

## BULANIK PERT YAKLAŞIMLARININ MAKİNE ÜRETİM SÜRECİNDE KARŞILAŞTIRILMASI

İrfan ERTUĞRUL\*

Nilsen KARAKAŞOĞLU\*\*

### ÖZET

*Geleneksel PERT (Proje Değerlendirme ve Gözden Geçirme Tekniği) yönteminde faaliyetlerin süreleri kesin sayılar ile ifade edilir ve Beta dağılımına sahip olduğu varsayılır. Fakat günlük hayatta her faaliyet için işlem zamanlarının kesin olarak belirlenmesi güçtür. Bu güçlüğü üstesinden gelebilmek için literatürde bulanık mantık ile PERT yöntemlerini bir arada ele alan çalışmalar mevcuttur. Bu çalışmada ise, iki farklı bulanık PERT yaklaşımı ele alınmış ve bu yaklaşımların benzerlik ve farklılıklarına değinilmiştir. Ayrıca, makine imalatı yapan bir işletmede mermer makinesi üretim sürecindeki faaliyetlerin kritikliğini incelemek için bu iki yaklaşımdan yararlanılmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.*

*Anahtar Kelimeler: Üretim Projesi, Bulanık Kümeler, Kritik Yol, PERT*

### 1. Giriş

Her gün daha da artan rekabet ortamında işletmeler ayakta kalabilmek ve rakiplerine göre fark yaratabilmek için daha çok çaba sarf etmektedir. Zamanında teslimat, sipariş üzerine çalışan imalat işletmeleri için müşteri memnuniyetini sağlamada önemli faktörlerden biridir. Zamanında teslim edilemeyen siparişler, müşterinin güvenini kaybetmeye neden olmanın yanında işletmeye maddi kayıplar da getirir. İşletmelerin birçoğu, siparişlerini anlamaya uygun olarak zamanında müşteriye teslim edemediklerinden dolayı büyük miktarlarda ceza ödemekte ve uzun vadede müşterilerini kaybetmektedir. Bu yüzden, üretim sürecinde siparişin gecikmesine sebep olabilecek kritik faaliyetlerin belirlenmesi işletmelere avantaj sağlayacaktır. Böylelikle, işletmeler bu kritik faaliyetlere daha çok önem vererek zamanında teslimat yapabilecektir. PERT gibi proje planlama teknikleri sayesinde, işletmeler planlanan veya beklenmedik değişimlerin gelecekteki etkilerini tahmin ederek gerekli önlemleri alabilmektedir (Ertuğrul ve Karakaşoğlu, 2007).

---

\*Yrd. Doç. Dr., Pamukkale Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü (iertugrul@pamukkale.edu.tr)

\*\* Araştırma Görevlisi, Pamukkale Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü (nkarakasoglu@pamukkale.edu.tr)

Bu çalışmada farklı iki bulanık PERT yaklaşımından yararlanarak makine imalatı yapan bir işletmede çoklu ebatlama mermer makinesinin üretim süreci ele alınmış, teslimat süresinin gecikmesine sebep olabilecek kritik faaliyetler belirlenmiştir. Böylelikle işletme gerek işgücünü bu faaliyetlere yönlendirerek gerek mevcut işgücünün daha verimli ve hızlı çalışmasını sağlayarak, siparişi zamanında teslim edebilmesi için gerekli önlemleri alabilmiştir.

Çalışmanın ikinci bölümünde öncelikle bulanık küme ve bulanık sayı kavramlarına değinilmiş ve bulanık sayılar ile ilgili işlemlere yer verilmiştir. Üçüncü bölümde iki farklı bulanık PERT yaklaşımı açıklanmaya çalışılmış, dördüncü bölümde ise uygulamaya yer verilmiştir. Son olarak beşinci bölümde sonuç ve öneriler sunulmuştur.

## **2. Bulanık Küme Teorisi**

Bulanık küme kavramı, ilk kez Lotfi A. Zadeh (1965) tarafından ortaya atılmıştır. Bulanık küme, devamlı üyelik derecesine sahip nesnelere kümesidir. Bulanık küme, her nesneyi 0 ile 1 arasında değişen üyelik derecesine sahip üyelik fonksiyonu ile nitelendirmektedir.

Bulanık sayılar dışbükey, normalleştirilmiş, sınırlı-süreklili üyelik fonksiyonu olan ve gerçel sayılarda tanımlanmış bir bulanık küme olarak ifade edilir (Baykal ve Beyan, 2004:115). Üçgen bulanık sayılar, üç tane gerçel sayılarla tanımlanmış bulanık sayıların özel bir çeşidi olup,  $(l, m, u)$  şeklinde ifade edilir ve üyelik fonksiyonu şu şekilde tanımlanır:

$$\mu(x / \tilde{M}) = \begin{cases} 0, & x < l, \\ (x - l)/(m - l), & l \leq x \leq m, \\ (u - x)/(u - m), & m \leq x \leq u, \\ 0, & x > u \end{cases} \quad (1)$$

$(l_1, m_1, u_1)$  ve  $(l_2, m_2, u_2)$  iki pozitif üçgen bulanık sayı olmak üzere iki bulanık sayının toplama ve çıkarma işlemleri aşağıdaki gibidir:

$$(l_1, m_1, u_1) \oplus (l_2, m_2, u_2) = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2) \quad (2)$$

$$(l_1, m_1, u_1) \ominus (l_2, m_2, u_2) = (l_1 - u_2, m_1 - m_2, u_1 - l_2) \quad (3)$$

Bulanık sayıları kesin sayılara dönüştürmek için birçok yöntem önerilmiştir. Bu çalışmada bulanık sayıları karşılaştırmada Lee ve Li (1988) tarafından önerilen genelleştirilmiş ortalama değer yöntemi kullanılmıştır.

