

Afrika Birliği Ülkelerinin Sosyal ve Ekonomik Göstergeleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizi ile İncelenmesi

M. Suphi ÖZÇOMAK (*)

Ayhan DEMİRCİ (**)

Özet: Kanonik korelasyon analizi, iki değişken veri seti arasındaki ilişkinin belirlenmesinde kullanılan çok değişkenli istatistik tekniklerden birisidir. Kanonik korelasyon analizinin kullanıldığı bu çalışmanın ilk bölümünde, tekniğin teorik altyapısı verilmiş, özellikleri ve kullanım şekli ortaya konulmuştur. Çalışmanın uygulama bölümünde ise, Afrika Birliği üyesi 54 ülkenin sosyal ve ekonomik göstergeleri kullanılarak, bu göstergeler arasındaki ilişki, kanonik korelasyon analizi yardımıyla açıklanmaya çalışılmıştır. Her iki değişken veri seti arasında anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kanonik korelasyon analizi, Çok değişkenli istatistik teknikleri.

Investigation of Association Between Social and Economic Indicators of The African Union by Means of Canonical Correlation Analysis

Abstract: Canonical correlation analysis is a multivariate statistical technique that can be used to determine the relationship between two multiple variable sets. In the first part of this paper which applied the canonical correlation analysis, theoretical explanation of the usage of canonical correlation analysis is exposed. Then, in the second part of the study, the application of canonical correlation analysis is exposed for some social and economic indicators of 54 countries that are the members of the African Union. By using canonical correlation analysis, it is seen that there is a meaningful relation between the two variable sets.

Key Words: Canonical correlation analysis, Multivariate statistics

*) Yrd. Doç.Dr., Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
(e-posta: sozcomak@atauni.edu.tr)

***) Doktora Öğrencisi, Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı

I. Giriş: Kanonik Korelasyon Analizine Genel Bakış

İstatistikte bilinen en basit ilişki X ve Y ile gösterilen iki tesadüfi değişken arasındaki “basit korelasyon” olarak adlandırılan ilişkidir. Değişken sayısı p sayıda olması durumunda değişkenlerden biri ile geriye kalan p-1 tane değişken arasındaki korelasyon aranacak olursa, hesaplanacak korelasyon katsayısına “çoklu korelasyon katsayısı” adı verilmektedir. En genel ve en karmaşık ilişki analizi olan kanonik korelasyon analizinde ise çok değişkenli bir anakütleden çekilmiş iki değişken veri seti arasındaki ilişkilerle ilgilenilmektedir(Kalaycı, 2008:237).

Hotelling (Hotelling, 1935:139-142) 1936 yılında bir grup içerisinde seçilen iki değişken veri seti arasındaki ilişkiye dair genel problemle ilgili bir metot öne sürmüştür. Kanonik analiz veya kanonik korelasyon yöntemi olarak adlandırılan bu teknikte, iki değişken veri setinin doğrusal fonksiyonları arasındaki en yüksek korelasyonlar elde edilir. Bu yöntemde, ilk olarak her bir kümedeki değişkenlerin maksimum korelasyonlu ve birim varyanslı bileşim çiftleri bulunarak, ikinci doğrusal bileşim çifti elde edilerek bu işleme devam edilir(Anderson, 1971:288). Kanonik korelasyon analizi gün geçtikçe artan bir ilgiyle etkin bir hesaplama yöntemi olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu analiz yöntemi bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle yaygın bir biçimde kullanılmaya başlanılmıştır (Alpert & Peterson, 1972).

Kanonik korelasyon analizi, çoklu regresyon analizinin özel bir halidir. Çoklu regresyon analizi bir bağımlı, birden fazla bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi araştırmasına karşın kanonik korelasyon analizinde p tane bağımlı, q tane bağımsız değişken bulunmaktadır (Şen ve Kalyoncu, 2001).

II. Kanonik Korelasyon Analizinin Matematiksel İfadesi

Kanonik korelasyon şu şekilde ifade edilebilir(Fornell & Larcker, 1980);

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_{11}y_{11} + \dots + a_{1p}y_{1p} & X_1 &= b_{11}x_{11} + \dots + b_{1q}x_{1q} \\ \cdot & & \cdot & \\ \cdot & & \cdot & \\ \cdot & & \cdot & \\ Y_i &= a_{i1}y_{i1} + \dots + a_{ip}y_{ip} & X_i &= b_{i1}x_{i1} + \dots + b_{iq}x_{iq} \end{aligned} \quad (1)$$

formülde;

y_{ij} = ölçüt değişkenler ($1 \leq j \leq p$)

x_{ik} = tahmin değişkenler ($1 \leq k \leq q$)

i = değişken çifti sayısı (p ve q'nun en küçükleri)

p = ölçüt değişken sayısı

q = tahmin değişken sayısı

Y_i = ölçüt değişkenin i 'nci çifti için kanonik rastlantı değişkeni

X_i = tahmin değişkenin i 'nci çifti için kanonik rastlantı değişkeni

a_{ij} = ölçüt değişkenin i 'nci çiftindeki j 'inci değişkenin kanonik ağırlığı ($1 \leq j \leq p$)

b_{ik} = tahmin değişkenin i 'nci çiftindeki k 'inci değişkenin kanonik ağırlığı ($1 \leq j \leq p$) ifade edilir.

Basit korelasyonun değeri -1 ile 1 arasında değişirken, kanonik korelasyon değeri 0 ile 1 arasında değişir(Oktay ve Çınar, 2002). Kanonik korelasyon analizi, çoklu bağımsız değişkenler ile çoklu bağımlı değişkenler arasındaki karşılıklı ilişki çalışmalarını kolaylaştıran çok değişkenli bir istatistik modeldir. Bir değişkenler seti bileşenleri, ikinci bir değişkenler seti bileşenlerine doğrusal olarak ilişkilidir(Pugh & Hu, 1991).

