WEİBULL DAĞILIMININ ÖLÇEK VE BİÇİM PARAMETRELERİ İÇİN İSTATİSTİKSEL TAHMİN YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Filiz ÇAKIR ZEYTİNOĞLU*

ÖZET

Günümüzde yaşam süreli veya başarısızlık oranları ile ilgili veri analizinde yaygın olarak kullanılan Weibull olasılık dağılımı, çoğunlukla iki parametreli logaritmik bir model içermektedir. Weibull olasılık dağılımının parametreleri, farklı yöntemler ile tahmin edilebilir. Bu yöntemler içinde en çok kullanılanlar, grafik yöntemi, en küçük kareler yöntemi, maksimum benzerlik yöntemi ve moment yöntemidir. Grafik yönteminde, tamamen grafik ortamında şekil yardımıyla bir tahmin yapılırken, diğer yöntemlerde matematiksel eşitlikler ve istatistiksel özellikler kullanılarak tahminler yapılmaktadır. Bu çalışmada öncelikle parametre tahmininde kullanılan yöntemlerden kısaca bahsedilmiştir. Çalışmanın sonunda, bir fotokopi makinesinin baskı ünitesi olarak kullanılan bir malzemenin ömürleri ile ilgili veri seti için, Weibull olasılık dağılımının parametreleri, bu bahsedilen yöntemler aracılığı ile tahmin edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Weibull olasılık dağılımı, grafik yöntemi, en küçük kareler, maksimum benzerlik, moment

COMPARISON OF STATISTICAL ESTIMATION METHODS FOR THE SCALE AND SHAPE PARAMETERS OF THE WEIBULL DISTRIBUTION

ABSTRACT

Weibull probability distribution, which is commonly used today in data analysis in relation with lifetime and failure ratios, mostly includes a logarithmic model with parameters. The parameters of Weibull probability distribution can be predicted through various methods. Out of those methods, the most frequently used ones are graphic method, least squares method, maximum likelihood method and moment method. While a prediction is made through the help of shapes in a totally graphical environment in graphic method, predictions are made by way of employing mathematical equations and statistical functions in other methods. In this study, the methods used in parameter predictions are briefly covered first. At the end of the study, the parameters of a Weibull probability distribution have been predicted for a data set in respect to the lifetime of a material that is being used as the printing unit of a photocopier through using the said methods and the results of which have been compared respectively.

Keywords: Weibull probability distribution, probability plot, least square, maximum likelihood, moment

* *Yrd.Doç.Dr, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Meslek Yüksekokulu,, filizzeytinoglu@gmail.com*

1. GENEL OLARAK

Weibulll dağılımı, ilk olarak 1951 yılında Waloddi Weibull tarafından makinelerin yaşam sürelerini tahmin etmek amacıyla kendi adıyla ortaya konmuş bir dağılımdır. Günümüzde ise yaşam süreli veri analizinde ve mühendislikte yer alan istatistiksel modellerde yaygın olarak kullanılmaktadır. Biçim parametresinin aldığı değerlere bağlı olarak bazı durumlarda Rayleigh ve üssel dağılımlara da sahip olan Weibull dağılımı, başarısızlık oranları ile ilgili veri seti için kurulacak modellerde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bilindiği gibi, değişkenin belli aralıkta herhangi bir değer alabildiği tesadüfi olayları tanımlamak için sürekli tesadüfi değişkenler kullanılmaktadır. Weibull dağılımı da bu anlamda sürekli ve aynı zamanda esnek bir dağılımdır ve bir çok uygulamada teorik olarak uygun çözümler sağlar.

Yaşam süresi ile ilgili analizlerde, genellikle parametrik modeller yerine, logaritmik modeller kullanılmaktadır. Bu anlamda Weibull dağılımı da logaritmik bir modeldir.

Bu çalışmada, Weibull dağılımının parametreleri için farklı tahmin yöntemleri ile çalışılmıştır. Öncelikle Weibull dağılımının genel olarak anlatımı yapılmış, daha sonra parametre tahmininde kullanılan yöntemler incelenmiştir. Bu çalışmanın amacı, Weibull dağılımı parametreleri için farklı tahmincileri ortaya koymak ve bunları karşılaştırmaktır. Bu amaçla, çalışmanın sonunda bir uygulama ile tahmincilerin değerleri elde edilmiştir.

