletken) kayık yavaş hareket edecek (direnç büyük olacak), nehir geniş olduğunda ise (kalın kesitli iletken) kayık daha kolay hareket edecektir. Kayık, engeli (direnci) geçemediğinde, ulaşmak istediği yere varamayacaktır (devre çalışmayacaktır). Bu nedenle, kayığın bu engelleri aşmak için belirli bir kuvveti (akım şiddeti) olmalıdır.

Dikdörtgenler prizmasının bir kibrit kutusuna, eşitlik kavramının bir teraziye, fonksiyon kavramının bir fabrikaya, sayı doğrusunun bir merdivene vs. benzetilerek öğretilmesi matematikte analoji kullanımına örnek olarak verilebilir.

4)Genelleştirme:

Bu yaklaşım, bir problemin, deneyimler veya başka çalışmalar sonucunda henüz keşfedilmemiş yönlerinin bulunması ve bunların nasıl genelleştirilebileceğinin sorgulanmasını içermektedir. Bu stratejiye yönelik aşağıdaki gibi bir soru sorulabilir:

Bir düzlem, n tane çubukla en fazla kaç parçaya (parçalar eşit olmak zorunda değildir) bölünebilir?

5) Bir problemin çözümü için farklı gösterimler kullanma:

Bu strateji, problem kurmada ek bir süreç olarak da ele alınabilir. " Verilen bir probleme çoklu çözüm üretme" strateji ile de birleştirilebilir. Verilen problemlerin çözümleri için farklı gösterimlerin kullanılmasını içerir. Bu stratejiye ilişkin uygulama ise aşağıda verilmiştir:

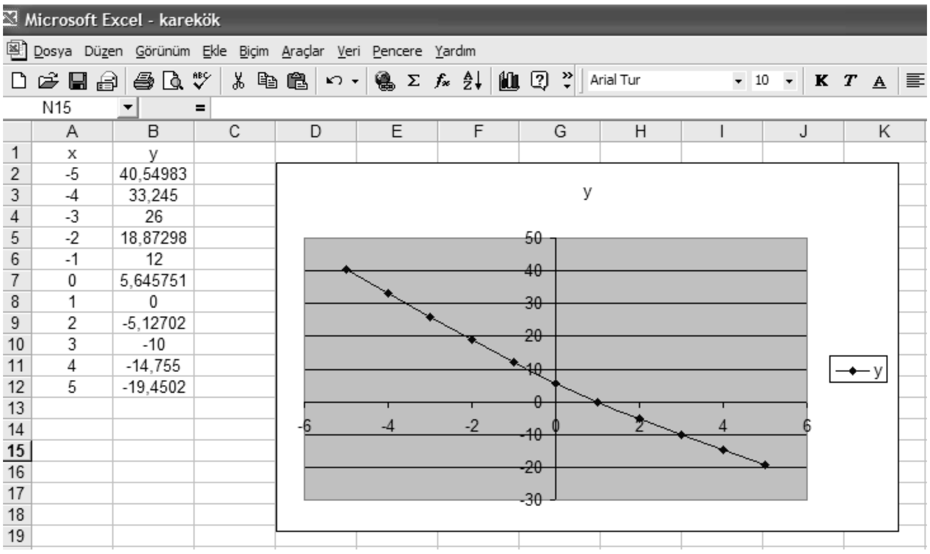
Uygulama 5

R de tanımlı $\sqrt{7+2x^2} = -3+6x$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm:

$\sqrt{7+2x^2} = -3+6x$ denkleminin çözüm kümesi cebirsel yöntemlerle

$x=1$ ve $x=\frac{1}{17}$ olarak bulunur. Bulunan bu çözümlerin sağlaması sonucunda ise denklemin çözümünün sadece $x=1$ olduğu anlaşılabilir. Ayrıca, $y=\sqrt{7+2x^2}$ ve $y=-3+6x$ fonksiyonlarının grafiklerinin koordinat sisteminde birlikte çizilmesi durumunda da $x=1$ değerinin denklemin çözüm kümesi olduğu görülebilir (Şekil 1).