Teorik olarak iki değişken seti arasında bağımlı ve bağımsız değişken seti ayrımı yapılabiliyorsa, bu durumda kanonik korelasyon analizinin amacı bağımsız değişken setinin bağımlı değişken setini etkileyip etkilemediğini saptamaya yönelik olmaktadır. Fakat kanonik korelasyon analizinde iki değişken setinin bağımlı ve bağımsız değişken seti gibi bir ayrıma tabi tutulması zorunlu değildir(Kalaycı, 2008:238).

III. Kanonik Korelasyon Analizinin Amacı ve Kullanım Alanları

Kanonik korelasyon analizi'nin dört amacı bulunmaktadır(Saraçlı ve Saraçlı, 2006);

- * Aynı bireyden elde edilen iki değişkenler setinin birbirinden bağımsız olup olmadığının sınanması,
- * Setlerarası korelasyona en çok katkıda bulunan her iki setteki değişkenlerin saptanması,
- * Tahmin ve ölçüt değişkenleri setleri arasındaki korelasyonu en büyük yapan doğrusal kombinasyonların belirlenmesi,
- * Bireylerin değişken setlerinin birindeki doğrusal kombinasyon değerlerine bakarak diğer setteki değerlerin tahmin edilmesi.

Kanonik korelasyon analizi, birçok iki ve çok değişkenli parametrik istatistik yöntemi için genel bir model olarak yaygın bir şekilde göz önünde tutulmaktadır. Eş zamanlı olarak çoklu ölçüt ve çoklu tahmin değerini kontrol altında tutabilme kapasitesinden dolayı kanonik korelasyon analizi, özellikle davranış bilimlerinde kullanımı açısından çok cazip hale gelmiştir. Yöntemin bazı avantajlarının yanında bazı eksiklikleri de mevcuttur. En basitinden, araştırmacılar, bireysel parametre değerlerinin istatistiksel öneminin belirlenmesini açıklamakta veya çelişkili teori ve/veya gözlem değerleri nedeniyle kanonik modelin gücünü indirgemekte güçlük çekmektedirler. Sonuç olarak kanonik korelasyon analizi, teori testlerinden ziyade, uygulamalı araştırmalarda daha fazla uygulama alanı bulmuştur (Bagozzi, Fornell, ve Larcker, 1981).

Bazı araştırmacılara göre kanonik korelasyon analizi, ciddi yorum problemleri nedeniyle bazı dezavantajları mevcuttur. Bu dezavantajların ilki kanonik korelasyon analizi-

nin, altta kalan belirgin olmayan yapıların ortaya çıkarılması konusundaki yetersizliğidir. Bir diğeri ise, kanonik çözümlerin, kanonik ağırlık, kanonik yükleme gibi değişik anlamlar yüklenebilmesidir. Kanonik korelasyon analizi uygulamaları ile ilgili son endişe de Fornell (1979) tarafından ortaya atılmıştır. Fornell, bu çalışmasında kanonik korelasyon analizinin, verilerdeki oldukça küçük varyanslardan etkilenebildiği sonucuna ulaşmıştır. Kanonik çözümlerin istatistiksel olarak önemli sonuçlar ve önemli açıklayıcı güç olmasına rağmen yüksek kanonik korelasyon katsayılarından etkilenebilmesi mümkündür. Bu nedenle kanonik modellerin hedefi, kanonik yüklemelerin hacmi hesaplamalara katılmaksızın, birbiriyle maksimum düzeyde ilişkili olan orijinal değişkenlerin ağırlıklı toplamıdır (Fornell & Larcker, 1980).

Kanonik korelasyon analizi, teori denemeleri, keşif çalışmaları ve açıklayıcı / tahmin edici araştırmalarda kullanılan, son derece esnek bir analiz yöntemidir. Kanonik çözümlerin yorumlanma kolaylığı temel formülasyondaki dönüşüm ve diğer gelişmelerdeki son yenilikler sayesinde artmıştır. Cooley ve Lohnes tarafından bu konu ile ilgili ortaya atılan bir görüş analiz ile ilgili önemli bir özet niteliği taşımaktadır. Bu görüşe göre; “Kanonik korelasyon modeli ilk bakışta, iki ölçüm değerleri arasındaki ilişkinin açıklanmasında kullanılan son derece karmaşık bir model gibi görünmekte gerçekte ise bilimsel genellenmenin zor problemlerinde en basit analitik modeldir”. Bununla birlikte lineer ilişkilerin özel bir şekli olan kanonik korelasyon analizinin kullanılmasının iki önemli avantajı vardır. İlki, kanonik ağırlıkların ve kanonik yüklerin test istatistiklerinin yokluğundan kaynaklanan problemler çözümlenmiştir. Bireysel ölçüt ve tahmin ağırlıkları ile çapraz yükler için standart hataları, bilgi matrisinin tersi alınmak suretiyle tahmin edilebilir. Bu ağırlık ve yüklerin istatistiksel önemi, kritik oranın hesaplanması (parametre tahminlerinin, tahmin edilmiş standart hatasına bölünmesiyle) suretiyle ortaya konabilir (Bagozzi, Fornell, ve Larcker, 1981).

IV. Kanonik Korelasyon Analizinde Kullanılan Veri Setleri

Kanonik korelasyon analizi, iki veya daha fazla değişken içeren iki değişken veri seti $(X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \dots, X_p^{(1)}; X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, \dots, X_q^{(2)})$ arasındaki ilişkiyi doğrusal bileşenler aracılığı ile değerlendiren çok değişkenli bir yöntemdir. Kanonik korelasyon analizinde, $X^{(1)}$ ve $X^{(2)}$ değişken kümeleri arasındaki doğrusal ilişkiler araştırılır. Değişken setlerinin doğrusal bileşenleri bulunur ve bileşenler aracılığı ile hesaplanan kanonik değişkenler yardımı ile iki değişken grubu arasındaki korelasyon hesaplanır. X^1 setine ait veri matrisi p adet değişken, X^2 veri setine ilişkin matris ise q adet değişken içermektedir. Setlerdeki değişken sayıları $p > 1$, $q > 1$ olmalıdır ve $p = q$ koşulu şart değildir (Oktay ve Çınar, 2002).

