Yönsüz Çinli Postacı Problemi: Polis Devriye Araçları İçin Bir Uygulama Undırected Chınese Postman Problem: An Applıcatıon On Patrol Cars

Yrd.Doç.Dr. Gül Gökay EMEL*
Uludağ Üniversitesi
İ.İ.B.F., İşletme Bölümü

Arş.Gör. Çağatan TAŞKIN*
Uludağ Üniversitesi
İ.İ.B.F., İşletme Bölümü

Emtullah DİNÇ
Uludağ Üniversitesi
S.B.E., İşletme Yüksek Lisans

Öz: *Ayrıt rotalama problemi, birleşi en iyilemenin temel problemlerinden biridir. Bu çalışmada, ayrıt rotalama problemlerinden Çinli postacı problemi incelenmektedir. Çinli postacı probleminin gerçek hayatta; mektup dağıtımı, yol bakımı, polis devriye araçlarının ve kar temizleme araçlarının rotalarının belirlenmesi ve otobüs çizelgelemesi gibi pek çok uygulamasını görmek mümkündür. Çalışmada, önce Çinli postacı problemiyle ilgili temel kavramlar, problemin çeşitleri ve yönsüz Çinli postacı probleminin çözüm yöntemleri incelenmektedir. Daha sonra ise, belli bir bölgedeki yollardan geçmek zorunda olan bir polis devriye aracının en iyi rotasının bulunması, yönsüz Çinli postacı problemi olarak ele alınmaktadır. Model, en kısa mesafeli eşleştirme yöntemi kullanılarak çözülmekte ve polis devriye aracının en iyi rotası belirlenmektedir.*

Anahtar sözcükler: *Çizge Kuramı, Ayrıt Rotalama Problemi, Çinli Postacı Problemi, En Kısa Mesafeli Eşleştirme, Polis Devriye Araçları.*

Abstract: *Arc routing problem being one of the well known problems in combinatorial optimization is handled in this paper. The Chinese postman problem which is an arc routing problem, has many applications in real life problems such as mail delivery, road maintenance, routing of patrol cars and snow ploughs and bus scheduling. In this paper; after the explanation of basic concepts of Chinese postman problem, information about the types of Chinese postman problem is given. Then the solution methods for the undirected Chinese postman problem are examined and one of the solution methods, minimum length-matching method, is applied to the routing of a patrol car.*

Key words: *Graph Theory, Arc Routing Problem, Chinese Postman Problem, Minimum-Length Matching, Patrol Cars.*

* Uludağ Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü, Görükle Kampusü, 16059, Bursa, E-mail: ggokay@uludag.edu.tr, ctaskin@uludag.edu.tr.

1. GİRİŞ

Birleşi (combinatorial) en iyilemenin en önemli problemlerinden olan rotalama problemleri, düğüm rotalama problemleri (node routing problems) ve ayrıt rotalama problemleri (arc routing problems) olmak üzere ikiye ayrılır. Bu problem tiplerinden ilki bir çizgenin düğümlerini, ikincisi ise ayrıtlarını ele alır. Ayrıt rotalama problemlerinin amacı, bir çizge üzerinde yer alan tüm ayrıtlardan en az bir kere geçerek başlangıç düğümüne dönen en kısa rota veya rotaları belirlemektir. Ayrıt rotalama problemleri de, kırsal postacı problemi (rural postman problem/KPP) ve Çinli postacı problemi (Chinese postman problem/ÇPP) olmak üzere ikiye ayrılabilir. Kırsal postacı probleminde, bir çizge üzerinde yer alan belirli ayrıtlardan en az bir kez geçilerek, Çinli postacı probleminde ise çizgedeki her ayrıttan en az bir kez geçilerek en kısa turun oluşturulması istenir(CORBERAN vd., 2002b).

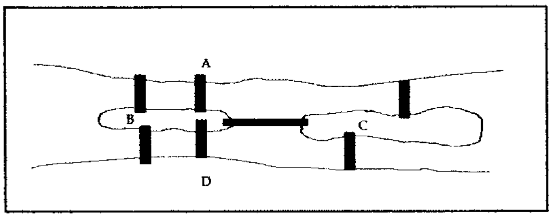
Çinli postacı problemi, ilk olarak 1962 yılında Çinli bir matematikçi olan Mei-Ko Kwan tarafından incelenmiştir. Problem, bir postacının postaneden aldığı mektupları mümkün olan en kısa yoldan şehirdeki tüm sokaklara uğrayarak dağıtmak istemesiyle ortaya çıkmıştır. Mektupların dağıtımından sonra postacı başladığı nokta olan postaneye geri dönmek zorundadır (AHUJA vd., 1993). ÇPP, birleşi en iyilemenin yine temel problemlerinden biri olan gezgin satıcı problemine (traveling salesman problem/GSP) benzerlik göstermesine rağmen önemli farklılıklara sahiptir. GSP, bir düğüm rotalama problemi olup çizgedeki her bir düğüme yalnızca bir kez uğramak koşuluyla en kısa turun (Hamilton turun) bulunmasıdır. Tanımlarından da anlaşılacağı gibi ÇPP ve GSP arasındaki temel farklılık; ÇPP'nde bir çizgenin düğümleri yerine bu düğümleri birbirine bağlayan ayrıtlardan geçilmesi ve bunun da en az bir kez gerçekleşmesi şartıdır (EISELT vd., 1995a, 1995b). ÇP probleminin çizgesinde eğer bir Euler tur elde edilemiyorsa turun tamamlanabilmesi için ayrıtlardan birden fazla geçilmesi gerekmektedir.

Bu tip problemler gerçek hayatta; mektup dağıtımı, yol bakımı, atık veya çöp toplama işlemleri, kar temizleme çalışmaları, elektrik sayaçlarının okunması, polis devriye araçlarının rotalarının belirlenmesi ve otobüs çizelgelemesi gibi geniş uygulama alanlarına sahiptir (EGLESE ve LI, 1996, LAPORTE, 1997). Kamu ve özel işletmelerin bu alanlardaki harcamaları günden güne artmakta ve büyük miktarlara ulaşmaktadır. Yetersiz planlamalar ve hatalı yatırımlar nedeniyle önemli miktarda kaynak bu alanlarda savurgan bir şekilde harcanmaktadır. Bu nedenle, bu tip problemlerin önemi gittikçe artmakta ve bir çok araştırmaya konu olmaktadır. Araştırmacıların bu alanlardaki çalışmaları, daha etkin çözümler bulunarak uygulama imkanının artmasına ve böylece önemli miktarda tasarrufların sağlanmasına yardımcı olmaktadır.

Bu çalışmada ayrıt rotalama problemlerinden yönsüz Çinli postacı problemi incelenmektedir. Çalışmada ilk önce, Çinli postacı probleminin çözümünde önemli bir yeri olan Euler tur ve Euler turun oluşumuna yer verilmektedir. Daha sonra çalışmada; Çinli postacı problem çeşitleri, çalışmanın konusu olan yönsüz Çinli postacı problemi ve çözüm yöntemleri ele alınmaktadır. Çalışmanın son kısmında ise Çinli postacı probleminin uygulama alanlarından biri olan bir polis devriye aracı için en kısa mesafeli eşleştirme yöntemiyle en iyi rotanın belirlenmesi çalışması yer almaktadır.

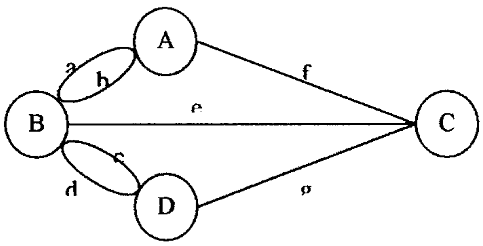
2. EULER TUR VE EULER TURUN BULUNMASI

Çinli postacı probleminin çözümüne temel oluşturan Euler tur, 1736 yılında İsviçreli bir matematikçi ve fizikçi olan Leonhard Euler tarafından ortaya atılmıştır. Euler turunun da ilginç bir hikayesi vardır. Könisgberg şehrinin tam ortasından Pregel nehri geçmektedir. Bu nehir, Şekil 1'de görüldüğü gibi şehri A, B, C, D olmak üzere dört bölgeye ayırmaktadır. Bu dört bölge ise yedi köprü ile birbirine bağlanmaktadır (HARARY, 1960).