Şekil 1 - $y=\sqrt{7+2x^2}-6x+3$ fonksiyonunun grafiği

SONUÇ VE ÖNERILER

Problem çözme, matematik ve fen müfredatının en önemli bileşenlerinden biridir. Her iki müfredatın da en önemli amaçlarından birisi, her düzeydeki öğrencilerin iyi problem çözücüler olarak yetişmeleridir. Bu şekilde, öğrenciler hem derslerinde hem de gerçek hayatlarında karşılaşabilecekleri problemlerin üstesinden gelebilecekler-dir. Ancak son yıllarda, öğrencilerin sadece iyi birer problem çözücüler olmalarının yeterli olmadığı bu beceriye ilave olarak, öğrencilerin verilen durumlardan hareketle yeni problemler üretmeleri veya var olan problemlerin içeriğinde bazı değişiklikler yaparak kendilerine özgü yeni problemler oluşturmalarının da gerekliği üzerinde durulmaktadır. Bu şekilde bir yaklaşım, öğrencilerin verilen bir problemin çözümünü bulmaktan ziyade yeni problemler oluşturmalarına ve dolayısıyla da eğlenceli olduğu kadar zihinsel gelişimlerinin artmasına da katkı sağlayacaktır. Ayrıca, kurulacak problemler öğrencilerin kendi ürünleri olduğu için matematik ve fen derslerine yönelik motivasyonlarının artmasına da katkı sağlayacaktır. Bu önemine rağmen, öğretmenler problem kurma etkinliklerini, değerlendirilmesinin zor-luğu ve mevcut müfredatın yoğunluğundan kaynaklanan zaman kısıtlığı nedeniyle sınıf ortamlarına getirmekten genellikle uzak durmakta-dırlar. Halbuki bu yaklaşımla, öğrenciler matematik veya fen dersleriyle ilgili konular ve kavramlar hakkında eksikliklerini, hatalarını ve yanlış anlamalarını daha iyi anlayabilirler. Bu bağlamda problem kurma uygulamalarının etkili olarak kullanılabilmesi için aşağıdaki önerilerde bulunulabilir:

a) Her düzeydeki öğrencilerin iyi problem çözücüler olarak yetişmelerinin yanında iyi birer problem kurucular olarak da yetiştirilmelerine yönelik etkinliklere gerek müfredatta gerekse sınıf ortamlarında yer verilmelidir.

b) Öğrencilerin problem kurma etkinliklerinde başarılı olabilmeleri için, öğretmenlerin mevcut problemlerin bazı koşullarını değiştirerek veya eklemeler yaparak oluşabilecek yeni problemler hakkında sınıf içinde tartışma ortamları oluşturmaları faydalı olabilir.

c) Öğretmen adaylarının, müfredat programlarında ve derslerinde problem kurma etkinliklerine yer verilmesi, mesleğe atıldıklarında öğretimlerinin etkiliğini artırabilir.

d) Farklı bilim dallarının örneklerinin birlikte incelenmesi, öğrencilerin hem konuları analiz etmede hem de gerçek yaşamı anlamalarında yararlı olacaktır. Özellikle de, aynı bilimsel temellere dayanan fen bilgisi ve matematik gibi disiplinler arasındaki etkileşiminin sağlanması, öğrencilerin bilişsel gelişimlerine katkıda bulunabilir.

Fen ve matematik eğitiminde öğrencilerin problemlerle ilgili uğraşları diğer alanlara göre daha fazla ön plana çıkmaktadır. Bu çerçevede öğrencilerin, verilen problemleri çözme becerilerinin geliştirilmesi yanında yeni problemler kurmaya yönlendirilmesi gereklidir. Problem kurma uygulamalarının eğitim kurumlarında yaygınlaştırılması için sistemli hareket edilmelidir. Bunun için de, öğretmen ve öğrenciler işbirliği içinde, bu etkinliklere özel zaman ayırmalıdırlar. Bu tür etkinliklerin yapılmasıyla, öğrenciler problemlere genellikle tek bir çözüm getiren kitabi bilgilere bağımlı olmayacaklar ve çok yönlü düşünme becerilerini geliştirerek gerçek yaşama hazırlanabileceklerdir.