Kanonik korelasyon analizi ile her iki değişken veri seti için de setlerde yer alan değişkenlerin doğrusal kombinasyonlarından yeni değişkenler elde edilir ve bu yeni değişkenler arasındaki korelasyonun maksimum olması amaçlanır. Elde edilen yeni değişkenlere kanonik değişkenler, bunlar arasındaki korelasyonlara da kanonik korelasyonlar denir (Keskin, Kor ve Başpınar, 2005).

Kanonik korelasyon analizi ile iki değişken kümesinin doğrusal fonksiyonları arasındaki en yüksek korelasyonlar bulunabilir. Bu yöntemde, ilk olarak her bir kümedeki değişkenlerin maksimum korelasyonlu ve birim varyanslı bileşim çiftleri bulunur, daha sonra ikinci doğrusal bileşim çifti elde edilerek bu işleme devam edilir (Oktay ve Çınar, 2002).

Eğer X değişken kümesi bağımsız değişken, Y değişken kümesi bağımlı değişken olarak ifade edilirse, yani X, Y'nin sebebi olarak yorumlanırsa, bu durumda V “en iyi tahmin edici”, U'da “en iyi tahmin edilebilir ölçüt” olarak isimlendirilebilir (Çankaya, Altop, Olfaz, ve Erener, 2009).

V. Kanonik Korelasyon Analizinde Katsayıların Anlamlılık Testi

Kanonik korelasyon analizi sonucunda elde edilen kanonik değişken çiftlerinin kaç tanesinin anlamlı olduğu, yani değişken grupları arasındaki ilişkinin kaç tanesi ile büyük ölçüde açıklanabileceğine karar vermek gerekir. Bu yöntemde amaç, bulunan kanonik korelasyon çiftlerinin kaç tanesi arasındaki ilişkinin önemli sayılıp sayılmayacağını test edilmesidir. Wilk's Lambda yaklaşımında tüm kanonik korelasyonların sifıra eşit olduğu hipotezine karşılık, alternatif hipoteze test edilir. Analiz şu aşamalarla sürdürülür (Oktay ve Çınar, 2002);

$$H_0 : \Sigma_{12} = 0 \text{ ya da } r_1 = r_2 = \dots \dots \dots r_p = 0$$

$$H_A : \text{En az bir } r_i \neq 0$$

Sıfır hipotezinin reddedilmesi durumunda değeri en büyük olan katsayı hipotezden çıkarılarak işlemler sıfır hipotezi kabul edilinceye kadar tekrarlanır. Bu amaçla kullanılan Wilk's Lambda istatistiği aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\Lambda = \prod_{i=1}^k (1 - r_i^2) \quad (2)$$

Bu katsayı kullanılarak, \int_{hes}^2 test istatistik değeri,

$$\chi_{hes}^2 = -[(n - 1) - (p + q + 1)/2] \log(\Lambda) \quad (3)$$

şeklinde hesaplanır. Bu eşitlikte n, örnek hacmini; p, birinci setteki değişken sayısını; q, ikinci setteki değişken sayısını; r_i , kanonik korelasyonları; k ise kanonik korelasyon sayısını belirtir. Test istatistiğinin hesaplanan değeri χ_{hes}^2 ile $\chi_{pq;\alpha}^2$ tablo değeri ile karşılaştırılır. $\chi_{hes}^2 > \chi_{pq;\alpha}^2$ ise sıfır hipotezi reddedilir. Yani birinci kanonik korelasyonun anlamlı olduğu söylenir. İlk hesaplanan test istatistiği χ_{hes}^2 önemli ise

birinci kanonik korelasyon test dışı bırakılır ve diğer kanonik korelasyonlar ile test yenilenir. Bu durumda Wilk's Lambda istatistiği $i=2, 3, \dots, k$ değerleri için hesaplanır.

$$\Lambda^* = \prod_{i=2}^k (1 - r_i^2) \quad (4)$$

Ve

$$\chi_{hes}^2 = -[(n-1) - (p+q+1)/2] \log(\Lambda^*) > \chi_{(p-1)(q-1); \alpha}^2 \quad (5)$$

Bu işlemler önemsiz χ_{hes}^2 değeri çıkana kadar devam edilir. Ayrıca Wilk's Lambda katsayısı sıfıra yaklaştıkça, sıfır hipotezinin reddedileceği (kanonik korelasyon katsayısının anlamlı olduğu), χ_{hes}^2 değeri ile korelasyon katsayılarının sıfırdan farklı (anlamlı) olacağı söylenebilir.

Bir değişkeni tarafından diğer değişken kümesindeki toplam varyansın ne kadarının açıklanabileceğini belirlemek amacıyla her kanonik korelasyon katsayısı için gereksizlik belirleme (redundancy) indeksi hesaplanması önerilmektedir (Çankaya, Altop, Olfaz, ve Erener, 2009).

Eğer A'nın, birkaç konudan seçilen değişken seti ölçümlerinin içindeki değişimi simgelediği kabul edilirse ve B'nin de aynı konudaki bir başka değişken seti ölçümlerinin içindeki değişimi simgelediği kabul edilirse, $(A \cap B)$, bunların ortak değişim derecesi olarak kabul edilebilir. İki setin bu kesişim bölgesi "gereksizlik" olarak adlandırılır (Alpert & Peterson, 1972).