Weibull dağılımı genel olarak ölçek ve biçim parametresi olmak üzere iki parametreli bir dağılımdır. İki parametreli Weibull olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(T)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{T}{\eta}\right)^{\beta-1}\exp\left[-\left(\frac{T}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Tumidajski vd,2006:1287). Burada , β biçim parametresi, η ise ölçek parametresi olup, $f(T)\geq 0, T\geq 0, \beta>0, \eta>0$ dır. İki parametreli Weibull kümülatif dağılım Fonksiyonu da,

$$F(T)=1-\exp\left[-\left(\frac{T}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

şeklinde ifade edilir (Pinder vd,1979:175).

Bazı durumlarda dağılım konum parametresinin de eklenmesi ile üç parametreli olarak da çözümlenebilir. Üç parametreli Weibull olasılık dağılımı (Sürücü ve Sazak,2009:504) ,

$$f(T) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x-a}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x-a}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

kümülatif dağılım fonksiyonu ise,

$$F(T) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-a}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

şeklinde ifade edilmektedir (Lockhart ve Stephens, 1994:491). Dikkat edilirse, iki parametreli dağılımdan farklı olarak burada bir parametre daha vardır. a ile simgelenen bu parametre bekleme süresi ya da konum parametresidir (Liu vd,2005:323). Weibull dağılımının ortalaması, $\overline{T} = \eta.\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$, medyanı $\breve{T} = \eta(\ln 2)^{\frac{1}{\beta}}$, modu $\tilde{T} = \eta\left(1-\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{1}{\beta}}$, standart sapması $\sigma_T = \eta\sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{\beta}+1\right) - \Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)^2}$ formülleri ile hesaplanmaktadır (10.06.2008, http://www.itl.nist.gov.7div898/handbook/apr/section1/apr162.htm).Dağılımın güvenilirlik fonksiyonu, $R(T) = 1 - F(t)$, başarısızlık oranı ise, $\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{T}{\eta}\right)^{\beta-1}$ ile hesaplanır.

Bir çok yaşam testi ve güvenilirlik analizlerinde, tüm deneysel birimler için başarısızlık sürelerinin tamamının elde edilmesi mümkün olmayabilir. Bu durumda çalışmaya konu olan veri seti için çeşitlilik söz konusudur. Başarısızlık oranları veya sayıları ile ilgili veri genel olarak iki ana grupta toplanır; Tamamlanmış (tam) veri ve tamamlanmamış (sansürlü) veri. $T_1, T_2, \ldots\ldots, T_n$, bir olasılık fonksiyonunda n sayıda bağımsız tesadüfi değişkeni içeren bir örnek, $t_1, t_2, \ldots.., t_n$, T_i değişkeninin değerlerini ifade ederse, tamamlanmış (tam) veride, model için var olan veri seti ,

$\{t_1, t_2, ..., t_n\}$ setidir.Yani veri setinde gerçek değerler her bir gözlem değeri için gözlemlenmiştir ya da bilinmektedir. Sansürlü veride ise , gözlemlerin tamamı veya bazısının değerleri bilinmemektedir. Yani veri, tam değildir. Sansürlü verinin farklı türleri vardır. Sağ, Sol ve Aralıklı sansürlü , tek veya çoklu sansürlü ve 1.Tip ve 2.Tip sansürlü gibi. Örneğin, bozulma oranları ile ilgili bir veri setinde, bazı veriler için testin sonunda bozulma oranı hesaplanamıyorsa, yani bu veriler bozulmuyorsa bu tip sansürlü verilere, sağ kısıtlı veri denir (11,3,2009,htt p://www.weibull. com/ LifeDataWeb). Veriler için bir diğer ayırım , gruplu veya gruplu olmayan verilerdir. Gruplanmış veri, sınıflar içinde kategorize edilmiş ve sınıf frekansları bilinen verilerdir. Gruplanmış veri aynı zamanda aralıklı kısıtlı veri olarak da ifade edilebilir (Murthy vd,2004:262).

2. DAĞILIMIN PARAMETRELERİ

Weibull dağılımının parametrlelerinden biri biçim parametresidir. Biçim parametresi, daha sonraki bölümlerde açıklanan parametre tahmininde kullanılan grafik yönteminde elde edilen regresyon doğrusunun eğimine eşit olduğu için aynı zamanda eğim olarak da bilinir. Biçim parametresinin aldığı değerlere göre, bazen daha farklı dağılımlar söz konusudur. $0 < \beta < 1$ durumunda, yani eğim 0 ile 1 arasında bir değere sahip olduğunda, başarısızlık oranları zaman içinde artmaktadır. $\beta = 1$ durumunda, özel bir durum olarak $f(T) = \frac{1}{\eta}\exp\left(-\frac{T}{\eta}\right)$ dağılımı, üssel dağılımdır (Grimmett ve Stirzaker,2004:97). Burada, $\frac{1}{\eta} = \lambda$ başarısızlık oranını ifade eder. $\beta = 2$ durumunda ise, yine özel bir durum olarak Rayleigh dağılımı olur (Carrasco vd,2008:451).