Şekil 1. Könisgberg'in Yedi Köprü Problemi

Buradaki problem, bir kişinin Könisgberg'deki bir noktadan başlayarak, yedi köprünün her birinden yalnız bir kez geçerek, başladığı noktaya geri dönüp dönemeyeceğidir. Problem, 1736'da Euler tarafından araştırılmış ve şehrin bu kısmı Şekil 2'deki gibi bir çizgeyle gösterilmiştir (BACKIN, 2002).

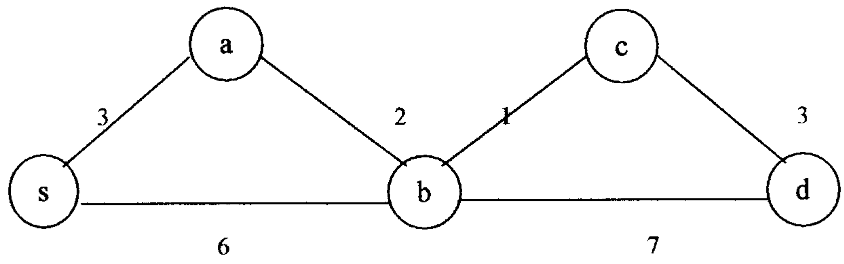


Şekil 2. Könisgberg'deki Yedi Köprünün Çizgesi

Bu çizgede, Pregel nehrinin ayırdığı şehrin dört bölgesi A, B, C ve D düğümleriyle ve bu bölgeleri birbirine bağlayan köprüler de a, b, c, d, e, f ve g ayrıtlarıyla gösterilmektedir. Euler incelemeleriyle böyle bir yolun Könisgberg'deki köprülerle oluşmasının mümkün olmadığını, oluşabilmesi için çizgenin bağlı (her bir bölgeye diğer bölgelerden ulaşılabilmesi) ve her bir düğümün çift dereceli olması (her bir bölgeye bağlı köprü sayısının çift olması) gerektiğini ortaya koymuştur (Network Flow Problems, 2002). Böylece, bir turun başlangıç ve bitiş düğümü aynı ise ve bu tur her bir ayrıtı tam olarak bir kez içeriyorsa bu tur Euler tur (Euler tour) ve bir çizge Euler tur içeriyorsa bu çizge de Euler çizge

(Euler graph) olarak adlandırılmıştır (AVRIEL ve GOLANY, 1996). Leonhard Euler'in bu araştırmaları matematikte tamamıyla yeni bir dal olan çizge kuramının başlangıcı olmuştur.

Şekil 3'te bir Euler çizgesi verilmiştir. Çizgede s düğümünden başlayan bir kaç tane farklı Euler tur mevcuttur.



Şekil 3. Bir Euler Çizgesi

Aşağıdaki dört turdan her biri bir Euler turu göstermektedir:

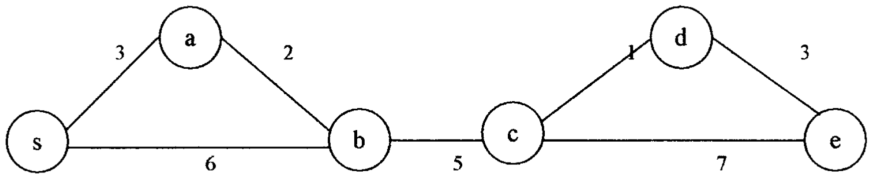
Rota 1: (s,a), (a,b), (b,c), (c,d), (d,b), (b,s)

Rota 2: (s,a), (a,b), (b,d), (d,c), (c,b), (b,s)

Rota 3: (s,b), (b,c), (c,d), (d,b), (b,a), (a,s)

Rota 4: (s,b), (b,d), (d,c), (c,b), (b,a), (a,s)

Bu dört tur da aynı şekilde, her bir ayrıttan sadece bir kez geçmektedir. Bu nedenle, her bir tur için toplam uzunluk aynı olup 3+2+1+3+7+6=22 birimdir. Bir çizge Euler tur içermiyorsa, turun tamamlanabilmesi en az bir ayrıtın birden fazla geçilmesiyle mümkün olabilmektedir. Şekil 4'deki çizge Euler tur içermediği için ancak (b,c) ayrıtı birden fazla geçilmek suretiyle tur tamamlanabilmektedir.



Şekil 4. Euler Tur İçermeyen Bir Çizge

[1] Königsberg, şehrin 18. yüzyıldaki adıdır. Şimdiki adı ise Kaliningrad'dır.

Burada, her ayrıttan en az bir kez geçilerek oluşacak tur için dört farklı rota mevcuttur:

Rota 1: (s,a), (a,b), (b,c), (c,d), (d,e), (e,c), (c,b), (b,s)

Rota 2: (s,a), (a,b), (b,c), (c,e), (e,d), (d,c), (c,b), (b,s)

Rota 3: (s,b), (b,c), (c,d), (d,e), (e,c), (c,b), (b,a), (a,s)

Rota 4: (s,b), (b,c), (c,e), (e,d), (d,c), (c,b), (b,a), (a,s)

Her bir tur için toplam tur uzunluğu, bütün ayrıtların toplam uzunluğu 3+2+5+1+3+7+6=27 birim ile tekrarlanan ayrıtın uzunluğu 5 birimin toplamı 32 birime eşittir.

Bazen verilen çizgeler karmaşık ve büyük olabilir. Bu durumda problem alt çevrimlere ayrılarak çözülebilir. G=(V,E)'nin bir Euler çizge olduğu varsayıldığında G çizgesinde bir Euler tur, aşağıdaki algoritmanın adımları izlenerek bulunabilir (AVRIEL ve GOLANY, 1996):

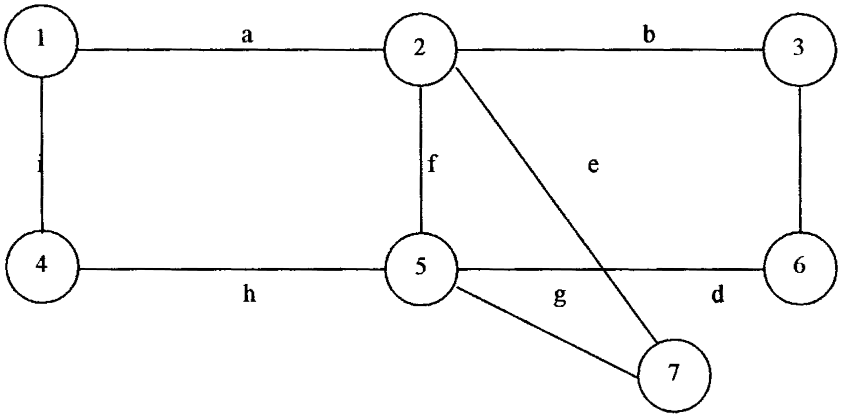
Adım 1: Herhangi bir düğüm olan s'den başlanır ve bir C çevrimi kurulur. Bu işlem, s düğümüne bağlı herhangi bir ayrıt (s,x) geçilerek yapılabilir ve bu ayrıt kullanıldı olarak işaretlenir. Daha sonra, x düğümüne bağlı başka bir kullanılmamış ayrıttan geçilir. s düğümüne dönene kadar, kullanılmamış ayrıtlardan geçilerek bu adım tekrarlanır. Bu adımla, s düğümüne dönülmelidir. Çünkü her bir düğüme bağlı olan ayrıtların sayısı çifttir ve bir düğüme yapılan her bir ziyaret, bu düğüme bağlı kullanılmamış ayrıtların sayısını tek yapmaktadır. Bundan dolayı her girilen düğümün daima bu düğümden çıkan kullanılmamış en az bir ayrıtı vardır.

