Altın Aralık

Yrd. Doç. Dr. Kaan YARALIOĞLU
Dokuz Eylül Üniversitesi, İİBF, Ekonometri Bölümü, İZMİR

ÖZET

Geçme ya da kalmanın söz konusu olduğu skor barajlı sınavlarda, baraja yakın ancak barajın altında olan skorlar doğal olarak sınavı geçememiş olarak değerlendirilmektedir. Ancak istatistiksel olarak, barajın bir miktar altında, tam barajda ya da barajın bir miktar üzerinde olan skorların anlamca farklı popülasyonlara ait olduğunu söylemek mümkün değildir. Diğer bir deyişle barajın bir miktar altında olan skorlara ölçülen niteliklere sahip olmadığı ya da başarısız olduğu yargısını vermek bir haksızlığın da ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Özellikle değerlendirilenin insan olması, eğer gerçekten bir haksızlık varsa bu haksızlığı daha da önemli hale getirmektedir.

Bu çalışmada başarının geçmek ya da kalmak açısından değerlendirildiği sınavlar için tek bir baraj skoru yerine bir baraj aralığı önerilmiş ve altın aralık olarak isimlendirilen baraj aralığı ÜDS sınavları özelinde Bulanık Mantık yöntemiyle açıklanmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Bulanık Mantık, Bulanık Sayılar, üçgensel Üyelik Fonksiyonu, Alfa Kesim Katsayısı.*

ABSTRACT

In exams with a set pass mark borderline grades are considered failures. Statistically, however, it cannot be said that those grades on or around either slightly above or slightly below the pass mark belong to different populations. Classifying people according to such grades alone may, therefore, result in unfair treatment. This becomes more significant where unfair treatment is already prevalent. In this study, a pass range instead of a fixed pass mark is suggested for exams where success is evaluated as a pass or fail; the pass range is termed the "golden range" and is explained using fuzzy logic on the University Foreign Language Exams.

Keywords: *Fuzzy Logic, Fuzzy Numbers, Triangular Membership Function, Alpha Cut*

1. Giriş

Çeşitli amaçlarla yapılan baraj sınavları genellikle sınava giren kişinin, önceden belirlenmiş bir seviyeye uygunluğunu ölçmek amacıyla gerçekleştirilmektedir. Sınava giren kişiler, söz konusu baraj ya da bunun üzerinde bir skor elde etmişlerse başarılı kabul edilmektedirler. Ancak barajın altında olup ta baraja yakın skorlar için bu başarı söz konusu değildir ve bu kişiler ya bir sonraki sınavı beklemek ya da bir daha hiç başarıyı elde edememek durumunda kalmaktadırlar. Oysa baraja yakın ancak barajın altında skora sahip kimselerle, tam baraj ya da barajın az üzerinde skor elde etmiş kimselerin ölçülen bilgi seviyeleri arasında kabul edilebilir bir farklılık olduğunu söylemek, istatistik bilim dalı açısından mümkün değildir.

Bu çalışmada Bulanık Mantığın sayıların komşuluğu felsefesinden hareketle barajlı seviye tespit sınavları için yeni bir yaklaşım önerilmiş ve söz konusu yaklaşım Üniversitelerarası Doçentlik Dil Sınavı baz alınarak ortaya konmuştur.

2. Altın Aralık ve İzlenen Yöntem

Barajlı sınavlarda sınavın niteliğine göre çeşitli şekillerde belirlenmiş bir baraj vardır ve bu baraj ya da barajın üzerindeki skorlar başarılı kabul edilirler. Ancak yukarıda da değinildiği gibi baraj etrafında oluşan skorlar kabul edilip edilmeme yönünde önemli bir sorun oluşturmaktadırlar. Örneğin ÜDS açısından bakıldığında 65.000 ya da 66.250 skorunu elde etmiş bir öğretim üyesi Doçentlik Başvurusu yapma hakkını elde ederken 63.750 skorunu almış bir öğretim üyesi bir sonraki ÜDS sınavını beklemek durumunda kalmaktadır. Oysa bu skorların yabancı dil bilgisi açısından istatistiksel anlamda anlamlı bir farklılığa sahip olduğu söylemek mümkün değildir. Bunun yanı sıra özellikle aşağıda sıralanan faktörlerin de geçerliliği kabul edildiğinde sorun daha da önem kazanmaktadır:

1. Şans faktörü,
2. Sınavın sadece Ankara' da yapılması ve Ankara dışındaki üniversitelerde görevli öğretim üyelerinin sadece bu sınav için Ankara' ya gelmesi,
3. Sınav stresi,
4. Sınava giren öğretim üyesinin sınav anındaki psikolojik durumu,
5. ÜDS' nin yılda iki kez yapılması,
6. ÖSYM' nin geçmiş sınav sorularını açıklamaması,
7. Sınav sorularının amaca uygunluğu.

