

## PROBLEM KURMA DENEYİMLERİ VE MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE AÇIK-UÇLU SORULARIN KULLANIMI

Hayri AKAY, Danyal SOYBAŞ, Ziya ARGÜN

G.Ü. Gazi Eğitim Fakültesi, OFMAE Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Ankara.

### Özet

*Bu çalışmanın temel amacı matematik öğretiminde kısa açık uçlu soruların ve problem kurma yaklaşımının kullanılmasının matematiksel kavramları anlamaya ve öğrenmeye olan etkisini araştırmaktır. Araştırmanın çalışma grubu iki ayrı ilköğretim okulunda çalışan üç tane ilköğretim beşinci sınıf öğretmeni ve onların toplam 84 öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırma 2004-2005 eğitim öğretim yılı ikinci yarısında Ankara'nın Yenimahalle ve Keçiören ilçelerinde bulunan iki ilköğretim okulunda gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, öğretimlerinde açık-uçlu kısa matematik soruları kullanan bu öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel kavramları değişik yollarla anlayabilmelerini ve düşüncelerini farklı şekilde ifade edebilmelerini sağlamak amacıyla yaptıkları çalışmalar ele alınmaktadır. Ayrıca problem kurma yaklaşımı ile yapılan bir öğretim sonucunda öğrencilerden elde edilen verilerin bir sınıflandırması yapılmıştır.*

*Anahtar Sözcükler: Problem kurma yaklaşımı, ilköğretim öğretmenleri, açık-uçlu sorular.*

### PROBLEM POSING EXPERIENCES AND USING OPEN-ENDED QUESTIONS IN MATHEMATICS TEACHING

#### Abstract

*The main purpose of this study is to explore effects of using short open-ended mathematics questions in mathematics education and of using problem posing approach on understanding and learning mathematical concepts. The participants for this study included three elementary school 5th grade teachers from two different elementary schools and their 84 students. This study was undertaken during the 2004-2005 school years' second semester in Yenimahalle and Keçiören districts of Ankara between April and May. In this study, experiences of these teachers who used short open-ended mathematics questions to make their pupils understand mathematical concepts and to express their thinking by different ways are considered. Furthermore, after a teaching via a problem posing approach, the gained data are classified.*

*Key words: Problem posing approach, elementary school teachers, open-ended questions.*

#### Giriş

Matematik öğretiminin önemli araçlarından biri olan problem çözme yaklaşımının temeli, yapılandırıcı öğrenme kuramına dayanmaktadır. Problem çözme yaklaşımında eğitimdeki temel amaç "ileri düzeyde düşünmeyi geliştirmek" tir. (Mestre, 1991:56 ). Matematiksel problem çözme, problemlerin rutin matematiksel problemlerden cevabı hemen görülmeyen karmaşık problemlere ve ilgili matematik düşünme süreçlerini kullanan açık uçlu araştırmalara kadar uzanan durumları kapsamı gerektiğini savunur. "Yapılandırıcı bilgi kuramı" nı temel alan bir müfredat çerçevesi okul matematiği

öğretiminde problemleri hem bir araç hem de bir amaç olarak tanımlamaktadır. Yapısalcılık; öğrencilerin kendi bilgilerini kendilerinin biçimlendirmesine ve oluşturmasına dayanan bir yaklaşımdır. Bu yaklaşım özellikle Kuhn'nun "bütün bilgiler bağlantılıdır ve paradigmalara bağlıdır" sözü ile özdeşleşmektedir. Yapısalcılık, özellikle fen ve matematik eğitiminde büyük etkisi olan bir yaklaşımdır. (Matthews, 2002) Özellikle Piaget'in öğrenme yaklaşımına dayanan yapısalcılık 1960-1970 yılları arasında yapılan çalışmalarla desteklenmiştir. Yapısalcılık üzerine yapılan ilk çalışmalar fen alanında olmasına rağmen daha sonra bir çok alanda kullanılmaya başlanmış ve bu çalışmalara dayanan bir kavramsal çatı oluşturulmuştur (Cobern,1993:105). Bu yaklaşımda öğretmenler, öğrencilere direktif vermeden, öğrencilerin önceki bilgilerinden yararlanırlar ve sınıf etkinliklerini içeren çeşitli işbirlikli araştırmalarla öğrenmelerini sağlarlar (Benson, 2001:448-449).

Alışılmış öğrenme modelinde öğrenciler düşünceleri ve anlamalarını geliştirmeleri için yeterince fırsat bulamazlar. Yapısalcılıkta ise öğrencilerin kendi öğrenme çabalarıyla birlikte öğrenmeleri beklenmektedir. Alışılmış olarak kullanılmaya devam edilen öğretmen merkezli aktarmacı yöntemler, öğrencilerin problem çözerken ister istemez ezbere dayalı formüsel yaklaşımı kullanmaya özendirilmektedir. Matematik eğitiminin önemli bir aracı olan problem çözme aktiviteleri "yapılandırıcı bilgi kuramı"nın ilke ve amaçları ışığında özel bir süreç olarak yürütülmektedir. Problem çözme sürecini merkeze alan eğitimin amacı, problemin arkasında hangi doğa yasasının yattığı hakkında fikir yürütmeyi, olay hakkında nitel ve nicel anlayışa götüren düşünme yöntemlerini bilip kullanmayı, yani bilim adamı gibi düşünmeyi öğretmek olmalıdır ( A. Van Heulaven, Amed.Phys. 59,891(1991)) (Aktaran Kantarlı,2004:1). Matematik eğitiminde "yapılandırıcı bilgi kuramı"nın tanımladığı amaçlara yönelik olarak problem çözmenin kavramsal ve yönetsel aşamalarını bütünleştirmelerinde öğrencilere yol gösterici, etkinliği kanıtlanmış çeşitli aktif yöntemler önerilmiştir (K. Ü. Açıköz, 2003).

Problemler yoluyla öğretim, öğrencilerin matematiksel kavramları inşa etme ve kabiliyetlerini geliştirmek için bir araç olarak hizmet eder. Problemler hem örüntüleri araştırma ve keşfetme hem de eleştirel (kritik) düşünme gibi aşamaları kullanmaya yönlendirir. Problemleri çözmek için öğrenciler, gözlem yapmalı, ilişki kurmalı, soru sormalı, muhakeme etmeli ve sonuç çıkarmalıdır.

Heuristik düşünme yaklaşıma göre problem çözme süreci esas olarak beş aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar: Analiz, plan, araştırma, uygulama ve test etmektir (Schoenfeld, 1985). Heuristik aşamalar içeren başarılı bir uygulamada iyi bir plan yapmanın problem çözme süreci içinde önemli bir rol oynadığı ve ileri düzeyde düşünme becerilerini geliştirdiği vurgulanmaktadır (Grandsard & Schatteman, 1989). Problem çözümünde başarı, öğrencilerin mizaçlarını ve kendi düşünme süreçlerine de bağlıdır. Öğretmenleri de kapsayan matematik eğitimcileri öğrencilere verdikleri görevlerin çeşitlerine daha fazla dikkat etmeye başlamışlardır. Şu anda Türkiye'deki matematik dersinin çoğunda alışılmış öğretmen merkezli yaklaşım ile sınıf öğretimi yapılmakta ve ardından öğrencilere rutin alıştırmalar pratik yapıldıktan sonra da çoktan seçmeli ve uzun-kısa cevaplı açık yanıtli sorulardan oluşan düzenli yazılı sınavlar yapılmaktadır. Dünyanın bir çok ülkesinde benzer yaklaşımlar vardır; Örneğin Singapur matematik sınıflarında da ülkemizdeki uygulamanın aynısı yapılmaktadır (Chang, Kaur,

