

## **EN KISA YOL ve EN DÜŞÜK NÜFUSLU ROTA SEÇİM PROBLEMİ**

**Yrd. Doç. Dr. Mehpere TİMOR\***

Taşımacılık problemleri yapısı gereği çok amaçlıdır, bu nedenle çok amaçlı doğrusal programlama teknikleri içinde yaygın bir şekilde uygulanmaktadır. Taşımacılık şebekelerinde, çok amaçlı programlama kriteri olarak maliyetten ziyade, nakliye süresi, erişim, kapasite, getiri, çevresel faktörler gibi farklı unsurlar dikkate alınmaktadır. Taşımacılık şebeke problemlerinin özel bir şekli olan en kısa yol problemi geniş bir uygulama alanına sahiptir. "Kamu sağlığını tehdit eden tehlikeli maddelerin taşınması", "Katı atıkların taşınması", "Askeri birliklerin ve mühimmatın taşınması" ve "Çevre yollarının planlanması" en kısa yol problemi uygulama alanlarıdır. Taşımacılık problemlerinde sıklıkla kullanılan şebeke problemlerinden biri olan en kısa yol problemi doğrusal programlama ile formüle edilerek çözülebilmektedir.

Bu çalışmada özel bir taşımacılık problemi olarak Minimum Kapsayan En Kısa Yol Problemi (MinKEYP) ele alınmıştır. MinKEYP, iki amaçlı bir taşımacılık problemidir. Probleme bir yandan toplam taşıma mesafesi minimize edilirken, diğer yandan taşımadan olumsuz olarak etkilenebilecek toplam nüfus minimize edilmeye çalışılmaktadır. MinKEYP özellikle tehlikeli (riskli) maddelerin taşımacılığında kullanılmaktadır. Kamu sağlığını tehdit eden tehlikeli maddelerin taşınmasında mümkün olduğu kadar nüfusun yoğun olduğu rotalardan kaçınmak gerekmektedir. Tehlikeli maddeler kapsamına dahil edilebilecek ürünlere, nükleer atıklar, petrol ürünleri ve çeşitli

---

\* I.Ü. İşletme Fakültesi, Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı

kimyevi maddeler örnek verilebilir. Tehlikeli maddelerin taşınmasında, hem en kısa yol üzerinden taşıma yapılması hedeflenirken, aynı zamanda büyük yerleşim merkezlerinden mümkün oldukça kaçınmak gerekmektedir. Hem en kısa rota takip edilirken, bu rotanın aynı zamanda en tenha yol olması hedefleri birbiri ile çelişmektedir. Birçok problemde en kısa yolun tercih edilmesi halinde, muhtemelen büyük yerleşim merkezlerinden geçilmesi kaçınılmaz olacak ve dolayısıyla büyük bir kitle tehlikeye atılmış olacaktır. Oysa en kısa yollu rotadan vazgeçilerek, rota değiştirilip, biraz daha uzun bir rotanın seçilmesi halinde ikinci amaç da kısmen sağlanabilecektir. Birbiri ile çelişen bu iki amacı aynı anda gerçekleştirebilmek için MinKEYP bir çok amaçlı programlama problemi olarak ele alınarak çözülmüştür.

### Model ve Formülasyon:

Şebeke problemleri, diğer birçok işletmecilik problemi gibi, yapısı gereği çok amaçlıdır. Şebeke sistemi planlanırken optimum ulaşımı sağlayacak bir hat oluşturması amaçlanmaktadır. Bu amaca erişebilmek için, sistem optimizasyonunda tek bir kriterin dikkate alınması yeterli olmamaktadır. Problemin yapıma göre taşınmanın minimum zamanda (veya mesafede) yapılması, maksimum taşıma kapasitesini sağlayacak şekilde taşımacılığın planlanması, mümkün olduğu kadar yoğun (veya farklı yapıda problemler için az yoğun) bölgelerden geçiyor olması gibi farklı kriterleri dikkate almak gerekebilir. Çok amaçlı şebeke problemleri konusunda günümüze kadar birçok çalışma gerçekleştirilmiştir. İlgili konulardaki çalışmalara; katı atıkların transfer noktalarına taşınması<sup>1</sup>, tehlikeli maddelerin taşınmasındaki riskin modellenmesi<sup>2</sup>, stokastik şebekelerde tehlikeli madde taşınması<sup>3</sup>, çevreye zarar