Ölçek parametresi ise saat, mil gibi formüllerde T ile ifade edilen ve zaman içeren birimlere sahiptir. Biçim parametresi aynı kalırken, ölçek parametresi artarsa, dağılımın basıklığı artar, dolayısıyla dağılımın yüksekliği azalır. Ölçek parametresi azalırsa, dağılım sivri uçlu olur ve yüksekliği artar (28,1,2009, http://weibull.com/LifeDataWeb).

3. PARAMETRELERİN TAHMİNİ:

Dağılımın uygulamada başarılı olması, parametrelerinin tahminlerinin iyi yapılmasına bağlıdır. Farklı uygulamalar için Weibull dağılımının parametre tahminlerinde bir çok yöntem ortaya atılmıştır. Maksimum benzerlik ve moment tahmini bu yöntemler içinde en yaygın kullanılan tahminlerdir.

3.1. GRAFİK YÖNTEMİ

Weibull olasılık grafiği, dağılımın parametrelerini tahmin etmek için kullanılan yöntemlerden biridir. Grafik yönteminde, Weibull olasılık dağılımının parametreleri grafik çizilerek hesaplanır, yani burada herhangi bir hesaplama yoktur. Grafik yönteminde öncelikle veri küçükten büyüğe doğru sıralanır ve her bir gözlem değeri için sıra meydanları hesaplanır. Sıra medyanlarının hesaplanmasında $\frac{i-0,3}{N+0,4}.100$ formülü kullanılmaktadır (10,6,2008, http://www.itl.nist.gov.7div898/handbook/apr/section1/apr162.htm). Burada i, veri sıra sayısı, N ise toplam örnek büyüklüğüdür. Verilerin sıra meydanları belirlendikten sonra, grafik üzerinde veri ve sıra medyanları çizilir. Grafiğin X ekseninde zaman verileri, Y ekseninde ise kümülatif yüzdeler yer almaktadır. Bu noktalar içinde en mümkün doğru elde edilir. Bu doğrudan elde edilen değer, biçim parametresinin tahmini değeridir. X eksenine paralel çizilen doğrunun üzerinde yer alan değer Q(t) değerinden dikey bir doğru çizildiğinde , doğrunun X eksenini kestiği nokta ise ölçek parametresinin değeridir. Parametreler tahmin edildikten sonra, Weibull güvenilirlik fonksiyonundan, belli zaman değerleri için tahmin yapılabilir.

Dağılımın Weibull olasılık grafiği, $y = y(x) = \ln\{1/(1-F(t)\}$ şeklinde ifade edilen dönüşüm ile başlar. İki parametreli dağılım için grafik düz bir çizgi iken, üç parametreli dağılımda grafik eğri şeklindedir (Zhang ve Xie,2007:584). Grafik yönteminde veriler küçükten büyüğe doğru sıralandıktan sonra , $x_i = \ln(T_i)$ ve $y_i = \ln\{1/(1-F(t_i)\}$hesaplanır. Böylece, bu değerler ile grafik çizilir.

3.2.EN KÜÇÜK KARELER TAHMİNCİSİ

Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmede kullanılan yöntemlerden biri de en küçük kareler yöntemidir. İki parametreli Weibull dağılımı için, kümülatif olasılık fonksiyonu,

$$F(T) = 1 - \exp-\left(\frac{T}{\eta}\right)^{\beta}$$

ifadesinin her iki tarafının da logaritması alındığında,

$$\ln[1-F(T)] = -\left(\frac{T}{\eta}\right)^{\beta}$$

$$\ln\{-\ln[1-F(T)]\} = \beta \ln\left(\frac{T}{\eta}\right)$$
$$\ln\{-\ln[1-F(T)]]\} = -\beta \ln(\eta) + \beta \ln(T)$$

elde edilir. Buradan,

$$y = \ln\{-\ln[1-F(T)]\}$$
$$a = -\beta \ln(\eta)$$
$$b = \beta$$

elde edilir (Gurvich vd,1997:2562).Bu eşitliklerden ,

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i}{N} - \hat{b}\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \overline{y} - \hat{b}\overline{x}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N}}{\sum_{i=1}^{N} {x_i}^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{N} x_i)^2}{N}}$$

xi ve yi için denklemleri

$$y_i = \ln\{-\ln[1-F(T_i)]\}$$

$$x_i = \ln(T_i)$$

$\hat{a}$ ve $\hat{b}$ değerleri bulunduktan sonra, $\hat{\beta}$ ve $\hat{\eta}$ değerleri yukarıdaki formüller ile elde edilebilir.