Üçgen bulanık sayı  $\tilde{T} = (l, m, u)$  için genelleştirilmiş ortalama değer  $G(\tilde{T})$  ve standart sapma  $S(\tilde{T})$  olmak üzere;

$$G(\tilde{T}) = \frac{l + m + u}{3} \quad (4)$$

$$S(\tilde{T}) = \frac{1}{18} [l^2 + m^2 + u^2 - lm - lu - mu] \quad (5)$$

İki üçgen bulanık sayı  $\tilde{T}_1 = (l_1, m_1, u_1)$  ve  $\tilde{T}_2 = (l_2, m_2, u_2)$  şu şekilde karşılaştırılabilir:

- Eğer  $G(\tilde{T}_1) > G(\tilde{T}_2)$  ise  $\tilde{T}_1 > \tilde{T}_2$
- Eğer  $G(\tilde{T}_1) = G(\tilde{T}_2)$  ve  $S(\tilde{T}_1) < S(\tilde{T}_2)$  ise  $\tilde{T}_1 > \tilde{T}_2$
- Eğer  $G(\tilde{T}_1) = G(\tilde{T}_2)$  ve  $S(\tilde{T}_1) = S(\tilde{T}_2)$  ise  $\tilde{T}_1 \cong \tilde{T}_2$

### **3. Bulanık PERT Yöntemi**

PERT, projelerin planlanmasına, çizelgelenmesine ve kontrolüne yardımcı olmak üzere tasarlanmış şebeke esaslı bir modeldir (Taha, 1997:263). PERT; üretimdeki gecikmeleri, takılmaları ve türlü çatışmaları en düşük düzeye indiren, işin bütününlüğü türlü parçalarını eşgüden ve eş zamanlayan, projelerin tamamlanmasını hızlandıran bir yöntemdir (Öztürk, 2007:596). PERT yöntemi faaliyet sürelerinin olasılıklı olduğunu kabul etmektedir (Taha, 1997:263). Klasik PERT yönteminden farklı olarak bulanık PERT yönteminde faaliyet süreleri, kesin sayılar yerine bulanık sayılar ile ifade edilmektedir. Uygulamada faaliyet sürelerinin kesin olarak bilinmesi güçtür. Verilerin kesin olarak bilinmemesi durumunda bulanık küme teorisi, olasılıklı PERT yöntemine göre problemin yapısına daha uygundur (Guiffreda ve Nagi, 1998:45).

Literatürde bulanık PERT yöntemini ele alan çalışmalar mevcuttur. İlk bulanık PERT çalışması Prade (1979) tarafından yapılmıştır. Chanas ve Kamburowski (1981) faaliyet sürelerinin üçgen bulanık sayılar ile temsil edildiği bulanık PERT yöntemini ele almışlardır. McCahon ve Lee (1988) PERT yönteminde, faaliyet sürelerinin belirlenmesinde Beta dağılımının kullanılmasının ancak geçmiş deneyimlerden yararlanılabildiği ve şebekenin 30 veya daha fazla faaliyet içerdiği durumlarda uygun olduğunu ileri sürmüşlerdir. Çalışmalarında faaliyet sürelerinin belirsiz olması durumunda proje şebekesinin bulanık bileşenler ile modellenmesi gerektiğini belirterek, faaliyet sürelerinin üçgen bulanık sayılar ile ifade edildiği sekiz faaliyetten

oluşan proje şebekesini modelleyen detaylı bir örnek vermişlerdir. Lootsma (1989) PERT yönteminde faaliyet sürelerinin tahmininde insan yargılarının baskın olarak rol oynadığını belirtmiştir. Lootsma belirsizliğin olasılık teorisi ile tam olarak modellenemeyeceğini savunurken, faaliyet sürelerinin uzmanlar tarafından belirlendiği PERT yönteminde stokastik modellerin kullanımını reddetmektedir. Bulanık küme teorisinin kısıtlarına rağmen birçok açıdan bulanık PERT yöntemi stokastik PERT yöntemine göre gerçeğe daha yakın ve daha uygulanabilir. McCahon (1993) bulanık proje şebeke analizi (FPNA) ile PERT yöntemini kıyaslamıştır. Şebekenin büyüklüğü dört ile sekiz faaliyet arasında değişmektedir. Bu şebekelere bağlı olarak FPNA ve PERT yöntemleri ile otuz iki tamamlanma zamanı hesaplanmıştır. Bu iki yöntemin performansını karşılaştırırken, beklenen proje tamamlanma zamanı, kritik faaliyetlerin belirlenmesi, faaliyet bolluğu miktarı ve belirlenen zamanda projenin tamamlanma olasılığı gibi faktörleri dikkate almıştır. Shipley *vd.* (1996) genişleme prensibi, bulanık olasılık dağılımları ve bulanık mantığı birleştirerek bulanık PERT algoritması geliştirmiştir. Algoritmayı sekiz faaliyetten oluşan gerçek hayattan projeye uygulamışlar ve faaliyet sürelerini üçgen bulanık sayılar ile ifade etmişlerdir. Gencer ve Türkbey (2001) klasik PERT, bulanık PERT ve gerçek dağılım yöntemlerini ele almışlardır. Çalışmalarında, aynı proje örnekleri üzerinde bu yöntemleri istatistikî anlamlılık yönünden karşılaştırarak bir analiz sunmuşlardır.

