



TRİGONOMETRİK KAVRAMLARLA İLGİLİ ÖĞRENCİLERİN SAHİP OLDUĞU HATALAR VE ÖĞRENME GÜÇLÜKLERİ

Halit GÜNTEKİN^{*a}; Levent AKGÜN^b

^aÜsküdar Cumhuriyet Kız Tek. ve Mes. Lisesi Üsküdar, İSTANBUL/TÜRKİYE
^bAtatürk Üniversitesi, K.K. Eğitim Fakültesi, OFMAE Bölümü, ERZURUM/TÜRKİYE

ÖZET

Bu çalışmanın amacı trigonometri konusunda ortaöğretim 10.sınıf öğrencilerinin sahip olduğu hatalar ve öğrenme güçlüklerinin tespit edilmesidir. Araştırmanın örneklemini, küme örnekleme yöntemiyle belirlenen 205 (Kız=96, Erkek=109) ortaöğretim 10. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırma modeli olarak betimsel tarama modeli seçilmiştir. Araştırmanın verileri 12 çoktan seçmeli sorudan oluşan Trigonometri Testi-1 ve 5 açık uçlu sorudan oluşan Trigonometri Testi-2'den elde edilmiştir. Öğrencilerin trigonometri testlerindeki sorulara verdikleri cevapların dağılımı, öğrenci toplamına ve cinsiyete göre yüzde ve frekans kullanılarak sunulmuştur. Elde edilen verilerin değerlendirilmesi sonucunda; açıların radyan cinsinden ifadesinde, birim çemberde trigonometrik fonksiyonların eksenlerle eşlenmesi ve değerlerinin hesaplanması noktasında, trigonometrik denklemlerin çözümünde ve trigonometrik bağıntıların uygulanmasında güçlükler yaşanmaktadır.

Anahtar kelimeler: *Trigonometri, Birim çember, Hata, Öğrenme güçlüğü*

ABSTRACT

The purpose of this study is the identification of mistakes and the learning difficulties of the students in trigonometry at the level of 10th grade. The sample of the study consists of 205 (Female: 96, Male: 109) 10th grade high school students selected by clustering method. . As the research model, a descriptive design was selected. The data of the study were obtained through which was composed of TrigonometryTest-1 consisting of multiple-choice twelve questions and TrigonometryTest-2 consisting of multiple-choice five questions. Distribution of students' responses to the questions in the tests of diagnosis according to total number of the students and their genders were presented using percentages and frequencies. . After the evaluation of the data, it was seen that, while expressing angles as radians, students experience difficulties with matching trigonometric functions with axis in a unit circumference and calculating their values, with solving trigonometric equations and with applying trigonometric correlations in geometric figures.

Key Words: *Trigonometry, Unit circle, Mistake, Learning difficulty*

* **Yazar:** halitguntekin@hotmail.com

GİRİŞ

Matematiğin önemli yapıtaşlarından biri olan “Trigonometri” gerek tarihsel gelişimi gerekse günümüzdeki etkin rolü sebebiyle her zaman araştırmacıların ilgisini çekmiştir. Trigonometrinin kaynağı tarihin ilk zamanlarına kadar gitmektedir. Bu güneşin, ayın ve yıldızların hareket ettiği kabul edilen göksel alanın çalışılmasına ve açılar aracılığıyla gökyüzündeki cisimlerin yerlerini tahmin etmeye yönelik çalışmanın bir parçasıdır (Vance 1962). Trigonometri ilk başta üçgenlerin kenar ve açıları arasındaki ilişkilerle ilgilenmekteydi. 17. yy da ortaya çıkan astronomi, gemicilik, araştırma, yön bulma ve keşif biliminin geliştirilmesinde kullanılmaktadır (Vance 1962; Webber 1985; Larson and Hostetler 1997; Dönmez 2002). 17. yy dan sonra analitik hale dönüştürülen trigonometri, matematiğin hemen hemen tüm dallarında, fende ve mühendislikte çok yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Trigonometrinin kullanım alanları rotasyon ve titreşimle ilgili çok sayıda fiziksel olguyu içerecek şekilde genişletilmiştir. Bu olgular ses dalgaları, ışık ışınları, gezegenlere ait yörüngeler, titreşimli teller, sarkıtlar ve atom parçacıkları yörüngelerini içermektedir (Vance 1962; Larson and Hostetler 1997). Trigonometri terimi, yunanca üçgen anlamına gelen trigos ve ölçüm anlamına gelen metron kelimelerinin birleşiminden meydana gelmiştir (Larson and Hostetler 1997). 17.yüzyılda cebirsel gösterimlerle matematiğe giren trigonometrinin başlangıcı oldukça eskidir, ilk kullanıldığı yer de güneş saatiyle başlamıştır denilebilir (Dönmez 2002). Matematik tarihiyle ilgili bazı eserlerde, trigonometriye ait temel bilgilerin, ilk defa Grek matematikçisi HİPPARCHUS (M.Ö.160-125), bazı kaynaklarda da, Alman matematikçisi ve astronom Johann MÜLLER (Regiomontanis adıyla da tanınır, Konsberk 1436-Roma 1476) tarafından ortaya konduğu belirtilmektedir (Göker 1997). Üçgenlerin ölçümü şeklinde ifade edilen trigonometri, M.Ö. ikinci ve üçüncü bin yıllarına kadar uzanmaktadır. Bu da Mısır ve Babil’de kullanılan trigonometridir. Günümüzdeki anlamıyla kullanılan trigonometrinin kökeni Hipparchus’un (M.Ö. 140) çalışmalarında görülür. Mısırlıların ve Babillilerin trigonometrik hesaplamaları M.Ö. 3000 yıllarına kadar gider. Mısır’da bulunan Ahmes’in (M.Ö.1550) papirüsünde piramitlerin ölçümüyle ilgili 5 problem vardır. Ahmes trigonometri sözcüğünden hiç bahsetmez etmez ama kullandığı ölçümler ve hesaplamalar trigonometrik oranlardan başka bir şey değildir. Bu trigonometrik oranlar güneş saatinde, arazi ölçümlerinde, piramitlerde ve yapılarda kullanılmıştır (Dönmez 2002). Trigonometrinin gelişmesiyle birlikte, genel dairesel fonksiyon çalışmaları da gelişme göstermiştir. Aslında günümüzde trigonometri matematiğin, dairesel veya trigonometrik fonksiyonların uygulandığı ve öğeleri ile ilgilenen bir dal olarak tanımlanmaktadır. Görüleceği gibi böyle bir genel tanımlama yöntemi bu fonksiyonların birçok uygulamasında büyük avantajlara sahiptir.