3.3.MAKSİMUM BENZERLİK TAHMİNCİSİ

Tam ya da kısıtlı veriler için model parametrelerinin maksimum benzerlik tahmini etkindir. Weibull dağılımının parametrelerinin benzerlik fonksiyonu,

$$L(x_1,....,x_n,\beta,\eta)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i;\beta,\eta)$$

eşitliği ile ifade edilir (Smith ve Naylor,1987:360). Weibull dağılımının parametreleri maksimum benzerlik yöntemi ile de tahmin edilebilir. Benzerlik fonksiyonunu maksimize eden

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\beta}=\frac{N}{\beta}+\sum_{i=1}^{N}\ln\left(\frac{T_i}{\eta}\right)-\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{T_i}{\eta}\right)^{\beta}\ln\left(\frac{T_i}{\eta}\right)=0$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\eta}=\frac{-\beta}{\eta}.N+\frac{\beta}{\eta}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{T_i}{\eta}\right)^{\beta}=0$$

olmak üzere iki ayrı eşitlik elde edilir (Kim ve Yum,2008:479;Tan,2009:395). N birim sayısındaki başarısızlık süreleri, $y_1,y_2,....,y_n$ olarak ifade edilirse, bu durumda β 'nın maksimum benzerlik tahmini,

$$\frac{n}{\beta}+\sum_{i=1}^{n}\ln y_i-\frac{n\sum_{i=1}^{n}(\ln y_i)y_i^{\beta}}{\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}}=0$$

η 'nin maksimum benzerlik tahmini,

$$\hat{\eta}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}{y_i}^{\hat{\beta}}}$$

eşitlikleri ile elde edilir (Basu vd,2007:239;Tony ve Wang,2009:147). Yukarıdaki formüller kullanılarak, bir çok istatistiksel paket programının yardımıyla tahminler yapılabilir.

3.4.MOMENT TAHMİNCİSİ

Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek için kullanılan en eski yöntemlerden biri de moment yöntemidir. Moment yöntemi, dağılım ortalaması ve standart sapması arasındaki ilişkiyi biçim parametresi için çözen ve böylece dağılım parametrelerinin tahminini veren bir yöntemdir (Akdağ ve Güler,2008:710). Olasılık yoğunluk fonksiyonu temelinde Weibull dağılımının k.momenti,

$$E(Y^K) = \eta^{-k/\beta}\Gamma\left(1+\frac{k}{\beta}\right)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, $\Gamma(.)$, gama fonksiyonudur. Örnek birinci ve ikinci momentleri temelinde biçim parametresi için,

$$\frac{\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]^2}{\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)\right]}$$

denklemi ile çözüm yapılır (Tony ve Wang,2009:150).

4. UYGULAMA

Weibull olasılık dağılımının parametrelerini tahmin etmek ve yukarıda kısaca açıklanan çeşitli tahmin yöntemlerinden hangisi veya hangilerinin daha iyi tahminci olduğunu belirleyebilmek amacıyla aşağıda bir uygulama yapılmıştır. Bu uygulamada, aşağıdaki tabloda da görüldüğü gibi farklı birimlerde kullanılmakta olan Toshiba marka ve E-STUDİO 352 kod numaralı fotokopi makinesinin bir parçası olan ve baskı ünitesi olarak kullanılan "Heat Roller Upper-Lower" malzemesinin ömürleri araştırılmış ve aşağıdaki tabloda görülen veriler elde edilmiştir.