Bu çalışmada ele alınan ilk yaklaşım Chen ve Huang (2007) tarafından ileri sürülen bulanık PERT yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda faaliyet süreleri üçgen bulanık sayı şeklindedir ve ileriye doğru hesaplama ile en erken başlama ve en erken bitirme zamanları şu şekilde hesaplanır:

$$\tilde{E}S_i = \max_{j \in P(i)} \{ \tilde{E}S_j \oplus \tilde{d}_j \} \quad (6)$$

$$\tilde{E}F_i = \tilde{E}S_i \oplus \tilde{d}_i \quad (7)$$

burada  $\tilde{E}S_i$  bulanık en erken başlama zamanını ve  $\tilde{E}F_i$  bulanık en erken bitirme zamanını,  $\tilde{d}_i$  de  $i$ . faaliyet için işlem süresini gösterir. Başlangıç düğümünde en erken başlama zamanı  $\tilde{E}S_i = (0,0,0)$  olarak alınır.  $\tilde{E}F_i$  ise bitiş düğümündeki projenin tamamlanma zamanı  $\tilde{T}_{end}$  değerine eşittir (Chen ve Huang, 2007:2452).

Geriye doğru hesaplama ile en geç bitirme ve en geç başlama zamanları da şu şekilde hesaplanır:

$$\tilde{L}F_i = \min_{j \in S(i)} \{ \tilde{E}F_j \ominus \tilde{d}_j \} \quad (8)$$

$$\tilde{L}S_i = \tilde{L}F_i \ominus \tilde{d}_i \quad (9)$$

burada  $\tilde{L}F_i$  bulanık en geç bitirme zamanını,  $\tilde{L}S_i$  ise bulanık en geç başlama zamanını göstermektedir. En son düğümdeki en geç bitirme zamanı  $\tilde{T}_{end}$  değerine eşit olacaktır.

Bulanık PERT yönteminde bulanık sayıları kıyaslama ve  $i$  faaliyetinin  $\tilde{E}S_i$ ,  $\tilde{L}S_i$ ,  $\tilde{E}F_i$ ,  $\tilde{L}F_i$  değerlerini hesaplamada genelleştirilmiş ortalama yöntemi kullanılmaktadır (Lee ve Li, 1988:889).

$i$ . faaliyet için  $\tilde{E}S_i$ ,  $\tilde{L}S_i$ ,  $\tilde{E}F_i$ ,  $\tilde{L}F_i$  değerleri belirlendikten sonra bulanık faaliyet bolluğu ( $\tilde{m}_i$ ) şu şekilde hesaplanır:

$$\tilde{m}_i = \tilde{L}F_i \ominus \tilde{E}S_i \ominus \tilde{d}_i \quad (10)$$

Bir faaliyetin başlama tarihinde bir gecikme tüm projenin tamamlanma tarihinde bir gecikmeye neden oluyorsa o faaliyete kritik faaliyet denir. Geleneksel PERT yönteminde, faaliyet bolluğu sıfıra eşit olan faaliyetler kritik faaliyetlerdir. Buna göre faaliyet bolluğu azaldıkça kritik olma durumu artar. Bir faaliyete ilişkin bulanık faaliyet bolluğu  $\tilde{m}_i = (a_i, b_i, c_i)$  olmak üzere, bu faaliyetin kritikliği ( $CD_i$ ) şu şekilde hesaplanır:

$$CD_i = \begin{cases} 1, & b_i \leq 0 \\ \frac{-a_i}{b_i - a_i} & a_i < 0 < b_i \\ 0, & a_i \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

Tüm şebekenin kritikliği ise şu şekilde hesaplanır:

$$CD(P_k) = \min_{i \in P_k} \{ CD_i \} \quad (12)$$

burada  $P_k$  şebekedeki  $k$ . yolu ve  $CD(P_k)$ ,  $k$ . yolun kritikliğini gösterir.

Eğer  $P$  yolu kritik ise,  $CD(P_k) = \max_k \{ CD(P_k) \}$ 'yi karşılamalıdır. Projenin şebeke ağındaki tüm faaliyetlerin işlem süreleri bulanık sayılar ile ifade edildiği için projenin tamamlanma zamanı da ( $\tilde{T}_{end}$ ) bulanık sayı ile ifade edilecektir.

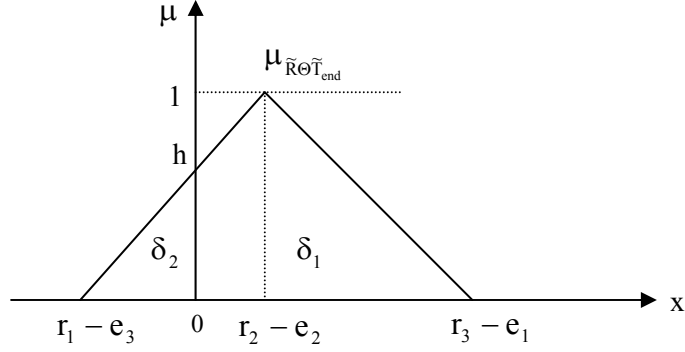
Belirli bir zaman için ( $\tilde{R}$ ),  $\tilde{T}_{end}$  ile  $\tilde{R}$  değerini karşılaştırarak bu belirtilen zaman diliminde projenin tamamlanma olasılığı hesaplanabilir. Bu belirli zamanın  $\tilde{R} = (r_1, r_2, r_3)$  ve projenin tamamlanma zamanının  $\tilde{T}_{end} = (e_1, e_2, e_3)$  olduğunu varsayalım. Bu durumda  $\tilde{T}_{end}$  ile  $\tilde{R}$  arasındaki fark,  $\tilde{R} \ominus \tilde{T}_{end} = (r_1 - e_3, r_2 - e_2, r_3 - e_1)$  ve  $\tilde{R} \ominus \tilde{T}_{end}$  bulanık sayısının üyelik fonksiyonu  $\mu_{\tilde{R} \ominus \tilde{T}_{end}}$  olacaktır.