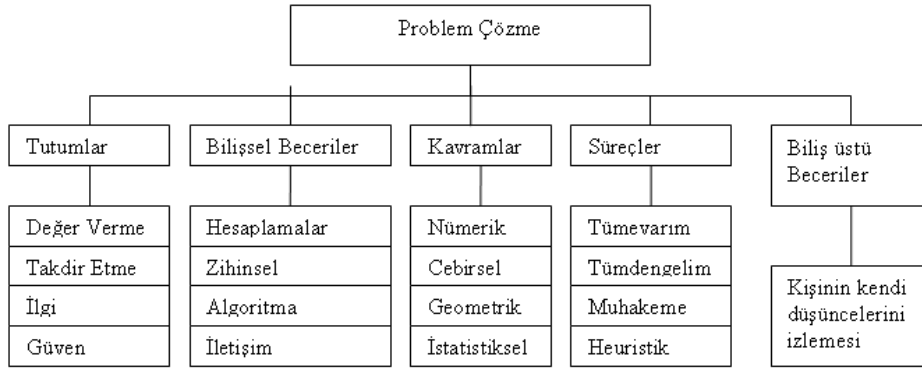
Koay ve Lee, 2001). Öğretmenlerin problem çözme sürecinde, problem çözümü için kendi öğretim yöntemlerini zenginleştirerek öğrencilerinin aktif katılımlarını sağlamak için daha geniş ve çeşitli matematik sorularıyla donanmaları gerekmektedir. Öğrenciler şaşırtıcı matematik problemleri ile karşılaşmalıdırlar ki bu tür durumlarda şaşırtıcı ve ilginç matematik problemleri vasıtasıyla muhakeme yapabilsinler, düşündüklerine deliller getirebilsinler, matematiksel düşüncelerini ortaya koyarak iletişimde bulunabilsinler ve matematik ile gerçek hayat arasında bağlantılar kurabilsinler.

### Matematiksel Problemlerin Sınıflandırılması

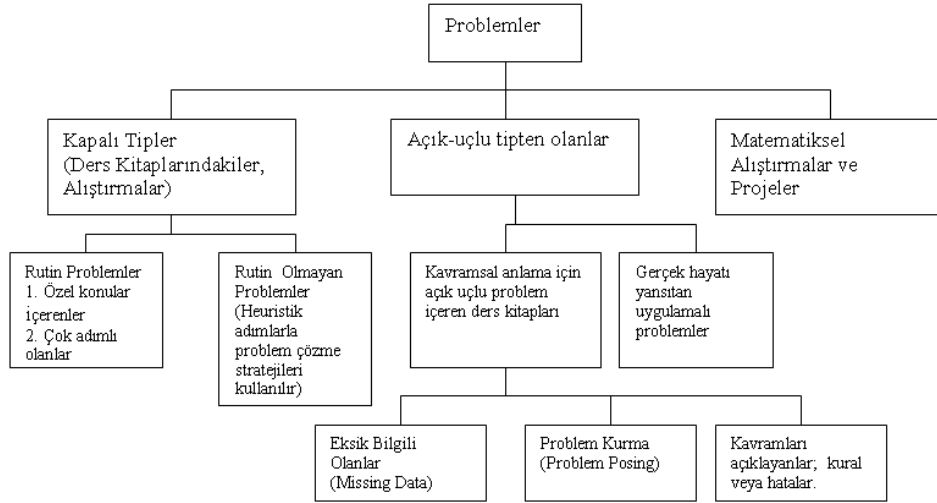
Öğretmenlerin müfredattaki problem çözme sürecini iyi uygulayabilmeleri ve problem çözümünün kapsamlı rolünü algılayabilmeleri için değişik tipten problemlerin ve onların rolleri arasındaki ilişkileri ve farklılıkları görebilmeleri gerekir. Öğretmenler anlamlı bilgiler ile donandıklarında öğrencilerin matematik derslerinde farklı şekillerde düşünme aktivitelerinde bulunmalarını sağlayacak görevleri seçebilir ve inşa edebilirler. Şekil 1’de matematiksel problemlerin çözümü için bir kavramsal çerçeve verilmiştir. Foong’un (1990) problem çözümü ve problemlerin kullanımı üzerine yaptığı sistematik, bir literatür taramasına dayanarak bu makalede Şekil 2’de görüldüğü gibi 21. yüzyıl matematik sınıflarında teşvik edilen farklı tipten problemlerin bir sınıflandırması yapılmıştır. “Problem” kavramının tanımlarından yaygın olarak kabul görmüş olanlarından birisi şu şekildedir: Bireyin hemen çözümü olmayan bir problemle karşılaştığında bu durum üstesinden gelmeye karar vererek bunun için düşünmesi ve buna akıl yormasıdır. Bu şemada temel yapı olarak problemlerin çoğu “kapalı” veya “açık uçlu” olarak kapsamlı bir şekilde sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırma şemasındaki problemler matematik öğretiminde;

- Problem çözümü için (for problem solving) öğretim
- Problem çözümü hakkında (about problem solving) öğretim
- Problem çözümü yoluyla (via problem solving) öğretim

şeklinde farklı rollere sahiptir.



Şekil1. Matematiksel Problemlerin Çözümü için Kavramsal Çerçeve



Şekil 2. Matematiksel Problemler için Sınıflandırma Şeması

**Kapalı Problemler:** Kapalı problemler, doğru cevabın bazı basit yollarla belirlenebildiği ve gerekli bilgilerin probleme ifadesinde verilmiş olduğu, açıkça formüle edilmiş ve görevler yönünden “iyi yapılandırılmış” (well-structured) olanlardır. Kapalı problemler, özel içerikli, rutin, çok adımlı problemleri kapsadığı gibi rutin olmayan heuristik tabanlı problemleri de kapsar. Bu problemleri çözmek için, problem çözücü basit hatırlatmalardan çok, yaratıcı düşünme yoluyla çözüm metodu içinde çok önemli adımlar üretmeli ve bu süreç içinde kabiliyetlerini geliştirmelidir. Bu tür problemler literatürde “meydan okuyan problemler (challenge problems)” olarak ta bilinmektedir. Öğretmenler bu tür problemleri, özel bir konudaki problemleri çözmek ve öğretimdeki asıl rolünü vurgulamak için kullanırlar. Meydan okuyan problemler öğrencilerin ileri düzeyde analitik düşünme kabiliyetlerini ortaya çıkarmak için kullanılır (Foong , 1990:2). Benzer türden kurulmuş sözel problemler (word problems), tamsayılar, kesirler, oran ve yüzde gibi ilgili aritmetik konularında kullanılmaktadır. Şekil 3 a öğretmenlerin kesirler konusundaki rutin özel içerikli çok adımlı problem örneklerini göstermektedir.

1. Hasan maaşını alınca  $\frac{1}{4}$  ünü kiraya veriyor. Daha sonra kalan parasının  $\frac{1}{3}$  ünü aile bireylerinin ihtiyaçları için harcayınca geriye 420 YTL’si kalıyor. Hasan’ın maaşı kaç YTL’dir?
2. 5A sınıfının  $\frac{3}{5}$  i, 5B sınıfının  $\frac{3}{4}$  ü kızdır. İki sınıfın kız öğrenci sayısı aynıdır. 5A sınıfındaki Erkek öğrencilerin sayısı 5B sınıfındaki erkek öğrenci sayısından 8 fazla olduğuna göre 5A sınıfının mevcudu kaçtır?

