

LOGİSTİK DAĞILIM VE RANDOM SAYI ÜRETİMİ

Yalçın KARAGÖZ

Cumhuriyet Üniversitesi, İ.İ.B.F. İşletme Bölümü

Özet

Bu çalışmada logistic dağılım hakkında genel bilgiler verilmiş ve bilgisayar ortamında simülasyon tekniği ile random sayı üretimi yapılmıştır. Bu amaçla, logistic dağılımın algoritması için delphi programlama dili kullanılarak program yapılmıştır. Bu programla 1000 adet random sayı üretilmiş ve %5 anlam düzeyinde ki-kare uygunluk testi yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Logistic Dağılım, Simülasyon, Random Sayı Üretimi

Abstract

Logistic Distribution and Production of Random Number

In this study, the general information about logistic distribution have been given and, random numbers has been generated by the simulation method in computer. For this purpose, the programme of this algorithm have been done by using delphi programming language for the algorithms of logistic distribution. For logistic distribution 1000 random numbers have been generated and the chi-square goodness-of-fit at 5% significance level has been done.

Keywords: Logistic Distribution, Simulation, Production of Random Number

GİRİŞ

Bir tesadüfi olayla ilgili karar vermede, bu olayla ilgili sonuçların ortaya çıkma olasılıklarının bulunması veya belirsizliğin riske dönüştürülmesi önemli bir adımdır. Olasılıkla ilgili bir sistemin yapısını anlamak, yorumlamak ve gerekli olasılıkları bulmak için, sistemin matematiksel modelinin geliştirilmesi ve geliştirilen matematiksel modeli meydana getiren bileşenlere ait değişkenlerin tespit edilmesi ve bu değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkilerin bulunması gerekir. Fakat günümüzde bilim, teknoloji, sosyal olaylar ve ekonominin çoğu problemleri, deneysel olarak incelenemeyecek ve matematiksel olarak kesin bir çözüm bulunamayacak derece karmaşık bir yapıya girmiştir. Deneylerin yapılması ve olayların mevcut şartlar içinde gözlenmesindeki güçlüklerin olması (gezegenler arası uçuşta uzay arabalarının incelenmesi veya askeri operasyonlar gibi), bu türdeki problemlerin matematik formüllerle ifade edilememesi, araştırmayı yapan kişinin yeterli matematiksel bilgisi olmaması, kullanılan metot maliyet açısından çok pahalı ve zaman açısından çok uzun olması gibi nedenlerle veri toplamanın mümkün olmadığı veya zor olduğu durumlarda, araştırmacı için gerekli olan veriler, simülasyonla random sayı üretme yöntemleri kullanılarak elde edilebilirler

1 LOGİSTİK DAĞILIMI

1.1 Logistic Dağılımın Kullanım Alanları

Logistic dağılım, kümülatif formda bir “büyüme eğrisi” olarak kullanılır. Bir zaman değişkeninin fonksiyonu olarak ifade edilen nüfus büyüklüğünün ölçümü buna örnek gösterilebilir. Ayrıca, bu dağılım, ekonomik ve demografik problemlerin analizlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır (Rothschild-Logothetis 1986: 59 Norman- Kotz, 1994: 3).

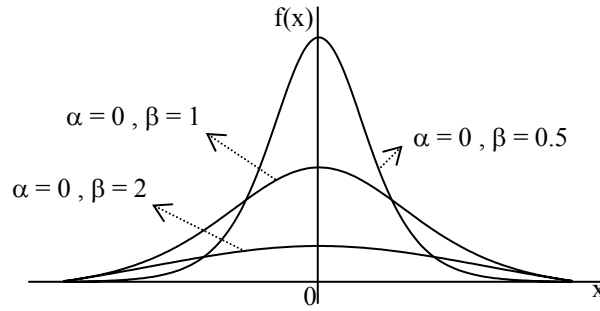
1.2 Logistic Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

X, random bir değişken olmak üzere,

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \cdot e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}} \cdot \left(1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}\right)^{-2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad -\infty < \alpha < \infty, \quad \beta > 0$$

fonksiyonuna, logistic dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu denilir. Burada α başlangıç, β ise oran parametresidir.