Kanonik korelasyon analizinin sonuçları doğrusallık, çoklu normal dağılım, eşvarianslılık ve çoklu doğrusal bağlantı varsayımları açısından değerlendirilmesi gerekmektedir. Doğrusallık varsayımı kanonik korelasyon analizinin sonuçlarını iki yönden etkilemektedir. Birincisi, kanonik korelasyon analizinde iki değişken arasındaki ilişkinin doğrusal olduğu varsayılmaktadır. İki değişken arasındaki ilişki doğrusal olmaması durumunda değişkenlerden birisinin veya her ikisinin mümkünse doğrusal dönüşümleri yapılmalıdır. İkincisi, kanonik korelasyon katsayıları iki kanonik değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi yansıtmaktadır. Bu nedenle kanonik korelasyon analizinde değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkiler açıklanamamaktadır. Kanonik korelasyon analizinde, normal dağılım varsayımı gerekli olmasına rağmen, tüm metrik değişkenler kullanılabilir. Normal dağılım varsayımının tercih edilmesinin nedeni, değişkenlerin standartlaştırılarak aralarındaki ilişkilerin yükseltilebilmesidir. Fakat kanonik korelasyon analizi değişkenler arasındaki ilişkileri düşürmeyen normal dağılım sapmalarından (örneğin, normal dağılımdan sapmanın çarpıklıktan kaynaklanması) etkilenmemektedir. Bununla birlikte kanonik fonksiyonların anlamlılıklarının uygun bir şekilde sınılanabilmesi için çoklu normal dağılım varsayımının kullanılması gerekmektedir. Çoklu normal dağılım kolay bir şekilde sınılanmadığından, en azından analizdeki değişkenlerin tek tek normal dağılım açı-

sından değerlendirilmesi ve normal dağılıma uymayan değişkenlerin mümkünse normal dağılıma dönüştürülmeleri gerekir. Eşvaryanslılık, değişkenler arasındaki korelasyonları düşürdüğünden ayrıca değerlendirilmesi gerekmektedir. Son olarak, değişkenlerin etkilerini net olarak saptanmasını güçleştiren ve bu nedenle analiz sonuçlarının yorumlanmasını olumsuz bir şekilde etkileyen çoklu doğrusal bağlantının kabul edilebilir bir düzeye indirilmesi sağlanmalıdır (Kalaycı, 2008: 244-245).

VI. Afrika Birliği Ülkelerinin Sosyal ve Ekonomik Göstergeleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizi ile İncelenmesi

A. Veri Setinin Belirlenmesi

Çalışmada, Afrika Birliği Üyesi olan 54 ülkenin bazı sosyal ve ekonomik göstergeleri arasındaki ilişki test edilmiştir. Sosyal ve ekonomik göstergeler belirlenirken birçok gösterge arasından üye ülkelerin tamamı için bulunan değerler belirlenmiş ve analize dahil edilmiştir. Çalışmada Afrika Birliği üyesi olan 54 ülkeye ait 2009 verileri kullanılmıştır. Afrika Birliği üyesi olan 54 ülkeye ait 7 adet sosyal ve 6 adet ekonomik gösterge ele alınarak kanonik korelasyon analizi icra edilmiştir. Dolayısıyla $(p+q) \times N = (7+6) \times 54 = 13 \times 54$ boyutlarında bir matris analiz edilerek, söz konusu ülkelere ait sosyal ve ekonomik göstergeler arasındaki ilişkiler incelenmiştir.

Ele alınan birinci değişken veri seti olan “p” değerleri, Afrika Birliği Üyesi 54 ülkeye ait yedi adet sosyal göstergeden oluşmaktadır. Bu göstergeler; X_1 =yüzölçümü, X_2 =nüfus, X_3 =nüfus artış hızı, X_4 =doğum oranı, X_5 =bebek ölüm oranı, X_6 =ortalama ömür ve X_7 =doğurganlık oranından oluşmaktadır.

Ele alınan ikinci değişken veri seti olan “q” değerleri ise, Üyesi 54 ülkeye ait altı adet ekonomik göstergeden oluşmaktadır. Bu göstergeler sırasıyla; Y_1 =milli gelir, Y_2 =kişi başına milli gelir, Y_3 =elektrik üretimi, Y_4 =elektrik tüketimi, Y_5 =petrol tüketimi ve Y_6 =kablolu telefon abone sayısıdır.

B. Sosyal Göstergeler Arasındaki İlişkinin Belirlenmesi

Yapılan inceleme neticesinde, 54 Afrika Birliği Üyesi ülkelere ait sosyal göstergeler arasındaki korelasyonlar Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1: Afrika Birliği Üyesi Ülkelerin Sosyal Göstergeleri Arasındaki Korelasyonlar

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_2	0,4647					
X_3	0,0443	0,0605				
X_4	0,0072	0,0196	0,7790			
X_5	0,0776	0,0210	0,3181	0,7257		
X_6	0,0421	0,0081	0,0245	-0,5270	-0,7426	
X_7	0,0047	0,0206	0,7939	0,9813	0,7070	-0,4787

Tabloda verilen göstergeler sırasıyla; X_1 =yüzölçümü, X_2 =nüfus, X_3 =nüfus artış hızı, X_4 =doğum oranı, X_5 =bebek ölüm oranı, X_6 =ortalama ömür ve X_7 =doğurganlık oranıdır.

Tablodaki korelasyon katsayıları incelendiğinde; ülkelerin yüzölçümleri ile nüfusları arasında 0,4647, nüfus artış hızları arasında 0,0443, doğum oranları arasında 0,0072, bebek ölüm oranları arasında 0,0776, ortalama ömür arasında 0,0421 oranında ve doğurganlık oranları arasında 0,0047 oranında bir ilişki tespit edilmiştir. Burada ülkelerin yüzölçümleri ile nüfusları arasındaki ilişki istatistiksel bakımdan anlamlı bulunmuştur.