KAYNAKLAR

Abrams, J.; Honeyman, L. (2002). Teacher handbook, Mathematics research skills, http://www2.edc.org/makingmath/handbook/Teacher/ProblemPosing/ProblemPosing.pdf. (Erişim Tarihi: 28 Temmuz 2004).

Ambrus, A. (1997). Problem posing in mathematics education, (Ed: Kansanen, P.), Discussions on Some Educational Issues VII. Research Reports, Helsinki, Finland, 5-19

Borba, C.M. (1994). High school students' mathematical problem posing: An exploratory study in the classroom. Annual Meeting of the American Educational Research Association, 24-28 April, New Orleans, USA.

Brown, S.I., Walter, M.I. (1993). Problem posing, reflection and application, Lawrence Erlbaum Associate, Hillsdale, New Jersey, USA.

Cai, J. (1997). An investigation of U.S. and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving, Annual Meeting of the American Educational Research Associatons, 24-28 March, Chicago, USA.

Cai, J., Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing, Journal of Mathematical Behavior, 21, 401-421.

Charles, R., Lester, F., O'Daffer, P. (1997). How to evaluate progress in problem solving, NCTM, Inc., Sixth Printing, Reston, VA.

Collier, C.P. (2000). Menu collection: Problems adapted from mathematics teaching in the middle school: National middle school association, National Council of Teachers of Mathematics, Ohio, USA.

Daunt, B. (Çev: Kalkandelen, H.). (1997). Öğreticinin el kitabı, Pegem Yayıncılık, Ankara.

El Sayed, R.A. (2001). Effectiveness of problem posing strategies on prospective mathematics teachers' problem solving performance, The Mathematics Education into the 21st Century Project Proceedings of the International Conference New Ideas in Mathematics Education, Palm Cove 19-24 August, Australia.
Enger, S.G., Yager, R.E. (1998). The Iowa assessment handbook, Science Education Center of The University of Iowa, USA.

English, L.D. (1997a). The development of fifth-grade children's problem posing abilities, Educational Studies in Mathematics, 34, 183-217.

English, L.D. (1997b). Promoting a problem posing classroom, Teaching Children Mathematics, 3, 172-79.

English, L.D. (2001). Problem posing research: answered and unanswered questions. Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Snowbird, Utah.

Gonzales, N. A. (1994). Problem posing: a neglected component in mathematics courses for pro-service elementary and middle school teachers, School Science & Mathematics, 94(2), 78-84.

Lavy, I.; Bershadsky, I. (2003). Problem posing via "what if not?" strategy in solid geometry - a case study. Journal of Mathematical Behavior, 22, 369–387.

Lawrie, T., Whitland, J. (2000). Problem posing as a tool for learning, planning and assessment in the primary school, Ed: Nakahara, T., Koyama, M., Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Hiroshima, Japan, 247-254.

Lewis, T., Petrina, S., Hill, A.M. (1998). Problem posing-adding a creative increment to technological problem solving, Journal of Industrial Teacher Education, 36(1).

Miller, C.M. (2000). Student-researched problem-solving strategies, Mathematics Teacher, 93(2), 136-138.

Nakono, A., Murakami, N., Hirashima, T., Takeuchi, A. (2000). A learning environment for problem posing in simple arithmetical word problems, International Conference on Computers in Education/ International Conference on Computer Assisted Instruction (ICCE), 21-24 November, Taipei, Taiwan.

Silver, E.A. (1995). The nature and use of open problems in mathematics education: Mathematical and pedagogical perspectives, International Reviews on Mathematics Education, 27(2), 67 –72.

Silver, E.A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing, ZDM - Zentrallblatt fur Didaktik der Mathematik, 29(3), 75-80.
Tuska, A. (2003). Attempts to improve the problem solving abilities of practicing teachers, The Mathematics Education into the 21st Century Project Proceedings of the International Conference, Brno, Czech Republic.

Wilhelmus, C., Klaassen, M.K. (1995). A problem-posing approach to teaching the topic of radioactivity. Proefschrift Universiteit Utrecht, CD-ß Press, Utrecht.