Tablo 1:
Heat Roller Malzeme Ömürleri

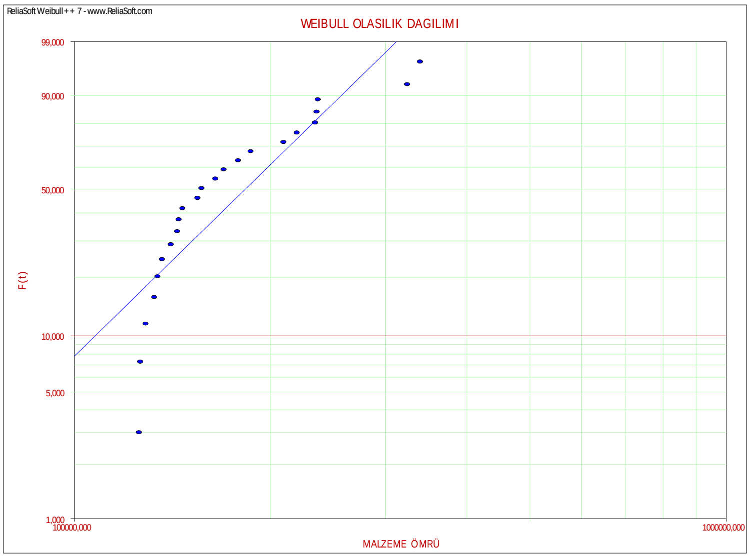
	Malzeme Ömrü		Malzeme Ömrü
1	165000	13	126.589
2	133.000	14	145.000
3	340.000	15	136.700
4	187.000	16	146.897
5	237.000	17	129.000
6	210.000	18	157.145
7	155.000	19	236.000
8	220.000	20	178.900
9	325.000	21	234.760
10	141.000	22	170.000
11	144.234	23	126.000
12	134.568		

Grafik Yöntemi:
23 adet fotokopi makinesinin malzeme ömürleri için öncelikle küçükten büyüğe doğru bir sıralama yapılmış ve sıra medyanları ile $\ln\{1/(1-F(t_i)\}$ değerleri hesaplanmıştır. İlgili sonuçlar aşağıdaki tabloda görülmektedir.

Tablo 2:
Grafik Yönteminde X ve Y Değerleri

Sıra No	Malzeme Ömrü	Sıra Medyan (i-0,3)/23,4	Olasılık ln(1/(1-F(t))	Sıra No	Malzeme Ömrü	Sıra Medyan (i-0,3)/23,4	Olasılık ln(1/(1-F(t))
1	126000	0,03	0,030	13	165000	0,54	0,782
2	126589	0,07	0,075	14	170000	0,59	0,881
3	129000	0,12	0,123	15	178900	0,63	0,989
4	133000	0,16	0,172	16	187000	0,67	1,112
5	134568	0,20	0,224	17	210000	0,71	1,251
6	136700	0,24	0,279	18	220000	0,76	1,412
7	141000	0,29	0,337	19	234760	0,80	1,605
8	144234	0,33	0,399	20	236000	0,84	1,844
9	145000	0,37	0,465	21	237000	0,88	2,159
10	146897	0,41	0,535	22	325000	0,93	2,622
11	155000	0,46	0,611	23	340000	0,97	3,509
12	157145	0,50	0,693				

Tabloda görülen x (Malzeme Ömrü değerleri) ve y (Olasılık değerleri) değerleri ile aşağıdaki grafik çizilmiş ve grafik üzerinde bir doğru çizilerek biçim ve ölçek parametreleri tahmin edilmiştir. Bu verilere göre, Weibull olasılık dağılımının parametrelerinin tahmini $\hat{\beta} = 3{,}5$ ve $\hat{\eta} = 202000$ olarak bulunmuştur.



Şekil 1: Grafik Yönteminde Olasılık Dağılımı Grafiği

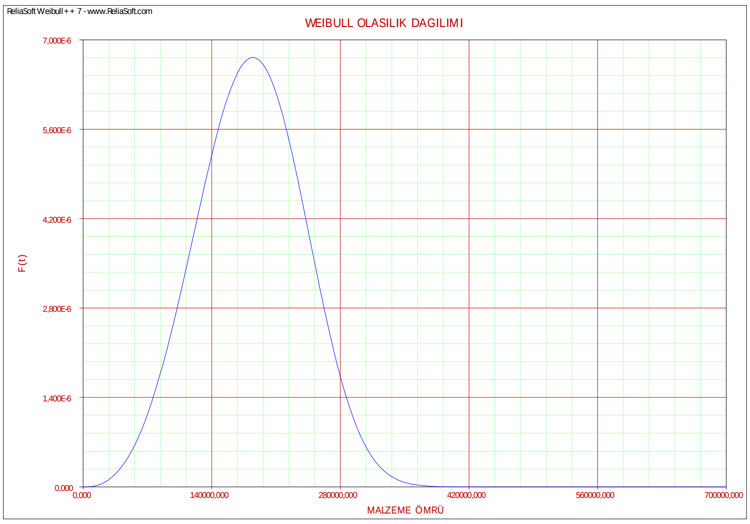
En Küçük Kareler Yöntemi:
En Küçük kareler yöntemine göre hesaplan tüm değerler aşağıdaki tabloda yer almaktadır. Tabloda yer alan bu değerler sonucunda, $\hat{\beta} = 3{,}5382$ ve $\hat{\eta} = 202.950$, korelasyon katsayısı ise 0,8741 olarak bulunmuştur.