Buradan hareketle trigonometri matematiğin çok faydalı (kullanışlı) bir dalıdır. Ayrıca analiz ve yüksek matematikte de kayda değer öneme sahiptir. Trigonometriye ilişkin iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan biri trigonometrik fonksiyonları bir üçgende açılar fonksiyonları diye tanımlarken diğeri ise onları bir çember üzerindeki noktaların koordinatlarının fonksiyonları olarak tanımlar. Her iki yaklaşımda birbirine eşdeğerdir. Trigonometrik fonksiyonlar güneş saatinde, arazi ölçümlerinde, piramitlerde ve yapılarda kullanılan birçok eşsiz özelliğe sahiptir (Webber 1985; Kendal and Stacey 1997).

Trigonometri öğretiminin amacı öğrenmenin kolaylaştırılması, iletişim ve rasyonalizm yeteneklerinin geliştirilmesidir (Orhun 2001). Trigonometri lise matematik programının önemli konularından biridir. Trigonometrinin temel kavramlarını ve trigonometrik fonksiyonları anlamak Newton fiziğindeki, mimarideki ve mühendisliğin diğer dallarındaki konuları anlamının bir ön şartı durumundadır. Ayrıca trigonometri cebirsel, geometriksel ve grafiksel anlama arasında bir bağ oluşturduğundan, analiz konularını anlamada önemli kavramlardan

birdir (Blackett & Tall 1991, Weber 2005, Slaten 2006, Brown 2006, Moore 2009). Trigonometrik fonksiyonlar aritmetik işlemleri kapsayan cebirsel formül olarak ifade edilemeyen işlemlerdir, ve öğrenciler böyle işlemleri anlamada ve fonksiyonlar olarak bu işlemleri görmede güçlüklerle sahiptirler (Breidenbach et al.1992). Ayrıca öğrenciler üçgen diyagramlarıyla nümerik (sayısal) bağıntılar arasında ilişki kurmak zorundadırlar ve böyle bağıntılar içerisinde yer alan sembolleri manipule edebilmelidirler.

Matematiksel kavramların etkin öğretimi ve dolayısıyla öğrencilerin kavramsal anlamayı gerçekleştirmelerine yardımcı olabilmek için, öğretmenlerin öğrenci zorluk ve yanlışları hakkında ciddi bilgi sahibi olmaları gerekir (Özmantar vd 2008). Ortaöğretim 10.sınıf düzeyinde trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlüklerinin ve kavram yanlışlarının tespit edilmesi bu açıdan önem taşır. Sınırlı bir zamanda, kompleks olan yeni fikirleri benimsemek öğrenme güçlüklerinin başında gelir. Matematik öğretiminde ön şartlılık ilkesi oldukça önemlidir. Öğrencilerin trigonometrik bilgileri çok iyi öğrenmeden ve polinomlarda çok fazla işlem yapmadan analiz öğrenmeye başlamaları cebirdeki rutin işlemlerin uzun süreli olmasını engellemektedir (Duru 2006). Trigonometrinin teoremlerini ve kavramlarını öğretmek, öğrencilerin; yaratıcı, mantıklı ve analitik düşünebilme yeteneklerini geliştirmesi, ileri düzeydeki kavramların anlaşılması ve matematik dilinin oluşması açısından önemlidir.

Trigonometri, analiz dersinin ön hazırlık konularından biridir. Trigonometri konusunun alt öğrenme alanları, kazanımları ve 44 saatlik (%31 lik oran) ders saati dikkate alındığında ortaöğretim matematik müfredatının en önemli konularının başında gelir. Ortaöğretim 10. sınıftan itibaren öğrencinin öğrenim hayatına girer ve sonraki yıllarda bu birliktelik devam eder. Bu çalışmada ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik kavramlar ve trigonometrik fonksiyonlarla ilgili sahip oldukları hatalar ve öğrenme güçlükleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma soruları cevaplandırılmaya çalışılmıştır.

1. Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin yönlü açılar, birim çember, trigonometrik fonksiyonlar ve trigonometrik fonksiyonlar arasındaki bağıntılar ile ilgili sahip oldukları hatalar ve öğrenme güçlükleri nelerdir?
2. Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik denklemler, trigonometrik fonksiyonların tanım ve görüntü kümeleri konusunda sahip oldukları hatalar ve öğrenme güçlükleri nelerdir?

YÖNTEM

Ortaöğretim 10. sınıf düzeyinde trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu hataları ve öğrenme güçlüklerini tespit etmeye yönelik bu çalışmada betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Betimsel tarama modeli verilen bir durumu olabildiğince tam ve dikkatli bir şekilde tanımlar (Büyüköztürk vd 2008).

Çalışma Grubu

Çalışmanın örneklemini, küme örnekleme yöntemiyle belirlenen 205 (Kız=96, Erkek=109) ortaöğretim 10. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışma Erzurum il merkezindeki Mecidiye Anadolu Lisesi, Erzurum Anadolu Lisesi, Mehmet Akif Ersoy Anadolu Lisesi, Erzurum Lisesi ve Nevzat Karabağ Anadolu Öğretmen Lisesi'nde gerçekleştirilmiştir.

Verilerin Analizi ve Yorumlanması

Ortaöğretim 10. sınıf düzeyinde trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu hataları ve öğrenme güçlüklerini tespit etmek amacıyla 12 sorudan oluşan çoktan seçmeli Trigonometri Testi-1 ve 5 sorudan oluşan açık uçlu Trigonometri Testi-2 uygulanmıştır. Araştırmada kullanılan trigonometri testleri hazırlanırken daha önce yapılmış olan, Doğan (2001) doktora tez çalışması, Demetgül (2001) yüksek lisans tez çalışması bilgi ve teşhis testlerinin soruları ve Milli Eğitim Bakanlığı (2005) matematik dersi öğretim programı ve kılavuzunun ölçme-değerlendirme soruları kullanılmıştır. Yararlanılan çalışmalarda testlerin geçerlilik ve güvenilirlik analizleri yapılmıştır. Trigonometri Testi-1'in güvenilirlik katsayısı (0.79), Trigonometri Testi-2'nin güvenilirlik katsayısı (0.83) olarak bulunmuştur.

Ortaöğretim 10. sınıf düzeyinde trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu hataları ve öğrenme güçlüklerini tespit etmeyi amaçlayan çalışmada verileri analiz etmek için yüzde ve frekans hesapları kullanılmıştır. Çoktan seçmeli 12 sorudan oluşan Trigonometri Testi-1 deki sorulara verilen cevapların öğrenci toplamına ve de cinsiyete göre dağılımı araştırma bulguları bölümünde sunulmuştur. Açık uçlu 5 sorudan oluşan Trigonometri Testi-2 deki sorulara verilen cevaplar: 1., 2., 4., ve 5. sorular için boş, doğru ve yanlış; 3.soru için boş, tam doğru, yanlış ve eksik cevap olarak sınıflandırılmış ve her biri için verilen cevapların, öğrenci toplamına ve de cinsiyete göre dağılımı araştırma bulguları bölümünde sunulmuştur. Öğrencilerin sahip oldukları hataları ve öğrenme güçlüklerini gösteren cevaplar taranarak bilgisayar ortamına alınmıştır. Öğrencilerin tümünün vermiş olduğu cevapları bu bölümde vermek imkansız olduğundan özellikle belirgin hatalara sahip olduğu düşünülen öğrenci cevapları isim belirtilmeksizin sunulmuştur. Öğrencilerin sorulara vermiş oldukları cevaplar aşağıdaki kategoriler dikkate alınarak analiz edilmiştir.