Belirli bir zaman için, proje tamamlanma zamanını karşılama olasılığı (PM) şu şekilde belirlenir (Chen ve Huang, 2007:2453):

- Eğer  $r_1 - e_3 \geq 0$  ise,  $\tilde{R}$  değeri  $\tilde{T}_{end}$  değerinden kesinlikle büyüktür ve proje belirlenen zaman dilimi içinde tamamlanabilecektir. Bu yüzden karşılama olasılığı %100'e eşittir.
- Eğer  $r_3 - e_1 < 0$  ise,  $\tilde{R}$  değeri  $\tilde{T}_{end}$  değerinden kesinlikle küçüktür ve proje belirlenen tarihte tamamlanamayacaktır. Bu yüzden karşılama olasılığı sıfıra eşittir.
- Eğer  $r_1 - e_3 < 0 \leq r_3 - e_1$  ise,  $\tilde{R}$  ile  $\tilde{T}_{end}$ 'nin üyelik fonksiyonları örtüşür ve projenin belirtilen tarihte tamamlanabileceği anlamına gelir.  $\tilde{R} \ominus \tilde{T}_{end}$  üyelik fonksiyonunun daha fazla pozitif parçaya sahip olması projenin zamanında tamamlanma olasılığını artırır. Belirli bir zamandaki karşılama olasılığı, şu şekilde hesaplanır:

$$PM = \begin{cases} 1, & r_1 - e_3 \geq 0 \\ \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} & r_1 - e_3 < 0 \leq r_3 - e_1 \\ 0, & r_3 - e_1 < 0 \end{cases} \quad (13)$$

burada  $\delta_1 = \int_{x \geq 0} \mu_{\tilde{R} \ominus \tilde{T}_{end}}(x) dx$ ,  $\delta_2 = \int_{x \leq 0} \mu_{\tilde{R} \ominus \tilde{T}_{end}}(x) dx$  ve  $\mu_{\tilde{R} \ominus \tilde{T}_{end}}$ ,  $\tilde{R} \ominus \tilde{T}_{end}$ 'in üyelik fonksiyonu olup, Şekil 1'de görülmektedir.



**Şekil 1.**  $\mu_{R\Theta\tilde{T}_{end}}$ 'nin üyelik fonksiyonu (Chen ve Huang, 2007:2454)

Bir projenin şebekesinde eğer kritik yol üzerindeki faaliyetlerin süreleri kısaltabilirse PM (karşılama olasılığı) değeri arttırabilir.

Çalışmanın bu bölümünde ele alınacak ikinci bulanık PERT yaklaşımı McCahon ve Lee (1988) tarafından önerilen kıyaslama yöntemidir. McCahon ve Lee çalışmalarında kıyaslama (comparison) ve bileşik (composite) yöntemlerini karşılaştırmışlar ve bu yöntemlerden kıyaslama yönteminin daha anlaşılır ve kısa olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca, öncelikle bulanık kıyaslama yöntemi kullanılarak hangi yolların daha kritik olduğunun kabaca belirlenebileceğini ve karar vericinin daha ayrıntılı bir analiz istemesi durumunda ise bileşik yöntemi kullanabileceğini belirtmişlerdir. Bu yüzden, bu çalışmada kıyaslama yöntemi ele alınacaktır.

Kıyaslama yönteminde, proje şebekesinde yer alan her faaliyetin faaliyet süreleri üçgen bulanık sayılar şeklinde ifade edilmektedir. Bu yöntemde, ileriye doğru hesaplama yaparken bulanık en erken başlama ve bulanık en erken bitirme zamanları eşitlik (6) ve (7) yardımıyla bulunur. Geriye doğru hesaplamada ise bulanık en geç başlama ve bulanık en geç bitirme zamanları eşitlik (8) ve (9) dan yararlanarak hesaplanır. Fakat bu yaklaşımda Chen ve Huang'ın yaklaşımından farklı olarak  $k$ . yol için kritiklik derecesi şu şekilde ifade edilir:

$$CD(P_k) = \sup_x [\tilde{T}_P \wedge \tilde{T}] \quad (14)$$

burada  $\tilde{T}_P$  yolun bulanık tamamlanma zamanını gösterir ve şu şekilde hesaplanır:

$$\tilde{T}_{P_i} = \bigoplus_{j=P_i} \tilde{d}_j \quad (15)$$

burada  $\bigoplus$  bulanık toplama işlemini ifade eder ve  $P_i$  de i. yolu oluşturan faaliyetler topluluğunu gösterir. Kıyaslama yönteminde de bulanık sayıları karşılaştırmada Lee ve Li'nin (1988) geliştirilmiş ortalama değer yöntemi kullanılmaktadır.

#### **4. Bulanık PERT Yaklaşımlarının Mermer Makinesi Üretim Sürecine Uygulanması**

Bu çalışmada, makine imalatı yapan bir işletmede çoklu ebatlama mermer makinesinin üretim süreci ele alınarak, teslimat süresinin gecikmesine sebep olabilecek kritik faaliyetler belirlenmiştir. Kritik faaliyetlerin belirlenmesinde farklı iki bulanık PERT yaklaşımı kullanılmıştır.