Şekil 1’de $\alpha = 0$ olmak üzere $\beta = 0.5, 1, 2$ değerleri için, logistic dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



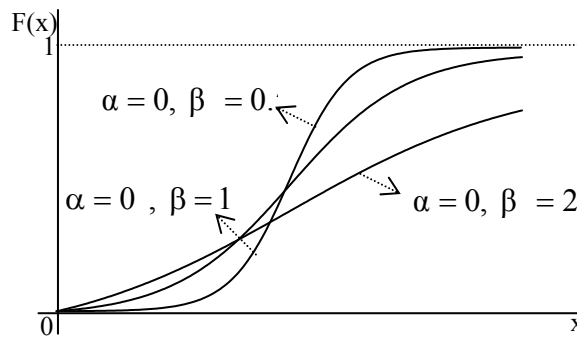
Şekil 1: Logistic Dağılımın Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

1.3 Logistic Dağılımın Birikimli Fonksiyonu

X random değişkeni, logistic dağılıma sahip olmak üzere, bu dağılımın birikimli fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}}, \quad -\infty < x < \infty$$

Şekil 2'de $\alpha = 0$ olmak üzere $\beta = 0.25, 0.5, 1$ değerleri için, logistic dağılımın birikimli fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Şekil 2: Logistic Dağılımın Birikimli Fonksiyonu

1.4 Logistic Dağılımın Beklenen Değer ve Varyansı

Beklenen Değer: $\mu = E(x) = \alpha$, Varyans: $V(x) = \frac{\beta^2 \pi^2}{3}$

1.5 Logistic Dağılımın Moment Üreten Fonksiyonu

$E(e^{tx}) = e^{\alpha t} \beta t \pi \operatorname{cosec}(\beta t \pi)$, $|\beta t| \leq 1$

1.6 Logistic Dağılımın Çarpıklık ve Basıklık Katsayısı

Çarpıklık Katsayısı: $\alpha_3 = 0$, Basıklık Katsayısı: $\alpha_4 = \frac{7\beta^4 \pi^4}{15}$

2 RANDOM SAYI ÜRETİMİ

Random sayılar; $[0,1]$ aralığında düzgün (üniform) olarak dağılmış, her birinin seçilme olasılığı diğerine eşit ve meydana geliş sıraları bağımsız olan sayılardır (Sarıaslan, 1998: 74).

Bu çalışmada, random sayı üretimi için simülasyon tekniği kullanılacaktır.

Simülasyon; gerçek bir sistemin modelini tasarlama süreci ve sistemin işlemleri için sistemin davranışlarını anlamak veya değişik stratejileri değerlendirmek amacı ile model üzerinde denemeler yapma tekniğidir (Halaç, 1998: 1).

Herhangi bir X sürekli random değişkenini üretmek için, $F(x) = P(X \leq x)$ birikimli fonksiyonu bulunarak $F(x) = P(X \leq x) = U$ eşitliği kurulur ve x hesaplanır. Burada $x = x(U)$ istenen random değerdir (Erkut, 1992: 128). Bu çalışmada, random değişken üretiminde ters dönüşüm metodu (inverse transform method) kullanılacaktır.

Ters Dönüşüm Metodu; Üretilmek istenen X random değişkeni, $[0,1]$ aralığında sürekli artan F dağılım fonksiyonuna ve F 'in ters fonksiyonuna sahip olmak üzere, random değişkenin algoritması için $U = U(0,1)$ random sayısı üretilir ve $X = F^{-1}(U)$ hesaplanarak sonuç döndürülür (Ters dönüşüm metodu için bakınız: Law-Kelton 1991:465-473; Hoover-Peery 1990:268; Kheir 1988:128-130; Taha 1988:45; Ripley 1987:59-63; Bratley-Fox-Schrage 1987:147; Alan-Pritsker 1986:707).

2.1. Logistic Dağılımın Formülünün Belirlenmesi

Logistic dağılımın birikimli fonksiyonuna, ters dönüşüm metodu uygulanarak,

$$u = F(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{x-\alpha}{\beta}}} \Rightarrow 1 + e^{\frac{x-\alpha}{\beta}} = \frac{1}{u} \Rightarrow e^{\frac{x-\alpha}{\beta}} = \frac{1}{u} - 1$$

$$\Rightarrow e^{\frac{x-\alpha}{\beta}} = \frac{1-u}{u} \Rightarrow -\frac{x-\alpha}{\beta} = \ln\left(\frac{1-u}{u}\right) \Rightarrow x = \alpha - \beta \ln\left(\frac{1-u}{u}\right)$$

elde edilir (Rothschild-Logothetis, 1986: 62).