Doğru- tam doğru: Soru ile ilgili bilimsel fikirlerin tamamını ihtiva eden cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.

Eksik cevap: Soru ile ilgili bilimsel fikirlerin bir kısmını ihtiva eden cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.

Yanlış: Soru ile ilgili tamamen yanlış olan cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.

Boş: Soru ile ilgili boş bırakılan veya sorunun aynen ya da kısmen tekrarlandığı cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.

BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, araştırma sorularının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular verilmiştir. Bulgularda, araştırma desenine uygun olarak öğrenci cevaplarından alıntılar yapılmıştır. Trigonometri Testi-1 deki çoktan seçmeli sorulara verilen cevapların dağılımı (öğrenci sayısına göre) Tablo 1 de verilmiştir. Her sorunun doğru cevabı, seçeneğin üzerine (*) işareti konularak belirtilmiştir. Ayrıca her soru için doğru cevap yüzdesi belirtilmiştir. Uygulamaya 109'u erkek, 96'sı kız öğrenci olmak üzere toplam 205 öğrenci katılmıştır

Tablo 1. Trigonometri Testi –1 deki Sorulara Verilen Cevapların Frekans ve Yüzde Dağılımı

Sorular	A	B	C	D	E	Boş	Doğru Cevap %	Toplam
1	1	3	1	1	199*	-	97,07	205
2	52	47	12	65*	20	9	31,71	205
3	21	35	130*	11	6	2	63,41	205
4	101*	80	11	1	5	7	49,27	205
5	57	111*	8	14	3	12	54,15	205
6	24	139*	4	19	9	10	67,80	205
7	58*	57	15	34	17	24	28,29	205
8	16	26	85*	23	12	43	41,46	205
9	27	67*	18	32	32	29	32,68	205
10	2	10	3	171*	12	7	83,41	205
11	146*	18	8	6	13	14	71,22	205
12	61	52	35	6	18*	33	8,78	205

Açık uçlu sorulardan oluşan Trigonometri Testi-2 deki sorulara 107' si erkek, 94' ü kız olmak üzere toplam 201 öğrenci cevap vermiştir.

Tablo 2. Trigonometri Testi –2 deki Sorulara Verilen Cevapların Frekans ve Yüzde Dağılımı

Sorular	Boş	Doğru	Yanlış	Eksik Cevap	Doğru Cevap (%)	Toplam
1.a	29	111	61	-	55,22	201
1.b	44	110	47	-	54,73	201
2.a	14	171	16	-	85,07	201
2.b	25	95	81	-	47,26	201
2.c	23	140	38	-	69,65	201
3	87	60	21	33	29,85	201
4	31	4	166	-	1,99	201
5	79	12	110	-	5,97	201

Trigonometri Testi-1 deki 1.soruyu öğrencilerin %97,07'si (199 öğrenci) doğru cevaplamıştır. Sadece 6 öğrenci yanlış cevap vermiştir. Bu da sınav heyecanından veya dikkatsizlikten kaynaklanmış olabilir. Öğrencilerin; trigonometrik fonksiyonların işaret incelemesini çoğunlukla doğru yapabildikleri görülmektedir. 2.soruya öğrencilerin %31,71'i (65 öğrenci) doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin bir kısmı; trigonometrik fonksiyon değerini düşünmeden, açılarının büyüklük sırasını dikkate almış A ve B seçeneklerini doğru diye işaretlemiştir. Öğrenciler, trigonometrik fonksiyon değerleri arasında ilişki kuramamakta ve bu konuda yorum yapma gücü çökmektedir. Trigonometrik fonksiyonların ilgili bölgede artanlığı ya da azalanlığı konusunda kesin bir yargıya varamamaktadırlar. Bu durum; konuların öğrenilmesi sürecinde sebep-sonuç ilişkisini düşünmeden, formüllerin ezberlenmesi yoluyla öğrenmenin oluşabileceği kanaati ile yapılan geleneksel öğretim çalışmalarından kaynaklanabileceği gibi, birim çemberin yeterince kavranamamasından da kaynaklanabilir. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar bu sebepleri destekler niteliktedir. 3.soruya öğrencilerin %63,41'i (130 öğrenci) doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %17,07'si B seçeneğini, %10,24'ü de A seçeneğini işaretlemişlerdir. Bu öğrenciler trigonometrik fonksiyonların 2. ve 3. bölgedeki değerlerinin negatif olmasını dikkate almamışlardır. Öğrencilerin %5,37'si D seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrencilerin sinüs fonksiyonun tek fonksiyon olduğu bilgisine sahip olmada

