

forum...tercüme...forum...tercüme...forum...tercüme...forum...tercüme...forum...tercüme...forum...

## HASTANE PERFORMANSINI BELİRLEMEDE VERİ ZARFLAMA ANALİZİ<sup>1</sup>

Yard. Doç. Dr. Mehpere TİMOR<sup>(\*)</sup>

İ.Ü. İşletme Fakültesi

Veri Zarflama Analizi (Data Envelopment Analysis-DEA) doğrusal programlamanın özel bir uygulama şekli olup, aynı amaç ve hedeflere sahip işletmelerin göreceli olarak verimliliğini ölçmede kullanılmaktadır. Örneğin, DEA, fast food zinciri içinde yer alan, aynı işletmeye ait fast food restoranlarının göreceli verimliliğini ölçmede kullanılabilir. DEA ile verimli olmayan restoranlar belirlenerek daha sonra ayrıntılı bir çalışma ile incelenmek üzere kaydedilebilir veya gerek görülürse düzeltici önlemler alınabilir. DEA'nin diğer uygulama alanlarına; hastaneler, bankalar, mahkemeler ve okullar vb. kurumlar örnek verilebilir. Bu tür uygulamalarda, her bir hastane, banka, mahkeme veya okul, var olduğu sistem içinde yer alan "benzer birimlerle karşılaştırılarak" göreceli etkinlikler belirlenebilmektedir.

Organizasyonların çoğunda, işlemlerde birçok girdi kullanılır (Örneğin, personel sayısı, ücretler, çalışma saatleri, reklam bütçesi gibi). Benzer biçimde farklı çıktı ölçüleri de mevcuttur (Örneğin, kârlılık, pazar payı, büyüme hızı gibi). Yöneticiler için, kullanılan birçok girdinin sonucu, bu girdilerin dönüştürülmesi suretiyle elde edilen çıktılardan; dönüştürme işleminde "hangi birimlerin verimliliğinin düşük olduğunu tespit etmek" oldukça güçtür. Bu noktada DEA, yöneticilere "göreceli verimlilikleri belirlemede" önemli bir yardımcı araç sunmaktadır.

DEA yaklaşımı, referans gruplarının bütün birimlerine dayanarak bir "kuramsal etkinlik sınırı" oluşturmada doğrusal programlamadan faydalan-

<sup>1</sup> Bu makale, Yrd. Doç. Dr. Mehpere TİMOR tarafından, D.R. Anderson, D.J. Sweeney, T.A. Williams'ın "An Introduction to Management Science" adlı kitabından (West Publishing Co., 1991, SS: 147-152) aslına sadık kalmaya çalışılarak dilimize çevrilmiştir.

<sup>(\*)</sup> ✉ timorm@istanbul.edu.tr

maktadır. Kuramsal birime ait çıktı, referans grubundaki bütün çıktıların ağırlıklı ortalamaları yardımıyla hesaplanmaktadır. Kuramsal birime ait girdi ise, yine bütün referans grubundaki girdilerin ağırlıklı ortalamaları ile belirlenmektedir. Doğrusal programlama modelindeki kısıtlar; kuramsal birim çıktılarının, incelenen birim çıktılarından büyük veya eşit olmasını gerektirmektedir. Kuramsal birimin girdilerinin, incelenen birimden daha düşük olması; kuramsal birimin, aynı veya daha fazla çıktıyı daha düşük girdi kullanarak elde ettiğini göstermektedir. Bu durumda, kuramsal birimin, incelenen birimden daha verimli olduğu yorumu yapılmaktadır. Bir diğer deyişle, incelediğimiz birim, kuramsal birime göre daha düşük verimliliğe sahiptir. Kuramsal birim, referans grup içindeki bütün birimleri kapsadığından, incelenen karar biriminin, referans grubuna göre daha düşük verimliliğe sahip olduğu anlaşılır.