(1) Rahman M., Kuby M., "A Multiobjective Model for Locating Solid Waste Transfer Facilities Using an Empirical Opposition Function", INFORM, Vol.33, No:1, Febr. 1995, SS. 34-49.

(2) Sivakumar R.A., Batta R., Karwan M.H., "A Multiple Route Conditional Risk Model For Transporting Hazardous Materials", INFORM, Vol.33, No:1, Febr. 1995, SS. 20-33.

(3) Wijeratne A.B., Turnquist M.A., Mirchandani P.B., "Multiobjective Routing of Hazardous Materials in Stochastic Networks", European Journal of Operational Research, Vol.65, 1993, SS. 33-43.

vermeyen en uygun çevre yolu tespit çalışması <sup>4</sup> bu konudaki uygulamalara örnek verilebilir.

Bu çalışmada, bir şebeke üzerinde tehlikeli madde taşımada, taşımanın minimumu mesafe ve nüfusça yoğun yerleşim merkezlerinden mümkün olduğu kadar uzak (en az S kadar bir mesafede) bir rota üzerinde gerçekleştirilmesi problemi ele alınmıştır. Rota üzerindeki merkezler, yola önceden belirlenen S kadar bir uzaklıktan daha yakın ise, ilgili merkezlerin taşımada olumsuz etkilenecekleri kabul edilmiştir. Birbiri ile çelişen en kısa yol ve en düşük nüfusu kapsama amaçları birarada gerçekleştirilmeye çalışılacaktır. Problemin doğrusal programlama ile modeli aşağıda verilmiştir:

#### Formülasyon:

MinKEYP için aşağıdaki varsayımlar kullanılmaktadır:

- 1) Her bir hattın uzunluğu pozitiftir,
- 2) Hatlarda kapasite kısıtı yoktur.

Problemin doğrusal programlama ile çözülmesi halinde kullanılacak olan genel doğrusal programlama MinKEYP formülasyonu aşağıda verilmiştir<sup>5</sup>:

$$\text{Min } Z = (Z_1, Z_2)$$

$$(1) \sum_{j \in N_0} x_{0j} = 1 \quad N_i = \{j \mid (i,j) \in E\}$$

$$(2) \sum_{i \in M_D} x_{iD} = 1 \quad M_j = \{i \mid (i,j) \in E\}$$

$$(3) \sum_{i \in M_j} x_{ij} - \sum_{k \in N_j} x_{jk} = 0 \quad (\forall j \in V, j \neq O, D)$$

(4) Siskos J., Assimakopoulos N.A., "Multicriteria Highway Planning: A Case Study", Mathematical Computer Modelling, Vol. 12, No: 10/11, 1989, SS.1401-1410.

(5) Current J., Revelle C., Cohon J., "The Minimum - Covering Shortest - Path Problem", Decision Sciences, Vol.19, 1988, SS. 490-503.

$$(4) x_{ij} = (0,1)$$

$$Z_1 = f(d_{ij}, x_{ij})$$

$$Z_2 = g(c_{ij}, x_{ij})$$

$c_{ij} = (i, j)$  hattının kapsadığı nüfus

$d_{ij} = (i, j)$  hattının uzunluğu (erişim mesafesi veya süre)