Şekil 3 a. Problem çözme için rutin olan kesirlerdeki toplama problemleri

<p>Yandaki problemi çözmek için verilecek ipuçları:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Deneme Yanılma</li> <li>• Tahmin Yürütme</li> <li>• Sistematiik olarak çalış</li> <li>• Daha basit örneklerle uğraş</li> <li>• Problemi basitleştirme</li> <li>• Problemin bir bölümünü çözme</li> <li>• Sonuçları liste et</li> <li>• Problemi başka bir biçimde tekrar ifade etme</li> <li>• Örgü yapmaya çalış</li> <li>• Geriye doğru çalış</li> <li>• Bir kurala genelleştirmeye çalış</li> </ul>	<p>Yandaki kare 64 eşit kareye bölünmüştür. Yani 8x8 büyüklüğündedir. Burada kaç tane kare vardır? Bunu hesaplayabilir misiniz?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Karelerin Büyüklüğü</th> <th>Karelerin Sayısı</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2x2</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>3x3</td> <td>14</td> </tr> <tr> <td>4x4</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>8x8</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>.</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>n x n</td> <td>?</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Buna Benzer Sorular:</li> </ul> <p><math>(1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3}) \dots (1 + \frac{1}{10}) = ?</math> işleminin sonucu kaçtır?</p> <p><math>(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3}) \dots (1 - \frac{1}{10}) = ?</math> işleminin sonucu kaçtır?</p> <p><math>(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9})(1 - \frac{1}{16}) \dots (1 - \frac{1}{100}) = ?</math> işleminin sonucu kaçtır?</p> <p><math>(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9})(1 - \frac{1}{16}) \dots (1 - \frac{1}{n^2}) = ?</math> işleminin sonucu kaçtır?</p>	Karelerin Büyüklüğü	Karelerin Sayısı	2x2	5	3x3	14	4x4	?	.	?	.	?	8x8	?	.	?	.	?	n x n	?
Karelerin Büyüklüğü	Karelerin Sayısı																				
2x2	5																				
3x3	14																				
4x4	?																				
.	?																				
.	?																				
8x8	?																				
.	?																				
.	?																				
n x n	?																				

Şekil 3 b. Problem çözme için rutin olmayan heuristik problemler

Şekil 3b de gösterilen rutin olmayan kapalı problem tipleri, matematik öğretmenleri tarafından öğretimin problem çözme konusundaki işlevinde kullanılmaktadır (teaching about problem solving).

**Açık Uçlu Problemler:** Bu kategorideki problemlerde, doğru ve tam bir çözümü garantileyen sabit bir işlem, açık bir formülasyon olmadığından ve eksik bilgi ile kabuller bulunduğundan bu tür problemler çoğu zaman “iyi yapılandırılmamış (ill-structured) problemler” olarak ta adlandırılır. İyi yapılandırılmamış problemler tek bir cevabı olmayan, günlük yaşantıdaki problemleri kapsayan türden problemlerdir. Bu konuda özellikle Kohlberg’in yapmış olduğu çalışmalar önemlidir. Kohlberg’in kullandığı örnek problemlerden bir tanesi şöyle hazırlanmıştır:

“Joe’ya babası, 50 dolar kazandığı takdirde onu kampa götüreceğini söz verir. Fakat daha sonra Joe’nun babası fikrini değiştirir ve Joe’dan kazandığı paranın tamamını kendisine vermesini ister. Bunun üzerine Joe da 50 dolar kazandığı halde 10 dolar kazandığını babasına söyler ve bu 10 doları babasına verir. 40 doları da kampa harcamak üzere kendisine ayırmıştır. Nedendir bilinmez Joe kampa gitmeden önce durumu küçük kardeşi Alex’e anlatır. Alex bu durumu babasına söylemeli midir?” (Senemoğlu, 2002:70).

Bu örnekte de görüldüğü gibi, bu tarz problemlerin bir tek cevabı yoktur. Bu kişinin ahlaki yapısına, yetiştiği çevreye ve inandığı değerlere göre değişmektedir.

### **Ders Kitaplarındaki Alıştırmaların Kısa Açık Uçlu Problemler Dönüştürülmesi**

Kısa açık-uçlu soruların kullanımının önemini vurgulamak amacıyla çalışmalarımızın temelleriyle ilgili olması bakımından, ders kitaplarında bulunan ve kısa açık-uçlu problemlere dönüştürülebilecek kapalı sorular üzerine yoğunlaşacağız. Böyle bir şey herhangi bir sınıfta yapılabilir ve öğrencilerin bunu yapmaları için çok fazla zaman da gerekmeyecektir. Öğretmenler problem durumu boyunca matematiksel kavram ve becerileri öğrenmeye vurgu yapan problem çözüme yoluyla öğretimdeki (teaching via problem solving) rolünden dolayı kısa açık uçlu problemleri kullanabilirler. Carroll(1999) kısa açık uçlu problemlerle, öğretmenlerin öğrencilerinin düşünme ve kavramsal anlamalarını hızlı bir şekilde test edebileceklerini görmüştür. Bu tür sorular, öğretmenlerin düzeltme için öğrencilerine verdikleri çalışma sorularından daha fazla zaman almazlar. Açık-uçlu problemler düzenli olarak kullanıldıklarında öğrenciler, muhakeme etme becerilerini ve kelime, diyagram veya resimler arasındaki ilişkileri geliştirebilirler. Bu tip problemlere iki örnek aşağıda verilmiştir.

#### **a) Cevabı standart olan kapalı tip matematik soru örneği:**

*Bir kutup ayısı Ahmet’in 25 katı ağırdır. Ahmet 20 kg ise kutup ayısı kaç kg dır?*

Öğrenciden beklenen cevaplar:

- “25 katı ağır” kelimesi ip ucu vermektedir.
- Kavram: “çarpım” ifadesi
- İşlem basamağı:  $25 \times 20 = 500$  kg

#### **b) Cevabı standart olmayan açık-uçlu matematik soru örneği:**

*Bir kutup ayısı 500 kg dır. Kaç tane çocuğun ağırlığı toplamı bir kutup ayısının ağırlığına eşittir? (Van Den Heuvel-Panhuizen, 1996)*

#### **(c) Açık-uçlu problemlerin temel özellikleri:**

- Sabit bir metot yoktur.
- Sabit bir cevap yoktur / Bir çok muhtemel cevap vardır.
- Farklı yollarla ve değişik seviyelerde çözülebilir.
- Çözüme karışık becerilerle ulaşılabilir.

- Öğrencilere kendi kararlarını verme ve matematiksel düşünme yolları imkanı sağlar.
- Öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koyma imkanı sağlar.
- Öğrencilerin muhakeme etme ve iletişim kurma becerilerini geliştirir.
- Öğrencilerin gerçek hayat tecrübeleri ile ilişkilendirildiğinde yaratılıklarını geliştirir ve hayal güçlerini genişletir.

**(d) Standart sorulardan oluşturulan açık-uçlu soru tipleri:**

- Eksik bilgi ve kabuller içeren problemler,
- Bir kavramı / süreci/ hayatı açıklayan problemler,
- Gerçek hayat / uygulaması olan problemler,
- Araştırmacı problemler (Karşılaştırma, zıtlştırma,sınıflama, hipotezi test etme ve genelleştirme).