Adım 2: C çevrimi, G'deki tüm ayrıtları içeriyorsa işlem durdurulur. İçermiyorsa C'nin ayrıtlarını içermeyen yeni bir alt çizge G´oluşturulur. Bu yeni alt çizge, C'deki her bir düğüm kendisine bağlı çift sayıda ayrıt içerdiğinden Euler çizgedir. G bağlı bir çizge olduğundan dolayı, G´çizgesindeki en az bir düğüm(v) C ile ortak olmalıdır.

Adım 3: v'den başlanır ve G´çizgesinde bir C´çevrimi kurulur.

Adım 4: C ve CÅâbirleştirilir ve buna birleştirilmiş çevrim C denir. Daha sonra 2. adıma geri dönülür.

Şekil 5'te verilen çizgede Euler tur birinci adımda oluşturulabilmektedir. Ancak algoritmanın diğer adımlarının işleyişinin gösterilmesi bakımından düğüm 1'den başlanarak a, f, h ve i ayrıtlarını içeren bir C çevrimi oluşturulsun. Düğüm 2'ye v denirse, çizgenin kalan kısmı olan G´çizgesinde, b, c, d, g ve e ayrıtlarını içeren tek bir C´evrimi oluşur. Çevrimler birleştirilir. C'nin başlangıç düğümünden başlanır ve ortak düğüm olan v'ye ulaşılıncaya kadar çevrim etrafında ilerlenir. Bu noktada, C´çevrimi de geçilerek, v düğümüne geri dönünceye kadar devam edilir. Daha sonra v düğümünden başlangıç düğümüne doğru C çevrimindeki kalan yol boyunca devam edilir. Sonuç olarak, örnekteki birleşmiş çevrim a, b, c, d, g, e, f, h ve i ayrıtlarını içermektedir ve bu G çizgesinde oluşan Euler turu göstermektedir.



Şekil 5. Bir Euler Tur Örneği

3. ÇİNLİ POSTACI PROBLEMİ

Çinli postacı problemi, belirli bir başlangıç noktasından başlayarak çizgedeki her bir ayrıta en az bir kez uğramak koşuluyla en kısa turun oluşturulmasıdır (AHUJA vd., 1993). Çinli postacı probleminin pek çok uygulama alanı vardır. Özellikle, araç rotalarının belirlenmesinde yoğun olarak kullanılmaktadır. İşletmeler araçlarının çalışma maliyetlerini; araç duraklarını düğüm, yolları da ayrıt olarak alan çizge kuramını kullanarak en küçüklemeye çalışmaktadırlar. Böylece araçların hareket maliyetlerini en küçükleyen, her yoldan en az bir kez geçen ve başlanılan noktaya geri dönen en iyi rotaları belirleyebilmektedirler. Çinli postacı problemi; mektupların dağıtımı, çöplerin toplanması, cadde ve otobanlardaki kar ve buz kontrolleri, tuzlama, kar temizleme ve sokakların temizlenmesi çalışmaları (Routing Problems, 2002), okul servisleri ve polis devriye araçları rotalarının çizelgelenmesi, süt ve gazete dağıtımı, etkili web sitesi kullanılabilirliğinin tespiti ve tesis içi planlama gibi bir çok alanda kullanılabilmektedir (THIMBLEBY, 2002).

3.1. Çinli Postacı Problemi Çeşitleri

İlgili yazına bakıldığında Çinli postacı problemi temel olarak, bir çizgedeki ayrıtların yönlerine bağlı olarak yönlü, yönsüz ve karma Çinli postacı problemi olarak üçe ayrılmaktadır. Yönlü ve yönsüz Çinli postacı problemleri polinom zamanlı algoritmalar ile çözülebilmektedirler. Bu nedenle P sınıfına aittirler. Karma Çinli postacı probleminde ise yolların bazıları yönlü, bazıları ise yönsüzdür ve bu problem NP-zor problem sınıfına aittir (FLORIAN, 1984). Yönsüz, yönlü ve karma Çinli postacı problemlerine başka kısıtların eklenmesi suretiyle yeni Çinli postacı problemleri ortaya çıkmıştır. Bunlar aşağıdaki gibi verilebilir(AHR ve REINELT, 2002):

1) Yönsüz Çinli postacı problemi (Undirected Chinese postman problem)
2) Yönlü Çinli postacı problemi (Directed Chinese postman problem)
3) Karma Çinli postacı problemi (Mixed Chinese postman problem)
4) k-Çinli postacı problemi (k-Chinese postman problem)
5) Min-Max k-Çinli postacı problemi (Min-Max k-Chinese postman problem)
6) Hızlı Çinli postacı problemi (Windy Chinese postman problem)
7) Hiyerarşik Çinli postacı problemi (Hierarchical Chinese postman problem)
8) Kapasite Kısıtlı Çinli postacı problemi (Capacitated Chinese postman problem)

Yönlü Çinli postacı probleminde, yönlü bir çizge üzerindeki her bir ayrıta en az bir kez uğranılarak, başlanılan düğüme geri dönülmek koşuluyla en kısa yolun bulunması istenmektedir (AHUJA vd., 1993). Yönlü ve yönsüz Çinli postacı probleminin birleşmesinden oluşan karma Çinli postacı probleminde, hem yönlü hem de yönsüz ayrıtlardan oluşan bir çizge G=(V,E,A) üzerindeki tüm ayrıtlara en az bir kez uğrayarak ve başlangıç düğümüne dönmek koşuluyla en kısa yolun bulunması istenmektedir (CORBERAN vd., 2002a). K-Çinli postacı probleminde ise k tane(en az 2) postacı için rota belirlenmeye çalışılmaktadır. Yine aynı şekilde her bir postacı başlangıç noktasından çıkıp yine başlangıç noktasına dönmek zorundadır. Bu problemde amaç k tane rotanın toplam uzunluğunu en küçüklemektir (Routing Problems, 2002). Min-max k-Çinli postacı problemi, k-Çinli postacı problemi ile hemen hemen aynıdır. Yine k tane rota belirlenmektedir. Ancak burada en uzun rota en küçüklenmek istenmektedir. Amaç, her bir ayrıta mümkün olan en kısa zamanda ulaşabilmektir. Rotaların daha dengeli olması için yaklaşık eşit uzunluklu rotalar oluşturulmaya çalışılmaktadır (AHR ve REINELT, 2002). Hızlı Çinli postacı probleminde, yönsüz bir çizge üzerindeki ayrıtların uzunluğu, bu ayrıtlardan geçiş yönüne göre değişebilmektedir. Burada da amaç, çizgedeki her bir ayrıttan en az bir kez geçerek en kısa turu bulabilmektir (EISELT vd., 1995a). Çinli postacı probleminin bir diğer sınıfı da hiyerarşik Çinli postacı problemidir. Bu problemde G=(V,A) üzerindeki yönlü ayrıtlar kümesinde öncelik ilişkileri tanımlanmış ve hangi yönlü ayrıtlara hangi sırayla hizmet sunulacağı önceden tespit edilmiştir (GHIANI ve IMPROTA, 2000). Amacı, bir çizgede yer alan her ayrıta en az bir kez uğrayarak en kısa turu bulmak olan Çinli postacı problemine, karşılaşılan problemin özelliğine göre bir takım ek kısıtlar ilave edilebilmektedir. Bunlardan birisi de araç kapasite kısıtıdır. Bu kısıtın ilave edilmesine, yoğun kar ve soğuk nedeniyle buzlanmanın yüksek olduğu yollara tuz serpilmesi işleminin bir rota dahilinde belli kapasitedeki araçlarla yapılması örnek olarak verilebilir. Bu problem tipine yönsüz kapasite kısıtlı Çinli postacı problemi denmektedir (EGLESE ve LI, 1992).