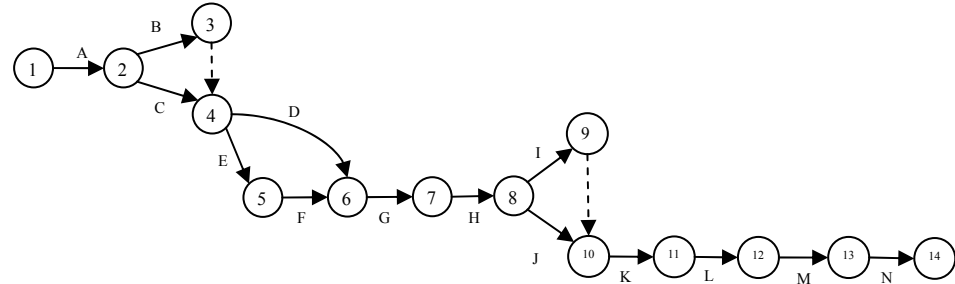
Öncelikle mermer makinesinin üretim süreci ve faaliyetler hakkında bilgi almak için işletmede ilgili mühendis ile görüşülmüş ve alınan bilgiler doğrultusunda Tablo 1 oluşturulmuştur. Bu tabloda, mermer makinesinin üretim sürecindeki faaliyetler, bunların öncelik sıraları ve süreleri görülmektedir. Bulanık PERT yönteminde faaliyet süreleri üçgen bulanık sayı cinsinden verilmektedir. Uygulamada faaliyet sürelerinin kesin olarak belirlenmesinin güç olmasından dolayı, bu sürelerin ifade edilmesinde bulanık sayıların kullanılması karar vericiye esneklik sağlamaktadır.



**Tablo 1.** Faaliyetlerin öncelikleri ve süreleri

Faaliyet		Öncelik	Faaliyet Süresi (gün)
A	Makinenin müşteri isteğine göre dizayn edilerek projelendirilmesi	–	(1,2,3)
B	Gerekli malzemelerin siparişi ve temin edilmesi	A	(2,3,5)
C	Makinenin imalatı için gerekli takım ve teçhizatın hazır hale getirilmesi	A	(1,2,3)
D	Takım tezgahlarında malzemenin işlenmesi	B,C	(3,5,8)
E	Makine iskeletinin kesme kıvrıma işlemlerinin yapılması	B,C	(4,7,9)
F	Kesilen ve kıvrılan malzemenin montaj için delme ve kızaklama işleminin yapılması	E	(1,2,3)
G	İşlenen malzemelerin montaj edilmesi	D, F	(2,4,6)
H	Sipariş üzerine hazır gelen ürünlerin makine üzerine yerleştirilmesi	G	(1,2,3)
I	Elektrik panosunun hazırlanarak makine üzerine montaj edilmesi	H	(2,3,4)
J	Bandın tambur üzerinden geçirilerek ve ısıtılma işlemi tabi tutularak yapıştırılması	H	(1,2,3)
K	Makine üzerindeki yan ürünlerin ve montaj edilen parçaların birbirinden ayrılarak boyanması	I, J	(2,3,4)
L	Boyanan parçaların kuruduktan sonra tekrar montaj edilmesi	K	(1,2,3)
M	Makinenin nakliyesi	L	(7,10,15)
N	Makinenin yerinde elektrik ve su bağlantılarının yapılarak çalışır duruma getirilmesi	M	(1,2,3)

Daha sonra, Tablo 1’deki verilerden yararlanarak, öncelikle probleme ilişkin şebeke Şekil 2’de görüldüğü gibi oluşturulur.



**Şekil 2.** Probleme ilişkin şebeke diyagramı

Probleme ilişkin şebeke diyagramı oluşturulduktan sonra, öncelikle problem Chen ve Huang (2007) tarafından önerilen bulanık PERT yaklaşımı ile çözülmüştür. Bu yaklaşıma göre öncelikle, her bir faaliyet için bulanık en erken başlama ( $\tilde{E}S$ ) ve bulanık en erken bitirme ( $\tilde{E}F$ ) zamanı, bulanık en geç başlama ( $\tilde{L}S$ ) ve bulanık en geç bitirme ( $\tilde{L}F$ ) zamanı ve faaliyet bolluğu ( $\tilde{m}_i$ ) Tablo 2’de görüldüğü gibi hesaplanır. Daha sonra bu veriler kullanılarak, eşitlik (11) yardımıyla her faaliyetin kritiklik dereceleri bulunur.

**Tablo 2.** Probleme ilişkin hesaplama sonuçları

	$\tilde{E}S$	$\tilde{E}F$	$\tilde{L}S$	$\tilde{L}F$	$\tilde{m}$	CD
<b>A</b>	(0,0,0)	(1,2,3)	(-34,0,34)	(-31,2,35)	(-34,0,34)	1
<b>B</b>	(1,2,3)	(3,5,8)	(-31,2,35)	(-26,5,37)	(-34,0,34)	1
<b>C</b>	(1,2,3)	(3,5,8)	(-31,2,35)	(-26,5,37)	(-32,1,35)	0.96
<b>D</b>	(3,5,8)	(8,14,20)	(-26,5,37)	(-14,14,42)	(-30,6,36)	0.83
<b>E</b>	(3,5,8)	(7,12,17)	(-26,5,37)	(-17,12,41)	(-34,0,34)	1
<b>F</b>	(7,12,17)	(8,14,20)	(-17,12,41)	(-14,14,42)	(-34,0,34)	1
<b>G</b>	(8,14,20)	(10,18,26)	(-14,14,42)	(-8,18,44)	(-34,0,34)	1
<b>H</b>	(10,18,26)	(11,20,29)	(-8,18,44)	(-5,20,45)	(-34,0,34)	1
<b>I</b>	(11,20,29)	(13,23,33)	(-5,20,45)	(-1,23,47)	(-34,0,34)	1
<b>J</b>	(11,20,29)	(13,23,33)	(-5,20,45)	(-1,23,47)	(-33,1,35)	0.97
<b>K</b>	(13,23,33)	(15,26,37)	(-1,23,47)	(3,26,49)	(-34,0,34)	1
<b>L</b>	(15,26,37)	(16,28,40)	(3,26,49)	(6,28,50)	(-34,0,34)	1
<b>M</b>	(16,28,40)	(23,38,55)	(6,28,50)	(21,38,50)	(-34,0,34)	1
<b>N</b>	(23,38,55)	(24,40,58)	(21,38,57)	(24,40,58)	(-34,0,34)	1

Problemi oluşturan şebekede sekiz adet alternatif yol vardır. Bu alternatif yolların kritiklik derecesi eşitlik (12) yardımıyla hesaplanmıştır. Bu yollara ait kritiklik dereceleri Tablo 3’de görülmektedir. Kritiklik derecesi 1’e eşit olan A – B – E – F – G – H – I – K – L – M – N yolu kritik yoldur.