#### VAK'A: DEA ANALİZİ İLE HASTANELERİN PERFORMANSINI BELİRLEME

Veri Zarflama Analizinin (DEA'nin) hastane performanslarının belirlenmesindeki uygulama için, aşağıda dört farklı hastaneye ait girdi ve çıktı bilgileri verilmiştir:

##### Girdiler (Input):

1. Tıbbi bakım dışı çalışan hastane personeli sayısı,
2. Malzemeler için yapılan harcamalar,
3. Yatak-günü sayısı

##### Çıktılar (Output):

1. Sigortalı hastalar için hasta-gün sayısı,
2. Sigortalı olmayan hastalar için hasta-gün sayısı,
3. Eğitimden geçirilmiş hemşire sayısı,
4. Eğitimden geçirilmiş internlerin sayısı,

Aşağıda dört hastaneye (A, B, C ve D) ait, bir yıllık dönemi kapsayan girdi-çıkıtı bilgileri verilmiştir. DEA doğrusal programlama modeli uygulanarak herbir hastanenin verimliliği belirlenecektir.

Dört hastaneye ait yıllık kaynak tüketimleri (Girdiler)				
Girdiler	A	B	C	D
Tıbbi bakım dışı çalışan hastane personeli sayısı	285.20	162.30	275.70	210.40
Malzemeler için yapılan Harcamalar (000)	123.80	128.70	348.50	154.10
Yatak-gün sayısı (000)	106.72	64.21	104.10	104.4

Dört hastanenin yarattığı yıllık servisler (Çıktılar)				
Çıktılar	A	B	C	D
Sigortalı hastalar için hasta-gün sayısı (000)	48.14	34.62	36.72	33.16
Sigortalı olmayan hastalar için hasta-gün sayısı (000)	43.10	27.11	45.98	56.46
Eğitimsizden geçirilmiş hemşire sayısı	253	148	175	160
Eğitimsizden geçirilmiş internlerin sayısı	41	27	23	84

Aşağıda C hastanesinin göreceli verimliliğini hesaplamak üzere bir model geliştirilmiştir. C hastanesinin "göreceli verimliliği"ni doğrusal programlama modeli ile belirlemede, kuramsal hastaneye ait ağırlıklar kullanılmıştır. Aşağıda ağırlıklara ilişkin açıklamalar yer almaktadır:

- wA = A hastanesinin girdi ve çıktılarına uygulanan ağırlık,
- wB = B hastanesinin girdi ve çıktılarına uygulanan ağırlık,
- wC = C hastanesinin girdi ve çıktılarına uygulanan ağırlık,
- wD = D hastanesinin girdi ve çıktılarına uygulanan ağırlık.

Daha önce belirtildiği üzere, yukarıda verilen ağırlıklar, hipotetik-kuramsal hastanenin girdi ve çıktıları belirlemede kullanılacaktır. Modelde yer alan girdi/çıkıtı ilişkisi aşağıda verilen forma göre belirlenmektedir:

$$\begin{aligned}
 \text{(Kuramsal Hastane)} \\
 \text{Girdi / Çıkıtı} &= \left[ \begin{array}{c} \text{( A Hastanesi )} \\ \text{Girdi / Çıkıtı} \end{array} \right] * wA + \left[ \begin{array}{c} \text{( B Hastanesi )} \\ \text{Girdi / Çıkıtı} \end{array} \right] * wB \\
 &+ \left[ \begin{array}{c} \text{( C Hastanesi )} \\ \text{Girdi / Çıkıtı} \end{array} \right] * wC + \left[ \begin{array}{c} \text{( D Hastanesi )} \\ \text{Girdi / Çıkıtı} \end{array} \right] * wD
 \end{aligned}$$

DEA doğrusal programlama modelini formüle ederken, girdi ve çıktı değerlerine ait kısıtı belirlemede, yukarıda verilen denklem kullanılmaktadır. Kuramsal hastanenin ağırlığını belirleyebilmek için, yukarıda tanımlanan ağırlıkların (wA, wB, wC ve wD) toplamı 1'e eşit olmalıdır.