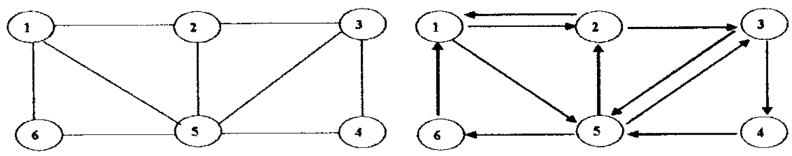
En iyileme problemlerinin çözüm yöntemleri, genel olarak kesin ve kesin olmayan yöntemler olmak üzere ve kesin olmayan yöntemler de, yaklaşık ve buluşsal yöntemler olmak üzere ikiye ayrılır. Kesin yöntemlerle en iyi çözümlere ulaşılır. Kesin olmayan yöntemler ise en iyi çözümü garanti etmez. Ancak, yaklaşık yöntemlerle elde edilen çözümlerin en iyi çözüme ne kadar yakın olduğu bellidir(% x gibi belirli bir oran kadar en iyi çözüme yaklaşırlar). Buluşsal yöntemlerin ise en iyi çözüme yaklaşma oranı belli değildir (IGNIZIO, 1980). Çizelge 1'de bu çözüm yöntemleri sınıflamasına göre Çinli postacı problemi çeşitlerinin çözümleri ile ilgili bilgiler özet olarak verilmiştir (EISELT vd., 1995a ve GREISTORFER, 2003):

Çizelge 1. Çinli Postacı Problemi İçin Çözüm Yöntemleri

	ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ			
Problem Adı	**Kesin**	**Yaklaşık**	**Bulgusal**	**Problem Sınıfı**
Yönsüz ÇPP	Edmonds ve Johnson "Minimum-ağırlıklı eşleştirme" "Tamsayılı doğrusal programlama"	---	---	P
Yönlü ÇPP	Edmonds ve Johnson "serim akış yöntemleri" "Tamsayılı doğrusal programlama"	---	---	P
Karma ÇPP	Edmonds ve Johnson "Çift Karma ÇPP Algoritması" Christofides ve ark.(1984) "Lagrangean gevşetmeli dal ve sınır yöntemi" Grötschel ve Win(1992) "Dal ve kesme yöntemi" Norbert ve Picard "Dal ve kesme yöntemi"	Frederickson(1979) "MIXED1 ve MIXED2"[Edmonds ve Johnson'nun buluşsal yöntemi üzerinde iyileştirme yapmıştır. En kötü durum davranışı:5/3] Raghavachari ve Veerasamy(1998) [Edmonds ve Johnson'nun buluşsal yöntemi üzerinde iyileştirme yapmıştır. En kötü durum davranışı:3/2]	Edmonds ve Johnson(1973) Frederickson(1979) Christofides ve ark.(1984) Pearn ve Liu(1995,1999) Raghavachari ve Veerasamy(1998) Corberan ve ark.(2000) "GRASP"	NP-zor
Min-Max k ÇPP	---	Frederickson ve ark.(1978) "Tur bölme startejisiyle uygulanan ark (2-1/k) algoritması"	Frederickson ve ark.(1978) Dino Ahr ve Gerhard Reinelt(2002)	NP-zor
Hızlı ÇPP	Grötschel ve Win(1992) "Kesme düzlemi algoritması"	Win(1989)[En kötü durum davranışı:2] Raghavachari ve Veerasamy(1998) [En kötü durum davranışı:3/2]	Dror(2000)	NP-zor (bazı koşullarda P)
Hiyerarşik ÇPP	Gelinas(1992) "Dinamik programlama"	---	---	NP-zor (bazı koşullarda P)
Kapasite Kısıtlı ÇPP	"Problem araç rotalama problemine dönüştürülüp bu probleme özgü yöntemlerle çözülebilir"	---	Greistorfer(1995)	NP-zor

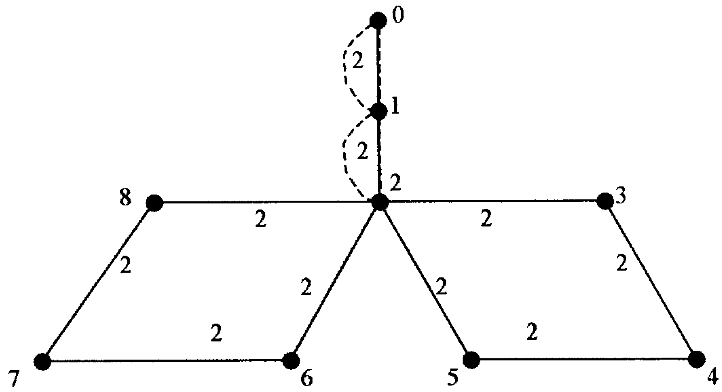
3.2. Yönsüz Çinli Postacı Problemi

Yönsüz Çinli postacı probleminde, yönsüz bir çizge üzerindeki her bir ayrıta en az bir kez uğrayarak, başlanılan düğüme geri dönmek koşuluyla en kısa yolun bulunması istenir. Yönsüz Çinli postacı problemi P sınıfına aittir, fakat yönlü Çinli postacı probleminden biraz daha karmaşıktır. Problemin G çizgesi bir Euler çizge ise problem Euler tur bulunarak çözülebilir. Tur, tekrarlanan ayrıt (deadheading) olmadan tamamlanabilir. Ancak G bir Euler çizge değil ise, o zaman tekrarlanan ayrıtların toplam uzunluğu en kısa mesafeli eşleştirme (minimum-length matching) yönteminin probleme uygulanması ile en küçüklenmeye çalışılır (AVRIEL ve GOLANY, 1996). Tekrarlanan ayrıtların toplam uzunluğunun en küçüklenmesi problemin en iyi sonucunu verir. Problem, tamsayılı doğrusal programlama ile de çözülebilmektedir. Daha sonraki kesimlerde bu problem tipinin çözüm yöntemleri daha ayrıntılı olarak incelenecektir. Şekil 6'da yönsüz ÇPP'nin çözümüne (1-2-3-4-5-3-5-2-1-5-6-1) ilişkin bir örnek verilmiştir (FLORIAN, 1984).



Şekil 6. Bir Yönsüz Çinli Postacı Problemi

Şekil 7'de ise yönsüz ÇPP' ne ilişkin başka bir çizgeye yer verilmiştir (Routing Problems, 2002).



Şekil 7. Bir Yönsüz Çinli Postacı Problemi Çizgesi

Bu çizgede sıfır ile başlangıç noktası gösterilmiştir. Ayrıtların üzerindeki sayılar her bir ayrıtın uzunluğunu, kesik çizgiler ise ikinci kez geçilen ayrıtları göstermektedir. Bu Çinli postacı problemi için en iyi çözüm 0-1-2-3-4-5-2-6-7-8-2-1-0 ve en iyi uzunluk 24 birimdir.

3.3. Yönsüz Çinli Postacı Problemi İçin Çözüm Yöntemleri

ÇPP kolay modellenebilen ve geniş uygulama alanı olan bir problem olmasına rağmen, basit ve kolay bir çözüm algoritmasına sahip değildir. Bu çalışmada, bir polis devriye aracının rotasının belirlenmesi yönsüz Çinli postacı problemi olarak ele alındığından sadece bu problem tipinin çözüm yöntemleri incelenecektir. Problemin çözümünde kullanılan algoritma ve yöntemler; Floyd algoritması, Dijkstra algoritması, Euler turu ve en kısa mesafeli eşleştirme olarak sayılabilir. Ayrıca, diğer birleşi en iyileme problemlerinde (gezgin satıcı problemi, araç rotalama problemi vb.) olduğu gibi, Çinli postacı problemi de tamsayılı doğrusal programlama yöntemleriyle çözülebilmektedir. Burada Floyd ve Dijkstra algoritmalarına kısaca değinilecektir. Daha sonra da en kısa mesafeli eşleştirme ve tamsayılı doğrusal programlamayla çözüm yöntemine yer verilecektir.