veya negatif yönlü bir açıyı birim çemberde yorumlamada yetersiz oldukları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin %2,93'ü E seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu cevaptan öğrencilerin tüm açıların trigonometrik oranları arasındaki ilişkiyi ($\sin 60 = \sin 30$, $\sin 45 = \cos 45$, vb...) bilmedikleri söylenebilir. 4.soruda 3. bölgedeki açıların trigonometrik oranları verilerek açıların sıralanması istenmiştir. Bu soruya öğrencilerin %49,27'si (101 öğrenci) doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin % 39,02'si B seçeneğini doğru kabul etmiştir. Burada öğrenciler negatif sayıları x eksenine yerleştirirken hata yapıp açıların sıralamalarını yanlış yapmış olabilirler. Burada trigonometri öğretiminde birim çemberin kavramsal olarak öğretimünün önemi açığa çıkmaktadır. Trigonometri öğretiminde birim çember metodu 1960 ların başında Trende (1962) and Willis (1967) tarafından alternatif modern bir metot olarak savunuldu. Bu yaklaşım cosinüs ve sinüsü birim çember üzerindeki bir noktanın koordinatları olarak tanımlar (Kendal and Stacey 1997). Buda öğrencilerin cosinüs ve sinüsü birim çember üzerindeki bir koordinatın noktaları olarak tanımlayamadıklarını göstermektedir. 5. soruyu %54,15 (111 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevaplamıştır. %27,80 oranında öğrenci de $90^\circ + 2k\pi$ cevabını vermiştir. Bu cevabı veren öğrenciler $\sin 3x = 3$ eşitliğinde, iki tarafı da 3 ile sadeleştirip $\sin x = 1$ yazarak $x = 90^\circ + 2k\pi$ çözümünü yapmışlardır. Öğrencilerin %45,85'inin; sinüs fonksiyonunun [-1,1] aralığında sınırlı bir fonksiyon olduğu bilgisini bu soruda kullanamadıklarını, dolayısıyla hiçbir açının sinüs değerinin 3 olmayacağı yorumunu yapamadıklarını söyleyebiliriz. 6. soruya %67,80 (139 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Bazı öğrenciler; açı ile eşitliğin ikinci tarafındaki sayıyı sadeleştirme yanılgısı içinde cevabı $\{30^\circ\}$ bulmuştur. Bunların oranı %11,71 dir. Öğrencilerin bir kısmı da; belirli açıların trigonometrik oranlarını yanlış hatırladıklarından ve işlem hatalarından dolayı cevabı yanlış bulmuşlardır. Bu sonuca göre öğrencilerin %32,2'si basit trigonometrik denklemin genel çözümünü yazmakta ve istenen aralıktaki kökleri bulmakta güçlük çekmektedir. 7.soruyu öğrencilerin %28,29'u (58 öğrenci) doğru cevaplamıştır. %27,80 oranında önemli bir kesim, θ değerini esas ölçü kabul eden açıları düşünerek $\theta + 2k\pi$ cevabını vermiştir. Öğrencilerin %7,32'si $\theta - 2k\pi$ cevabını doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler, sorulan ölçü ile esas ölçüyü karıştırmış olabilirler. %16,59 oranında öğrenci D seçeneğini, %8,29 oranında öğrencide E seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler θ açısına $\frac{\pi}{2}$, nin katlarını ekleyerek birim çember üzerinde diğer dört temel noktayı bulmuşlardır. 8. soruyu öğrencilerin %41,46'sı (85 öğrenci) doğru cevaplamıştır. Öğrencilerin %11,22'si D seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler sinüs fonksiyonunun sınırlı olduğu [-1,1] kapalı aralığını açık aralık olarak düşünmüş olabilirler veya bu kavramları karıştırmışlardır. Bu soruyu yanlış işaretleyen öğrenciler %37,56 (erkeklerde %46,79; kızlarda %27,09) oranındadır. Bu da sinüs fonksiyonunun değer aldığı aralık bilgisi ve bu bilginin transfer edilememesi anlamını taşımaktadır. 9. soruyu öğrencilerin %32,68'i (67 öğrenci) doğru cevaplamıştır. Burada öğrencilerin $k=1$ için $\cos(\pi - x) = -\cos x$ sonucuna ulaşmaları beklenmiştir. Burada işlemsel becerilerin eksikliğinden, bütünler açıların trigonometrik oranlarının birbirini cinsinden yazılamamasından, aynı şekilde 3. ve 4. bölgedeki açıların trigonometrik oranlarını 1. bölgedeki açıların trigonometrik oranlarına dönüştürememe güçlüklerinden söz edebiliriz. 10. soru bir açının trigonometrik oranlarından birisi verildiğinde diğer trigonometrik oranların bulunuşunda bağıntıların doğru kullanılıp kullanılmadığını görmek ve taslak dik üçgenin kullanımında bağıntıların olup olmadığını tespit etmek için sorulmuştur. Bu soruya öğrencilerin %83,41'i (171 öğrenci) doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %13,18'i yanlış %3,41'i boş cevap vermiştir. Bu öğrenciler; taslak dik üçgeni kullanırken, ya yanlış kenarların oranını kullanmış ya da trigonometrik oranı verilen açıyı her zaman dik üçgenin açılarından birisi olarak seçme yanılgısı içindedir. Böylece bütün trigonometrik oranları pozitif olarak

bulmaktadırlar. Halbuki verilen açının 3. bölgede olması halinde; taslak olarak kullandıkları dik üçgenin iç açısı olmayacağını, ancak dik üçgenin bir dış açısı olabileceğini düşünmemektedirler. 11. soruyu %71,22 (146 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevaplamıştır. %3,90 oranında öğrenci C seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu tip denklemlerde öğrenciler denklemi çözerken; her iki tarafı, “değerini bilmedikleri halde” $\cos x$ ile sadeleştirerek, farkında olmadan denklemin bazı köklerini yok etmektedirler. Öğrenciler en çok bu tür sadeleştirme hatasını yapmaktadırlar. C seçeneğini işaretleyen öğrenciler denklemin diğer kökünü dikkate almamışlardır. 12. soruya öğrencilerin sadece %8,78’i (18 öğrenci) doğru cevap verebilmiştir. %29,76 oranında önemli bir orandaki öğrenci A seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler tam kare farkı ile iki kare farkı özdeşliklerini karıştırmaktadırlar. $(x - y)^2 = x^2 - y^2$ yanlıgısı içinde oldukları için cevabı 1 olarak bulmuşlardır. Öğrencilerin % 25,37’si B seçeneğini işaretlemiştir. Bu öğrenciler $\forall x \in R$ için $\sqrt{x^2} = x$ yanlıgısı içinde olabilirler veya $\cos 140$ değerini pozitif olarak düşünmüşlerdir. Öğrencilerin %17,07’si C seçeneğini, %2,93’ü de D seçeneğini işaretlemiştir. Bu öğrenciler hem karekök bulma işleminde, hem de sadeleştirme işleminde hata yapmışlardır.

Trigonometri Testi-2 deki 1.sorunun a şikkını öğrencilerin %55,22’si (111 öğrenci) doğru cevaplamıştır. Soruda öğrenciden beklenen; bir tam açının ölçüsünü derece, radyan ve grad cinsinden ifade edip bunlar arasındaki bağıntıyı kullanarak verilen noktalara istenen eşlemeleri

yapmalarıdır. Öğrenciler; $\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi} = \frac{G}{400}$ bağıntısını bilmekte ancak her bir nokta için

ilgili bağıntıyı tekrar tekrar kullanarak sorunun içinde boğulmaktadırlar (Şekil 1). Oysa ki kavramsal öğrenmenin gerçekleştiği öğrenciler 2π radyanın $\frac{1}{4}$ ’ini bularak ilgili noktalara

gerekli oranlarda eşleme yapmıştır. Öğrencilerin bir kısmı açı ölçüsü birimleri arasındaki bağıntıyı bilmekte ama bu bağıntıyı kullanmada güçlük çekmektedirler. Bu yüzden verilen noktalara istenen eşlemeyi yapamamaktadırlar. 2.sorunun b şikkını %54,73 (110 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevaplamıştır. Bir kısım öğrenci tam açığı 600^G olarak

düşünmüşlerdir. Bazı öğrenciler ise B’ noktasına $\frac{2\pi}{3}$ veya $\frac{\pi}{3}$ radyan eşlemeleri

yapmışlardır. Ayrıca açı ölçüsü birimleri arasındaki bağıntı kullanarak işlem hatası sonucu doğru eşlemeyi yapamayan öğrenciler de mevcuttur. Bu şıkta da öğrencilerin her bir nokta için ilgili bağıntıyı tekrar tekrar kullanarak sorunun içinde boğulduklarını söyleyebiliriz (Şekil 1).