Bütün bu faktörler dikkate alınarak bu çalışmada, ÜDS ya da benzeri bir sınavda tek bir baraj skoru yerine, gerçekleştirilen sınavdaki skor dağılımına uygun ya da bu dağılımı da dikkate alan bir baraj skor aralığı önerilmiş ve söz konusu aralık, altın aralık olarak isimlendirilmiştir.

Altın aralık için Bulanık Mantık yaklaşımı kullanılmış ve aşağıdaki varsayımlar göz önüne alınmıştır:

1. Sınava giren kişilerin oluşturduğu popülasyon, eğer standart bir eğitimden geçtikleri, çalıştıkları kurumun normlarına ve görev tanımlarına uygun özelliklere sahip oldukları ve sınavın adil yapıldığı varsayımları doğru ve geçerli ise Normal Dağılış gösterir,
2. Popülasyonu oluşturan tüm skorlar biliniyorsa, popülasyonun büyüklüğüne uygun rastgele seçilmiş bir örneklem kümesi oluşturulabilir,
3. Popülasyon ve örnek ortalaması hesaplanabilir,
4. Popülasyon ve örneklem kümesi için standart sapma hesaplanabilir.
5. Popülasyon ve örnek ortalaması ile standart sapmayı temsil edecek bir normal dağılım değeri hesaplanabilir,
6. Normal Dağılım Tablosu' ndan ilgili normal dağılım değerini veren bir α katsayısı bulunabilir,
7. ÜDS puan sistemini temsil edecek bir Bulanık Mantık Üyelik Fonksiyonu oluşturulabilir,
8. Üyelik fonksiyonu ve α katsayısı yardımıyla bir altın aralık (baraj skor aralığı) oluşturulabilir.

3. Bulanık Mantık

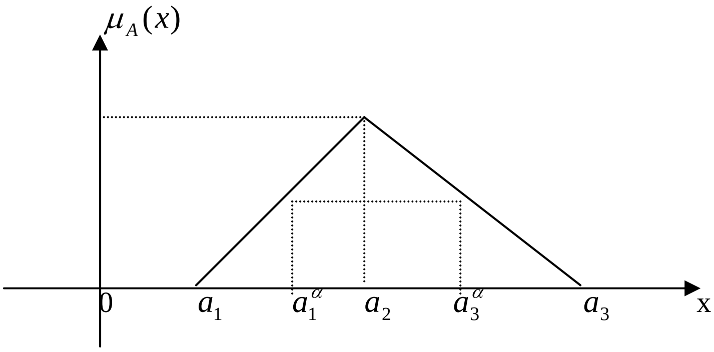
Klasik bilimsel yaklaşım iyi-kötü, doğru-yanlış, eksi-artı, siyah-beyaz gibi zıtlıklar üzerine kurulmuştur. Ancak klasik bilimsel yaklaşım belirsizlikleri reddeder ve istenilmeyen bir durum olarak kabul eder. Yani bilimsel gerçekler ya vardır ya da yoktur. Oysa insanın değer yargılarının var olduğu ve baskın karar vericinin insan olduğu bir dünyada belirsizlikleri reddetmek çok da mantıklı değildir. Bu gibi gerekçelerle özellikle 1960' lardan sonra bazı bilim adamları belirsizliği reddetmek yerine tolere eden yaklaşımları ortaya koymuşlar ve bu çalışmalarına da alternatif bilimsel yaklaşım adını vermişlerdir. Kısaca alternatif bilimsel yaklaşım, siyah ve beyaz arasındaki belirsizliği, griyi tanımlayarak tolere eder.