O = Başlangıç Noktası

D = Hedef Nokta

E = Mevcut Hat Kümesi

Tek bir başlangıç noktası mevcut olup, (1) numaralı kısıt ile bu noktanın sadece ve sadece tek bir hatta bağlanması sağlanmaktadır. Aynı şekilde, (2)nci kısıt ile tek bir varış noktasına bir tek bağlantı üzerinden erişilebilmesi garanti altına alınmaktadır. (3)ncü kısıt ara transfer noktalarını temsil eden  $x_{ij}$  lerin, kendilerine bir diğer merkezden bağlantı var olması halinde başka bir merkezle bağlanmasını sağlamaktadır. Kendisi ile bağlantı bulunmayan merkezler için çıkış hattı olmaması sağlanmaktadır. Bütün bu işlemler (4)ncü kısıt ile verilen şartın gerçekleşmesi halinde, değişkenler 0 veya 1 değerini aldıkları takdirde mümkündür.

$c_{ij}$  parametresi (i,j) hattının risk yapısına bağlı olarak birçok şekilde hesaplanabilir <sup>6</sup>:

- $c_{ij}$  (i,j) hattına S uzaklıktaki toplam nüfusa eşit olabilir,
- $c_{ij}$  (i,j) hattına S 'den daha yakın olan toplam nüfus (i,j) hattına olan uzaklığa ( $d_{ij}$ 'ye) bölünerek hesaplanabilir,
- $c_{ij}$  'nin hesaplanmasında (i,j) hattına S'den daha yakın olan maksimum nüfus seçilebilir.

---

(6) Current J., age. S. 494.

- Bazı problemler için ise  $\alpha_{ij}$ ,  $\alpha_{ij}$  tehlike (risk) katsayısı ile çarpılarak ilgili bat  $\alpha_{ij}$  ile ağırlıklandırılabilir.

MinKEYP'nin çözümü doğrusal programlama ile gerçekleştirilebileceği gibi, problemin bir çok amaçlı programlama problemi olduğu dikkate alınarak, çok amaçlı programlama problemlerinin çözümünde kullanılan;

- (a) Tercih temelli teknikler (preference-based techniques)
- (b) Çözüm alternatifleri üreten tekniklerden (generating techniques) biri çözüm için kullanılabilir<sup>7</sup>.

Tercih temelli çözüm tekniklerinde, karar vericinin amaçlar arasındaki tercihi ile çözüme başlanmakta ve tercihler arasındaki en etkin çözüm hesaplanmaktadır. Çözüm alternatifleri üreten tekniklerde ise, etkin bir çözümden başlayarak bir çözümler seti üretilmekte ve karar vericiye aralarında tercih yapabileceği bir çözüm kümesi sunulmaktadır. Bu çalışmada, MinKEYP'nin çözümünde ikinci çözüm tekniği (b) kullanılmıştır. (Çözüm teknikleri hakkında ayrıntılı bilgi için bkz. 8)

MinKEYP'nin çözümünde, çözüm alternatifleri üreten teknik kullanılarak tek bir en kısa yol yerine, tüm alternatif bağlantı hatları hesaplanmaktadır. En kısa yol problemi, k adet en kısa yol algoritması kullanılarak <sup>9</sup> çözülmüştür. k adet en kısa yolun hesaplanmasında Double Sweep Yöntemi kullanılmıştır <sup>10</sup>. MinKEYP'nin çözümü sonunda, elde edilen alternatif yolların ne derecede tehlike yarattığını belirlemek için, herbir alternatif rota üzerinde bulunan merkezlerin nüfusları dikkate alınarak, taşımacılıktan olumsuz etkilenen toplam nüfus hesaplanmaktadır. Algoritma sonunda, en düşük mesafeli rotadan başlayarak, rotalar mesafeleri artan çözüm alternatifleri olarak sıralanmaktadır. En kısa yola sahip olan

(7) Current J.R., Schilling D.A., "Median Tour and Maximal Tour Covering Problems", European Journal of Operational Research, Vol. 73, 1994, SS.114-126.

(8) Cohon J.L., "Multiobjective Programming and Planning", Academic Press, New York, 1978, SS. 98-162.