Kavramsal öğrenmenin gerçekleştiği öğrenciler 400^G ın $\frac{1}{4}$ ’ini bularak ilgili noktalara

gerekli oranlarda eşleme yapmışlardır.

Handwritten student solutions for trigonometry problems:

1a) $A = 2\pi$
 $B = \frac{\pi}{2}$
 $A' = \pi$
 $B' = \frac{3\pi}{2}$

1b) $A = 400$
 $B = 100$
 $A' = 200$
 $B' = 300$

1c) $\frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{R}{\pi} \times \frac{90}{180} \quad R \cdot 180 = 90\pi$
 $\alpha = \frac{90\pi}{180} \Rightarrow \frac{9\pi}{18} = \frac{\pi}{2}$
 $\frac{R}{\pi} \times \frac{180}{180} = R \cdot 180 = 180 \cdot \pi$
 $R = \frac{180 \cdot \pi}{180} = \pi$

1d) $\frac{G}{200} \times \frac{90}{180} \quad G \cdot 18 = 1800 \quad \frac{G}{200} = \frac{180}{180} = \frac{G \cdot 180 = 200 \cdot 180}{180}$
 $G = 100 \quad G = 200$

Şekil 1. Trigonometri Testi-2'nin 1.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

2.sorunun a şıkkına %85,07 (171 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. %7,96 (16 öğrenci) oranında öğrenci bu şıkka yanlış cevap vermiştir. Soruda derece cinsinden verilen pozitif bir açının esas ölçüsü istenmektedir. Burada öğrenciden beklenen esas ölçünün tanımı olduğu $[0, 360^0)$ aralığının farkında olup sarmal fonksiyonun birim çember üzerinde aynı noktaya eşlediği açıyı bulmalarıdır. Birkaç öğrenci bölünen ile bölen sayılarındaki sıfırları sadeleştirme yanlıgısı içindedirler. Sonucu 120^0 bulacakları yerde 12^0 bulmuşlardır. Az sayıda öğrenci de buldukları bölümü esas ölçü olarak düşünmüştür. Burada esas ölçü bulunurken bölünen ile bölen arasında sadeleştirme yapılmaması gerektiği vurgulanmalıdır. 2.sorunun b şıkkına %47,26 (95 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %40,3 (81 öğrenci) gibi önemli bir kısmı ise yanlış cevap vermiştir. Soruda radyan cinsinden verilen pozitif bir açının esas ölçüsü istenmektedir. Burada bulunan sonucun $[0, 2\pi)$ aralığında olmasının bilgisi öğrenciden beklenmektedir. Bu şıkta öğrencilerin önemli bir kısmı, payı paydanın iki katına bölerek bulduğu kalanı esas ölçünün payı olarak almaktadır. Paydayı ise verilen açının paydasını aynen alarak belirlemektedir. Öğrencilerin bu yaklaşımı ezberci bir yaklaşımdır, çünkü payı paydanın niçin iki katına böldükleri hususunda bir fikir sahibi olmadıklarını söyleyebiliriz. Ayrıca yapılan bu bölme işleminde bölümü esas ölçünün payı olarak düşünenler bu durumu karıştırmaktadırlar. Bazı öğrenciler ise 75^0 'i 8^0 'e bölüp 3 kalanını esas ölçünün payı olarak yazma yanlıgısı içindedirler 2.sorunun c şıkkına %69,65 (140 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %18,91'i (38 öğrenci) ise bu şıkka yanlış cevap vermiştir. Bu öğrenciler -970^0 yi 360^0 'a bölmüşler bölümü 2, kalanı da 250^0 bulmuşlardır (Şekil 2.). Burada öğrenci; bulduğu açının -250^0 olduğu ve bu açıya mod olan 360^0 yi eklemesi gerektiğini bilmemektedir (Şekil 3). Negatif bir ölçünün esas ölçü olmayacağı kavramsal bilgisini edinememiştir. Ayrıca bölme işlemlerinde işlemsel hatalardan kaynaklanan yanlış cevaplarda mevcuttur.

2)					
Açının Ölçüsü	7320	$\frac{75\pi}{8}$	-970		
Açının Esas Ölçüsü	120°	$\frac{3\pi}{8}$	250°		

Yukarıdaki tabloda verilen açılardan esas ölçülerini bulunuz.

$$7320 = a + k \cdot 360$$

$$7320 = a + 20 \cdot 360$$

$$7320 - 7200 = 0$$

$$a = 120^\circ$$

$$\frac{75\pi}{8} = \frac{72\pi}{8} + \frac{3\pi}{8}$$

$$2\pi - \frac{75\pi}{8} = \frac{16\pi - 75\pi}{8} = -\frac{59\pi}{8}$$

$$\frac{970}{8} = \frac{360}{2} = -250$$

Şekil 2 Trigonometri Testi-2'nin 2.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

2)					
Açının Ölçüsü	7320	$\frac{75\pi}{8}$	-970		
Açının Esas Ölçüsü					

Yukarıdaki tabloda verilen açılardan esas ölçülerini bulunuz.

$$7320 = a + k \cdot 360$$

$$7320 = a + 20 \cdot 360$$

$$7320 - 7200 = 0$$

$$a = 120^\circ$$

$$\frac{75\pi}{8} = \frac{72\pi}{8} + \frac{3\pi}{8}$$

$$2\pi - \frac{75\pi}{8} = \frac{16\pi - 75\pi}{8} = -\frac{59\pi}{8}$$

$$\frac{970}{8} = \frac{360}{2} = -250$$

Şekil 3 Trigonometri Testi-2'nin 2.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

3. soruya öğrencilerin %29,85'i (60 öğrenci) tam cevap vermiştir. %16,42 (33 öğrenci) kısmen doğru cevap vermiştir. %10,45 (21 öğrenci) oranında öğrenci ise soruya yanlış cevap vermiştir. Bu soruda; öğrencilerin trigonometrik özdeşlikleri ne ölçüde bildikleri, uygulama noktasındaki başarıları ve dikkatleri tespit edilmek istenmiştir. Ancak çoğu öğrenci verilen açılardan tümler açılar olduğunu fark edememişlerdir. Öğrenciler tümler açılardan trigonometrik oranlarını birbirinden yazmakta güçlük çekmektedir. Ayrıca özdeşliklerin ifadesini bilip de yerinde fark edemeyen, yorumlayamayan öğrenciler mevcuttur. Bazı öğrencilerde trigonometrik fonksiyonların toplamını açılar toplamı, trigonometrik fonksiyonların çarpımını da açılardan çarpımı olarak düşünme yanlışlığı içindedirler (Şekil 4 ve Şekil 5). Öğrencilerde radyan cinsinden verilen açıyı dereceye çevirme eğilimi vardır. Açılarını radyan cinsinden düşünememektedirler. Burada birim çember üzerinde buluş yoluyla öğrenme metoduna göre $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ özdeşliğinin Pisagor teoreminin kullanımıyla öğretilmesinin önemi açığa çıkmaktadır.