2.2 Logistic Dağılımın Algoritması ve Programı

Logistic dağılımın algoritması aşağıdaki biçimde yazılır (Hasting-Peacock, 1975:102).

1.Adım: $U = U(0,1)$ üretilir.

2.Adım: $x = \alpha - \beta \ln\left(\frac{1-u}{u}\right)$ olarak hesaplanır ve sonuç döndürülür.

Dağılımın programı ise, delphi programlama dili ile yazılmış ve Ek 1'de verilmiştir.

2.3 Logistic Dağılım İçin Uygunluk Testi

Sürekli olasılık dağılımları için üretilen random sayıların ilgili olasılık dağılımlarına uygunluğunu test etmek için kullanılan pek çok uygunluk testi olmakla beraber, bu testlerin üstün ve sakıncalı tarafları göz önüne alındığında örnek hacminin $n \geq 100$ olduğu durumlar için güçlü bir test olan (Halaç, 1998: 15) ki-kare uygunluk testi yapılacaktır. Burada, logistic dağılım için $\alpha = 0$, $\beta = 1$ parametrelerine göre üretilmiş ve EK 2’de verilmiş olan 1000 gözlenen (o_i) random sayı değerleri ile, bu dağılımın birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonunun $\alpha = 0$, $\beta = 1$ parametrelerine göre elde edilen beklenen (e_i) değerleri arasındaki uygunluğun tespiti için % 5 önem seviyesinde ki-kare uygunluk testi yapılacaktır.

Logistic dağılım için Ek 2’de $\alpha = 0$, $\beta = 1$ parametrelerine göre üretilmiş olan 1000 random sayının dağılımı aşağıda verilmiştir.

Tablo 1: Logistic Dağılımın Random Sayı Aralıkları

Random sayı Aralıkları	Aralıklara düşen random sayı miktarı
-8 – -7	1
-7 – -6	2
-6 – -5	9
-5 – -4	7
-4 – -3	31
-3 – -2	61
-2 – -1	154
-1 – 0	250
0 – 1	231
1 – 2	141
2 – 3	68
3 – 4	28
4 – 5	12
5 – 6	3
6 – 7	1
7 – 8	1
Toplam	1000

a) Hipotezler:

H_0 : Random sayıların dağılımı, logistic dağılım gösteriyor.

H_1 : Random sayıların dağılımı, logistic dağılıma uygun dağılmamıştır.

b) Test İstatistiği: Logistic dağılımın birikimli fonksiyonu,

$$F(x) = \left(1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}} \right)^{-1}, \quad \alpha > 0, \quad x \geq k > 0$$

olduğundan ve random sayılar $\alpha = 0$, $\beta = 1$ için üretildiğinden, k ve α değerleri de bilindiğine göre x random değişkeninin meydana gelme olasılıklarını bulmak için gerekli fonksiyon,

$$\alpha = 0, \quad \beta = 1 \Rightarrow F(x) = \left(1 + e^{-\frac{x-0}{1}} \right)^{-1} = (1 + e^{-x})^{-1}$$

olarak bulunur. Bu formüle göre de beklenen değerler Tablo 2’de yer almaktadır. Gözlenen değerler ile beklenen değerlerin uygun olup olmadığını tespit etmek için ki-kare testi uygulandığında $\chi^2 = 18.32$ sonucu bulunur.