**Araştırmanın amacı**

Bu çalışmanın temel amacı, matematik öğretiminde kısa açık uçlu soruların kullanımı ve problem kurma yaklaşımının okullardaki matematik derslerinde daha yaygın olarak kullanılmasının, benimsenmesinin öğrencilerin matematiksel kavramları anlamaları ve matematiği öğrenmeleri üzerinde ne tür etkilerinin var olduğunu bulup ortaya koymaktır. Ayrıca çalışmaya katılan öğretmenlerin bu yaklaşım hakkındaki fikirlerini belirlemektir.

**Yöntem**

Bu çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden “içerik analizi” modeli çerçevesinde yürütülmüştür. Bu çalışmadaki uygulama öğretmenleri kişisel olarak çalışma öncesinde sınırlı ölçülerde açık uçlu problemlerin kullanımı ve problem kurma yaklaşımı ile matematik öğretimi hakkında 2 hafta boyunca bilgilendirilmiştir. Daha sonra öğretmenler 2 haftalık bir süreç içerisinde derslerinde ortalama kavramı ve geometride alan kavramının öğretiminde yoğunluklu olarak açık uçlu problemleri ve problem kurma yaklaşımını kullanmışlardır. Öğretmenlere bu konulardaki örnek problemleri içeren doküman desteğinde bulunulmuştur.

**Örneklem:** Örneklem grubunu Ankara ilinin Yenimahalle ve Keçiören merkez ilçelerindeki üç tane ilkokul beşinci sınıf öğretmeni ve onların toplam 84 öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırma 2004-2005 eğitim öğretim yılı ikinci yarı yılının Nisan ve Mayıs aylarında iki ilköğretim okulunda gerçekleştirilmiştir.

**Veri Toplama Araçları:** Çalışmada veri toplama olarak gözlem, mülakat ve çalışma kağıtları kullanılmıştır. Çalışmada görev alan 3 öğretmen ile çalışma sonunda yarı yapılandırılmış mülakatlar yürütülürken öğrencilere de çalışma sonunda 3 tane açık uçlu soru ve bir problem kurma ilgili matematiksel durumların bulunduğu bir yazılı sınav uygulanmıştır.

### Verilerin Analizi ve Yorumlanması

**Açık-uçlu Sorulardan Örnekler ve Öğrenci Çalışmaları:** Çalışmalarımız esnasında, öğretmenler bu tür soruların inşasında önce biraz zorlanmışlardır ve üstelik öğrencileriyle bu tür bir işe kalkışmaktan da başlangıçta kaygılanmışlardır. Bunun sebebi öğrencilere bu çalışmalar hakkında bilgi verilmemiş olması idi. Yani, öğrencilere açık-uçlu problemleri çözebilmeleri konusunda nasıl bir strateji izleyecekleri konusunda bilgilendirmenin yapılmamış olması öğretmenlerimizin kaygılanmasına neden olmuştur. Öğretmenlerimiz kendilerini bu konular hakkında bilgilendirme görüşmelerimizden sonra kendi sınıflarında öğrencilerine açık uçlu sorular sorduklarında onların çok çeşitli ve zengin içerikli cevaplar verebildiklerini görünce oldukça şaşırılmışlardır. Tabii ki bir çok öğrencinin de öğretmenlerinin beklentilerinin aksine muhakeme etme ve iletişim kurabilme noktalarında eksiklerinin olduğu da gözlemlenmiştir. Bazı öğretmenler öğrencilerine problemleri vererek onlardan grup çalışması yapmalarını da istemişlerdir. Aşağıda üç öğretmenin sorduğu sorular ve öğrencilerin bu sorulara verdikleri cevaplara ilişkin durumlar verilmiştir.

**Eksik bilgili problemler:** Bay A, Bayan A ve B farklı iki okuldaki üç ilkököl 5. sınıf öğretmenidirler. Bu öğretmenler öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemlerini kullanarak çözdükleri sözel problemlerde ve “alan kavramı” ile çözdükleri rutin alıştırmalara bir antitez olarak aşağıdaki açık uçlu problemleri sunmuşlardır.;

**Soru 1:** Ahmet ile Alinin yaşları toplamı 70 ise Ahmet kaç yaşındadır?

**Soru 2:** Bir kutup ayısı 500 kg dır. Kutup ayısı kaç tane öğrencinin ağırlığına eşittir?

**Soru 3:** Alanı 48 cm<sup>2</sup> olan kaç tane dikdörtgen çizebilirsiniz?

Öğretmenler öğrencilerinin küçük yaşta olduklarını düşünerek ve kendi sınıfındaki matematik dersinde grup çalışmasına alışık olmadıklarını göz önünde bulundurarak bireysel olarak çalışmalarına karar vermiştir. Sonuçlar öğretmenler için şaşırtıcı olmuştur. Çünkü öğrencilerinin çoğu mantıklı cevaplar verdikleri gibi düşünceleri de oldukça aydınlatıcı olmuştur. Bazı öğrenciler soruları analiz ederek eksik bilgi verildiği için bu soruların çözülemeyeceğinin farkına varmışlardır. Öğrencilerden epey bir kısmı da Soru 1 'in cevabını bulmak için 70 sayısının direkt yarısını bulmak için bölme işlemi yapmıştır. Öğrencilerden bir kaç tane ise bir çok muhtemel cevabın olabileceğinin farkına varabilmişlerdir. Öğrenciler cevaplarında çıkarma, bölme ve hatta model çizme gibi stratejiler kullanmışlardır. Öğrencilerin bu tarz açık uçlu sorularla uğraşmaları sonucunda, öğrencilerin sözlü, sembolik ve resimli matematiksel temsilleri çalışmalarında ortaya koyabilecekleri anlaşılmıştır. Bu bağlamda 84 tane öğrencinin vermiş oldukları cevapları mümkün oldukça genel bir sınıflandırma içerisinde vermeden önce cevapları aşağıdaki beş sınıfa ayıracağız:

1. Matematiksel Muhakeme (Mathematical Reasoning) yapanlar (MM).
2. Rutin Aritmetik İşlem (Rutin Arithmetical Operations) yapanlar (RAİ).
3. Matematiksel Muhakeme ve Rutin Aritmetik İşlemleri birlikte yapanlar (MM-RAİ).
4. Muhakemesiz cevap verenler (MS).
5. Kavram Yanılgısına düşenler (KY).



Sınıflandırma Türü	Öğrenci sayısı	Öğrenci Cevapları
MM	2	Ahmet'in yaşı bilinmiyor
	1	Böyle bir soru olmaz
	1	Mehmet'in yaşı ne malum
	1	Ahmet ya 68 yada 35 yaşındadır
	1	11 yaşındadır
	1	Mehmet'in yaşını belirtmediğiniz için bulamayız
RAİ	49	Ahmet $70:2=35$ yaşındadır
	1	$70-40=30$
	2	$30+40=70$
	2	35 Ahmet'in 35 de Mehmet'in yaşıdır
	3	$70:2=35$ , $70-35=35$
	2	$35+35=70$
	1	$70:2=35$ , $35-6=29$
	1	$60-50=10$ , $10+5=15$ yaşındadır
	2	$60-50=10$ , $10+5=15$ yaşındadır
MM-RAİ	3	$35+35=70$ Ahmet'in yaşı 35
	1	Mehmet'in yaşını bilmediğim için Ahmet'inkini bulamam ama ortalama yaşlarını bulurum $70:2=35$
	2	$70:2=35$ , $35-5=30$ Mehmet'in yaşı, $35+5=40$ Ahmet'in yaşı
	1	Mehmet'in yaşı 38, $70-38=32$ Ahmet'in yaşıdır
	1	Mehmet 33, $70-33=37$
MS	1	$70+70=140$ yaşındadır
	1	80 Ahmet'inki olur
Cevap Vermeyenler	4	Cevap verilmemiştir

Şekil 4.a. Soru 1'e öğrencilerin verdikleri cevaplar.