(9) Philips D.T., Garcia-Diaz A., "Fundamentals of Network Analysis", Waveland Press, Inc., Illinois, 1990, SS. 72-88.

(10) Shier D.R., "On Algorithms for Finding the K Shortest Paths in a Network", Networks, Vol. 9, 1979, SS.195-214.

birinci alternatif ( $A_1$ ),  $x_1$  kadar mesafe gerektirirken, ikinci alternatif ( $A_2$ ),  $x_2$  kadarlık bir mesafe gerektiriyor ise, alternatifler ve mesafeler şu şekilde bulunmuş olsun:

<u>Alternatifler:</u>	<u>Mesafe:</u>
$A_1$	$x_1$
$A_2$	$x_2$
.....	.....
$A_k$	$x_k$

Algortima sonucu elde edilen k adet mümkün yol alternatiflerinin mesafeleri,

$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_k$  olacak şekilde mesafeler artan sıradadır.

Aynı problem için, tüm alternatif rotalar üzerinde yer alan merkezlerin nüfusları dikkate alınarak toplam kapsanan nüfuslar hesaplandığında;

<u>Alternatifler:</u>	<u>Mesafe:</u>	<u>Kapsanan Nüfus:</u>
$A_1$	$x_1$	$n_1$
$A_2$	$x_2$	$n_2$
.....	.....	.....
$A_k$	$x_k$	$n_k$

bulunmuş olsun.  $x_k$  değerleri artan sırada olduğundan  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_k$  dır. Ancak aynı özelliği  $n_k$ 'ler için söylemek mümkün değildir.  $n_k$  değerleri herhangi bir sırada artan veya azalan özellik gösterebilir. İlk çözüm alternatifini temsil eden  $A_1$ , en kısa mesafeli ( $x_1$ ) rotadır. Bu rotanın kapsadığı nüfustan ( $m$ ), varsa daha düşük nüfusu kapsayan rotaları tespit etmek üzere diğer alternatifler  $A_1$  ile karşılaştırılır.  $A_1$ 'den hemen sonra gelen  $A_2$ 'nin mesafesi  $A_1$ 'den yüksek veya  $A_1$ 'e eşittir ( $x_1 \leq x_2$ ). Bu durumda  $A_2$ 'nin  $A_1$ 'e bir alternatif teşkil edebilmesi, ancak  $A_2$ 'in kapsadığı nüfusun  $A_1$ 'in kapsadığı nüfustan düşük olması halinde mümkündür. Aksi takdirde  $A_1$  bir baskın (dominated) çözümdür. Her bakımdan üstün olan-

baskın çözüm (dominated solution), baskm olmayan çözüm (nondominated solution) alternatifini çözüm dışı bırakır.  $A_1$  ile  $A_2$  arasında gerçekleştirilen bu karşılaştırma, tüm çözüm alternatifleri için tekrarlanır. Buraya kadar anlattığımız özellikleri sayısal değerlerle ifade etmeye çalışırsak;

<u>Alternatifler:</u>	<u>Mesafe:</u>	<u>Kapsanan Nüfus:</u>
$A_1$	100	50 (*)
$A_2$	115	60
$A_3$	125	35 (*)
$A_4$	140	20 (*)
$A_5$	170	80 ise;