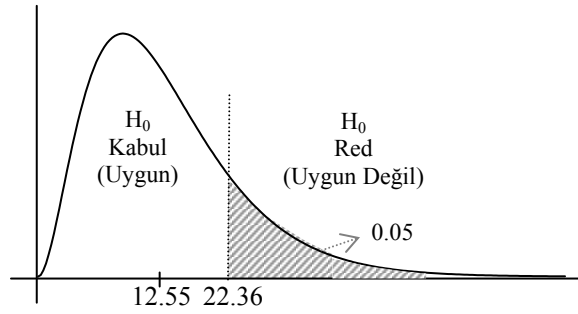
Tablo 2: Logistic Dağılımın Random Sayıları İçin Uygunluk Testi

Random sayı Aralıkları	$F(x) = (1 - e^{-x})^{-1}$	e_i	o_i	$\frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$
-8 – -7	0.0006	1	1	0.31
-7 – -6	0.0016	2	2	0.12
-6 – -5	0.0042	4	9	5.41
-5 – -4	0.0113	11	7	1.63
-4 – -3	0.0294	29	31	0.08
-3 – -2	0.0718	72	61	1.62
-2 – -1	0.1497	150	154	0.12
-1 – 0	0.2311	231	250	1.55
0 – 1	0.2311	231	231	0.00
1 – 2	0.1497	150	141	0.51
2 – 3	0.0718	72	68	0.20
3 – 4	0.0294	29	28	0.07
4 – 5	0.0113	11	12	0.04
5 – 6	0.0042	4	3	0.35
6 – 7	0.0016	2	1	0.20
7-...8	0.0006	1	1	0.31
Toplam		9999	10000	$\chi^2 = 12.55$

c) Karar modeli: Logistic dağılımında tahmin edilen parametre sayısı iki olduğundan $m = 2$ alınır ve kritik değer χ^2 tablosundan

$$\left. \begin{array}{l} s.d = r - 1 - m = 16 - 1 - 2 = 13 \\ \alpha = 0.05 \end{array} \right\} \chi^2_{0.05;13} = 22.36$$

olarak belirlenir (Kartal, 1988: 104). Bu durumda karar modeli şöyle olur;



d) Karar: $\chi^2 = 12.55 < \chi^2_{0.05;13} = 22.36$ olduğundan sıfır hipotezi kabul edilerek random sayıların dağılımının logistic dağılımına uygun olduğuna %5 önem seviyesinde karar verilir.

SONUÇ

Bu çalışmada, logistic dağılım için simülasyonla ters dönüşüm metodu kullanılarak, random sayı üretimi yapılmıştır. Logistic dağılım için $\alpha = 0$, $\beta = 1$ parametrelerine göre üretilmiş olan gözlenen değerler ile, bu dağılımın birikimli fonksiyonunun $\alpha = 0$, $\beta = 1$ parametrelerine göre elde edilen beklenen değerleri arasındaki uygunluğun tespiti için %5 önem seviyesinde ki-kare uygunluk testi yapılmış ve uygun bulunmuştur.

Logistic dağılım için üretilen random sayılar, bu konu ile ilgili çalışmak isteyen veya logistic dağılım ile uygulama yapması gereken araştırmacılar için hazır bir veri olması açısından yararlı olabilir.

Kaynakça

Alan, A and B. Pritsker, *Simulation and SLAM II*, Jonh Wiley and Sons, New York, 1986.

Atıl, Hülya ve Mehmet Ö. Ergen, "Sayı Türetme Yöntemleri ve Bu Yöntemlerden Bazıları İçin Gerekli Olan Başlangıç Sayısının Özellikleri Üzerine Bir Araştırma", *Ege Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, Cilt:2, Sayı: 1, 33-44.

- Bratley, Paul and Bennett L. Fox and Linus E. Schrage, *A Guide To Simulation*, Springer, 1987.
- Erkut, Haluk, *Yönetimde Simülasyon Yaklaşımı*, İrfan Yayıncılık, İstanbul, 1992.
- Halaç, Osman, *İşletmelerde Simülasyon Teknikleri*, 3. Baskı, Alfa Basım Yayım Dağıtım, İstanbul, 1998.
- Hasting N.A.J. and J.B. Peacock, *Statistical Distributions*, Butterworth Group, London, 1975.
- Hoover, Stewart V. and Ronald F. Peery, *Simulation*, Addison-Wesley Publishing Company, London, 1990.
- Law, M.A., W. D.Kelton, *Simulation Modelling and Analysis*, McGraw-Hill Co., New York, 1991.
- Kartal, Mahmut, *Hipotez Testleri*, Şafak Yayınevi, Erzurum, 1998.
- Kheir, Naim A., *Systems Modeling and Computer Simulation*, Marcel Dekker Inc., New York, 1988.
- Norman, L. Johnson and Samuel Kotz, *Continuous Univariate Distributions 2*, John Willey and Sons, New York, 1994.
- Ripley, Brian D., *Stochastic Simulation*, John Willey and Sons, New York, 1987.
- Rothchild, V. and N. Logothetis, *Probability Distribution*, John Wiley and Sons, Inc Canada, 1986.
- Sarıaslan, Halil, *Simülasyon Tekniği*, Turhan Kitabevi, Ankara, 1998.
- Taha, Hamdy A., *Simulation Modelling and Simnet*, Prentice Hall, 1988.