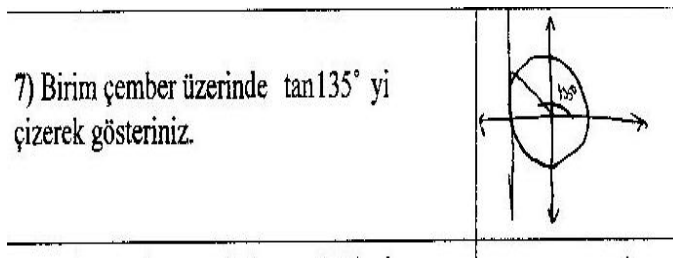
<p>3) $\cos^2 \frac{3\pi}{10} + \cos^2 \frac{\pi}{5} + \cot \frac{3\pi}{8} \cdot \cot \frac{\pi}{8}$ işleminin sonucunu bulunuz.</p>	$\cos^2 \frac{3\pi}{10} + \cos^2 \frac{\pi}{5} + \cot \frac{3\pi}{8} \cdot \cot \frac{\pi}{8}$ $\cos^2 54 + \cos^2 36 + \cot \frac{3\pi}{8} \cdot \cot \frac{\pi}{8}$ $\cos^2 (54+36) + \cot \left(\frac{3\pi}{8} \cdot \frac{\pi}{8} \right) \cdot \cos^2 90 +$
---	---

Şekil 4 Trigonometri Testi-2'nin 3.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

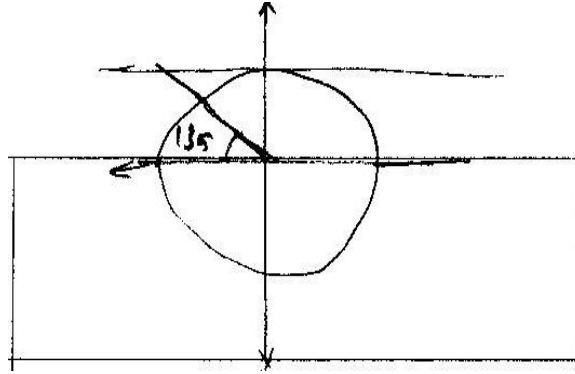
$\cos^2 \frac{3\pi}{10} + \cos^2 \frac{2\pi}{10} = \cos^2 \frac{5\pi}{10} = \frac{\pi}{2}$ $\cot \frac{3\pi}{8} \cdot \cot \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi^2}{64} \cdot \frac{\cos^2 \frac{\pi}{2} + \cot^2 \frac{3\pi^2}{64}}$
--

Şekil 5 Trigonometri Testi-2'nin 3.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

4. soruyu sadece %1,99 (4 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevaplamıştır. %82,59 (166 öğrenci) oranında öğrenci ise yanlış cevaplandırmıştır. Soruda öğrencilerden; $x=1$ doğrusunu tanjant eksenini olarak alıp, 135° nin bitim kenarının uzantısının tanjant eksenini kestiği noktanın ordinatını göstermesi beklenmektedir. Öğrencilerin bir kısmı $x=-1$ doğrusunu tanjant eksenini olarak seçme yanlışlığı içindedirler (Şekil 6). $y=1$ doğrusunu tanjant eksenini olarak seçen öğrenciler de mevcuttur (Şekil 7). Bazı öğrenciler de; 135° nin bitim kenarının birim çemberi kestiği noktadan, x eksenine dikme indirerek oluşan dik üçgende $\tan 135^\circ$ yi ifade etmektedirler.

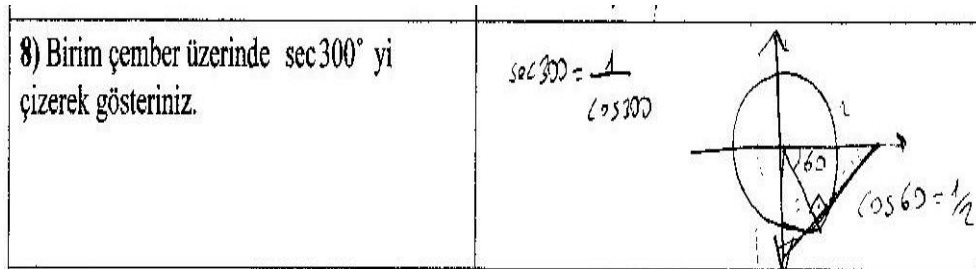


Şekil 6 Trigonometri Testi-2'nin 4.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

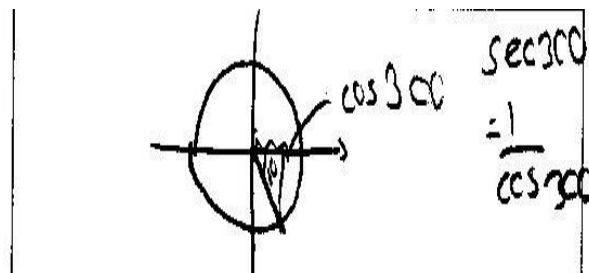


Şekil 7 Trigonometri Testi-2'nin 4.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

5. soruya da sadece %5,97 (12 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %54,73'ü (110 öğrenci) soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Soruda öğrencilerden; 300° nin bitim kenarının birim çemberi kestiği noktadan, birim çembere çizilen teğetin, kosinüs eksenini kestiği noktanın apsisini göstermesi beklenmektedir (Şekil 8). Bu noktada; trigonometrinin birim çember metodu ile öğretiminde ciddi aksaklıklar görülmektedir. Öğrenciler; birim çember üzerinde trigonometrik fonksiyonların eşleneceği eksenleri tanımada güçlük çekmektedirler (Şekil 9). Ayrıca kavramsal öğrenmenin gerçekleşmediği ve öğrencilerin yorum yapamadıkları görülmektedir.



Şekil 8 Trigonometri Testi-2'nin 5.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



Şekil 9 Trigonometri Testi-2'nin 5.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

SONUÇ VE ÖNERİLER

Öğrencilerin büyük çoğunluğu, geçmişte olduğu gibi günümüzde de belirli sayıdaki kuralları ezberleyerek, bu kurallara dayalı semboller üzerinde anlamını bilmeden işlem yapma yolunu seçer. Bu durum hem sıkıcı hem de yapılan çalışmanın anlamsızlığını da ortaya koymuştur. Bu süreç beraberinde zorluğu getirmiştir. Çünkü kontrol edilemeyen kuralları hatırlamanın, bütünleştirilmiş kavramsal yapılardan daha zor olduğunu yapılan çalışmalar doğrulamıştır (MEB 2005).