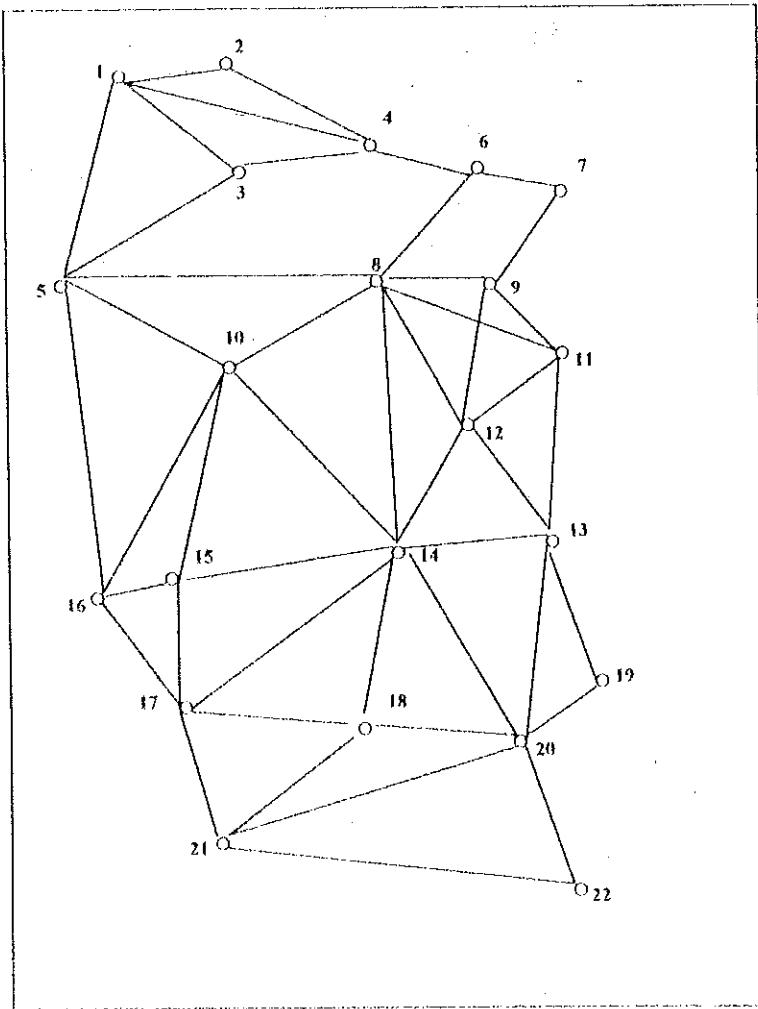
$A_1$  rotası, 100'lük mesafesi ile 50'lik nüfusu kapsamaktadır.  $A_2$  rotası 115'lik mesafesi ile 60'lık nüfusu kapsadığından,  $A_2$  hem daha yüksek mesafesi, hem de kapsadığı daha yüksek nüfus nedeniyle  $A_1$ 'den daha kötü bir çözümü temsil etmektedir. Dolayısıyla baskm olmayan  $A_2$  çözümü (nondominated çözüm), baskm çözüm (dominated çözüm) olan  $A_1$  tarafından çözümden elenecektir.  $A_3$  ise, 125'lik göreceli daha uzun mesafesine karşılık,  $A_1$ 'den daha düşük nüfusu kapsadığından bir alternatif çözüm oluşturacaktır. Aynı şekilde  $A_4$ 'te bir diğer alternatif çözümdür.  $A_5$  de yüksek mesafesi ve kapsadığı yüksek nüfus nedeniyle tercih edilmeyecek bir diğer çözümdür.

Baskm çözüm alternatifleri belirlendiğinde, ilgili çözüm  $\{A^*_i\}$  kümesine ilave edilmektedir. Sonuçta alternatif çözümleri içeren  $\{A^*_i\}$  çözüm kümesi karar vericiye sunulmaktadır. Karar vericinin yapması gereken şey alternatifler arasında en uygununu seçmek olacaktır.

### Uygulama ve Bulgular:

MinKEYP'ne bir uygulama olarak aşağıda verilen, 22 düğüm ve 46 bağlantıdan oluşan (bağlantıların çift yönlü olduğu varsayılmıştır) bir şebeke ele alınmıştır (Şekil-1). Bu şebekeye ait Minimum Kapsayan En Kısa Yolu hesaplamak üzere, merkezlerin birbirlerine olan uzaklıklarının (Tablo-1) ve ilgili şebekede yer alan merkezlerin nüfuslarının (Tablo-2) aşağıdaki gibi (Tablo-2) olduğu tespit edilmiştir.