Ülkelerin nüfusları ile nüfus artış hızları arasında 0,0605, doğum oranları arasında 0,0196, bebek ölüm oranları arasında 0,0210, ortalama ömür arasında 0,0081 oranında ve doğurganlık oranları arasında 0,0206 oranında bir ilişki tespit edilmiştir. Fakat bu katsayıların tümü istatistiksel bakımdan anlamlı bulunamamıştır.

Ülkelerin nüfus artış hızları ile doğum oranları arasında 0,7790, bebek ölüm oranları arasında 0,3181, ortalama ömür arasında 0,0245 oranında ve doğurganlık oranları arasında 0,7939 oranında bir ilişki tespit edilmiştir. Ülkelerin Nüfus artış hızları ile doğum oranları, bebek ölüm oranları ve doğurganlık oranları arasında elde edilen korelasyon katsayıları istatistiksel bakımdan anlamlı bulunmuştur.

Ülkelerin doğum oranları ile bebek ölüm oranları arasında 0,7257, ortalama ömür arasında ters yönlü 0,5270 oranında ve doğurganlık oranı arasında 0,9813 oranında istatistiksel bakımdan anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir.

Ülkelerin bebek ölüm oranları ile ortalama ömür arasında ters yönlü 0,7426 oranında ve doğurganlık oranları arasında 0,7070 oranında istatistiksel bakımdan anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir.

Son olarak ülkelerdeki ortalama ömür oranı ile doğurganlık oranı arasında ters yönlü 0,4787 oranında istatistiksel bakımdan anlamlı bir ilişki belirlenmiştir.

C. Ekonomik Göstergeler Arasındaki İlişkinin Belirlenmesi

Afrika Birliği Üyesi ülkelere ait ekonomik göstergeler arasındaki korelasyonlar Tablo 2’de verilmiştir. Ekonomik göstergeler sırasıyla; Y_1 =milli gelir, Y_2 =kişi başına milli gelir, Y_3 =elektrik üretimi, Y_4 =elektrik tüketimi, Y_5 =petrol tüketimi ve Y_6 =kablolu telefon abone sayısıdır.

Tablo 2: Afrika Birliği Üyesi Ülkelerin Ekonomik Göstergeleri Arasındaki Korelasyonlar

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
Y_2	0,1599				
Y_3	0,5992	0,1221			
Y_4	0,7909	0,1560	0,8242		
Y_5	0,9495	0,1917	0,5135	0,7554	
Y_6	0,7254	0,1683	0,7483	0,7192	0,6444

Tablo 2’deki korelasyon katsayıları incelendiğinde; ülkelerin milli gelirleri ile kişi başına milli gelirleri arasında 0,1599, elektrik üretimleri arasında 0,5992, elektrik tüketimleri arasında 0,7909, petrol tüketimleri arasında 0,9495 oranında ve kablolu telefon abone sayıları arasında 0,7254 oranında bir ilişki tespit edilmiştir. Bu katsayılardan sadece ülkelerin milli gelirleri ile kişi başına milli gelir arasındaki korelasyon katsayısı ista-

tistiksel bakımdan anlamlı değilken diğer ilişki katsayıları istatistiksel bakımdan anlamlı bulunmuştur.

Ülkelerin kişi başına milli gelirleri ile elektrik üretimi arasında 0,1221, elektrik tüketimi arasında 0,1560 oranında, petrol tüketimi arasında 0,1917 oranında ve kablolu telefon abone sayısı arasında 0,1683 oranında bir ilişki tespit edilmiştir. Bu katsayıların tümü istatistiksel bakımdan anlamlı bulunamamıştır.

Ülkelerin elektrik üretimleri ile elektrik tüketimleri arasında 0,8242, petrol tüketimleri arasında 0,5135 oranında ve kablolu telefon abone sayıları arasında 0,7483 oranında istatistiksel bakımdan anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir.

Ülkelerin elektrik tüketimleri ile petrol tüketimleri arasında 0,7554 oranında ve kablolu telefon abone sayıları arasında 0,7192 oranında istatistiksel bakımdan anlamlı bir ilişki belirlenmiştir.

Son olarak ülkelerin petrol tüketimleri ile kablolu telefon abone sayıları arasında 0,6444 oranında istatistiksel bakımdan anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

D. Sosyal ve Ekonomik Göstergeler Arasındaki İlişkinin Belirlenmesi

Araştırmaya konu olan Afrika Birliği Ülkelerinin sosyal ve ekonomik göstergeleri arasındaki ilişki Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3: Afrika Birliği Ülkelerinin Sosyal ve Ekonomik Göstergeleri Arasındaki Korelasyonlar

	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆
X ₁	0,3933	-0,0047	0,1743	0,2182	0,3962	0,3496
X ₂	0,6754	-0,1453	0,2106	0,3254	0,5888	0,3988
X ₃	-0,2787	-0,2838	-0,2859	-0,3597	-0,2900	-0,3633
X ₄	-0,3633	-0,4485	-0,2287	-0,3637	-0,4311	-0,4558
X ₅	-0,1825	-0,3046	-0,1057	-0,2151	-0,2804	-0,2707
X ₆	0,1859	0,3613	-0,0743	0,0581	0,2930	0,2172
X ₇	-0,3542	-0,4169	-0,2246	-0,3530	-0,4238	-0,4438

Söz konusu ülkelerin sosyal ve ekonomik göstergeleri arasındaki ilişkilerin tespitine yönelik olarak yapılan korelasyon analizi sonucunda elde edilen korelasyon katsayıları incelendiğinde; ülkelerin yüzölçümleri ile milli gelirleri arasında 0,3933, kişi başına milli gelirleri arasında ters yönlü 0,0047, elektrik üretimleri arasında 0,1743, elektrik tüketimleri arasında 0,2182, petrol tüketimleri arasında 0,3962 oranında ve kablolu telefon abone sayıları arasında 0,3496 oranında bir ilişki bulunmaktadır. Bu korelasyon katsayılarından ülkelerin yüzölçümleri ile milli gelir, petrol tüketimi ve kablolu telefon abone sayıları arasında elde katsayılar istatistiksel bakımdan anlamlıdır.