$$wA + wB + wC + wD = 1$$

Dört çıktı ölçüsü için, genel girdi / çıkıtı ilişkisini kullanarak yazılan DEA modeline ait kısıtlar (çıkıtı kısıtları) aşağıda verilmiştir:

$$48.14 wA + 34.62 wB + 36.72 wC + 33.16 wD \geq 36.72 \text{ (Sigortalı)}$$

$$43.10 wA + 27.11 wB + 45.98 wC + 56.46 wD \geq 45.98 \text{ (Sigortasız)}$$

$$253 wA + 148 wB + 175 wC + 160 wD \geq 175 \text{ (Hemşire)}$$

$$41 wA + 27 wB + 23 wC + 84 wD \geq 23 \text{ (Intern)}$$

Kuramsal hastanenin çıktıları

C hastanesinin  
Çıktıları

Yukarıdaki dört kısıtta, sağ tarafı teşkil eden kuramsal hastane çıktıları, incelenen hastanenin (C hastanesinin) çıktılarından büyük veya eşit olmalıdır. Bu koşulları yerine getiren bir çözüm tespit edilebilirse, kuramsal hastanenin en azından C hastanesi kadar çıktı ürettiğini söyleyebiliriz.

Problemde çıktıların yanısıra üç farklı girdi mevcuttur. DEA doğrusal programlama modelinde, " E " olarak adlandırılan ve verimlilik indeksi olarak tanımlanan bir E değişkeni kullanılmaktadır. "E" değişkeni, kuramsal hastane için gereken, C hastanesine ait girdi oranını ifade etmektedir. Verimlilik indeksi olarak adlandırılan "E" nin kullanımı aşağıda verilmiştir:

GİRDİLER	C Hastanesi tarafından kullanılan	Kuramsal Hastane için Mevcut
Tıbbi bakım dışı çalışan hastane personeli sayısı	275.70	275.7 E
Malzemeler için yapılan Harcamalar (000)	348.50	348.5 E
Yatak-gün sayısı (000)	104.10	104.1 E

Yukarıdaki tablodan görüleceği üzere C hastanesi tarafından kullanılan değerler kuramsal hastanede E ile çarpılarak verilmiştir. E = 1 olması durumunda, kuramsal hastane için kullanılan kaynaklar C hastanesi için kullanılan ile aynı değeri taşıyacaktır. E > 1 ise, kuramsal hastane kısmen daha fazla kaynak kullanıyorken, E < 1 olması durumunda kuramsal hastanenin kısmen daha az (C hastanesine göre) kaynak kullandığı söylenebilir. Yu-

karıda verilen üç farklı girdi değerine ilişkin Doğrusal Programlama kısıtları aşağıda verilmiştir:

$$285.10 w_A + 162.30 w_B + 275.70 w_C + 210.40 w_D \leq 275.70 E \quad (\text{Tıbbi bakım dışı çalışan hastane personeli sayısı})$$

$$123.80 w_A + 128.70 w_B + 348.50 w_C + 154.10 w_D \leq 348.50 E \quad (\text{Malzemeler için yapılan harcamalar})$$

$$106.72 w_A + 64.21 w_B + 104.10 w_C + 104.04 w_D \leq 104.10 E \quad (\text{Yatak-gün sayısı})$$

Kuramsal hastanenin girdileri

Kuramsal hastanenin girdilerine ait kapasiteler

Eğer, problemin çözümünde  $E < 1$  bulunursa, bu sonuç kuramsal hastanenin işlemlerinde C hastanesi kadar kaynak kullanmaya gereksinim duymadığı şeklinde yorumlanacaktır.

DEA modelinde amaç,  $E$  'nin değerini minimize etmektir.  $E$  'yi minimize etmek, kuramsal hastanenin girdi olarak kullandığı kaynakları minimize etmekle eşdeğerdir. Aşağıda, yukarıdaki DEA problemine ait DP modelinin amaç fonksiyonu verilmiştir:

$$Z (\text{Min}) E$$

DEA 'de verimlilik ölçüsü, amaç fonksiyonunda yer alan  $E$  'nin değerine bağlıdır:

**$E = 1$  ise;** Kuramsal hastane, C hastanesinin kullandığı kadar girdiye ihtiyaç duymaktadır. C hastanesinin verimli olmadığını gösteren bir sonuç elde edilmemiştir.

**$E < 1$  ise;** Kuramsal hastane, C hastanesinin ürettiği çıktıyı üretmek için daha az girdi kullanmaktadır. Dolayısıyla, C hastanesinin, kuramsal hastaneye göre göreceli olarak daha düşük verimlilikle çalıştığı söylenebilir.