EKLER

EK 1: Logistic Dağılım İçin Random Sayı Üreten Delphi Programı

```
procedure TForm2.logistic_dagilim;
var
  i,adet:longint;
  alfa,beta,u,x:real;
  f:textfile;
  dosya:string;
begin
  alfa:=strtofloat(edit1.text);
```



```
beta:=strtofloat(edit2.text);
adet:=strtoint(edit5.text);
dosya:=edit4.text;
assignfile(f,dosya);
rewrite(f);
writeln(f,'Logistic Dağılımı',' Alfa=',alfa:0:2,' Beta=',beta:0:2,' random sayı
adeti=',adet);
randomize;
for i:=1 to adet do
begin
  u:=random;
  x:=alfa-beta*ln((1-u)/u);
  writeln(f,x:10:2);
end;
closefile(f);
end;
```

EK 2 Logistic Dağılım Alfa=0.00 Beta=1.00 random sayı adeti=1000

-0.76	0.11	0.21	0.28	-1.58	-0.48	-4.51	-0.85	2.1	-2.12
1.89	-0.12	-0.17	-0.27	1.77	-1.48	0.41	-1.04	-1.79	-0.24
0.04	0.11	-0.51	0.24	2.81	-0.13	0.86	-1.36	0.75	3.71
-0.25	1.83	-0.23	-1.03	-0.14	2.42	2.69	-2.56	3.24	-1.14
-0.61	-0.74	4.47	-0.4	-0.06	-0.63	2.25	1.45	0.91	1.44
1.3	2.44	-2.05	1.82	1.55	-0.39	1.65	2.14	-2.23	0.15
-2.33	-1.4	1.7	0.6	-1.66	0.64	0.79	-0.03	-1.56	1
0.42	-0.01	1.53	-0.2	-0.82	-1.55	0.34	1.14	0.41	1.35
-3.14	-5.24	0.35	-1.28	-1.96	-0.36	-0.12	0.84	0.08	1.03
-1.63	-2.45	0.03	2.05	-0.36	0	1.47	1.66	-3.23	0.2
0.46	3.85	-0.49	-0.78	-1.76	-0.35	2.47	0.73	0.4	-2.25
-1.31	0.22	3.44	0.13	4.33	-1.24	1.48	0.44	-0.4	0.62
-1.69	-1.63	1.68	0.13	-0.1	-1.38	-1.32	3.33	-1.33	0.33
0.19	2.18	-1.28	3.94	-3.63	-0.33	2.01	1.28	0.78	-0.12
4.02	-0.35	-3.78	-1.64	-2.63	-1.61	-1.21	-0.76	0.2	0.69
-0.25	-0.39	0.09	-0.22	0.05	-0.49	0.89	2.54	-3.13	0.11
0.31	1.05	1.51	-0.2	-1.04	-4.69	-2.75	-1.63	0.17	-0.84
-1.09	-1.33	0.39	-0.25	-0.04	-4.69	-2.42	0.11	-0.59	1.32
-1.65	-5.9	0.39	-1.35	1.37	2.2	-0.94	-0.34	1.34	-3.92
0.83	-3.09	1.06	1.15	2.22	-2.18	1.19	-1.43	-3.11	1.93
-1.25	3	-1.26	-1.89	0.18	0.09	-2.68	-1.55	-1.17	0.81
1.04	-3.98	2.56	-0.65	1.09	-0.34	-1.74	0.32	-3.28	3.56
-0.21	-1.8	7.35	-1.52	3.12	0.45	-1.96	0.82	-2.64	0.71
-1.08	3.6	-1.94	-0.21	0.25	-0.34	1.36	2.09	2.44	1.61
2.88	0.56	-0.42	0.36	0.25	1.89	1.39	-1.26	0.99	-1.97
0.99	2.3	-2.95	-0.68	0.91	3.24	-0.57	1.96	2.95	1.54
0.07	0.15	0.7	1.26	0.37	-2.19	1.41	1.08	-0.47	-1.12
0.3	-0.21	3.56	-1.29	1.48	-2.43	-1.69	-1.15	2.02	-0.74
-0.9	-0.31	-1.99	-0.85	-0.88	-0.56	-0.03	0.1	0.36	1.73
0.78	0.56	5.18	-1.05	1.71	0.36	1.26	1.32	-1.11	1.29
-1.04	0.57	-0.84	-0.68	0	0.68	-2.42	-0.13	2	-0.28
0.87	1.54	-1.72	-1.97	1.51	-1.22	0.23	0.5	-0.91	3.22
-0.94	-0.23	-0.51	-1.21	3.55	0.61	4.4	-0.85	0.82	0.45
0.06	-0.9	0.25	-2.85	-0.64	-1.09	1.41	1.11	0.66	0.19
0.89	2.02	-2.08	1.24	0.27	-0.1	0.28	0.5	0.08	-0.03
-1.85	-7.14	0.21	-0.08	-0.67	-0.16	2.59	0.53	-0.74	1.59
0.89	-0.21	0.09	-1	2.39	-1.71	5.92	4.05	0.65	-0.45
0.36	0.53	2.12	0.14	-5.02	1.79	-2.25	-1.97	-1.28	0.38
0.51	1.51	-1.68	1.65	0.39	0.9	1.57	0.45	-1.48	-0.41
2.17	-1.49	2.97	-1.07	-1.89	0.63	-2.57	-5.62	0.81	-0.75