Ülkelerin nüfusları ile milli gelirleri arasında 0,6754, kişi başına milli gelirleri arasında ters yönlü 0,1453, elektrik üretimleri arasında 0,2106, elektrik tüketimleri arasın-

da 0,3254, petrol tüketimleri arasında 0,5888 oranında ve kablolu telefon abone sayıları arasında 0,3988 oranında bir ilişki bulunmaktadır. Bu ilişki katsayılarından ülkelerin nüfusları ile milli gelir, elektrik tüketimi, petrol tüketimi ve kablolu telefon abone sayıları arasındaki korelasyon katsayıları istatistiksel bakımdan anlamlı bulunmuştur.

Ülkelerin nüfus artış hızları ile milli gelirleri arasında ters yönlü 0,2787, kişi başına milli gelirleri arasında ters yönlü 0,2838, elektrik üretimleri arasında ters yönlü 0,2859, elektrik tüketimleri arasında ters yönlü 0,3597, petrol tüketimleri arasında ters yönlü 0,2900 oranında ve kablolu telefon abone sayıları arasında ters yönlü 0,3633 oranında istatistiksel bakımdan anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir.

Ülkelerin doğum oranları ile milli gelirleri arasında ters yönlü 0,3633, kişi başına milli gelirleri arasında ters yönlü 0,4485, elektrik üretimleri arasında ters yönlü 0,2287, elektrik tüketimleri arasında ters yönlü 0,3637, petrol tüketimleri arasında ters yönlü 0,4311 oranında ve kablolu telefon abone sayıları arasında ters yönlü 0,4558 oranında bir ilişki vardır. Bu korelasyon katsayılarından doğum oranları ile elektrik üretimi arasında elde edilen katsayı istatistiksel bakımdan anlamlı değilken, diğer korelasyon katsayıları anlamlı bulunmuştur.

Ülkelerin bebek ölüm oranları ile milli gelirleri arasında ters yönlü 0,1825, kişi başına milli gelirleri arasında ters yönlü 0,3046, elektrik üretimleri arasında ters yönlü 0,1057, elektrik tüketimleri arasında ters yönlü 0,2151, petrol tüketimleri arasında ters yönlü 0,2804 oranında ve kablolu telefon abone sayıları arasında ters yönlü 0,2707 oranında bir ilişki bulunmaktadır. Elde edilen korelasyon katsayılarından; bebek ölüm oranları ile kişi başına milli gelir, petrol tüketimi ve kablolu telefon abone sayıları arasında elde edilen katsayıların istatistiksel bakımdan anlamlı oldukları belirlenmiştir.

Ülkelerdeki ortalama ömür ile milli gelir arasında 0,1859, kişi başına milli gelir arasında 0,3613, elektrik üretimi arasında ters yönlü 0,0743, elektrik tüketimi arasında 0,0581, petrol tüketimi arasında 0,2930 oranında ve kablolu telefon abone sayısı arasında 0,2172 oranında bir ilişki mevcuttur. Bu katsayılardan ülkelerdeki ortalama ömür ile kişi başına milli gelir ve petrol tüketimi için elde edilen katsayılar istatistiksel bakımdan anlamlı bulunmuştur.

Ülkelerdeki doğurganlık oranları ile milli gelirleri arasında ters yönlü 0,3542, kişi başına milli gelirleri arasında ters yönlü 0,4169, elektrik üretimleri arasında ters yönlü 0,2246, elektrik tüketimleri arasında ters yönlü 0,3530, petrol tüketimleri arasında ters yönlü 0,4238 oranında ve kablolu telefon abone sayıları arasında ters yönlü 0,4438 oranında bir ilişki tespit edilmiştir. Bu korelasyon katsayılarından ülkelerdeki doğurganlık oranları ile elektrik üretimi arasında elde edilen katsayı istatistiksel bakımdan anlamlı bulunamazken, diğer korelasyon katsayıları anlamlı bulunmuştur.

E. Sosyal Göstergelerin Kanonik Katsayılarının Belirlenmesi

Kanonik korelasyon analizi icra edilirken kanonik katsayıların sayısı, veri setleri içerisinde değişken sayısı en az olan baz alınarak elde edilmiştir. Bu durumda sosyal göstergelerin oluşturduğu veri seti ($p=7$) U ile gösterilmiştir. Buna göre düzenlenen sosyal göstergelerin kanonik katsayıları Tablo 4'de verilmiştir.

Tablo 4: Afrika Birliği Ülkelerinin Sosyal Göstergeleri İçin Kanonik Katsayılar

	U ₁	U ₂	U ₃	U ₄	U ₅	U ₆
X ₁	-0,105	0,308	0,173	-0,718	-0,696	0,365
X ₂	-0,768	-0,670	0,018	0,181	0,459	-0,080
X ₃	0,041	0,020	-0,232	-0,118	-0,785	-2,501
X ₄	0,239	-0,562	-1,894	-3,027	1,432	0,910
X ₅	-0,459	-0,013	-0,859	1,129	-1,048	-0,268
X ₆	0,452	0,373	-1,293	0,376	0,366	1,381
X ₇	0,306	0,031	1,665	2,374	-0,053	2,160