Tablo 3:
En Küçük Kareler Yöntemine Göre Elde Edilen Değerler

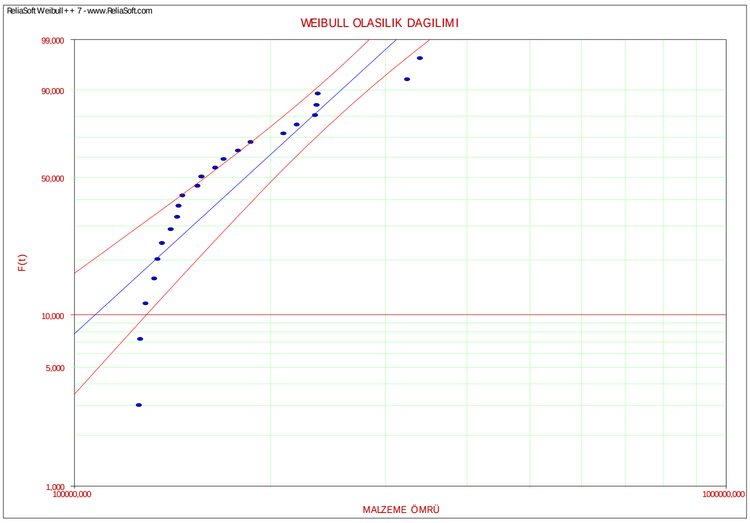
Sıra No i=1,2,.3	*Malzeme Ömrü*	*ln(Ti)*	*F(Ti)*	*yi*	*(lnTi)^2*	*yi^2*	*(lnTi)yi*
1	126000	11,74	0,030	-3,49	137,92	12,21	-41,04
2	126589	11,75	0,073	-2,58	138,03	6,68	-30,37
3	129000	11,77	0,115	-2,10	138,48	4,41	-24,70
4	133000	11,80	0,158	-1,76	139,20	3,10	-20,76
5	134568	11,81	0,201	-1,50	139,47	2,24	-17,66
6	136700	11,83	0,244	-1,28	139,84	1,63	-15,09

7	141000	11,86	0,286	-1,09	140,58	1,18	-12,88
8	144234	11,88	0,329	-0,92	141,12	0,84	-10,91
9	145000	11,88	0,372	-0,77	141,24	0,59	-9,10
10	146897	11,90	0,415	-0,62	141,55	0,39	-7,43
11	155000	11,95	0,457	-0,49	142,83	0,24	-5,89
12	157145	11,96	0,500	-0,37	143,16	0,13	-4,39
13	165000	12,01	0,543	-0,25	144,33	0,06	-2,95
14	170000	12,04	0,585	-0,13	145,05	0,02	-1,53
15	178900	12,09	0,628	-0,01	146,28	0,00	-0,13
16	187000	12,14	0,671	0,11	147,35	0,01	1,28
17	210000	12,25	0,714	0,22	150,18	0,05	2,74
18	220000	12,30	0,756	0,35	151,32	0,12	4,25
19	234760	12,37	0,799	0,47	152,93	0,22	5,85
20	236000	12,37	0,842	0,61	153,06	0,37	7,57
21	237000	12,38	0,885	0,77	153,16	0,59	9,53
22	325000	12,69	0,927	0,96	161,08	0,93	12,23
23	340000	12,74	0,970	1,26	162,22	1,58	15,99
		277,52		-12,60	3350,37	37,59	-145,37

Aşağıda en küçük kareler yöntemine göre olasılık dağılımları ile ilgili grafikler görülmektedir.