Öğrenciler, kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi arasındaki ilişkiyi kuramamaktadırlar. Öğrencilerin büyük çoğunluğu trigonometrik kavramları öğrenme güçlüğü içindedirler. Yapılandırmacı yaklaşıma uygun, öğrenci merkezli bir öğretim ortamının sağlanmadığı görülmektedir. Trigonometri konuları öğrenirken öğrencilerin çoğunluğunda; üçgenler, çokgenler, analitik düzlem, çemberin analitiği ve temel fonksiyon bilgilerinin eksikliği görülmektedir. Sayılarla ilgili, köklü ifadelerin tanım kümesi ve mutlak değer kavramının iyi anlaşılmasını trigonometrik işlemlerde yanlışlıklara neden olmaktadır.

Trigonometrik fonksiyonların işaret incelemesini, öğrencilerin çoğunlukla doğru yapabildikleri görülmektedir. Trigonometrik fonksiyon değerlerinin sıralanışı, artan ve azalan fonksiyon kavramı ile ilgili olarak; öğrenciler, trigonometrik fonksiyon değerleri arasında ilişki kuramamakta ve yorum yapma güçlüğü çekmektedir. Tümler açılarının trigonometrik oranlarının ilişkisi, tek ve çift fonksiyon kavramı ve ilgili bölgede trigonometrik oranları verilen açılarının sıralanışı konularında öğrencilerin birim çemberi iyi öğrenemedikleri ve birim çember üzerinde işlem yapamadıkları görülmektedir.

Trigonometrik kavramlarla ilgili bilgi eksiklikleri, trigonometrik denklem çözümlerinde öğrencileri başarısız yapmaktadır. Öğrencilerde, trigonometrik denklem çözme becerisinin yeterince gelişmediği görülmektedir. Açık ölçü birimlerinin birbirlerine dönüştürülmesi ve radyan cinsinden bir açının esas ölçüsünün bulunması noktasında öğrenme güçlükleri söz konusudur. Az sayıda öğrenci, verilen bir açının esas ölçüsü bulunurken, bölünen ile bölen arasında sadeleştirme yapılabileceği yanlıgısı içindedirler.

Geometrik şekillerde öğrencilerin kalıp olarak ezberledikleri dik üçgenler vardır (3-4-5 dik üçgeni gibi). Öğrenci bir dik üçgende kenarlardan birini bu uzunluklar olarak gördüğünde diğer kenarları rasgele, ezberindeki sayılar olarak yerleştirmektedir. Ayrıca 9. sınıfta geometri dersi görmemeleri (2009-2010 eğitim öğretim yılında geometri dersi programı yenilenerek 9. sınıflara geometri dersi konmuştur.); geometrideki aksiyom, tanım, teorem bilgisinden kaynaklanan eksiklikler bu sorulardaki başarıyı olumsuz yönde etkilemektedir. Öğrencilerin bir kısmı ise geometrik şeklin görünüşüne göre ölçüler hakkında karar vermekte ve ezberledikleri geometrik kavramları rasgele kullanmaktadırlar. Üçgenlerin ilgili kenarları arasında paralellik olmamasına karşın üçgenlerin benzerliği iddia edilmektedir. Geometri bilgileri ile trigonometri bilgilerini sentezlemede güçlük çekmektedirler.

Trigonometri öğretiminde grup çalışmasına önem verilmelidir. Öğrenme, okul ortamındaki insanların kolektif işidir. Derslerin işleniş sırasında, öğretmenin mutlak hakimiyetinden vazgeçilerek öğrencinin keşfedici yönünü gösterebileceği, karşılıklı etkileşime dayalı, kolektif öğrenme ortamı hazırlanmalıdır. Okul ve sınıf ortamı, öğretmenler için öğrettikleri kadar da öğrendikleri bir ortam olduğundan, okullarda bireysel öğrenme ortamı değil birlikte öğrenme ortamı oluşturulmalıdır. Böylece; öğrencilerin konuyu daha kolay anlaması sağlanacak, öğrenme hızı artacak ve ilişkisel öğrenme gücü gelişecektir.

Trigonometri öğretiminde, öğrencilerin önce trigonometrik kavramları tam olarak öğrenmelerini, sonra trigonometrik algoritmaları ve ötesindeki düşünceleri fark ederek yorumlayabilmelerini, sonra da trigonometrik işlemler ile bu düşünceleri birleştirerek öğrenmeyi tamamlayıcı etkinlikler yapmalarını sağlayacak öğretim metotları geliştirilmelidir.

Trigonometri konularının öğretiminde; kavramsal bilgisi fazla önemsenmeden, sadece işlemler bilgisi ile çok sayıda benzer problemlerin çözümünü yaparak öğrenmenin oluşacağını düşünmek büyük bir yanılgıdır. Bu durumda öğrenciler, sadece belirli tip soruların çözümünü belirli kalıplar içinde ezberlemiş olacaklarından kalıcı öğrenme oluşturulamaz. Bu tür öğrenme-öğretme ortamında yetişen öğrenciler; mekanik işlemleri yapabildikleri halde problem çözmede başarısız olmaktan kurtulamazlar, ezberledikleri formülleri nasıl kullanacaklarını bilemezler, yorum yapamazlar, düşüncelerini genelleştiremezler.

Bilgi teknolojisinin sunduğu imkanları kullanarak öğrenmeyi kolaylaştırıcı öğretim yöntemleri geliştirilmeli, öğrenci çevresinde oluşan olaylar trigonometriye uygun olarak matematikleştirilmeli, uygun, somut ve nitelikli ders araç ve gereçleri kullanılarak kavramların daha iyi anlaşılması sağlanmalı, bilgi transferini oluşturacak öğrenci etkinlikleri ile öğrencilerin iletişim gücü artırılmalıdır.

KAYNAKÇA

Blackett, N. And Tall, D., (1991). Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software. Fifteenth PME Conference, June 29-July 4, Italy.

Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J., & Nichols, D. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 247–285.

Brown, S. A., (2006). The trigonometric connection students' understanding of sine and cosine, *PME Conference*, 30(1), pages :1-228, Great Britain.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak E.K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel F., (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*, Pegem Akademi, 4. baskı, Ankara.

Demetgül, Z., (2001). Trigonometri konusundaki kavram yanılgılarının tespit edilmesi. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Doğan, A., (2001). Genel liselerde okutulan trigonometri konularının öğretiminde öğrencilerin yanılgıları, yanlışları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma. Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Dönmez, A., (2002). *Matematiğin öyküsü ve serüveni: Dünya matematik tarihi ansiklopedisi* (1.cilt). Toplumsal dönüşüm yayınları, 365-380, İstanbul.