3.3.1. Floyd ve Dijkstra Algoritmaları

Daha önce değinildiği gibi bir Çinli postacı problemi, çizgesi bir Euler çizge ise hemen çözülebilmektedir. En iyi çözüm Euler turun bulunması ile elde edilmektedir. Bir Euler turun bulunması ise Kesim 2'de açıklanmıştır. Çizgenin Euler olmadığı durumlarda ise tek dereceli (odd-degree) düğümler arasındaki ayrıtların tekrarlanması gerekmektedir. Amaç, tekrarlanacak ayrıtların toplamının en küçük olmasıdır. Bu, tek dereceli düğümler arasındaki en kısa yolların bulunmasını gerektirmektedir. Floyd ve Dijkstra algoritmaları ise bir Çinli postacı probleminin çizgesinde yer alan tek dereceli düğümler arasındaki en kısa yolların bulunmasında kullanılır.

Dijkstra algoritması, bir başlangıç düğümünden yola çıkarak buna en yakın düğümü ele alır. Ele alınan düğüme en kısa yollarla, bu düğümden erişilebilir düğümlerin uzaklıklarını birlikte değerlendirmeyi, bir anlamda baştan sona doğru şartlı en iyileri bulmayı amaçlar (KARA, 1991). Dijkstra algoritmasının en önemli özelliği, başlangıç düğümünden hedef düğüme olan en kısa yolun yanı sıra geri kalan tüm düğümlere olan en kısa yolların da kolaylıkla bulunabilmesidir. Bu nedenle tek kaynaklı en kısa yollar algoritması olarak da adlandırılmaktadır. En kısa yol problemleri için Dijkstra algoritması uygulanırsa, her bir noktanın başlangıç noktası olarak alınarak çözüm yapılması gerekir (LAWLER, 2001).

Floyd algoritması ise Dijkstra algoritmasından daha geneldir. Çünkü sadece bir düğümden bir düğüme olan değil, çizge üstündeki tüm düğüm çiftleri arasındaki en kısa yolların bulunmasını içeren problemdir. Algoritma, n düğümden oluşan bir çizgeyi n satırlı ve n sütunlu bir kare matris olarak gösterir. Matrisin (i,j) elemanı, i. düğümden j. düğüme olan d_{ij} uzaklığını verir. i doğrudan j'ye bağlıysa dij sonlu, bağlı değilse sonsuzdur (TAHA, 2000). Büyük ölçekli problemlerde Dijkstra algoritması hesaplama yükü açısından

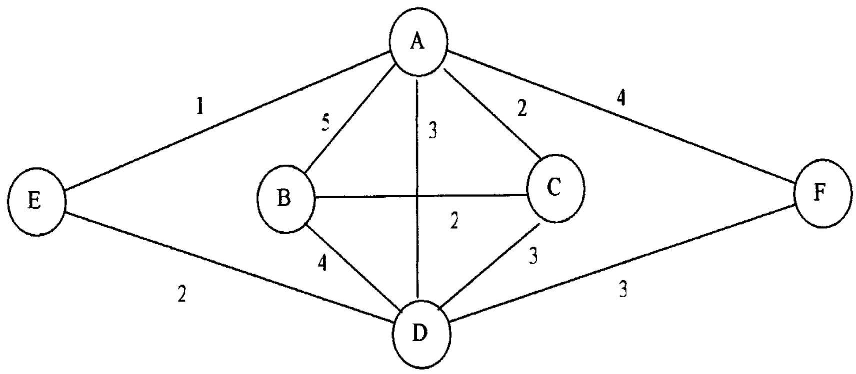
Floyd algoritmasına göre, Floyd algoritması ise uygulama ve programlama kolaylığı açısından Dijkstra algoritmasına göre daha avantajlıdır (TÜRKAY, 2003).

3.3.2. En Kısa Mesafeli Eşleştirme Yöntemi

Bir Çinli postacı probleminin çözümü için bu problemin çizgesindeki herhangi bir x düğümü tek dereceli ise x düğümüne bağlı en az bir ayrıt tekrarlanmalıdır. Bu ayrıtların tekrarlanmasıyla çizgedeki tüm düğümler çift dereceli (even degree) olabilmektedir. Tekrarlanacak ayrıtları belirlemek için en kısa mesafeli eşleştirme yönteminden yararlanılır. En kısa mesafeli eşleştirme yönteminin, yönsüz Çinli postacı probleminin çözümü için etkin bir algoritma olarak kullanılması ilk defa Edmonds ve Johnson tarafından 1973 yılında gerçekleştirilmiştir.

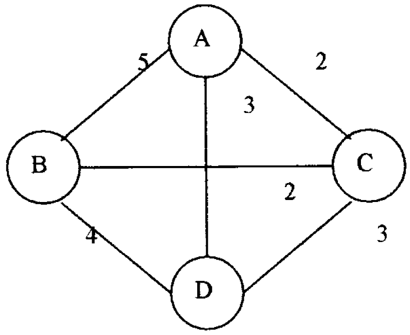
Bu yöntemde, ilk önce çizge G'deki tek dereceli düğümler tespit edilir. Sonra bir G´= (V´, E´) çizgesi kurulur. Bu G´çizgesindeki düğümler kümesi G çizgesindeki tüm tek dereceli düğümleri, ayrıtlar kümesi ise bu tek dereceli düğümleri birbirine bağlayan ayrıtları içermektedir. Burada amaç, oluşturulan G´çizgesinde yer alan tek dereceli düğümlerin olası eşleştirilmiş çiftlerini ve bunların arasındaki en kısa uzunluğu saptamaktır. Bunun gerçekleştirilebilmesi için G´çizgesi çift sayıda tek dereceli düğüme (2n) sahip olmalıdır. Böylece her bir tek dereceli düğüm çifti yine G´çizgesinde yer alan bir ayrıtla bağlı olduğu için n sayıda düğüm çifti eşleştirilebilir (AVRIEL ve GOLANY, 1996).

Bir tek dereceli düğümden diğer bir tek dereceli düğüme doğrudan giden yeni bir yolun kurulması da akla gelebilir. Ancak bu, gerçek hayatta yeni bir yolun veya köprünün kurulması anlamına gelir. Böyle bir yol veya köprünün kurulması ise çok maliyetli veya imkansız olabilir. Bu nedenle, yeni bir yol kurmak yerine mevcut yollar dikkate alınarak en az maliyetli ya da en kısa uzunluklu yollar bulunmaya çalışılır. Tek dereceli düğümler, en kısa uzunluk dikkate alınarak eşleştirildiğinde, bunlar arasındaki en kısa yollar tekrarlanacak ayrıtları kapsayacaktır (MINIEKA,1979).



Şekil 8. Bir Çinli Postacı Probleminin G Çizgesi

Şekil 8'de bir yönsüz Çinli postacı problemi yer almaktadır (AVRIEL ve GOLANY, 1996). Bu problemin çizgesi olan G'de A, B, C ve D düğümleri tek derecelidir. Bu tek dereceli düğümleri ve onları birbirine bağlayan ayrıtları gösteren G´çizgesi ise Şekil 9'da verilmiştir. Burada dört tane tek dereceli düğüm ile iki tane eşleştirilmiş düğüm çifti (n=2) vardır ve üç olası eşleştirme yapmak mümkündür.