Tablo 4 incelendiğinde, sosyal göstergeler veri setine ait fonksiyonlar aşağıdaki şekilde düzenlenebilir;

$$U_1 = -0,105X_1 - 0,768 X_2 + 0,041 X_3 + 0,239 X_4 - 0,459 X_5 + 0,452 X_6 + 0,306 X_7$$

$$U_2 = 0,308 X_1 - 0,670 X_2 + 0,020 X_3 - 0,562 X_4 - 0,013 X_5 + 0,373 X_6 + 0,031 X_7$$

$$U_3 = 0,173 X_1 + 0,018 X_2 - 0,232 X_3 - 1,894 X_4 - 0,859 X_5 - 1,293 X_6 + 1,665 X_7$$

$$U_4 = -0,718 X_1 + 0,181 X_2 - 0,118 X_3 - 3,027 X_4 + 1,129 X_5 + 0,376 X_6 + 2,374 X_7$$

$$U_5 = -0,696 X_1 + 0,459 X_2 - 0,785 X_3 + 1,432 X_4 - 1,048 X_5 + 0,366 X_6 - 0,053 X_7$$

$$U_6 = 0,365 X_1 - 0,080 X_2 - 2,501 X_3 + 0,910 X_4 - 0,268 X_5 + 1,381 X_6 + 2,160 X_7$$

F. Ekonomik Göstergelerin Kanonik Katsayılarının Belirlenmesi

Ekonomik göstergelerin oluşturduğu veri seti (q=6) V ile gösterilmiş ve kanonik katsayıların sayısı için ekonomik göstergelerin miktarı olan 6 alınmıştır. Ekonomik göstergelerin kanonik katsayıları Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5: Afrika Birliği Ülkelerinin Ekonomik Göstergeleri İçin Kanonik Katsayılar

	U ₁	U ₂	U ₃	U ₄	U ₅	U ₆
Y ₁	-0,980	-2,575	-0,011	2,424	-0,517	0,127
Y ₂	-0,035	0,588	-0,048	0,753	-0,112	-0,400
Y ₃	0,379	-0,446	0,302	-0,646	-1,027	-1,621
Y ₄	0,430	0,441	1,143	0,602	1,582	1,170
Y ₅	-0,156	1,754	-0,668	2,554	0,554	-1,176
Y ₆	-0,443	0,881	-0,021	-0,310	-0,705	1,278

Tablo 5 incelendiğinde; ekonomik göstergeler setine ait fonksiyonlar aşağıdaki gibi düzenlenebilir;

$$V_1 = -0,980 Y_1 - 0,035 Y_2 + 0,379 Y_3 + 0,430 Y_4 - 0,156 Y_5 - 0,443 Y_6$$

$$V_2 = -2,575 Y_1 + 0,588 Y_2 - 0,446 Y_3 + 0,441 Y_4 + 1,754 Y_5 + 0,881 Y_6$$

$$V_3 = -0,011 Y_1 - 0,048 Y_2 + 0,302 Y_3 + 1,143 Y_4 - 0,668 Y_5 - 0,021 Y_6$$

$$V_4 = 2,424 Y_1 + 0,753 Y_2 - 0,646 Y_3 + 0,602 Y_4 + 2,554 Y_5 - 0,310 Y_6$$

$$V_5 = -0,517 Y_1 - 0,112 Y_2 - 1,027 Y_3 + 1,582 Y_4 + 0,554 Y_5 - 0,705 Y_6$$

$$V_6 = 0,127 Y_1 - 0,400 Y_2 - 1,621 Y_3 + 1,170 Y_4 - 1,176 Y_5 + 1,278 Y_6$$

G. Sosyal ve Ekonomik Göstergelerin Karşılaştırmalı Analizleri

Kanonik değişken çiftleri incelenerek her iki veri seti arasındaki ilişkinin yapısı belirlenir. Yukarıda verilen U ve V katsayılarının incelenmesi neticesinde Afrika Birliği üyesi 54 ülkeye ait sosyal ve ekonomik göstergeler arasındaki ilişki ortaya konulabilir.

Aşağıda, Tablo 6'da, sosyal ve ekonomik göstergeler setlerine göre elde edilen varyans oranları ile gereksizlik katsayıları verilmiştir.

Tablo 6: Sosyal Ve Ekonomik Göstergeler Veri Setlerine Göre Elde Edilen Varyans Oranları İle Gereksizlik Katsayıları

Sosyal Göstergeler Seti			Ekonomik Göstergeler Seti		
Faktör	Elde Edilen Varyans	Gereksizlik Katsayısı	Faktör	Elde Edilen Varyans	Gereksizlik Katsayısı
U_1	0,233	0,174	V_1	0,384	0,287
U_2	0,339	0,178	V_2	0,082	0,043
U_3	0,139	0,022	V_3	0,337	0,054
U_4	0,068	0,005	V_4	0,075	0,006
U_5	0,131	0,002	V_5	0,059	0,001
U_6	0,025	0,000	V_6	0,063	0,000
Toplam	0,935	0,381	Toplam	1,000	0,391

Tablo 6 incelendiğinde, sosyal göstergeler veri setine ait toplam elde edilen varyans 0,935 ve toplam gereksizlik katsayısı 0,381 olarak elde edilmiştir. Aynı şekilde ekonomik göstergeler veri setinin toplam elde edilen varyansı 1 ve toplam gereksizlik katsayısı 0,391 olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar ışığında, sosyal göstergeler setindeki varyansın %38,1'inin ekonomik göstergelerin kanonik değişkenleri tarafından açıklandığı ve ekonomik göstergeler setindeki varyansın %39,1'inin de sosyal göstergelerin kanonik değişkenleri tarafından açıklandığını ortaya koymaktadır.

Yapılan kanonik korelasyon analizi sonucunda; kanonik değişkenler arasında en yüksek değere sahip iki değişken çifti istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Tablo 6'da yer alan değerlerin incelenmesi neticesinde U_1 ve V_1 ile U_2 ve V_2 çiftlerinin istatistiksel olarak anlamlı sonuç verdiği ve aynı zamanda söz konusu çiftlerin toplam varyansa en büyük katkıyı sağladığı görülmüştür. Diğer değişken çiftlerinin, toplam varyansa çok fazla katkıda bulunmaması nedeniyle istatistiksel olarak anlamlı olmadıkları söylenebilir.