**Tablo 3.** Olası her yolun kritiklik derecesi

No	Yol	CD( $P_c$ )
<b>1</b>	A – B – D – G – H – I – K – L – M – N	0.83
<b>2</b>	A – B – D – G – H – J – K – L – M – N	0.83
<b>3</b>	A – B – E – F – G – H – I – K – L – M – N	1
<b>4</b>	A – B – E – F – G – H – J – K – L – M – N	0.97
<b>5</b>	A – C – D – G – H – I – K – L – M – N	0.83
<b>6</b>	A – C – D – G – H – J – K – L – M – N	0.83
<b>7</b>	A – C – E – F – G – H – I – K – L – M – N	0.96
<b>8</b>	A – C – E – F – G – H – J – K – L – M – N	0.96

**Tablo 4.** Farklı sürelerin PM karşılama değerleri

$\tilde{R}$	$\tilde{T}_{end}$	$\tilde{R}\tilde{\Theta}\tilde{T}_{end}$	PM
$\tilde{R}_1 = (15,19,23)$	(24, 40, 58)	(-43, -21, -1)	0
$\tilde{R}_2 = (22,30,38)$	(24, 40, 58)	(-36, -10, 14)	0.19
$\tilde{R}_3 = (30,35,40)$	(24, 40, 58)	(-28, -5, 16)	0.27
$\tilde{R}_4 = (38,46,54)$	(24, 40, 58)	(-20, 6, 30)	0.69
$\tilde{R}_5 = (58,60,62)$	(24, 40, 58)	(0, 20, 38)	1

Tablo 4’de işletmede ilgili uzman mühendis tarafından belirtilen tamamlanma zamanları ve bu zamanların karşılama olasılıkları görülmektedir. Örneğin  $\tilde{R}_4 = (38,46,54)$  ve  $\tilde{T}_{end} = (24,40,58)$  iken karşılama değeri, 0.69 olacaktır.  $\tilde{R}_4 = (38,46,54)$  süresi sabitken kritik yol üzerindeki faaliyet süreleri kısaltılırsa karşılama değeri (PM) artış gösterecektir.

Çalışmanın bu bölümünde, aynı problem McCahon ve Lee (1988) tarafından önerilen kıyaslama yöntemi ile ele alınacaktır. Kıyaslama yönteminde göre öncelikle ileriye doğru hesaplama ile bulanık en erken başlama ( $\tilde{E}S$ ) ve bulanık en erken tamamlanma ( $\tilde{E}F$ ) zamanları Tablo 5’de görüldüğü gibi hesaplanır. 4, 6 ve 10. düğümlerde D, E, G ve K faaliyetlerinin  $\tilde{E}S$  zamanlarını hesaplamak için Lee ve Li’nin yönteminden yararlanılmıştır.

**Tablo 5.** Faaliyetler için  $\tilde{E}S$  ve  $\tilde{E}F$  zamanları

Faaliyet	$\tilde{E}S$	$\tilde{E}F$
<b>A</b>	(0,0,0)	(1,2,3)
<b>B</b>	(1,2,3)	(3,5,8)
<b>C</b>	(1,2,3)	(2,4,6)
<b>D</b>	$\text{Max}(\tilde{E}F_B, \tilde{E}F_C) = (3,5,8)$	(6,10,16)
<b>E</b>	$\text{Max}(\tilde{E}F_B, \tilde{E}F_C) = (3,5,8)$	(7,12,17)
<b>F</b>	(7,12,17)	(8,14,20)
<b>G</b>	$\text{Max}(\tilde{E}F_D, \tilde{E}F_F) = (8,14,20)$	(10,18,26)
<b>H</b>	(10,18,26)	(11,20,29)
<b>I</b>	(11,20,29)	(13,23,33)
<b>J</b>	(11,20,29)	(12,22,31)
<b>K</b>	$\text{Max}(\tilde{E}F_I, \tilde{E}F_J) = (13,23,33)$	(15,26,37)
<b>L</b>	(15,26,37)	(16,28,40)
<b>M</b>	(16,28,40)	(23,38,55)
<b>N</b>	(23,38,55)	(24,40,58)

İleriye doğru hesaplama sonucunda ulaşılan, projenin bulanık tamamlanma zamanı  $\tilde{T}_{\text{end}} = (24,40,58)$  olarak bulunmuştur. Bulanık tamamlanma zamanının üyelik fonksiyonu şu şekilde ifade edilebilir:

$$\mu_{\tilde{T}}(x) = \begin{cases} \frac{x}{16} - \frac{24}{16}, & 24 \leq x \leq 40 \\ -\frac{x}{18} + \frac{58}{18}, & 40 < x \leq 58 \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

Daha sonra geriye doğru hesaplama ile bulanık en geç başlama ( $\tilde{L}S$ ) ve bulanık en geç bitirme ( $\tilde{L}F$ ) zamanları Tablo 6’da görüldüğü gibi belirlenir. Bazen, bulanık çıkarma işlemi sonucunda ( $\tilde{L}S$ ) zamanının bir bölümü negatif değer alabilir. Faaliyet zamanları için negatif değerler anlamlı olmayacağından, bulunan bu negatif değerler 0’a eşit olarak alınır.