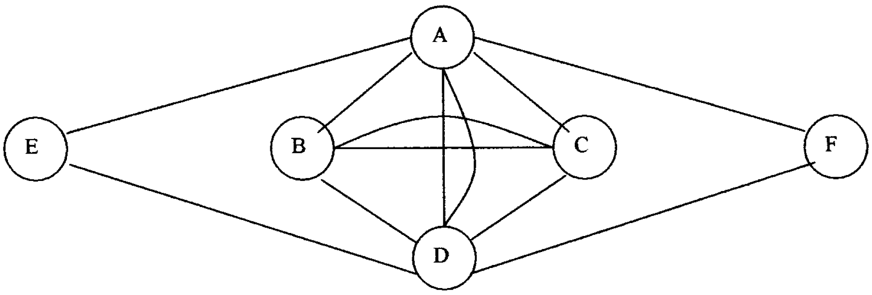


Şekil 9. Şekil 8'deki Çinli Postacı Probleminin G´ Çizgesi

Aşağıda, G´çizgesindeki tüm ayrıtlar için en kısa mesafeli eşleştirme yöntemi kullanılarak yapılan eşleştirmeler verilmektedir:

Eşleştirme	Mesafe
(A,B) (C,D)	5+3=8
(A,C) (B,D)	2+4=6
(A,D) (B,C)	3+2=5*

Burada en kısa mesafeli eşleştirme (A,D) ve (B,C) ayrıtları arasında ortaya çıkmaktadır. Postacının tekrar edeceği yollar; A'dan D'ye en kısa yol (A,D ayrıtı) ve B'den C'ye en kısa yol (B,C ayrıtı) şeklindedir. Şekil 10'daki G* çizgesinde (A,D) ve (B,C) ayrıtlarının birer kopyası görülmektedir. Çizgedeki tüm düğümler çift dereceli hale dönüşmüştür. En iyi rotayı bulmaya çalıştığımız Şekil 8'deki orjinal çizge için artık yeni oluşan G* çizgesine bakılarak en az bir Euler tur oluşturulabilir. Bu oluşturulan Euler tur aynı zamanda en iyi rotayı verir. Oluşan en iyi rota ise şöyledir; {(A,E) (E,D) (D,F) (F,A) (A,B) (B,D) (D,C) (C,B) (B,C) (C,A) (A,D) (D,A)}. Buna göre G* çizgesindeki her bir ayrıttan tam olarak bir kez ve G çizgesindeki her bir ayrıttan en az bir kez geçilmiştir. G çizgesinde sadece (A,D) ve (B,C) ayrıtları tekrarlanmıştır. Sonuç olarak, bu rotanın toplam uzunluğu 34 (29+3+2) birimdir. Bu uzunluk, G çizgesindeki her bir ayrıtın yalnız bir kez geçilmesiyle bulunan toplam uzunluktan 5 birim fazladır.



Şekil 10. Şekil 8'deki Çinli Postacı Probleminin G* Çizgesi

3.3.3. Tamsayılı Doğrusal Programlama Yöntemi

Çinli postacı problemi kesin çözüm yöntemleri arasında yer alan tamsayılı doğrusal programlama ile modeli kurulup, kesme düzlemi algoritması, dal ve sınır yöntemi ve dal ve kesme yöntemleri ile çözümlenebilir. Aşağıda yönsüz Çinli postacı probleminin tamsayılı doğrusal programlama modeli verilmektedir:

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \qquad (3.1)$$

Kısıtları altında,

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} - \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,n \qquad i \in V \qquad (3.2)$$

$X_{ij} + X_{ij} \geq 1$ ve tamsayı E'deki tüm (i,j) ayrıtları için (3.3)

X_{ij} , $X_{ij} \geq 0$ ve tamsayı (3.4)

n : Serimdeki düğüm sayısı

E : Serimdeki tüm ayrıtların kümesi

V : Serimdeki tüm düğümlerin kümesi

X_{ij} : i'den j'ye giderken (i,j) ayrıtından geçilme sayısı

C_{ij} : (i,j) ayrıtının uzunluğu

Burada (3.1), en kısa uzunluğu hedefleyen amaç fonksiyonunu açıklamaktadır. (3.2), akışı sağlayan süreklilik kısıtlarını, (3.3) ise her bir ayrıttan herhangi bir yönde en az bir kez geçilmesi gerektiğini göstermektedir. Diğer kısıt, (3.4) tüm değişkenlerin negatif olmayan tamsayı olma gereğini belirtmektedir.

4. BİR POLİS MERKEZİNE BAĞLI BİR DEVRİYE ARACININ EN KISA ROTASININ BELİRLENMESİ

Polis devriye araçları bir bölgedeki belirli bir merkezden çıkıp, rotaları üzerinde yer alan caddelerden geçerek bağlı oldukları merkeze geri dönerler. Bu araçların geçmeleri gereken caddelerin belirlenmesinde, o bölgedeki suç işleme oranları önemli bir faktör olabilir. Bu faktörün ağırlığına göre belirli caddelerden mutlaka geçmeleri istenebilir. Bu yerlerden geçerken araçların en az mesafe veya maliyetle turlarını tamamlamalarını sağlayacak rotaların belirlenmesi önemlidir. Bir şehir içerisindeki polis merkezleri ve bunlara bağlı polis devriye araçlarının sayısı göz önüne alındığında, her birinin en iyi rotasının uygulanmasının önemli bir maliyet tasarrufu sağlayabileceği açık olarak görülmektedir.

Bu çalışmada da, Bursa'nın 10 mahalleli bir bölgesindeki bir polis merkezine bağlı bir devriye aracının en kısa rotasının belirlenmesi ele alınmaktadır. İncelenen bölgede kullanılacak devriye aracının hareket noktası Muammer Sencer Polis Merkezi olarak kabul edilmiştir. Benzin maliyetleri nedeniyle merkezin devriye için sadece bir araç tahsis etmesi mümkün olmaktadır. Devriye aracının hareket noktası olan bu polis merkezi Demirtaşpaşa mahallesi sınırları içerisinde kaldığından, devriye aracının çıkış noktası Demirtaşpaşa mahallesi olarak alınmıştır. Bu çıkış noktasından başlamak üzere her mahalleye bir numara verilmiştir. Bu bölgede yer alan mahaller ve numaraları Çizelge 2'de verilmiştir.

Çizelge 2. Seçilen Bölgenin Mahalleleri ve Düğüm Numaraları

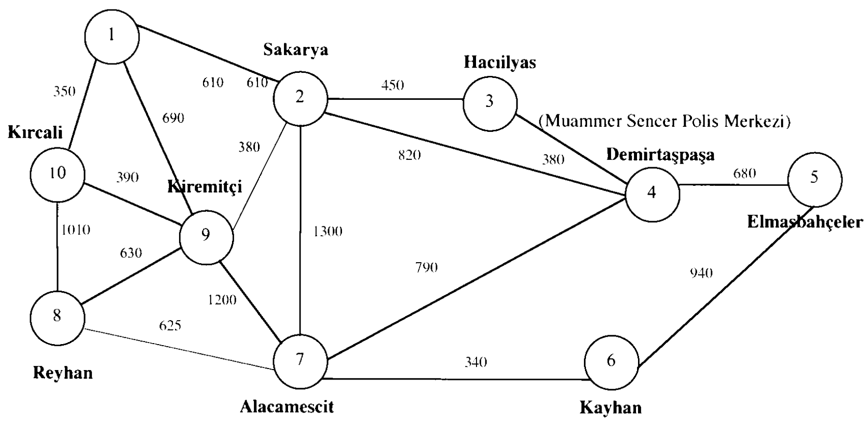
Numaralar	Mahalle isimleri
1	Ulu
2	Sakarya
3	Hacıilyas
4	Demirtaşpaşa(Muammer Sencer Polis Merkezi)
5	Elmasbahçeler
6	Kayhan
7	Alacamescit
8	Reyhan
9	Kiremitçi
10	Kırcali