Yukarıda verilen DEA-hastane probleminde, beş değişken ve sekiz kısıt mevcuttur. DEA problemini DP ile çözebilmek için gereken model aşağıda verilmiştir:

**Amaç Fonksiyonu :**

Z (Min) E

$$\text{Kısıtlar : } wA + wB + wC + wD = 1 \quad (1)$$

$$48.14 wA + 34.62 wB + 36.72 wC + 33.16 wD \geq 36.72 \quad (2)$$

$$43.10 wA + 27.11 wB + 45.98 wC + 56.46 wD \geq 45.98 \quad (3)$$

$$253 wA + 148 wB + 175 wC + 160 wD \geq 175 \quad (4)$$

$$41 wA + 27 wB + 23 wC + 84 wD \geq 23 \quad (5)$$

$$-275.70 E + 285.10 wA + 162.30 wB + 275.70 wC + 210.40 wD \leq 0 \quad (6)$$

$$-348.50 E + 123.80 wA + 128.70 wB + 348.50 wC + 154.10 wD \leq 0 \quad (7)$$

$$-104.10 E + 106.72 wA + 64.21 wB + 104.10 wC + 104.04 wD \leq 0 \quad (8)$$

$$(wA, wB, wC, wD \geq 0)$$

Yukarıdaki modelde, daha öne verilen kısıtlarda sağ tarafta yer alan "E" katsayılı değerler, "E" bir karar değişkeni olduğu için kısıtların sol tarafına işaret değiştirilerek yazılmıştır. Yukarıdaki DEA probleminin LINDO paket programı yardımıyla çözülmesi sonucunda aşağıdaki çıktılar elde edilmiştir:

```

Min E
SUBJECT TO
wA+wB+wC+wD=1
48.14wA+34.62wB+36.72wC+33.16wD>=36.72
43.10wA+27.11wB+45.98wC+56.46wD>=45.98
253wA+148wB+175wC+160wD>=175
41wA+27wB+23wC+84wD>=23
-275.70E+285.10wA+162.30wB+275.70wC+210.40wD<=0
-348.50E+123.80wA+128.70wB+348.50wC+154.10wD<=0
-104.10E+106.72wA+ 64.21wB+104.10wC+104.04wD<=0
END

```

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 9

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.9052379

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
E	0.905238	0.000000
wA	0.212266	0.000000
wB	0.260447	0.000000
wC	0.000000	0.094762
wD	0.527287	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
1)	0.000000	0.238886
2)	0.000000	-0.013965
3)	0.000000	-0.013731
4)	1.615387	0.000000
5)	37.027065	0.000000
6)	35.845310	0.000000
7)	174.422424	0.000000
8)	0.000000	0.009606

Yukarıda elde edilen çıktı incelendiğinde, C hastanesinin etkinliğinin 0.905 bulunduğu görülmektedir. Bu sonuca göre, kuramsal hastane, C hastanesinin çıktılarını, C hastanesinin kullandığı girdilerin sadece % 90.5 kadarlık kısmı ile elde edebilmektedir. Buradan da C hastanesinin, DEA analizi sonucunda, göreceli olarak daha az etkin olduğu yorumu yapılabilir (Kuramsal birimin, referans gruplarının bütün birimlerine dayanarak oluşturulduğuna dikkat ediniz). Yukarıda verilen DEA probleminin DP çözümü incelendiğinde,  $wA = 0.212$ ,  $wB = 0.260$  ve  $wD = 0.527$  olduğu, dolayısıyla kuramsal hastanenin A, B ve D hastaneleri tarafından belirlendiği görülmektedir. Kuramsal hastanenin her girdi ve çıktısı, üç hastanenin (A, B ve D) ağırlıklı ortalamaları olarak oluşturulmaktadır.