Bulanık Mantık teorisi de alternatif bilimsel yaklaşımın önemli temsilcilerinden biri olan Loutfi Zadeh tarafından 1965 yılında geliştirilmiştir. Bulanık Mantık, Sayıların Komşuluğu felsefesine dayanır. Bulanık Mantık Sayıları, küçük, orta ve düşük değerli sayılardır ve grafik eksende bir üçgensel bir küme oluştururlar (Dubois ve Prade, 1980).

Eğer A $R \in (-\infty, +\infty)$' da, söz konusu kümenin bir elemanı ise $\mu_A(x)$ üyelik fonksiyonu $R \to [0,1]$ aralığında oluşur. Buradaki $\mu_A(x)$ üyelik fonksiyonu, Formül 1' de tanımlanmıştır (Triantaphyllou, 2000).

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \le x \le a_2 \\ \dfrac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \le x \le a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases} \qquad \text{Formül 1}$$

Formül 1' e göre $A = (a_1, a_2, a_3)$ olmalıdır. Burada a_2 normal değerli üyelik olarak tanımlanabilir. Bulanık Mantık bu noktada bir α katsayısına bağlı olarak a_2' ye yakın değerlerin, bu değere yüklenen anlam ile temsil edileceğini varsaymaktadır. Diğer bir deyişle a_2' deki belirsizlik, varsayılacak ya da dağılıma göre bulunabilecek bir α katsayısı ile tolere edilebilir. Söz konusu komşuluk Şekil 1' de gösterilmiştir (Lootsma, 1997).



Şekil 1: Sayıların Komşuluğu

$a_1^{(1-\alpha)}$ ve $a_3^{(1-\alpha)}$ değerleri Formül 2 ve Formül 3 yardımıyla bulunabilir (Terano, Asai ve Sugeno, 1997).

$$\frac{a_1^{(1-\alpha)} - a_1}{a_2 - a_1} = (1-\alpha) \qquad \text{.............} \qquad \text{Formül 2}$$

$$\frac{a_3^{(1-\alpha)} - a_3}{a_3 - a_2} = (1-\alpha) \qquad \text{.............} \qquad \text{Formül 3}$$

Formül 2 ve Formül 3' ten $\forall \alpha \in [0,1]$ için $A_\alpha = [a_1^{(1-\alpha)}, a_3^{(1-\alpha)}]$ aralığı oluşturulabilir. $a_1^{(1-\alpha)}$ ve $a_3^{(1-\alpha)}$ değerleri aşağıda gösterilmiştir.

$$a_1^\alpha = (a_2 - a_1)(1-\alpha) + a_1$$
$$a_3^\alpha = (a_3 - a_2)(1-\alpha) + a_3$$

Yukarıda da belirtildiği gibi bu çalışmada ÜDS sınavı baz alınmıştır. Bilindiği gibi ÜDS sınavında başarı skoru 65.000 olarak kabul edilmiştir. Eğer gerçekten 65.000 skoru ile bu skorun altında ancak yakın notlar arasında anlamlı bir farklılık yoksa, ÜDS sınavı için Bulanık Mantık yaklaşımı kullanılabilir. Böylelikle alternatif bilimsel yaklaşımın "belirsizlikler tolere edilmeli" kabulü de geçerlilik kazanmış olacaktır.

Bu çalışmada a_2 normal değeri olarak 65.000 skoru kabul edilmiş ve bu skorun kabul edilebilir komşuluğu oluşturulmuştur. Diğer bir deyişle $A = (a_1, a_2, a_3)$ komşuluğu $A = (0,65,100)$ olarak tanımlanmıştır. Bu durumda Formül 1' deki $\mu_A(x)$ üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi oluşturulabilir:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{x-0}{65-0}, & 0 \le x \le 65 \\ \dfrac{100-x}{100-65}, & 65 \le x \le 100 \\ 0, & x > 100 \end{cases} \qquad \Rightarrow$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{x}{65}, & 0 \le x \le 65 \\ \dfrac{100-x}{35}, & 65 \le x \le 100 \\ 0, & x > 100 \end{cases}$$

Bu durumda $a_1^{(1-\alpha)}$ ve $a_3^{(1-\alpha)}$ $(x_a, x_ü)$ değerleri, $(1-\alpha)$ katsayısına bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{x_a}{65} = (1-\alpha) \quad \Rightarrow \quad x_a = 65.(1-\alpha) \qquad \text{........... Formül 4}$$

$$\frac{100 - x_ü}{35} = (1-\alpha) \quad \Rightarrow \quad x_ü = 100 - 35.(1-\alpha) \quad \text{............ Formül 5}$$