Sınıflandırma Türü	Öğrenci sayısı	Öğrenci Cevapları
MM	1	Kilodan kiloya fark eder. Herkesin kilosu birbirine eşit değildir. Örneğin Ali'nin kilosu 70 Velinin kilosu ise 40 tır. Aynen bunun gibi kilodan kiloya değişir. ( 1 öğrenci).
	5	1. öğrenci 40, 2. öğrenci 50, 3. öğrenci 30, ...,11. öğrenci 61 kg dir (Benzer şekilde yapanlar 5 öğrenci).
	1	Öğrencilerin şişmanlığını bilmiyoruz. Cevap yoktur (1 öğrenci)
	1	Bence bu soru çok ama çok saçma (1 öğrenci).
	1	Öğrenciler ağırlıkları verilmemiş. İşlem olamaz (1 öğrenci).
	1	40 kilo olabilir 38 kilo olabilir (1 öğrenci).
	3	Kilosuna göre değişir (3 öğrenci).
	1	5 tane kişinin (1 öğrenci).
	1	Hiç biri eşit değildir (1 öğrenci).
	1	140 öğrencinin ağırlığına eşittir (1 öğrenci).
RAİ	17	500:20=25 öğrenci (17 öğrenci).
	6	500:2=250 (6 öğrenci).
	2	500:2=250, 250:2=135, 500-135=365, 365:2=168, 168:2=84 kişi. (Benzer şekilde yapanlar 2 öğrenci)
	5	80+60+50+40+20+...=500 (Benzer şekilde yapanlar 5 öğrenci).
	3	500:50=10 öğrenci (3 öğrenci).
	6	500:10=50 (6 öğrenci).
MM-RAİ	1	500:10=50 , öğrenci kilo sayısı 10, öğrenci sayısı 50 (1 öğrenci).
	1	Bir çocuk 50 kilo ise 10 kişi 500 kilodur (1 öğrenci).
	1	Her öğrenci 2 kilo ise 250 öğrencinin ağırlığına eşittir (1 öğrenci).
	2	500:20=25, 25 öğrenci kutup ayısının ağırlığına eşittir. Her öğrenci 20 kilodur (2 öğrenci)
	1	500:20=25, 20 kg x 25 öğrenci=500 kg'lik kutup ayısının ağırlığıdır (1 öğrenci).
	7	Bir öğrenci 25 kg dir. 500:25=20 öğrenciye eşittir (7 öğrenci).
	2	500:10=50 kişi öğrencinin kiloları hep eşittir (2 öğrenci).
	1	20+30=50 iki farklı kilodaki öğrencilerin toplam kilosu.500:50=10, 10x2=20 öğrencinin kilosudur (1 öğrenci).
	1	Hiçbir öğrencinin ağırlığına eşit değildir (1 öğrenci).
	1	Bir öğrenci 35 kg ise 500 ü 35 e böleriz 14 öğrencinin ağırlığına eşittir (1 öğrenci).
MS	1	1. öğrenci 250 kg 2. öğrenci 250 kg, 250+250=500 (1 öğrenci).
	1	50x10=500, 10 öğrencinin ağırlığına eşittir (1 öğrenci).
	1	Sınıfta kutup ayısının ne işi vardır (1 öğrenci).
	3	Kutup ayısı kutupta yaşar buraya gelemez. Yoksa ölür (3 öğrenci).
	1	500:4=125 çocuklar, çocukların kilosu 1 kilodur (1 öğrenci).
KY	1	500+3=5003 (1 öğrenci).
	1	Öğrencinin 250 kg eşittir (1 öğrenci).
Cevap Vermeyenler	0	Herkes bu soruya cevap vermiştir.

Şekil 4.b. Soru 2'ye öğrencilerin verdikleri cevaplar.

Sınıflandırma Türü	Öğrenci sayısı	Öğrenci Cevapları
MM	1	“Böylelerden sonsuz tane bulabiliriz. Çünkü çarpımı 24 olan sonsuz tane ondalık sayı vardır”
	3	“Binlerce dikdörtgen çizilir”
	3	“İstediğimiz kadar”
	1	“5 tane dikdörtgen çizeriz”
	1	“3 tane dikdörtgen çizebiliriz. Eşkenar dörtgen çizebiliriz”
		“12 dikdörtgen çizeriz”
RAİ	1	“ $24:4=6$ tane çizebiliriz”
MM-RAİ	23	3 tane dikdörtgen çizmişler. $6 \times 4=24$ , $8 \times 3=24$ , $12 \times 2=24$
	8	2 tane dikdörtgen çizmişler. $6 \times 4=24$ , $12 \times 2=24$
	1	6 tane dikdörtgen çizmişler. $6 \times 4=24$ , $8 \times 3=24$ , $12 \times 2=24$ yazarak boyutlar sırsıyla değiştirmiş
	17	1 tane dikdörtgen çizmişler. $8 \times 3=24$
	1	“ $6 \times 4$ , $2 \times 12$ , $6 \times 4$ , $3 \times 8$ , $16 \times (1,5)$ ,... yazarsak sonsuz gider”
	1	“ $1 \times 24$ , $2 \times 12$ , $4 \times 6$ , $8 \times 3$ , $16 \times (1,5)$ ,... bu şekilde sonsuz tane bulabiliriz”
MS	1	4 tane $24 \times 24$ dikdörtgen çizmiş
	6	Sadece 2 veya daha fazla dikdörtgen çizmişler fakat ebatları yazmamışlar
KY	14	Alan ve çevreyi karıştırarak çevresi 24 cm olacak şekilde birkaç dikdörtgen çizmişler
Cevap Vermeyenler	3	Cevap verilmemiştir

Şekil 4.c. Soru 3'e öğrencilerin verdikleri cevaplar.

**Problem Kurma (Problem Posing) ve Öğrencilerin Yaratımları:**

Öğrencilerin matematiksel gelişiminin önemli bir bileşeni olarak tanımlanan problem kurmanın aslında öğrenmenin içe dönük bir aktivitesi olduğu vurgulanmaktadır (NCTM,1991), (Silver, 1994). Verilen bir durum hakkında incelenecek veya keşfedilecek soruları ve yeni problemler üretmeyi içene alan bir problem çözme aktivitesi olan problem kurma aynı zamanda problem çözme süreci

boyunca, problemin yeniden formülasyonu ve örüntü aramayı da ihtiva eder. Bu konudaki araştırmacıların öncülerinden olan Silver , problem kurma yaklaşımının birbirinden farklı üç matematiksel bilişsel etkinliğin uygulanabileceği bir durum olduğuna dikkat çekmiştir ki bunlar: (a) Bir problemi çözmeden önce, (b) Problemi çözme sırasında, ve (c) Problemi çözdükten sonra, şeklinde ifade edilmiştir. Bunlar aşağıdaki gibi izah edilmektedir:

**a) Çözüm öncesi problem kurma:**

Sunulan matematiksel yada uyarıcı bir durumdan orijinal problemler üretilmesi.