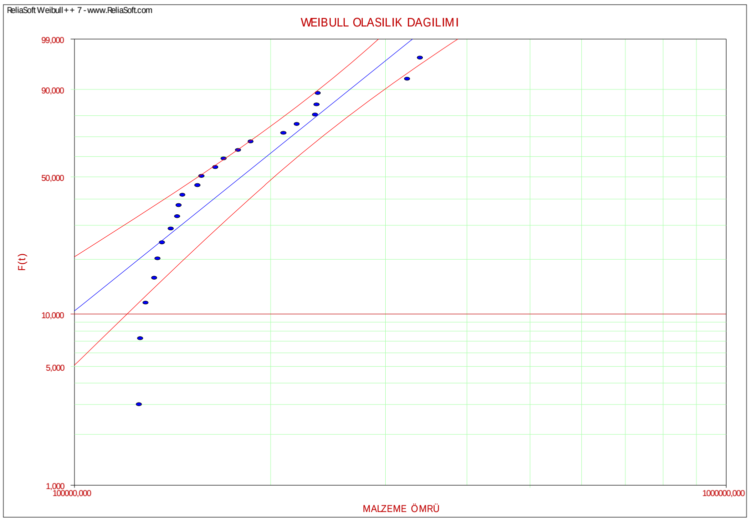


Şekil 2: En Küçük Kareler Yönteminde Kümülatif Olasılık Dağılımı

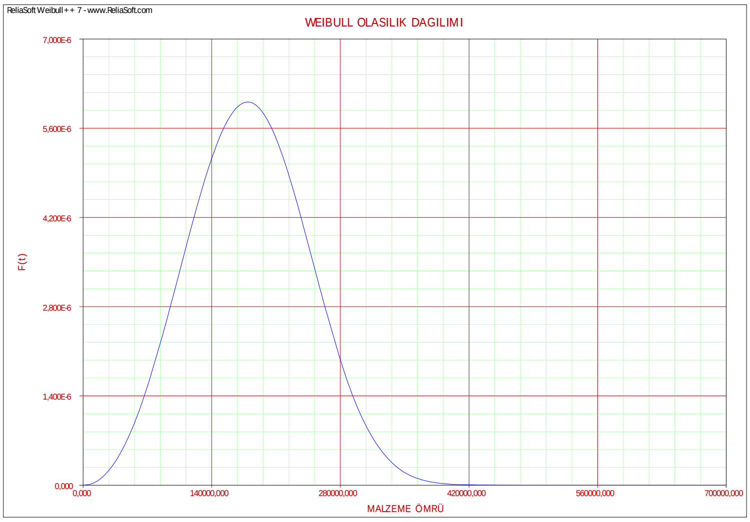


Şekil 3: En Küçük Kareler Yönteminde Olasılık Dağılımı ve Dağılımın Güven Aralıkları

Maksimum Benzerlik Yöntemi:
İşlemlerin karmaşıklığı nedeniyle maksimumu benzerlik yönteminin sonuçları, Weibull++ paket programı ile çözülmüş ve $\hat{\beta} = 3{,}1266$, $\hat{\eta} = 195.650$ olarak bulunmuştur.



Şekil 4: Maksimum Benzerlik Yönteminde Olasılık Dağılımı ve Dağılımın Güven Aralıkları



Şekil 5: Maksimum Benzerlik Yönteminde Kümülatif Olasılık Dağılımı

Moment Yöntemi:

Maksimum benzerlik yönteminde olduğu gibi, Moment yönteminde de sonuçlar Weibull++ paket programı ile çözülmüş, $\hat{\beta} = 3{,}0975$ ve $\hat{\eta} = 200.696$ değerleri bulunmuştur.

5. SONUÇLAR VE KARŞILAŞTIRMALAR

Bu makalede, iki parametreli Weibull dağılımının parametre tahminlerinde farklı yöntemler kullanarak tahminler yapılmıştır. Aşağıdaki tabloda tüm sonuçlar bir arada yer almaktadır. İşlemler hem Weibull++ paket programı ile , hem de ilgili formüller ile hesaplanarak yapılmıştır.

Tablo 4:
Tüm Sonuçlar

TAHMİN YÖNTEMİ	$\hat{\beta}$	$\hat{\eta}$
Grafik	3,5	202.000
En küçük Kareler	3,5382	202.952
Maksimum Benzerlik	3,1266	202.710
Moment	3,0975	200.696

Görüldüğü gibi, grafik yöntemi ile en küçük kareler yöntemi ile yapılan tahminler örtüşmektedir. Bunun nedeni, grafik yönteminde çizilen grafik ve eğim tahminin en küçük kareler yöntemi ile yapılmasıdır. Dolayısıyla , grafik yönteminin, en küçük kareler yönteminin daha kaba bir tahmini olduğu söylenebilir. Başka bir ifade ile, grafik yöntemi, parametrelerin tahmini bakımından matematiksel işlemler içermediğinden daha genel bir tahmin yapmaktadır. Ancak grafiğin karakteristiği bakımından, model seçiminde etkendir. Maksimum benzerlik tahmini etkinliği açısından en bilinen yöntem olmakla birlikte , moment tahmini hesaplama açısından kolaylık sağlaması ve parametrelerin kesin tahmincilerini vermesi açısından yine yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak moment tahmincisi hesaplama açısından kolaylık sağlamasına rağmen, etkin olmayabilir (Mert Kantar ve Şenoğlu,2008:1900).