Şekil - 1 : MinKEYP'ne ait şebeke





Tablo -1 : Merkezlerin birbirine uzaklıkları ( $d_{ij}$ )<sup>11</sup>

Hat (i,j)	Uzaklık (km)	Hat (i,j)	Uzaklık (km)	Hat (i,j)	Uzaklık (km)
1, 2	62	8, 11	148	14, 17	277
1, 3	141	8, 12	178	14, 18	152
1, 4	227	8, 14	322	14, 20	171
1, 5	223	9, 11	80	15, 16	36
2, 4	208	9, 12	110	15, 17	162
3, 4	131	10, 14	225	16, 17	126
3, 5	194	10, 15	136	17, 18	125
4, 6	111	10, 16	172	17, 21	100
5, 8	270	11, 12	78	18, 20	168
5,10	209	11, 13	168	18, 21	153
5,16	316	12, 13	97	19, 20	50
6, 7	37	12, 14	144	20, 21	321
6, 8	132	13, 14	114	20, 22	122
7, 9	102	13, 19	165	21, 22	336
8, 9	94	13, 20	165		
8,10	150	14, 15	193		

Tablo -2 : Herbir düğümün kapsadığı nüfus( $c_{ij}$ )<sup>12</sup>

Düğüm	Kapsanan Nüfus (000)	Düğüm	Kapsanan Nüfus (000)
1	404	12	577
2	309	13	738
3	468	14	290
4	7.195	15	1.154
5	432	16	2.694
6	920	17	824
7	683	18	750
8	1.596	19	434
9	175	20	254
10	974	21	562
11	641	22	1.132

Bu şebeke için rastgele bir başlangıç ve varış düğümü seçilerek (başlangıç düğümü 4, varış düğümü 21),

- Toplam taşıma mesafesini minimize etmek,
- Taşımacılığın tehlikeye atacağı toplam nüfusu minimize etmek amaçlanmıştır.

MinKEYP, Fortran ile yazılan bir program kullanılarak, k adet en kısa yol algoritması uygulanarak çözülmüştür. k adet en kısa yolun hesaplanmasında Double Sweep Yöntemi kulla-

(11) TCKY Haritası

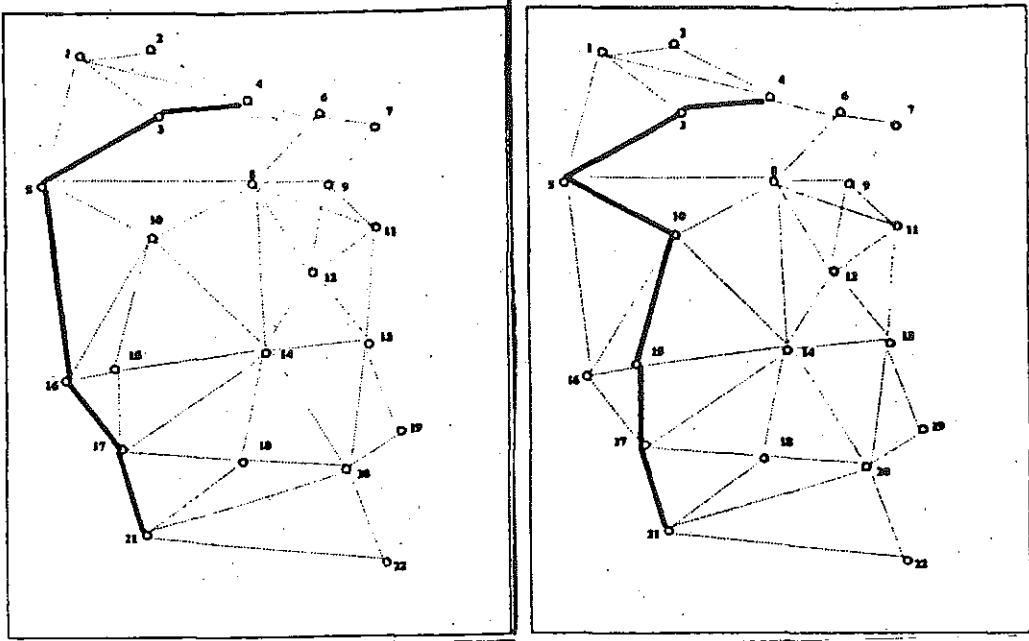
(12) DİE, Şehir ve Köy Nüfusları İstatistiği, 1995, S. 61