**b) Çözüm içerisinde problem kurma:**

Çözümü yapılmış bir problemin yeniden formülasyonu veya oluşturulması.

**c) Çözüm sonrası problem kurma:**

Yeni problemler üretmek için çözümü mevcut olan bir problemin amaçlarının ve şartlarının modifikasyonu ( Silver, Cai, 1996).

Problem posing stratejilerinin öğretimde etkin bir şekilde kullanımı önerilmektedir (NCTM, 1991), (English, 1998). Problem kurmanın aşağıdaki nedenlerden dolayı ilginç olduğu ifade edilmiştir (Silver, 1994):

- Yaratıcılık ve olağanüstü matematik yeteneğiyle ilişkisi bakımından
- Öğrencilerin problem çözmesini geliştirmesi bakımından
- Öğrencilerin matematiği anlamalarına açılan bir pencere olarak
- Öğrencilerin matematik yönündeki mizacını geliştiren bir yol olarak
- Öğrencilerin otonom (özerk) öğrenenler olmalarına yardım eden bir yol olarak.

Problem kurma yaklaşımı, yaşayarak öğrenme ilkesini güçlü bir şekilde savunan Piaget ve Dewey'in çalışmalarına kadar uzanan öğrenci merkezli bir aktif eğitim (Shor,1992; bulunduğu kaynak: Nixon-Ponder, 2001) süreci olduğu belirtilmiştir (Aktaran, Korkmaz , 1994 ).

***Problem Kurma Durumu***

Önceki alt başlıkta teorik altyapısı bir nebze verilen problem kurma yaklaşımı çerçevesinde aşağıdaki açık-uçlu problem kurma (problem posing) durumu ilkökul 5. sınıftaki öğrencilerin ortalama kavramından ne anladıklarını ölçmek için sınıf öğretmenleri Bayan A, Bayan B ve Bay A ile birlikte öğrencilere uygulanmıştır.

**Soru 3:**  $51+67+47=165$

$165:3=55$  Matematiksel çözüme uygun bir problem yazınız.

Yukarıdaki Soru 3'te ifade edilen matematiksel duruma uygun bir problem kurmaları istenen öğrencilerin kurdukları problem durumları bir sınıflandırma içerisinde aşağıdaki şekilde verilmiştir:

**A) Ortalama kavramının tam olarak anlaşıldığını gösteren yaratıcı örnekler:**

- Bir baba öldüğünde çocukları miras kalan bir daireyi 67 milyara bir dükkanı 51 milyara satıyor. Babalarının bankadaki 51 milyarı da bu paralara ekleyerek eşit paylaşıyorlar. Üç kardeşin birine kaç milyar düşer?
- Bir elma suyu fabrikasındaki kasalardan birinde 51, birinde 67 ve birinde de 45 elma suyu vardır. Bu kasalardaki elma suları üç kutuya eşit dağıtılıyor. Buna göre bir kutuda kaç elma suyu vardır?
- Tolga'nın 51, Fatma'nın 67, Burak'ın 47 elması (cevizi, lirası, bilyesi, sakızı v.s. ) vardır. Ama onlar elmaları (cevizleri, lirası, bilyesi, sakızı) eşit olmadığı için paylaşmak istediler. Buna göre her birine kaç elma (ceviz, lira, bilye, sakızı ) düşer? (Benzer ifadeler 8 öğrenci).
- Oktay 51, Ali 67, Veli 45 yaşındadır. Bunların toplamının yaş ortalaması kaçtır? ( Benzer ifadeler 5 öğrenci).
- Üç kardeşin yaş ortalaması 55 dir. Kardeşlerin büyüğü 67 küçüğü 47 yaşında ise ortanca kaç yaşındadır?
- Ahmet 51 kg Veli 67 kg Ufuk 47 kg ise üçünün ortalaması kaç kg dır? (Benzer ifadeler 2 öğrenci).
- Ali'nin 51 bilyesi, Ayşe'nin 67 bilyesi ve Ahmet'in 47 bilyesi vardır. Bunların eşitliği nasıl sağlanır?
- Ahmet 51, Yeliz 67, Fatih 47 bilye biriktirmiştir. Bu kişiler bilyelerini toplayıp üçe bölmüşlerdir. Sonuç=?

**B) Ortalama kavramının tam olarak anlaşıldığını gösteren fakat suni (gerçek hayatla ilişkisi olmayan) olan örnekler:**

- Bir baba önce 51, sonra 67, daha sonra 47 koli kağıt alıyor. Aldığı kağıdı üç çocuğuna eşit olarak paylaşıyor. Her bir çocuğa kaç koli kağıt düşer?
- Üç kedinin vardır. Boyları 51, 67 ve 47 cm dir. Kedilerin ortalama uzunlukları kaçtır?

**C) Ortalama kavramının tam olarak anlaşılmadığını gösteren örnekler:**

- Bir sandalyenin fiyatı 51, koltuğun ki 67, masanın ise fiyatı 47 dir. Bunların ortalama fiyatları kaçtır?
- Bir bahçede 51 elma, 67 armut, 47 vişne bulunmaktadır. Bunlar eşit paylaşılmıştır. Sonuç kaç çıkmıştır?
- Üç kardeşin yaşları toplamı 65 tir. Ortanca kardeşin yaşı kaçtır?
- Üç çocuğun kütleleri toplamı 165 tir. Bu çocukların ağırlıklarını bulunuz.
- Benim 165 elmam vardı. 3 kardeş bölüştük (1 öğrenci).

**D) Yaratıcılığın kullanılmadığı rutin alıştırma tarzındaki örnekler:**

- $51+67+47=165$  toplamının 3'e bölümü kaçtır? (Benzer ifadeler 6 öğrenci).
- $51+67+47=?$   $165:3=?$  kaçtır? (Benzer ifadeler 5 öğrenci).
- $51+67+47=?$  ve 165'ün sayısını kaç bölsek 55 kalır?
- $51+67+47=?$  işleminin sonucunu nasıl 55 yaparız?
- $51+67+47=?$  dir.  $?:3=?$  kaçtır?  $?+?$  nedir? (Benzer ifadeler 4 öğrenci).
- $51+67+47=?$  Sonucu bulup, bulduğunuz sonucu 3'ö bölün (Benzer ifadeler 15 öğrenci).
- Aşağıdaki işlemleri yapın (Benzer ifadeler 5 öğrenci).
- Bende 67, ağabeyim de 47, babamda 51 tane elma vardır. Buna göre bende ağabeyimde ve babamda toplam kaç elma vardır? Bulduğunuz sonucu kaç bölerseniz 55 eder? (Veya 165'in 3'e bölümü kaçtır?) (Benzer ifadeler 4 öğrenci)

**E) Ortalama kavramının hiç anlaşılmadığını gösteren örnekler:**

- Benim 67 tane elmam var. Dayım 47 tane verdi. Ablamda 51 tane elma verdi. Ortalama kaç tane elmam oldu?
- Kurtuluş savaşına katılmış iki anneanne ve bir babaanne vardır. Anneannelerden birinin 47, diğerinin 51, babaannenin 67 tane eskiden kalma eşyaları vardır. Bunların 3 tanede torunu vardır. Buna göre her bir toruna kaç eşya düşer?
- Üç kardeşin kiloları toplamı 165 tür. Kardeşlerin kilosu 55'e düşünce 3. kardeşin kilosu kaç olur?