Formül 4 ve Formül 5' teki x_a alt komşuluk sınırını, $x_ü$ ise üst komşuluk sınırını temsil etmektedir. Doğal olarak kabul edilecek ya da hesaplanacak $(1-\alpha)$' ya göre sayıların komşuluk aralığı genişleyecek ya da daralacaktır. Tablo 1' de değişik $(1-\alpha)$ değerleri için 65.000 skoruna komşu olan sayı aralıkları ya da bu çalışmadaki ismiyle altın aralıklar hesaplanmıştır.

Tablo 1' de verilen 65.000 Skorunun Komşuluğu değerleri Formül 4 ve Formül 5 yardımıyla hesaplanmıştır. Aynı tabloda verilen altın aralık değerleri ise, 65.000 Skorunun Komşuluğu değerlerinin ÜDS sınavındaki puanlama sistematiğine göre düzeltilmiş şekilleridir. ÜDS sınavında 80 soru sorulmakta ve her soru 1.250 puanıyla ve 100 üzerinden değerlendirilmektedir. Her $(1-\alpha)$ değeri için 65.000 Skorunun Komşuluğu değerlerine karşılık gelen altın aralık değerlerinin belirlenmesinde ise extrapolasyon uygulanmıştır.

Tablo 1: 65.000 Skorunun Komşuluğu

$(1-\alpha)$	65.000 Skorunun Komşuluğu	Altın Aralık
0,99	64.350 – 65.350	63.750 – 66.250
0,97	63.050 – 66.050	62.500 – 66.250
0,95	61.750 – 66.750	61.250 – 67.500
0,94	61.100 – 67.100	61.250 – 67.500
0,93	60.450 – 67.450	60.000 – 67.500
0,90	58.500 – 68.500	58.750 – 68.750
0,88	57.200 – 69.200	57.500 – 70.000
0,85	55.250 – 70.250	56.250 – 70.000
0,80	52.000 – 72.000	52.500 – 72.500

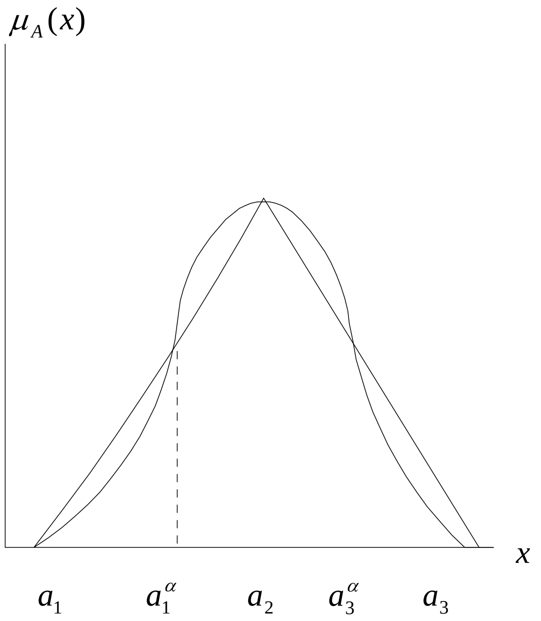
Bu çalışmada öne sürülen temel görüş tek bir baraj skoru yerine, bu baraj skoru ile aynı anlama sahip bir aralığın geçerli olmasıdır. Sorun bu açıdan irdelendiğinde, Tablo 1' deki altın aralık için hesaplanan üst sınırlar, skorların aynı anlamlılık düzeyine sahip kitleyi temsil etmeleri bakımından önemli olmakla birlikte alt sınırlar, ÜDS sınavında bilgileri ölçülen ancak baraj skoruna yakın ancak altında puanlarla bir sonraki sınav dönemini beklemek zorunda kalan akademisyenler için daha da büyük bir önem arz etmektedir. Eğer bu çalışmada öne sürülen görüş gerçekten doğruysa, önerinin uygulanması bir mağduriyeti de bir ölçüde önleyecektir.