0.18	-0.35	-3.7	-0.62	-6.04	2.59	-0.63	-2.85	3.11	-0.63
0.08	0.71	1.55	-3.98	4.14	1.04	-2.94	0.26	-2.33	4.52
1.91	-2.34	-0.86	0.7	2.63	-1.15	1.48	-1.88	0	-0.18
0.09	0.78	-1.21	1.79	0.43	-0.39	-0.28	1.93	0.71	-4.69
0.93	0.33	-1.06	0.79	0.27	-0.33	0.04	-0.46	6.82	1.08
-1.15	0.68	1.12	-0.19	-0.86	0.34	-0.26	1.8	2.46	2.21
1.98	0.71	-1.18	-0.31	-0.04	-0.72	-0.18	-3.61	0.32	-1.14
2.23	0.88	1.27	2.08	-1.93	-0.18	-0.67	2.3	0.43	-0.62
-1.53	-0.01	-2.5	1.3	1.46	-1.29	-0.51	0.45	-1.4	1.92
-0.14	0.9	-1.89	2.42	-0.37	0.23	-1.11	-1.31	0.02	0.25
-0.45	-0.41	-0.71	-3.65	-3.87	0.54	-0.89	-3.41	-0.26	-0.87
-0.96	1.57	-0.99	-1.57	-1.11	0.51	-0.13	-0.5	0.32	-2.66
0.25	0.16	0.51	-2.01	-0.02	1.34	-5.15	0.02	-0.5	-0.62
-4.75	-0.47	-0.51	1.85	-2.44	-0.32	0.02	-1.83	-0.38	0.7
-0.28	-0.14	3.04	1.56	1.73	1.16	1.75	0.11	2.01	0.36
-1.04	-0.56	1.27	1.19	1.24	1.39	-0.63	-3.11	-1.13	-0.9
-1.82	1.95	-2.96	-1.27	-0.37	0.21	-1.32	-4.91	0.38	2.19
1.65	-1.52	0.33	3.56	1.08	1.65	0.89	0.86	-0.19	2.14
1.04	-1.27	-2.41	-2.93	-0.56	4.71	0.47	-0.21	0.35	0.76
1.07	-1.29	-0.1	0.54	0.51	1.18	2.34	-0.82	-0.48	-0.22
-2.98	-0.66	-0.25	1.61	0.93	-1.22	-1.59	-0.03	0.67	0.44
3.06	0.94	-0.54	-0.56	4.34	-1	-2.21	-0.66	-2.51	-1.15
0.27	2.17	-0.02	-3.98	2.44	-0.72	-1.47	0.04	-1.11	-2.06
-2.71	1.73	-0.52	0.72	0.02	3.43	-2.04	-1.06	2.86	0.92
-1.57	0.31	-1.52	1.17	-0.55	2.16	4.1	0.79	-0.59	-0.28
-0.24	-0.04	1.97	-1.11	-1.52	5.71	0.41	1.83	-5.61	-0.26
-0.32	3.15	0.74	0.29	-0.19	-0.33	-2.86	-0.11	-0.02	-1.97
2.34	0.04	-0.08	1.49	-1.65	0.07	-0.6	2.32	0.98	4.29
0.29	-1.12	-3.04	-6.33	-1.68	-1.95	-1.25	0.34	0.88	-1.99
-0.73	1.22	-0.47	-2.74	0.49	1.22	1.07	-0.08	-0.36	0.28
1.31	-0.21	1.3	2.98	0.36	-0.31	-2.77	-0.32	-3.02	-0.02
-1.48	-0.33	-0.5	-0.63	-2.06	2.61	0.18	0.35	-0.44	0.37
0.66	-1.13	0.19	-3.3	-0.11	3.05	1.11	3.23	-2.9	-2.16
-2.17	0.79	-1.12	-0.45	1.26	0.91	-5.94	1.96	1.89	-0.47
-1.62	3.06	-0.37	0.45	-0.84	-1.49	-3.42	-0.81	3.06	0.81
-1.09	-3.16	0.47	1.9	-1.53	-0.08	3.48	0.23	1.56	-0.5
0	-1.45	-0.6	-0.38	1.18	1.03	-0.42	-0.41	1.25	-3.96
-4.52	0.28	-1.3	-1.23	0.04	-0.47	-0.9	0.5	1.04	2.04
2.23	-2.89	3.5	0.77	-0.22	-0.7	-1.11	-1.06	2.91	0.42
-0.42	0.79	0.12	0.49	-1.2	-1.99	-1.09	-0.23	-2.44	2.15
3.78	0.6	1.67	2.24	-0.86	-3.56	-1.19	1.62	2.3	2.12
-0.23	-5.94	-0.88	-0.58	-0.63	-1.19	0.47	0	1.59	-1.4
0.77	-0.82	-3.28	-2.2	0.59	-1.62	0.53	-0.79	-1.43	0.17