**F) Ortalama kavramının toplama olarak algılandığını gösteren örnekler:**

- Bir bahçede 165 tane kır çiçeği bulunmaktadır. Bu bahçedeki çiçeklerin 3'ü papatyaymış. Bu bahçede toplam kaç tane çiçek vardır?
- Ali 67 yaşında, Veli'nin yaşı Mehmet'in 4 fazlasıdır, ve Mehmet 47 olduğuna göre yaşları toplamı kaçtır?
- Bir sınıfta 67 tane kalem vardır. Sınıfta 51 tane silgi vardır. Bu sınıfta 47 tane çocuk vardır. Bu okulda toplam kaç öğrenci vardır?
- 3 kasa varmış. 1. 51 2. 67. 3. 83 vardır. Buna göre kasalardaki toplam sayı kaçtır?
- Sınıfımızda 51 tane silgi vardır. Çocuklardan birisi 67 tane silgi almıştır. Arkadaşlardan biri de 47 tane almıştır. Silgi sayısı kaç tanedir?

**G) Saçma örnekler:**

- Annem pazardan 51 elma aldı. Babamda 67 elma aldı.
  - Annem ile babam bana 165 bilye aldı (3 öğrenci).
- Dört öğrenci ise Soru 4'e cevap vermemiştir.

## Bulgular, Tartışma ve Öneriler

Bayan A, Bayan B ve Bay A ile birlikte öğrencilerin çalışmaları analiz edilerek sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin çalışmalarından şunu anlamış bulunuyoruz ki; öğrencilerin çoğu standart çalışma kitaplarında ki prosedürleri kullanarak ortalamayı bulabildikleri halde bazılarının inşa etmiş oldukları sorularda bu temel kavramı anlamadıkları ve kavram yanlışları içinde bulunmaktadır. Öğrencilerin kavram yanlışlarının genelde cebirsel anlamda olduğu anlaşılmıştır. Bazıları ortalamayı toplam, paylaşım veya bölüm olarak yanlış anlamışlardır. İlginçtir ki bazı öğrenciler kullandıkları, kurgulanmış soruların içeriğindeki ölçüm hissinde çok yetersiz kalmışlardır ve 67 cm boyundaki kedi 51 koli çalışma kağıdı gibi gerçekçi olmayan bazı ölçü birimleri kullanmışlardır. Ayrıca yaratıcılığın kullanılmadığı rutin alıştırma tarzında verilen örneklerin çokluğu da dikkat çekmektedir. Bu şu sonucu gösteriyor olabilir: Bazı ders kitaplarında bulunan yada öğretmenlerin ders esnasında çözdükleri bir kısım soruların gerçek hayatla ilişkilendirilmemiş olması sonrasında öğrencilere model olabilmektedir. Bazı öğrenciler de kendi hayal güçlerini ve yaratıcılıklarını kullanarak, miras gibi gerçek yaşamla ilgili örnekleri model olarak kullanmışlardır. Burada öğrencilerin kurdukları problemlerde kendi özel hayatlarında karşılaştıkları güncel olaylardan etkilenmiş olabilecekleri de muhtemeldir. Öğrencilerin bir kısmı ise ortalama kavramını doğru algılamalarına rağmen günlük hayatta pratiği olmayan yapay örnekleri matematiksel model olarak almışlardır. Bazı sınırlamalardan dolayı öğretmenlerin kurdukları ve öğrencilerin ilginç cevaplar verdikleri diğer bazı soruları veremiyoruz. Ayrıca öğrencilerden toplanan çoğu cevapların nedenleri ile ilgili yorum yapmak için yeterli delil yoktu. Yorumların yapılabilmesi için öğrencilerle birebir görüşmeler devam etmektedir. Bunlarla ilgili sonuçlar ikinci bir yazıda yayınlanmaya çalışılacaktır.

Çalışmamızda sunmuş olduğumuz örnekler ışığında ortaya çıkan sonuçlardan biri, sınıflarında bahsedilen türden kısa açık-uçlu sorular kullanmanın öğretmenlere mesleki profesyonelliklerini arttıracak yararları olmasıdır. Bu tür bir yaklaşım metodu ve cevabı önceden belli olmayan açık uçlu soruların kullanımı öğretmenlerin kendi düşüncelerinden çok öğrencilerin düşüncelerini görebilmesini olanaklı hale getirmektedir. Geleneksel yaklaşımda öğrenciler matematiği sadece bir-iki veya daha çok adımlı işlemlerle rutin problemlere cevap verme pratiği olarak algırlar. Halbuki düzgün bir temelde verildiklerinde, açık-uçlu problemler öğrencilere, matematiğin en önemli yönlerinden birinin anlama ve ifade etme olduğu anlayışını kazandırır. Açık uçlu durumlarda öğrencilerin hesaplama işlemlerini yapmaları beklendiği gibi, bilinen bir tek çözümü olmayan eksik bilgili bir gerçek yaşam problemini çözmeleri de beklendiğinden öğrencilerin eksik bilgiler hakkında da kabuller ve yorumlar yaparak yaratıcı düşünce ve katkılarını ortaya koymaları sağlanmış olur. Örneğin kutup ayısı probleminde çocuğun ağırlığı verilmeyince bu gerçek bir problem haline gelir ve bu soru ile uğraşan öğrenciler bir çocuğun ortalama ağırlığını hesaplamak zorunda kalırlar. Üstelik bu problemde öğrencilerin hangi işlemleri yapabileceklerine dair sözlü bir ipucu da yoktur. Çalışmalarımızın sonuçlarından görülüyor ki matematik öğretiminde bu tür problemlerin kullanılmasıyla öğrenciler kendi ölçme bilgisi kazanımlarını kullanmışlar, kendi düşünme süreçlerini desteklemek için farklı bölme stratejileri, farklı modeller ve notasyon şemaları kullanmışlardır.

Öğrencilerin çalışmalarından elde edilen verilerden öğrencilerin, terimleri, diyagramları, resimleri (temsilleri) veya hareketli nesnelere kullanarak yapılan matematikte iletişim kurabilme kapasitesine sahip oldukları görülmektedir. Diğer matematik öğretmenlerini de öğretim durumlarında, açık-uçlu sorular kullanmaya teşvik etmek için çalışmamızdaki üç öğretmenin ders esnasındaki gözlemleri ve düşünceleri aşağıda verilmiştir.

**Öğretmen Bay A:** Açık uçlu araştırmanın diğer bir avantajı öğrenmenin daha fazla aktif olarak gerçekleşmiş olmasıdır. Öğrencilerin ilginç tahminler yapmalarına ve kendi düşüncelerini ve işlemlerini savunmalarına imkan tanınmış oldu. Fakat öğrencilerimiz hala diğer arkadaşlarından gelen alternatif cevaplara alışık değiller. Bazen problemin birden fazla çözümünün olabileceğini anlamak öğrencilerin biraz daha fazla zaman alıyordu. Şüphesiz öğretmenler içinde açık uçlu araştırmalar daha fazla hazırlık ve zaman alacaktır, fakat öğrencilerin çoğunun yaptığı aktivitelerin pozitif şekilde öğrenme sonuçlarından şu netice elde edilebilir: Öğrenciler bu yolla matematiği daha anlamlı ve ilginç bulmaya başlayacaklardır.