**Tablo 6.** Faaliyetler için  $\tilde{L}S$  ve  $\tilde{L}F$  zamanları

Faaliyet	$\tilde{L}S$	$\tilde{L}F$
<b>A</b>	(0, 0, 34)	Min ( $\tilde{L}S_B, \tilde{L}S_C$ ) = (0, 2, 35)
<b>B</b>	(0, 2, 35)	(0, 5, 37)
<b>C</b>	(0, 3, 36)	Min ( $\tilde{L}S_D, \tilde{L}S_E$ ) = (0, 5, 37)
<b>D</b>	(0, 13, 41)	(0, 18, 44)
<b>E</b>	(0, 5, 37)	(0, 12, 41)
<b>F</b>	(0, 12, 41)	(0, 14, 42)
<b>G</b>	(0, 14, 42)	(0,18, 44)
<b>H</b>	(0, 18, 44)	Min ( $\tilde{L}S_I, \tilde{L}S_J$ ) = (0, 20, 45)
<b>I</b>	(0, 20, 45)	(0, 23, 47)
<b>J</b>	(0, 21, 46)	(0, 23, 47)
<b>K</b>	(0, 23, 47)	(3, 26, 49)
<b>L</b>	(3, 26, 49)	(6, 28, 50)
<b>M</b>	(6, 28, 50)	(21, 38, 57)
<b>N</b>	(21, 38, 57)	(24, 40, 58)

Daha sonra, şebeke diyagramındaki olası her yolun kritikliği, bulanık tamamlanma zamanlarına göre eşitlik (14) yardımıyla hesaplanır. Bu hesaplama sonucu ulaşılan değerler Tablo 7’de görülmektedir. Buna göre kritik yol A – B

*Bulanık PERT Yaklaşımlarının Makine Üretim Sürecinde Karşılaştırılması*

– E – F– G – H –I – K – L – M – N olarak bulunur. Çalışmada ele alınan iki bulanık PERT yaklaşımı ile de aynı sonuca ulaşılmıştır.

**Tablo 7.** Olası her yolun kritik derecesi

No		CD(P <sub>k</sub> )
1	(1,2,3)+(2,3,5)+(3,5,8)+(2,4,6)+(1,2,3)+ (2,3,4)+ (2,3,4)+(1,2,3)+(7,10,15)+(1,2,3)=(22,36,54)	0.88
2	(1,2,3)+(2,3,5)+(3,5,8)+(2,4,6)+(1,2,3)+ (1,2,3)+ (2,3,4)+(1,2,3)+(7,10,15)+(1,2,3)=(22,36,54)	0.85
3	(1,2,3)+(2,3,5)+(4,7,9)+(1,2,3)+(2,4,6)+(1,2,3)+ (2,3,4)+(2,3,4)+(1,2,3)+(7,10,15)+(1,2,3)=(24,40,58)	1
4	(1,2,3)+(2,3,5)+(4,7,9)+(1,2,3)+(2,4,6)+(1,2,3)+ (1,2,3)+(2,3,4)+(1,2,3)+(7,10,15)+(1,2,3)=(23,39,57)	0.97
5	(1,2,3)+(1,2,3)+(3,5,8)+(2,4,6)+(1,2,3)+(2,3,4)+ (2,3,4)+(1,2,3)+(7,10,15)+(1,2,3)=(21,35,52)	0.85
6	(1,2,3)+(1,2,3)+(3,5,8)+(2,4,6)+(1,2,3)+(1,2,3)+ (1,2,3)+(2,3,4)+(1,2,3)+(7,10,15)+(1,2,3)=(20,34,51)	0.82
7	(1,2,3)+(1,2,3)+(4,7,9)+(1,2,3)+(2,4,6)+(1,2,3)+ (2,3,4)+(2,3,4)+(1,2,3)+(7,10,15)+(1,2,3)=(23,39,56)	0.96
8	(1,2,3)+(1,2,3)+(4,7,9)+(1,2,3)+(2,4,6)+(1,2,3)+ (1,2,3)+(2,3,4)+(1,2,3)+(7,10,15)+(1,2,3)=(22,38,55)	0.93

### 5. Sonuç

Gerçek hayattaki projelerde faaliyet sürelerinin uzmanlar tarafından kesin sayılar ile ifade edilmesi güçtür. İşletme daha önce karşılaşmadığı bir durum ile karşı karşıyaysa faaliyet sürelerini geçmiş deneyimlerinden yararlanarak belirleyemez. Bu durumda faaliyet sürelerinin belirli bir olasılık dağılımına sahip olduğunu varsaymak güçtür. Bu yüzden, bulanık PERT yönteminde faaliyet süreleri üçgen bulanık sayılar ile ifade edilmektedir.

Literatürde farklı yazarlar tarafından bulanık PERT yaklaşımları önerilmiştir. Bu çalışmaların çoğunda önerilen yöntemlerin uygulanabilirliğini göstermek amacıyla sayısal örnekler verilmiştir. Fakat bu çalışmada gerçek hayattan bir uygulama ele alınmıştır. İki farklı bulanık PERT yaklaşımı ile makine imalatı yapan bir işletmede mermer makinesi üretim sürecinde yer alan faaliyetlerin kritiklikleri incelenmiştir. Problemin ele alındığı bu yaklaşımlardan ilki Chen and Huang'ın (2007) önerdiği yaklaşımdır. Bu yaklaşımda, geriye doğru hesaplama yaparken elde edilen bulanık en geç başlama ( $\tilde{L}S$ ) bulanık en geç tamamlanma ( $\tilde{L}F$ ) zamanları negatif değerler içerebilir. Fakat uygulamada,

faaliyet sürelerinin negatif olması gerçeği yansıtmamaktadır. Bu da Chen ve Huang'ın önerdiği yaklaşımın dezavantajıdır.