Kanonik korelasyon analizinde elde edilen Ki-kare test sonuçları Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7: Ki-Kare Test Sonuçları

Kök Nu.	Kanonik Korelasyonlar	Ki-Kare İstatistiği	Serbestlik Derecesi	p Değeri	Lambda Değeri
1	0,864	109,736	42	0,000	0,092
2	0,725	46,665	30	0,027	0,363
3	0,402	12,355	20	0,903	0,764
4	0,277	4,269	12	0,978	0,911
5	0,111	0,578	6	0,997	0,987
6	0,020	0,018	2	0,991	1,000

Tablo 7’de gösterilen Ki-kare test sonuçlarından da anlaşılacağı gibi ilk iki değişken çifti arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişkiden söz edilebilir. Diğer değişken çiftleri arasındaki ilişkinin istatistiksel olarak anlamlı olmadığı tespit edilmiştir.

Söz konusu U_1 ve V_1 değişken çifti için kanonik korelasyon katsayısı 0,864, U_2 ve V_2 değişken çifti için kanonik korelasyon katsayısı 0,725 olarak elde edilmiştir. Bu katsayılar istatistiksel olarak anlamlıdır. Diğer değişken çiftlerinden U_3 ve V_3 çiftinin kanonik korelasyon katsayısı 0,402, U_4 ve V_4 çiftinin kanonik korelasyon katsayısı 0,277, U_5 ve V_5 çiftinin kanonik korelasyon katsayısı 0,111 ve son olarak U_6 ve V_6 çiftinin kanonik korelasyon katsayısı 0,02 olarak tespit edilmiştir. Bu katsayılar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişkinin olmadığı belirlenmiştir.

VII. Sonuç

Çalışmada Afrika Birliğine üye 54 ülkenin seçilen yedi adet sosyal gösterge (X_1 =yüzölçümü, X_2 =nüfus, X_3 =nüfus artış hızı, X_4 =doğum oranı, X_5 =bebek ölüm oranı, X_6 =ortalama ömür, X_7 =doğurganlık oranı) ile altı adet ekonomik gösterge (Y_1 =milli gelir, Y_2 =kişi başına milli gelir, Y_3 =elektrik üretimi, Y_4 =elektrik tüketimi, Y_5 =petrol tüketimi, Y_6 =kablolu telefon abone sayısı) arasındaki ilişki kanonik korelasyon analizi yöntemi ile test edilmiştir.

Yapılan analiz sonucunda, Afrika Birliği ülkelerinin sosyal ile ekonomik göstergeleri arasındaki en yüksek kanonik korelasyon katsayısı 0,864 olarak tespit edilmiştir. İkinci en yüksek kanonik korelasyon katsayısı ise 0,725 olarak elde edilmiştir. Elde edilen her iki kanonik korelasyon katsayılarının istatistiksel olarak anlamlı oldukları belirlenmiştir. Ancak diğer kanonik korelasyon katsayılarının hiçbirisi istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır.

Kaynakça

- Alpert, M. I. & Peterson, R. A. (1972). "On The Interpretation of Canonical Analysis", *Journal of Marketing Research*, 9, 187-192.
- Anderson, W. T. (1971). *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, New York: John Wiley and Sons Inc.
- Bagozzi, R. P., Fornell, C. & Larcker, D. F. (1981). "Canonical Correlation Analysis as a Special Case of a Structural Relations Model", *Multivariate Behavioral Research*, 16(4), 437-454.
- CIA Resmi Web Sitesi: (<https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook>)
- Çankaya, S., Altop, A., Olfaz, M. ve Erenner, G. (2009). "Karayaka Toklularında Kesim Öncesi ve Kesim Sonrası Ölçülen Bazı Özellikler Arasındaki İlişkinin Tahmini İçin Kanonik Korelasyon Analizi", *Anadolu Tarım Bilimleri Dergisi*, 24(1), 61-66.
- Fornell, C., & Larcker, D. F. (1980). "The Use of Canonical Correlation Analysis in Accounting Research", *The Journal of Business Finance&Accounting*, 7(3), 455-470.
- Hotelling, H. (1935). "The Most Predictable Criterion", *Journal of Experimental Psychology*, 26, 139-142.
- Kalaycı, Ş. (Ed.) (2008). *SPSS Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*, Ankara: Asil Yayın Dağıtım Ltd.Şti.
- Keskin, S., Kor, A. ve Başpınar, E. (2005). "Akkeçi Oğlaklarında Kesim Öncesi ve Kesim Sonrası Ölçülen Bazı Özellikler Arasındaki İlişki Yapısının Kanonik Korelasyon Analizi ile İrdelenmesi", *Tarım Bilimleri Dergisi*, 11(2), 154-159.
- Oktay, E. ve Çınar, H. (2002). "Avrupa Birliği Ülkelerinin Bazı Sosyal ve Ekonomik Göstergeleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizleri Yardımıyla Belirlenmesi", *EKEV Akademi Dergisi*, 6(12), 11-31.
- Pugh, R. C. & Hu, Y., (1991) "Use and Interpretation of Canonical Correlation Analysis in Journal of Educational Research Articles: 1978-1989", *Journal of Educational Research*, 84 (3), 147-152.
- Saraçlı, Z. ve Saraçlı, S. (2006). "Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İ.İ.B.F. Öğrencilerinin Demografik Özellikleri ile Üniversite Sorunları Arasındaki İlişkinin Doğrusal Olmayan Kanonik Korelasyon Analizi ile İncelenmesi", *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, 1(1), 27-38.
- Şen, H. ve Kalyoncu, C. (2001). "Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Tıp Fakültesindeki Beslenme Bozukluğu (Malnütrisyon Sıklığı) İle İlgili Araştırmanın Kanonik Korelasyon Analizi ile Çözümlemesi", *V. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu*, 18-22 Eylül, Adana.