**Öğretmen Bayan A:** Alışık olmadığım bir öğretim tekniği olduğu için başlangıçta biraz kaygılandım. Fakat sonraları, bu yöntem sayesinde eleştirel düşünebilmenin öğretilebileceğini öğrencilerin çalışmalarından hissettim. Öğrenciler ilk adımda yanlış cevap vermekten korktular, fakat arkadaşların cevaplarını ve sebeplerini görünce korkuları ortadan kalktı... Sonunda öğrenciler kendi kişisel bilgilerini ve tecrübelerini ortaya koydular. Gerçekten çok etkilendim. Bundan sonraki matematik derslerinde faydalı olacağını düşündüğüm için bu tür uygulamalara yer vermeyi düşünüyorum. Diğer öğretmen arkadaşlara da bu konuda yönlendirici olmayı düşünüyorum.

**Öğretmen Bayan B:** Böyle açık uçlu problemlerin çözüldüğü bir ders hem benim hem de öğrencilerim açısından çok faydalı oldu. Öğrencileri matematik öğrenmeye motive etmek için güzel bir alan daha varmış... Çocuklar çalışmaya başlayınca bu işi nasıl yapacakları konusunda çok ciddi ve yoğun bir şekilde düşündüklerini gördüm. Şöyle yorumlarda içtım: 'Bir kişi nasıl bu kadar ağır olabilir?' ve bir otobüste bu kadar yolcu olması mümkün değildir' gibi... öğrencilerimin yanıtları hakkında arkadaşlarına açıklama ve onaylatma yaptıklarını görmem çok güzeldi. Öğrenci ezbere soru çözmekten kurtulup mantığını daha fazla kullanabilmiş oluyor. Soruların çözümünde neden böylecek? veya neden çarpacak? şeklinde başta kendi kendilerini ikna etmeye çalışmaları bile bu yöntemin çok ilginç bir tarafıydı.

Öğretmenlerle yapmış olduğumuz röportajlar sonrasında edinmiş olduğumuz bilgilere göre öğrencilerin problemleri çözme esnasında neyi bildiklerinin yanında kendi kendilerine yapmış oldukları sorgulamalar neticesinde öğrencilerin bilişsel becerilerinin yanında biliş üstü becerilerinin de geliştirilebileceği konusunda ipuçlarına rastlamaktayız. Şurası önemlidir ki; açık-uçlu problemlerin kullanıldığı öğretim durumlarında öğrencilerden hesaplama ile ilgili prosedürleri yapmaları istendiği gibi, önceden bilinen bir çözümünün olmadığı ve tüm bilgilerin verilmediği gerçek yaşamla ilgili problemleri çözmeleri de istenmektedir. Böyle durumlarda öğrenciler eksik bilgiler hakkında da kabuller ve yorumlar yaparak eleştirel düşüncelerini ve problem çözümüne katkılarını ortaya koymuş olurlar. Öğretmenler açık-uçlu problemleri düzenli olarak kullandıkları takdirde öğrencilerinin muhakeme etme becerilerini ve kelime, diyagram veya resimler arasındaki ilişkileri geliştirmelerini sağlamış olurlar. Böylece alışılmış öğretim modelinden



(davranışçı eğitim) uzaklaşarak aktif öğrenmeye katkıda bulunmuş olur. Ayrıca çalışmamızda kullanılan şekliyle yapılan bir matematik öğretimi yaklaşımı ile öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerini, yaratıcı düşüncelerini ortaya koymaları sağlanabileceği gibi öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmek ve matematiksel kavramları anlamaları da kolaylaştırılabilecektir. Burada şunu belirtmek gerekir ki elde ettiğimiz bu sonuç ve bulgularımız ile Foong'un (2004) benzer bir çalışması arasında paralellikler arz etmektedir.

Problem kurma becerisi, öğrencilere matematiksel muhakemeyi öğretme, matematiksel durumları keşfetme ve matematiksel durumları düzgün bir şekilde sözlü veya yazılı olarak ifade edebilme özelliğini kazandırır. Problem kurma yaklaşımının öneminin bilincinde, temel bilgi ve becerilerle donanmış öğretmenlerin yetiştirilmesi gereklidir. Alışılmış öğretim modeli yerine, problem kurmanın matematik müfredatlarındaki bütünlüğü önemini kavrayarak öğrencilere kendi problemlerini kurmaları için fırsatlar verilmesinin öğretime büyük bir katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

### Kaynaklar

1. AÇIKGÖZ, K.Ü. (2003), Aktif Öğrenme, Eğitim Dünyası Yayınları,3. Baskı, İzmir.
2. BENSON, G. D. (2001) Science Education from a social Constructivist Position: A Worldwiev, Studies in Philosophy and Education, Vol 20, 443-452.
3. CAROLL, W. M. (1999). Using short questions to develop and assess Reasoning. In L.V. Stiff & F.R. Curcio (Eds.), Developing and mathematical Reasoning in grades K-12, 1999 Yearbook (pp. 247-255). Reston, Va: NCTM.
4. CHANG, S. C., Kaur, B., Koay, P. L. & Lee, N. H. (2001). An exploratory analysis of current pedagogical practises in primary mathematics classroom. The NIE Researcher, 1 (2), 7-8.
5. COBERN, W. W. (1993).Constructivism, Journal of Educational Psychological Consultation, Vol 4 (1),105-120.
6. ENGLISH, L. (1998). Children's Problem Posing within formal and Informal Contexts, JRME, January, p. 83.
7. FOONG, P. Y. (1990). A metacognitive-heuristic approach to mathematical problem solving, Unpublished doctoral dissertation. Monash University. Australia.
8. FOONG, P. Y. (2004). Using Short Open-ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Understanding, National Institute of Education, Singapore, 135-140.
9. GRANDSARD, F and SCHATTEMAN, A. (1989). Problem Solving for First Year University Students, in: "Modelling, Applications and Applied Problem Solving", eds Blum, Niss & Huntley, 1989, p. 177-183.
10. KANTARLI, K. (2004). Fizik Eğitiminde Problem Çözme Stratejisi ve Probleme Dayalı İşbirlikçi Öğrenme, (<http://bilmuh.ege.edu.tr/~tfdiz/fizik-egitiminde-pdo.htm>)

11. KORKMAZ, E., Gür, H., Ersoy Y. (2004). Problem Kurma ve Çözme Yaklaşımı Matematik Öğretimi-II, Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi, Okuma sayısı 403.
12. MATTHEWS, M. R. (2002). Constructivism and Science Education: A Further Appraisal, Journal of Science Education on Technology, Vol 11 (2), June, 121-134.
13. MESTRE, J. P. (1991), Physics Today, September, s. 56.
14. MOE (2000), Revised syllabus for primary mathematics. Curriculum Planning and Development Division. Ministry of Education . Singapore.
15. NCTM (1991). Principals and Standarts for School Mathematics, Reston, Va: National council of Teachers of Mathematics Pub.
16. NIXON-PONDER, S. (2001). Teacher to Teacher: Using Problem Posing Dialogue in Adult Literacy Education. (<http://literacy.kent.edu/quasis/pubs/0300-8.htm>)
17. SCHOENFELD, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving, New York: Academic Pres.
18. SENEMOĞLU, N. (2002). Gelişim, Öğrenme ve Öğretim,(Kuramdan Uygulamaya), Gazi Kitabevi, Ankara.
19. SILVER, E. A. (1994). On mathematical Problem Posing, For te Learning of Mathematics, February, 19-28.
20. SILVER, E. A., Cai , J. (1996). Analysis of aritmetic problem posing by middle school..., Journal for Research in Mathematics Education, 27, Nov., p. 521.
21. Van Den HEUVEL-PANHUIZEN, M (1986). Assesment and realistic mathematics education. Utrechth: CD-B Pres/ Freudental Institute, Utrecht University.