mlmiştir. En kısa yollar hesaplandığında, 261 adet alternatif rota olduğu tespit edilmiştir. En kısa yol ( $x_1$ ), 867 km.'lik mesafeye sahiptir. Bu rota (A1) üzerinde gerçekleştirilecek taşımacılık sonucu, kümülatif olarak 12.175 (000) kişilik nüfusu tehlikeye atma riski ortaya çıkmaktadır. Çözüm alternatiflerinde mesafeler ( $x_1 =$ ) 867'den başlayıp ( $x_{261} =$ ) 1290 km'ye kadar uzanmaktadır. Ancak, ikinci kriter olan taşımacılığın yarattığı kapsanan nüfuslar dikkate alındığında, uzunlukları 867 ile 1290 km. arasında değişen bir çok rota, kapsadıkları yüksek nüfus değerleri nedeniyle çözümden elenmiştir. Alternatif çözümleri gösteren tablo aşağıda verilmiştir:

Tablo - 3 : Alternatif Çözümler Tablosu

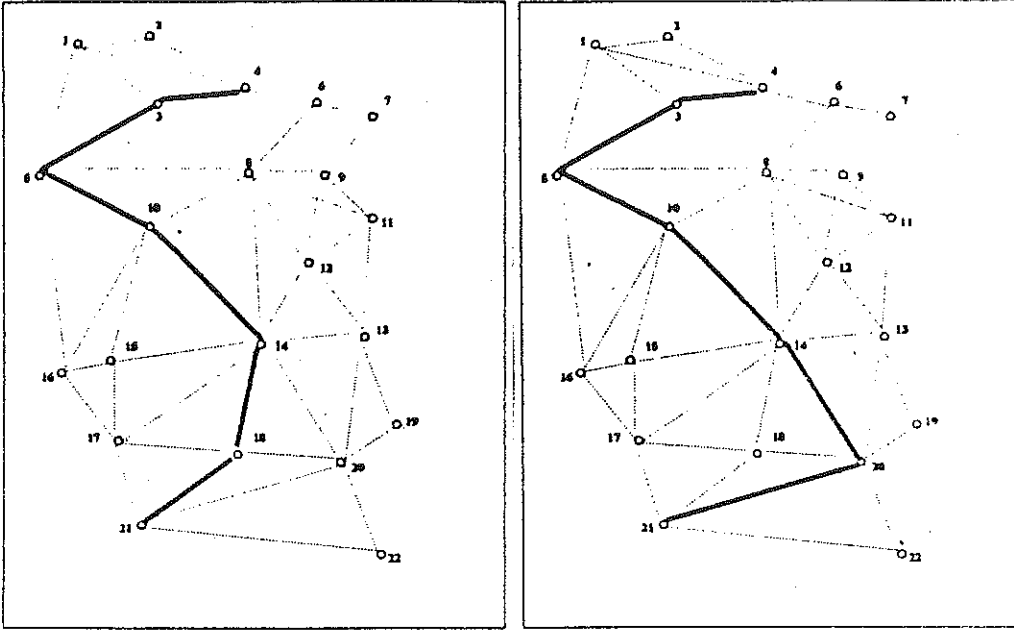
Alternatif	Rota	Toplam Mesafe(km)	Kapsanan Nüfus (000)
A <sub>1</sub>	4-3-5-16-17-21	867	12.175
A <sub>3</sub>	4-3-5-10-15-17-21	932	11.609
A <sub>14</sub>	4-3-5-10-14-18-21	1.064	10.671
A <sub>139</sub>	4-3-5-10-14-20-21	1.251	10.175

Alternatif çözümlere ait grafikler aşağıdadır.