Çözüm tablosunda Slack/Surplus (Aylak/Artık değerler) sütununda yer alan değerler de C hastanesinin etkinliği hakkında ek bilgi vermektedir. Kuramsal hastane, en az C hastanesi kadar çıktıya sahiptir. (2 - 5'nci kısıtlar) Kuramsal hastane, 1.6 kadar daha fazla hemşire, 37.02 kadar daha fazla Intern bulundurmaktadır 8'nci kısıttaki "0" değeri, kuramsal hastanenin, C hastanesinin yatak-gün sayısının yaklaşık %90.5 'ini kullandığını göstermektedir. 6 ve 7'nci kısıtlarda yer alan aylak kapasiteler, kuramsal hastane tarafından kullanılan tıbbi bakım dışı çalışan hastane personeli sayısı ve

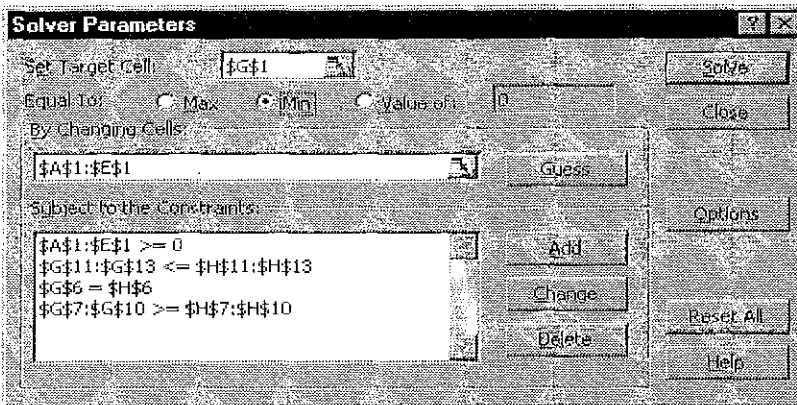




G1 hücresine amaç fonksiyona ait formül yazılmıştır (Türkçe Excel'de =SUMPRODUCT(...;...) formülü yerine =TOPLA.ÇARPIM(...;...) kullanılmalıdır). A6'dan E13'e kadar olan hücelere kısıtlara ait katsayılar yazılırken, H6'dan H13'e kadar olan hücelere ise her bir kısıttaki sağ taraf sabiti kaydedilmiştir. G6 hücresinde yer alan formülde, çözüm değerleri ile her bir kısıtın katsayıları çarpımı toplanmakta, böylelikle kısıtın çözüme bağlı olarak aldığı değer ile sağ taraf sabitinin karşılaştırılması (G6 hücresinde verilen şekliyle eşitlik, diğerlerinde,  $\geq$  veya  $\leq$ ) işlemi gerçekleştirilmektedir. G6 hücresine yazılan formül, daha sonra G7'den G13'e kadar olan hücelere kopyalanmıştır.

EXCEL 'de yukarıda tanımlanan bilgi girişi tamamlandıktan sonra, Tools (Araçlar) menüsünden Solver (Çözücü) seçilerek problem çözülebilir. Tools - Solver menü komutları seçildiğinde aşağıdaki tablo elde edilmektedir. Bu tabloda yer alan kutucuklardan ilkinde Set Target Cell (Hedef Hücre)'de; problemin sonuç değerine ait adres (Zmin) tanımlanmalıdır. Problem çözümüne ait sonuç G1 hücresinde yer aldığından, Set Target Cell kutusunun içi tıklanarak, burada G1 adresi tanımlanmalıdır. DEA-hastane performansı probleminde amaç **minimizasyondur**. Equai to (Eşittir) seçeneklerinden Min (En Küçük) işaretlenmelidir. By Changing Cells (Değişen Hücreler) kutusunda ise, A1'den E1'e kadar olan hücelere seçilmelidir. A1'den E1'e kadar olan hücelerde problemin başlangıç çözüm değerleri yer almaktadır. Problem Excel'de çözüldüğünde aynı adreslerde probleme ait optimal çözüm değerlerinin yer aldığı görülecektir.

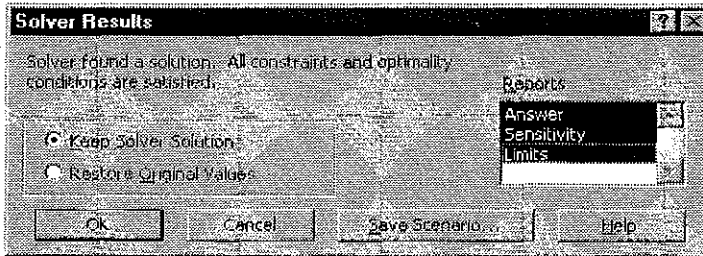
Excel'de A1:E1 adresinde yer alan "başlangıç çözüm değerleri", iterasyonlar sonucunda kısıtları sağlayacak şekilde değişecektir. "Subject to the Constraints" (Kısıtlamalar) kutusunda ise sırasıyla tüm kısıtlar ve değişkenlerin pozitifliği şartı bulunmalıdır.