6. KAYNAKÇA

AKDAĞ.S.-GÜLER.Ö., (2008) "Weibull Dağılım Parametrelerini Belirleme Metodlarının Karşılaştırılması", VII.Ulusal Temiz Enerji Sempozyumu, UTES 17-19 Aralık ,İstanbul, 707-714

BASU.B-TIWARI.D-KUNDU.D-PRASAD.R., (2007), "Is Weibull Distribution the Most Appropriate Statistical Strength Distribution for Brittle Materials?", Ceramics Internatıonal, Volume 35, (Issue 1), 237-246

CARRASCO.J-ORTEGAE.-CORDEİRO.G., (2008) "A Generalized Modified Weibull Distribution for Lifetime Modeling", Computational Statistics&Data Analysis, Vol 53, (İssue 2), 450-462

GRİMMETT.G.R.-STIRZAKER.D.R., (2004) **Probability and Random Processes,** New York, Oxford University Press,

GURVİCH.M.R.-DİBENEDETTO.A.T.-RANADE.S.V., (1997) "A New Statistical Distribution for Characterizing the Random Strength of Brittle Materials", Journal of Materials Science , (Issue 32) , 2559-2564

KIM.J.-YUM.B.,(2008) , "Selection Between Weibull and Lognormal Distributions: A Comparative Simulation Study", Computational Statistics&Data Analysis, Volume 53, (Issue 2), 477-485

LİU.J.-CAO.L.-XİE.M.-GOH.T.-TANG.Y.,(2005) ,"A General Weibull Model for Reliability Analysis Under Different Failure Criteria-Application on Anisotropic Adhesive Joining Technology", IEE Transaction on Electronic Packaging Manufacturing, Vol 28, (No 4) , 322-327

LOCKHART.R.-STEPHENS.M., (1994), "Estimation and Tests of Fit for the Three-Parameter Weibull Distribution", 56, (No 3), 491-500

MERT KANTAR,Y-ŞENOĞLU,B.,A Comparative Study for the Location and Scale Parameters of the Weibull Distribution with Given Shape Parameter, Computer&Geosciences, Volume 34, İssue 12, December 2008, s.1900

MURTHY.P-BULME.,M.-ECCLESTON.J.,(2004) ,"Weibull Model Selection for Reliability Modeling", Reliability Engineering&System Safety, Volume 86, (Issue 3),257-267

PINDER.J.E.-WIENER.J.G.-SMITH M.H., (1979), "The Weibull Distribution: A New Method of Summarizing Survivorship Data", Ecological Society of America, 59, (1), 175-179

SMITH.R.-NAYLOR.J.C.,(1987) ,"A Comparison of Maximum Likelihood and Bayesian Estimators for the three-parameter Weibull Distribution", Applied Statistics, 36, (No 3), 358-369

SÜRÜCÜ.B.-SAZAK.H.,(2009), "Robust Control Charts to Monitoring Reliability for a three-Parameter Weibull Distribtıon", Reliability Engineering&System Safety, Vol 94, (Issue 2), 503-508

TAN.Zhibin, (2009), "A New Approach to MLE of Weibull Distribution with İnterval Data", Reliability Engineering and System Safety, (94), 394-403

TONY.H.-WANG.Z.,(2009), "Statistical Estimation for the Parameters of Weibull Distribution Based on Progressively Type-I Interval Censored Sample", Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol 79, (No 2) ,145-159

TUMIDAJSKİ.P.J.-FİORE.L.-KHODABOCUS.T.-LACHEMİ.M.-PARİ.R., (2006), "Comparison of Weibull and Normal Distribution for Concrete Compressive Strengths", Can.J.Civ.Eng. (33), 1287-1292

ZHANG.T.-XIE.M., (2007), "Failure Data Analysis with Extend Weibull Distribution", Comminication in Statistics-Simulation and Computation, (36), 579-592

http://www.itl.nist.gov.7div898/handbook/apr/section1/apr162.htm, [10.06.2008]
http://www.weibull.com/LifeDataWeb, [11.3.2009]
http://weibull.com/LifeDataWeb, [28.01.2009]
http://www.itl.nist.gov.7div898/handbook/apr/section1/apr162.htm, [10.06.2008]