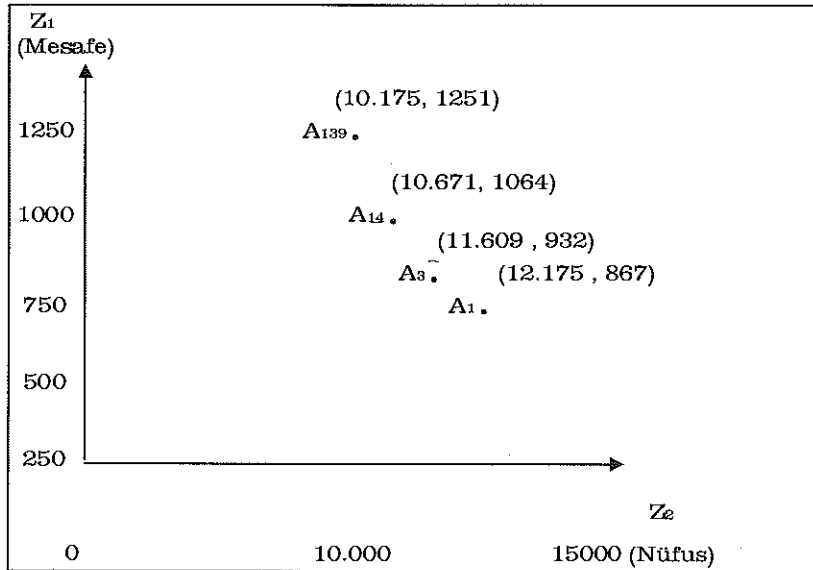


A<sub>1</sub>  
 Toplam Mesafe = 867 km.  
 Kapsadığı Nüfus = 12.175(000)

A<sub>3</sub>  
 Toplam Mesafe = 932 km.  
 Kapsadığı Nüfus = 11.609(000)

A<sub>14</sub>A<sub>139</sub>

Toplam Mesafe = 1.064 km. Toplam Mesafe = 1.251 km.  
 Kapsadığı Nüfus = 10.671(000) Kapsadığı Nüfus = 10.175(000)



Elde edilen alternatif çözümlerin grafiği yukarıda verilmiştir.  $A_1$  alternatifi mesafe açısından en iyi çözümken,  $A_3$  daha uzun mesafesine karşılık kapsadığı daha düşük nüfus açısından bir alternatif çözüm teşkil etmektedir. Aynı şekilde  $A_{14}$  ve  $A_{139}$  da gittikçe artan mesafelerine karşılık, düşen nüfus kapasite değerleri ile birer alternatif çözüm teşkil etmektedir.

#### Sonuç:

Bu çalışmada özel bir taşımacılık problemi olan MinKEYP ele alınmıştır. İki amaçlı bir taşımacılık problemi olan MinKEYP'nde, bir yandan toplam taşıma mesafesi minimize edilirken, diğer yandan taşımadan olumsuz olarak etkilenecek olan toplam nüfus minimize edilmeye çalışılmaktadır. MinKEYP, özellikle tehlikeli (riskli) maddelerin taşınmasında kullanılması uygun olan özel bir şebeke problemidir. MinKEYP algoritması sonunda, alternatif en kısa rotalar ve bu rotaların zorunlu kıldığı toplam tehlike altındaki nüfus hesaplanmaktadır. Algoritma sonunda, uygun çözüm alternatiflerini içeren çözüm kümesi yönetime sunulmaktadır. Yöneticiye düşen görev bu alternatifler arasında en uygununu seçerek uygulamaktır.