Solver Parameters (Çözücü Parametreleri) kısmına ait bilgi girişleri tamamlandıktan sonra, Solve (Çöz) seçeneği ile problem çözülerek aşağıdaki sonuç elde edilmiştir. Bu sonuç, LINDO paket programı ile elde edilen sonuçla aynıdır.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	0,905238	0,212264	0,26045	0	0,527287	Z(olu)=	0,905238	
2	E	WA	WB	WC	WD			
3	1	0	0	0	0			
4								
5	<b>KISITLAR:</b>							
6	0	1	1	1	1	=	1,0000	1
7	0	48,14	34,62	36,72	33,16	>=	36,72	36,72
8	0	43,1	27,11	45,98	56,46	>=	45,98	45,98
9	0	253	148	175	160	>=	176,6153	175
10	0	41	27	23	84	>=	60,02703	23
11	-275,7	285,2	162,3	275,7	210,4	<=	-35,8241	0
12	-348,5	123,8	128,7	348,5	154,1	<=	-174,422	0
13	-104,1	106,72	64,21	104,1	104,04	<=	0	0
14								

Gerek duyuluyorsa, problem çözümünde, aşağıdaki tabloda verildiği gibi, **Answer**, **Sensitivity** ve **Limits** seçenekleri işaretlenerek daha ayrıntılı bir çözüm tablosu elde etmek mümkündür (İlgili seçenekler mouse ile tıklanarak seçilebilmektedir).



**Answer** (Problem Çözümü), **Sensitivity** (Duyarlılık) ve **Limits** (Değişim Aralıkları) seçeneklerinin işaretlenmesi sonucu elde edilen, **Answer Report** çalışma sayfası aşağıda verilmiştir (Sensitivity Report ve Limits Report sayfaları da aktif hale getirildiğinde gerekli bilgiler ilgili çalışma sayfalarında görülebilecektir).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 8.0 Answer Report						
2	Worksheet: [Book1]Sheet1						
3	Report Created: 22.11.2000 11:02:51						
4							
5							
6	Target Cell (Min)						
7		Cell Name	Original Value	Final Value			
8	\$G\$1	Z(min)=	0,905237683	0,905237683			
9							
10	Adjustable Cells						
11		Cell Name	Original Value	Final Value			
12	\$A\$1		0,905237683	0,905237683			
13	\$B\$1		0,212264116	0,212264116			
14	\$C\$1		0,260449657	0,260449657			
15	\$D\$1		0	0			
16	\$E\$1		0,527287042	0,527287042			
17							
18		Cell Name	Cell Value	Formula	Status	Slack	
19	\$G\$6	=	1,0000	\$G\$6=\$H\$6	Binding	0	
20	\$G\$7	>=	36,72	\$G\$7>=\$H\$7	Binding	0	
21	\$G\$8	>=	45,98	\$G\$8>=\$H\$8	Binding	0	
22	\$G\$9	>=	176,6152974	\$G\$9>=\$H\$9	Not Binding	1,615297388	
23	\$G\$10	>=	60,02708102	\$G\$10>=\$H\$10	Not Binding	37,02708102	
24	\$G\$11	<=	-35,8241303	\$G\$11<=\$H\$11	Not Binding	35,8241303	
25	\$G\$12	<=	-174,4222309	\$G\$12<=\$H\$12	Not Binding	174,4222309	
26	\$G\$13	<=	0	\$G\$13<=\$H\$13	Binding	0	
27							

Yukardaki çözüm tablosuna göre etkinlik değeri 0.905 'tir. C hastanesi grup içindeki diğer hastanelere göre daha düşük verimliliğe sahiptir. DEA analizi, bize göreceli olarak daha düşük verimli olan birimleri vermektedir. Yukarıda ele alınan örnek, günlük hayatta sıklıkla başvurduğumuz Excel programının, DEA problemlerinin çözümünde de başarıyla kullanılabilceği göstermektedir.