Devriye aracının bu bölgede geçmesi gereken caddeler, bölgede 2002 yılı içerisinde işlenmiş olan "evden hırsızlık" suçlarının dağılımına bakılarak tespit edilmiştir. Bölgede mahalleri bağlayan seçenekli daha birçok cadde ve sokak olmasına rağmen, suç oranlarına bağlı olarak sadece bu caddelerden geçişler gerekli ve yeterli görülmüştür. Daha sonra sayısal fotoğrametrik haritalardan (Coğrafik Bilgi Sisteminden) elde edilen bu caddelerin uzunluklarına göre mahalleler arasındaki mesafeler hesaplanmıştır. Mahalleleri bağlayan caddeler iki yönlü geçişe açıktır. Caddelerden belli zaman içinde geçme kısıtı söz konusu değildir. Çizelge 3'de bu mahaller arası mesafeler verilmektedir:

Çizelge 3. Seçilen Bölgede Yer Alan Mahallelerin Arasındaki Mesafeler (metre)

Caddelerin Bağlı Olduğu Mahaller	Caddelerin Uzunlukları	Cadde İsimleri
1-2	610	Ulu Cadde
1-9	690	Gazcılar Caddesi
1-10	350	Kırcali Caddesi
2-3	450	Ulu Cadde
2-4	820	Düz Sokak
2-7	1300	Celal Bayar Caddesi
2-9	380	Sakarya Sokak
3-4	380	Abdal Cadde
4-5	680	Osmangazi Caddesi (İnönü Caddesi devamı)
4-7	790	Osmangazi Caddesi
5-6	940	Kemal Bengü Caddesi
6-7	340	Kayhan Caddesi
7-8	625	Cumhuriyet Caddesi
7-9	1200	Haşim İşcan Caddesi 1
8-9	630	Haşim İşcan Caddesi 2
8-10	1010	Haşim İşcan Caddesi 3
9-10	390	Namık Kemal Caddesi

Bu bölge ve geçilmesi gereken yollar bir çizge olarak Şekil 11'de verilmiştir. 1'den 10'a kadar olan düğümler mahalleleri, bu düğümleri birleştiren ayrıtların üzerindeki rakamlar da iki mahalle arasındaki uzaklığı veya geçilmesi gereken mahalleri bağlayan caddelerin uzunluklarını göstermektedir. Burada amaç, çıkış noktası olarak alınan Demirtaşpaşa mahallesinden hareket eden bir devriye aracının, Şekil 11'de belirtilmiş yollardan en az bir kez geçerek, başladığı nokta olan Demirtaşpaşa mahallesine en kısa mesafeyi katederek geri dönmesidir.



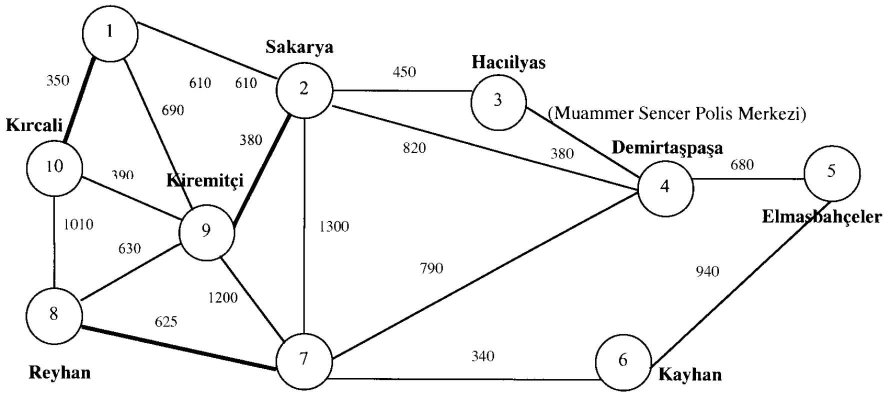
Şekil 11. Bursa'nın 10 Mahalleli Bir Bölgesi ve Polis Devriye Aracının Geçmesi Gereken Caddeler

4.1. Problemin En Kısa Mesafeli Eşleştirme Yöntemi İle Çözümü

Problemin Şekil 11'de yer alan yönsüz çizgesi üzerinde en iyi Çinli postacı rotası en kısa mesafeli eşleştirme yöntemi ile kolayca bulunabilir. Çizgede 1, 2, 7, 8, 9 ve 10 düğümleri olmak üzere altı tane tek dereceli düğüm mevcuttur. Bu düğümler arasındaki olası eşleştirmeler ve bunlar arasındaki en kısa mesafeler aşağıda verilmiştir:

Eşleştirme	Mesafe
(1,2) (7,8) (9,10)	610 + 625 + 390 = 1625
(1,2) (7,9) (8,10)	610 + 1200 + 630 = 2440
(1,2) (7,10) (8,9)	610 + 1590 + 630 = 2830
(1,7) (2,8) (9,10)	1890 + 1010 + 390 = 3290
(1,7) (2,9) (8,10)	1890 + 380 + 1010 = 3280
(1,7) (2,10) (8,9)	1890 + 770 + 630 = 3290
(1,8) (2,7) (9,10)	1320 + 1300 + 390 = 3010
(1,8) (2,9) (7,10)	1320 + 380 + 1590 = 3290
(1,8) (2,10) (7,9)	1320 + 770 + 1200 = 3290
(1,9) (2,7) (8,10)	690 + 1300 + 1010 = 3000
(1,9) (2,8) (7,10)	690 + 1010 + 1590 = 3290
(1,9) (2,10) (7,8)	690 + 770 + 625 = 2085
(1,10) (2,7) (8,9)	350 + 1300 + 630 = 2280
(1,10) (2,8) (7,9)	350 + 1010 + 1200 = 2560
(1,10) (2,9) (7,8)	350 + 380 + 625 = 1355 *

Bu hesaplamalara göre, en kısa mesafeli eşleştirme (1,10), (2,9) ve (7,8) ayrıtları arasında yapılabilmektedir. Polis devriye aracının tekrar edeceği yollar 1'den 10'a en kısa yol olan Kırcali Caddesi, 2'den 9'a en kısa yol olan Sakarya Sokak ve 7'den 8'e en kısa yol olan Cumhuriyet Caddesidir. Eşleştirilen ayrıtlar Şekil 12'deki çizge üzerinde koyu olarak gösterilmiştir.



Şekil 12. Polis Devriye Aracının Tekrar Geçmesi Gereken Caddeler

Dördüncü düğüm olan Demirtaşpaşa mahallesindeki Muammer Sencer Polis Merkezinden hareket eden bir devriye aracının seçenekli en iyi rotalarından dört tanesi aşağıda verilmiştir:

Rota 1: {(4,5), (5,6), (6,7), (7,9), (9,10), (10,1), (1,2),(2,7), (7,8), (8,10), (10,1),(1,9), (9,8), (8,7),(7,4), (4,3), (3,2),(2,9), (9,2),(2,4)}

Rota 2: {(4,2), (2,9), (9,2), (2,3), (3,4), (4,7), (7,8), (8,9), (9,1), (1,10), (10,8), (8,7), (7,2), (2,1), (1,10), (10,9), (9,7), (7,6), (6,5), (5,4)}

Rota 3: {(4,5),(5,6), (6,7), (7,4), (4,2), (2,7), (7,9), (9,2), (2,9), (9,8), (8,7),(7,8),(8,10), (10,9), (9,1), (1,10), (10,1), (1,2), (2,3), (3,4)}

Rota 4: {(4,3), (3,2), (2,1), (1,10), (10,1), (1,9), (9,10), (10,8), (8,7), (7,8), (8,9), (9,2),(2,9), (9,7), (7,2),(2,4), (4,7), (7,6), (6,5), (5,4)}

Turun toplam uzunluğu 12940 metredir. Bu mesafenin 11585 metresi çizgedeki her bir ayrıtın bir kez, 1355 metresi (1,10), (2,9) ve (7,8) ayrıtlarının ikinci kez geçilmesiyle oluşmuştur.