Çalışmada ele aldığımız ikinci bulanık PERT yaklaşımı McCahon ve Lee'nin (1988) kıyaslama yöntemidir. Bu yöntemde geriye doğru hesaplama yaparken bulanık çıkarma işlemi sonucu oluşan negatif değerler dikkate alınmış ve bu negatif değerlerin sıfıra çevrilmesi önerilmiştir. Chen ve Huang'ın yaklaşımında kritiklik derecesi faaliyet bolluğu değerlerine bakılarak hesaplanırken, McCahon ve Lee'nin kıyaslama yönteminde bulanık yol uzunluklarına bakılarak hesaplanır. Her iki yaklaşımda da faaliyet süreleri üçgen bulanık sayılar ile ifade edilir.

Uygulamada ele alınan makine imalatı yapan işletme için, ürünü zamanında müşteriye teslim etmek önem taşımaktadır. Bu çalışmada farklı iki Bulanık PERT yaklaşımı yardımıyla, çoklu ebatlama mermer makinesinin üretim sürecindeki faaliyetlerden kritik olanlar belirlenerek işletmeye yol gösterilmiştir. Böylelikle, işletme bu kritik faaliyetlere daha çok önem vererek, ürünü müşteriye sözleşmeye uygun zamanda teslim edebilmiştir. Kritik yol, iki yöntem sonucunda da A – B – E – F– G – H –I – K – L – M – N olarak bulunmuştur.

Bundan sonraki çalışmalarda, literatürde farklı yazarlar tarafından önerilen diğer bulanık PERT yaklaşımları ele alınarak, bunlar arasında kıyaslama yapılabilir.

#### **ABSTRACT**

#### **COMPARISION OF FUZZY PERT APPROACHES IN MACHINE PRODUCTION PROCESS**

*In traditional PERT (Program Evaluation and Review Technique) activity durations are represented as crisp numbers and assumed that they are drawn from beta distribution. However, in real life the duration of the activities are usually difficult to estimate precisely. In order to overcome this difficulty, there are studies in the literature that combine fuzzy set theory and PERT method. In this study, two fuzzy PERT approaches proposed by different authors are employed to find the degrees of criticality of each path in the network and comparison of these two methods is also given. Furthermore, by the help of these methods the criticality of the activities in the marble machine production process of a company that manufactures machinery is determined and results are compared.*

*Key Words: Production Project, Fuzzy Sets, Critical Path, PERT*

**KAYNAKÇA**

- BAYKAL, Nazife ve Timur BEYAN (2004), *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri*, Ankara: Bıçaklar Kitabevi.
- CHANAS, Stefan ve Jerzy KAMBUROWSKI (1981), "The Use of Fuzzy Variables in PERT", *Fuzzy Sets and Systems*, 5, 1-19.
- CHEN, Chen T. ve Sue F. HUANG (2007), "Applying Fuzzy Method For Measuring Criticality in Project Network", *Information Sciences*, 177, 2448-2458.
- ERTUĞRUL, İrfan ve Nilfen KARAKAŞOĞLU (2007), "Bulanık PERT: Mermer Makinesi Üretiminde Uygulanabilirliği" 7. Ulusal Üretim Araştırmaları Sempozyumu, Ankara.
- GENCER, Cevriye ve Orhan TÜRKBEY (2001), "Proje Tamamlanma Zamanının Bulunmasında İstatistiksel Analiz Yardımıyla Bulanık-PERT, Klasik PERT ve Gerçek-Dağılım Yöntemlerinin Karşılaştırılması", *Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 3(2), 29-39.
- GUIFFRIDA, Alfred.L. ve Rekesh NAGI, (1998), "Fuzzy Set Theory Applications in Production Management Research: A Literature Survey", *Journal of Intelligent Manufacturing*, 9(1), 39-56.
- LEE, E.S. ve R.J. LI (1988), "Comparison of Fuzzy Numbers Based on The Probability Measure of Fuzzy Events", *Computers and Mathematics with Applications*, 15, 887-896.
- LOOTSMA, F.A. (1989), "Stochastic and Fuzzy PERT", *European Journal of Operational Research*, 43, 174-183.
- MCCAHERN, Cynthia S. (1993), "Using PERT as an Approximation of Fuzzy Project Network Analysis", *IEEE Transactions on Engineering Management*, 40(2), 146-153.
- MCCAHERN, Cynthia S. ve E.S. LEE (1988), "Project Network Analysis with Fuzzy Activity Times", *Computers and Mathematics with Applications*, 15(10), 829-838.
- ÖZTÜRK, Ahmet (2007), *Yöneylem Araştırması*, 11.Baskı, Bursa: Ekin Kitabevi.
- PRADE, Henri (1979), "Using Fuzzy Set Theory in a Scheduling Problem: a Case Study", *Fuzzy Sets and Systems*, 2(2), 153-165.

- SHIPLEY, M.F., DEKORVIN, A. ve K. OMER (1996), "A Fuzzy Logic Approach for Determining Expected Values: A Project Management Application", *Journal of the Operational Research Society*, 47(4), 562-569.
- TAHA, Hamdy A. (1997), *Operations Research an Introduction*, 6. Edition, USA: Prentice Hall International Inc.
- ZADEH, Lotfi A. (1965), "Fuzzy Sets", *Information and Control*, 8, 338-353.