Bulanık Mantığın ÜDS sınavına uygulanmasında karşılaşılacak en önemli sorun, $(1-\alpha)$ değerinin belirlenmesinde ortaya çıkacaktır. Çünkü Tablo 1' den de görüleceği gibi ilgili $(1-\alpha)$ değerini belirleyecek karar verici farklı sayıların komşuluğu aralıklarıyla karşılaşacaktır.

Aşağıdaki bölümde $(1-\alpha)$ değerinin belirlenmesini karar vericinin inisiyatifine bırakmadan bir $(1-\alpha)$ değerinin belirlenip belirlenemeyeceği sorunu tartışılmıştır.

4. α Katsayısının Tahmini

Bu çalışmada 2. Bölümde ortaya konan varsayımlara dayanarak, ÜDS sınav skorları popülasyonunun normal dağılıma uyduğu kabul edilmiştir. Bu varsayım altında normal dağılım eğrisi ile sayıların komşuluğunu gösteren üçgensel küme arasındaki ilişki Şekil 2' de gösterilmiştir.



Şekil 2: Normal Dağılım Eğrisi ve Sayıların Komşuluğu

Bu ilişki literatürde Gaussian yaklaşım olarak adlandırılmaktadır (Hanss, 1999). Eğer normal dağılım söz konusu popülasyon için geçerliyse popülasyonun ortalaması (μ), belirli bir hata payı ile örnek ortalaması $(\bar{x})$ yardımıyla hesaplanabilir (İkiz, Püskülcü ve Eren, 2000). Formül 6 ve Formül 7' de popülasyon değerlerinin bilinip bilinmemesi durumlarına göre söz konusu iki ortalama arasındaki ilişki verilmiştir (Miller ve Miller, 1999).

$\mu = \bar{x}$ µ $z . \sigma$ .... Formül 6

$\mu = \bar{x}$ µ $z . \frac{s}{\sqrt{n}}$ .... Formül 7

Bu çalışmada irdelenen sorun normal dağılım değerinin (z) belirlenmesidir. Çünkü popülasyondaki dağılımı temsil edecek bir normal dağılım değerinin belirlenebilmesi, sayıların komşuluğunu oluşturmada kullanılabilecek α değerinin de bulunmasını sağlayacaktır.

Bir ÜDS sınavında tüm popülasyonu oluşturan değerler yani kişilerin sınavdan aldığı skorlar bilinir. Bu nedenle ortalama skor yani μ değeri hesaplanabilir. Sınava katılan kişileri toplam sayısına yani popülasyonun büyüklüğüne göre de bir örneklem kümesi oluşturulabilir. Bu çalışmada örneklem kümesinin büyüklüğünü belirlemek için Tablo 2' de gösterilen MIL-STD-105-A standartları kullanılmıştır (Kobu, 1981).

Tablo 2: MIL-STD-105-A Standartları

Popülasyon Hacmi	Örnek Büyüklüğü	Popülasyon Hacmi	Örnek Büyüklüğü
2 – 8	2	301 – 500	50
9 – 15	3	501 – 800	75
16 – 25	5	801 – 1.300	110
26 – 40	7	1.301 – 3.200	150
41 – 65	10	3.201 – 8.000	225
66 – 110	15	8.001 – 22.000	300
111 – 180	25	22.001 – 110.000	450
181 – 300	35	110.001 – 550.000	750

ÜDS sınavına yaklaşık 26.000 kişi girdiğine göre Tablo 2' ye göre popülasyondan rastgele 450 kişilik bir örnek büyüklüğü seçmek popülasyonun temsili açısından yeterli olacaktır. Bu örneklem kümesi yardımıyla da örnek ortalamasını $(\bar{x})$ hesaplamak mümkündür.

Popülasyona ilişkin tüm değerler bilindiğinden normal dağılım değerini bulmak için gerek popülasyonun standart sapması gerekse örneklem kümesinin standart sapması kullanılabilir. Standart sapmanın hesaplanması için Formül 8' den yararlanılmıştır (Hoog ve Tanis, 1993).

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad \text{..............} \qquad \text{Formül 8}$$

Hesaplanan popülasyonun ortalaması (μ), örnek ortalaması $(\bar{x})$ ve örneklem kümesinin standart sapması (s), Formül 7' de yerine konduğunda aranan normal dağılım değeri (z) bulunabilecektir. Normal dağılım tablosundan ise bulunan normal dağılım değerine karşılık gelen α değeri elde edilebilir. Böylelikle altın aralığın belirlenmesinde önemli bir rol oynayan α değeri, karar vericinin inisiyatifine bırakılmaksızın ÜDS sınavında kişilerin sınav sonuçlarının ortaya çıkardığı dağılımın bir sonucu olarak ortaya konabilir.