4.2. Çözümün Değerlendirilmesi

Problem en kısa mesafeli eşleştirme yöntemiyle çözülüp, en kısa rota uzunluğu bulunmuştur. Çözüm sonucu olarak, Demirtaşpaşa mahallesindeki Muammer Sencer Polis Merkezinden hareket eden bir devriye aracı, suç işlenme oranlarına göre belirlenmiş geçilmesi gereken caddelerden en az bir kez geçerek yine başladığı nokta olan Muammer Sencer Polis Merkezine en kısa olarak 12940 metre katederek dönebilmektedir. Bu rotanın 11585 metresi her bir yolun sadece bir kez geçilmesiyle ve 1355 metresi de Kırcali Caddesi(1,10), Sakarya Sokağı(2,9) ve Cumhuriyet Caddelerinin(7,8) iki kez geçilmesiyle oluşmuştur. Birden fazla en iyi rota söz konusudur. Bu seçenekli rotalar ilgili polis merkezinin caddelerden geçiş stratejilerine, özellikle zaman kısıtlarına veya yol sıkışlığına göre tercih edilebilir.

5. SONUÇ

Ayrıt rotalama problemleri; uzun zamandan beri pek çok araştırmacının üzerinde çalıştığı bir birleşi en iyilemesi problemidir. Burada, bu problemlerden biri olan Çinli postacı problemi incelenmiştir. Bu problemin, gerçek hayatta mektup dağıtımı, yol bakımı, kar temizleme, çöp toplama, devriye araçları ve yol tuzlama konularında pek çok uygulaması vardır. Gerek hükümetler gerekse de işletmeler her yıl bu işlemler için önemli harcamalar yapmaktadırlar. Fakat planlamanın etkin olarak yapılamaması nedeniyle önemli miktarlarda kaynak israfı söz konusudur. Bu durum Çinli postacı probleminin uygulamadaki önemini daha da artırmaktadır.

Çinli postacı problemi çeşitleri için bugüne kadar çeşitli kesin ve kesin olmayan çözüm yöntemleri ortaya konmuştur. Problem yaygın olarak, kesin çözüm yöntemi olan tamsayılı doğrusal programlamayla ve dal-sınır ve dal-kesme yöntemleriyle çözülmektedir. Bu çalışmada, bir devriye aracının yönsüz yollar üzerinde en kısa uzunluktaki rotasının belirlenmesi ele alınmıştır. P sınıfına ait bir problem olup, en kısa mesafeli eşleştirme yöntemiyle çözülmüştür. Oldukça kolay bir çözüme sahip olduğu ve problemin benzer yapıda uygulama alanı geniş olduğu için uygulanabilirlik başarımı yüksektir.

Çinli postacı problemlerinin, özellikle gerçek hayattaki uygulamasında daha fazla görülen kapasite kısıtlı ve hiyerarşik Çinli postacı problemleri gibi çeşitleri ise NP-zor problem sınıfına aittir. Bu nedenle, bu problemler için kesin olmayan çözüm yöntemlerine daha fazla gereksinim vardır. Uygulama alanlarının çeşitliliğine ve önemine rağmen, Çinli postacı problemi için yaklaşık ve buluşsal çözüm yöntemleri, gezgin satıcı ve araç rotalama problemleri kadar yeterli ilgi görmemiştir. Birleşi en iyilemesi problemlerinin bu alanı pek çok araştırmacı için hala araştırılmaya açık bir alan olarak durmaktadır.

KAYNAKÇA

Ahr, D. ve Reinelt, A.G., Discrete Optimization, http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/mitarbeiter/ahr/research/overviewArcRouting/node1.html (erişim tarihi 18 Ekim 2002).

Ahuja, R.K., Magnanti, T.L. ve Orlin, J.B. (1993). *Network Flows*: Theory, Algorithms and Applications, Prentice Hall: New Jersey.

Avriel, M. ve Golany, B. (1996). *Mathematical Programming For Industrial Engineers,* Marcel Dekker Inc., New York.

Backin, B.,Hamiltonian and Euler Paths, http://www.infosun.fmi.uni-passau.de/br/lehrstuhl/Kurse/Proseminar_ss01/Hamiltonian_and_Euler.pdf. (erişim tarihi 17 Ekim 2002).

Berge, C. (1964). Graph Theory, American *Mathematical Monthly,* 71(5), 471-481.

Corberan, A., Marti, R. ve Romero, A. (2000). Heuristics For The Mixed Rural Postman Problem, *Computers & Operations Research,* 27(2), 183-203.

Corberan, A., Marti, R. ve Sanchis, J. M. (2002a). A GRASP Heuristic For The Mixed Chinese Postman Problem, *European Journal Of Operational Research,* 142(1), 70-80.

Corberan, A., Marti, R., Martinez, E. ve Soler, D. (2002b). The Rural Postman Problem On Mixed Graphs With Turn Penalties, *Computers &Operations Research,* 29(7), 887-903.

Eglese, R.W. ve Li, Y.O. L. (1996). An Interactive Algorithm For Vehicle Routeing For Winter-Gritting, *The Journal Of The Operational Research Society,* 47(2), 217-228.

Eglese, R.W. ve Li, Y.O.L. (1992). Efficient Routeing For Winter Gritting, *The Journal Of The Operational Research Society,* 43(11), 1031-1034.

Eiselt, H. A., Gendreau, M. ve Laporte, G. (1995a). Arc Routing Problems, Part 1: The Chinese Postman Problem, *Operations Research,* 43(2),231–242.

Eiselt, H. A., Gendreau, M. ve Laporte, G. (1995b). Arc Routing Problems, Part 2: The Rural Postman Problem, *Operations Research,* 43(3),399–414.

Florian, M. (1984). *Transportation Planning Models,* Elsevier Science Publishers B.V.: North Holland.

Ghiani, G. ve Improta, G. (2000). An Algorithm For The Hierarchical Chinese Postman Problem, *Operations Research Letters,* 26(1), 27-32.

Greistorfer, P. (2003). A Tabu Scatter Search Metaheuristic For The Arc Routing Problem, *Computers & Industrial Engineering,* 44(2), 249-266.

Harary, F. (1960). Some Historical and Intuitive Aspects of Graph Theory, *SIAM* Review, 2(2), 123-131.

Ignizio, P. J. (1980). Solving Large-Scale Problems: A Venture Into A New Dimension, *The Journal Of The Operational Research Society,* 31(3), 217-225.

Kara, İ. (1991). *Doğrusal Programlama,* Bilim Teknik Yayınevi: Eskişehir.

Laporte, G. (1997). Modeling And Solving Several Classes Of Arc Routing Problems As Traveling Salesman Problems, *Computers & Operations Research,* 24(11),1057-1061.

Lawler, E. (2001). Combinatorial Optimization: Networks and Matroids, Dover Publications, Inc., USA.

Minieka, E. (1979). The Chinese Postman Problem For Mixed Networks, *Management Science,* 25(7), 643-648.

Network Flow Problems, http://www.csulb.edu/~obenli/Research/IE-encyc/networks.html. (erişim tarihi 15 Ekim 2002).

Routing Problems, http://www.informatik.uni-heidelberg.de/groups/comopt/projekte/projektpostman/PostmanPosterEnglisch.pdf (erişim tarihi 18 Ekim 2002).

Taha, H. (2000). *Yöneylem Araştırması,* 6. Basımdan Çeviri, Literatür Yayıncılık: İstanbul.

Thimbleby, H., The Directed Chinese Postman Problem,

http://www.cs.mdx.ac.uk/harold/cpp/new-Java-cpp.pdf (erişim tarihi 5 Ekim 2002).

Türkay, A. (2003). Yükleme Kısıtı Altında Taşıt Rotalama Problemleri, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi: Bursa.