1.34	-0.54	-1.27	1.1	1.48	-1.15	-0.53	0.26	-0.24	0
-1.28	-1.03	-2.35	-0.45	-0.52	1.26	0.54	-1.93	-2.99	0.46
1.77	-0.92	-2.74	-0.35	-0.05	1.15	0.63	0.74	0.19	-0.61
-0.8	-0.22	2.27	-1.23	1.6	2.37	1.77	0.23	-1.12	1.23
0.63	-0.99	-0.69	0.86	-0.61	-1.65	-0.59	-2.47	-0.1	-2.63
-0.5	0.25	-1.05	-1.09	1.83	-1.1	-0.52	2.58	-0.8	-0.4
2.24	-0.08	-2.77	-0.15	2.89	0.46	0.1	1.82	-1.94	-0.51
0.02	0.82	-0.96	-0.52	-0.91	-0.31	-0.03	-0.58	0.87	1.42
1.86	4.17	-0.09	3.67	1.84	1.58	-2.12	0.78	1.41	-1.32
-1.4	-2.84	-0.44	-0.06	2.36	0.57	-2.92	1.57	2.7	-3.75
0.22	-0.18	0.56	1.17	-0.85	1.71	-2.73	2.35	-0.59	2.77
-0.6	0.75	2.7	-0.75	-0.02	-1.08	0.54	1.29	-1.23	0.37
-0.76	-2.26	0.54	1.82	-3.31	-0.33	0.62	-0.27	0.29	-0.6
0.25	0.75	-0.84	-1.22	-5.28	-0.03	1.13	0.88	-0.14	1.9
-1.2	1.08	-1.66	-2.46	1.64	-0.78	-1.13	-0.58	0.77	-2.07
1.08	3.62	1.77	-3.59	-1.31	-3.08	0.38	0.82	0.18	1.26
2.87	0.55	-3.8	0.43	2.11	1.39	-0.72	0.32	2.35	-1.92