5. Uygulamada Ortaya Çıkabilecek Sorunlar

ÜDS sınavları ya da genel olarak geçme ya da kalmanın söz konusu olduğu skor barajı olan sınavlara bu çalışmada tanımlanan altın aralığın uygulanması, pratikte bazı sorunları da beraberinde getirebilecektir. Öncelikle ortaya çıkacak sorun, karar vericinin inisiyatifi dışında ilgili sınav döneminde oluşacak popülasyona uygun α değeri, sayıların komşuluğu ya da altın aralığı oluşturmada baz alınması, her sınav dönemi için farklı bir aralığı ortaya çıkaracaktır. Bu durum ise farklı sınav dönemlerinde sınava giren kişiler arasında bir tepkiye neden olabilecektir.

Ayrıca popülasyona uygun α değerinin seçilmesi geniş bir sayı komşuluğu aralığını ortaya çıkarabilir. Örneğin α ' nın 0,12 olarak hesaplanması Tablo 1' den de görüleceği gibi altın aralık olarak 57.500 – 70.000 aralığını ortaya çıkaracaktır. Bu durum ise geçme skorunun 65.000 olduğu bir sınavda 57.500 skorunun komşuluğunun istatistiksel olarak anlamlılığını karar vericiler açısından şüpheye düşürebilecektir. Bu aynı zamanda normal dağılımdan sapma durumunun da bir göstergesi olarak yorumlanabilir.

6. Sonuç

Bu çalışmada geçme ya da kalmanın söz konusu olduğu skor barajlı sınavlarda, tek bir skor yerine bir aralığın daha anlamlı olabileceği tartışılmıştır. Söz konusu aralık ise bulanık mantık yöntemiyle oluşturulmuş ve bu çalışmada altın aralık olarak isimlendirilmiştir. Böylece barajın altında ya da üstünde ancak baraja yakın skorlar için aynı istatistiksel anlamlılığa sahip olduğu öne sürülebilecek bir küme oluşturulmuştur.

Bu şekilde haksızlık ya da şanssızlık gibi faktörlerin de tolere edilmesi mümkün olabilecektir.

KAYNAKÇA

- Chang Y. "Applications of The Extent Analysis Method on Fuzzy AHP", European Journal of Operational Research, S. 649 – 655, 1995.
- Hanss M., "On the Implementation of Fuzzy Arithmetical Operations for Engineering Problems", 18th International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society, S. 462 – 466, New York, 1999.
- Hanss M., Willner K., "Un Using Fuzzy Arithmetic to Solve Problems with Uncertain Model Parameters", Euromech 405 Colloquium, S. 85 – 92, Valenciennes, 1999.
- Hoog R.V., Tanis E.A., Probability and Statistical Inference, Prentice Hall, New Jersey, 1993.
- İkiz F., Püskülcü H., Eren Ş., İstatistiğe Giriş, Barış Yayınları, İzmir, 2000.
- Kobu B., Endüstriyel Kalite Kontrolü, Önsöz Yayıncılık, İstanbul, 1981.
- Lootsma F., Fuzzy Logic for Planning and Decision Making, Kluver Academic Publishers, Dordrecht, 1997.
- Miller I., Miller M., John E. Freund' s Mathematical Statistics, Prentice Hall, New Jersey, 1999.
- Rosenblatt J., Stoughton B., Mathematical Analysis for Modeling, CRC Press, Boca Raton, 1998.
- Slovinski R., Fuzzy Sets in Decision Analysis, Operations Research and Statistics, Kluver Academic Publishers, Dordrecht, 1998.
- Söndürmez G., Taylan B., Yaralıoğlu K., İstatistik, Barış Yayınları, İzmir, 1995.
- Terano T., Asai K., Sugeno M., Fuzzy Systems Theory and Its Applications, Academic Press Inc., San Diego, 1997.
- Triantaphyllou E., Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comparative Study, Kluver Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
- Zimmermann H. J., Fuzzy Sets, Decision Making and Expert Systems, Kluver Academic Publishers, Dordrecht, 1987.