Duru, A., (2006). Bir fonksiyon ve onun türevi arasındaki ilişkiyi anlamada karşılaşılan zorluklar. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Göker, L., (1997). *Matematik Tarihi ve Türk-İslam Matematikçilerinin Yeri*, 84-105, İstanbul.

Kendal, M., ve Stacey, K., (1997). *Teaching trigonometry* <http://staff.edfac.unimelb.edu.au/~kayecs/publications/1997/KendalStacey-Trig.pdf> web adresi (08.10.2006).

Larson, R. E. and Hostetler, R. P., (1997). Algebra and Trigonometry. Fourth Edition. Houghton Mifflin Company, Boston.

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, (2005). Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (9-12. sınıflar), Ankara.

Moore, K., (2009). An investigation into precalculus students' conceptions of angle measure and trigonometric functions. www.allacademic.com/meta/p-mla-apa-research-citation/3/7/7/9/2/p_377_923-index.html (13.08.2009).

Orhun, N., (2001). Student's Mistakes and Misconceptions on Teaching of Trigonometry, Mathematics Education Into The 21st Century Project Proceedings of the International Conference New Ideas in Mathematics Education, 19-24 August 2001, Australia.

Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H., (2008). Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri. 1.baskı, A Pegem Akademi, Ankara.

Slaten, Kelli. M., (2006). A Preservice Teacher's Growth in Subject Matter Knowledge While Planning a Trigonometry Lesson, Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Volume 1, Prague, Czech Republic.

Vance, E. P., (1962). Modern Algebra and Trigonometry. Yayınlayan: Reading, Mass., Addison-Wesley Pub.co. 374 p.

Webber, R. P.,(1985). College Algebra and Trigonometry. Yayınlayan: Monterey, Calif. Brooks/Cole Pub.co., 610 p.

Weber, K., (2005). Students' understanding of trigonometric functions. Mathematics Education Research Journal, vol.17, No:3, 91-12.

EK

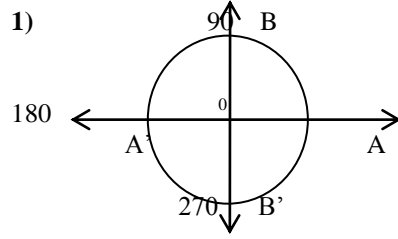
Trigonometri Testi-1

- 1) $\sin 300^\circ$, $\cos 400^\circ$, $\tan 140^\circ$, $\cot(-150^\circ)$ nin işaretleri sırasıyla hangisidir?
A) -,+,+,- **B)** +,-,+,- **C)** -,-,+,+ **D)** -,+,+,+ **E)** -,+,-,+
- 2) $\frac{\pi}{2} < x < y < \pi$ koşulu ile aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $\sin x < \sin y$ **B)** $\cos x < \cos y$ **C)** $\tan x > \tan y$ **D)** $\cot x > \cot y$ **E)** $\sin x < \cos y$
- 3) Aşağıdakilerden hangisi $\sin 40^\circ$ ye eşittir?
A) $\sin 220^\circ$ **B)** $\cos 130^\circ$ **C)** $\cos(-50^\circ)$ **D)** $\sin(-40^\circ)$ **E)** $\sin 50^\circ$
- 4) a, b, c üçüncü bölgede üç açı olmak üzere,
 $\cos a = -0,3$
 $\cos b = -0,7$
 $\cos c = -0,2$
 ise aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
A) $b < a < c$ **B)** $c < a < b$ **C)** $a < c < b$ **D)** $c < b < a$ **E)** $b < c < a$
- 5) θ değeri bir açının esas ölçüsü olup k bir tamsayıdır. Aşağıdakilerden hangisi birim çemberin her hangi bir çapının her iki ucunu da temsil eder?
A) $\theta + k\pi$ **B)** $\theta + 2k\pi$ **C)** $\theta - 2k\pi$ **D)** $\theta + \frac{k\pi}{2}$ **E)** $\theta - \frac{k\pi}{2}$
- 6) k bir tek sayı olduğuna göre, $\cos\left[\left(k + \frac{1}{2}\right)\pi + (-1)^k \cdot \left(\frac{\pi}{2} + x\right)\right]$
 İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\cos x$ **B)** $-\cos x$ **C)** $\sin x$ **D)** $-\sin x$ **E)** 1
- 7) $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ ve $\tan x = \frac{5}{12}$ olduğuna göre, $\sin x - \cos x$ kaçtır?
A) $\frac{7}{16}$ **B)** $\frac{7}{15}$ **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{7}{13}$ **E)** $\frac{7}{12}$
- 8) $\sin 3x = 3$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir? (k , bir tamsayıdır.)
A) $90^\circ + 2k\pi$ **B)** \emptyset **C)** $45^\circ + 3\pi$ **D)** $k\pi$ **E)** $\{60^\circ, 90^\circ\}$
- 9) $0^\circ < x < 90^\circ$ ise $\tan 3x = \sqrt{3}$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir?
A) $\{30^\circ\}$ **B)** $\{20^\circ, 80^\circ\}$ **C)** $\{40^\circ, 60^\circ\}$ **D)** $\{45^\circ\}$ **E)** $\{60^\circ, 80^\circ\}$
- 10) $2t - 3\sin x = 1$ olduğuna göre, t parametresinin tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $[-1,1]$ **B)** $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$ **C)** $[-1,2]$ **D)** $(-1,2)$ **E)** $(-1,1)$
- 11) $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ ise $\sin x \cdot \cos x = \cos x$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir?
A) $\{90^\circ, 270^\circ\}$ **B)** $\{0^\circ, 180^\circ\}$ **C)** $\{270^\circ\}$ **D)** $\{20^\circ, 80^\circ\}$ **E)** $\{0^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$

12) $\sqrt{\frac{(1 - \sin 140^\circ)^2}{1 - (\sin 140^\circ)^2}} = ?$

- A) 1 B) $\sec 140^\circ - \tan 140^\circ$ C) 0 D) $\sin 140^\circ$ E) $\tan 140^\circ - \sec 140^\circ$

Trigonometri Testi-2



A, B, A', B' noktalarına derece cinsinden eşleme yapılmıştır. Sizde bu noktalara;

- a. Radyan cinsinden,
b. Grad cinsinden eşlemeler yapınız.

2)

Açının Ölçüsü	7320°	$\frac{75\pi}{8}$	-970°
Açının Esas Ölçüsü			

Yukarıdaki tabloda verilen açıların esas ölçülerini bulunuz.

3) $\cos^2 \frac{3\pi}{10} + \cos^2 \frac{\pi}{5} + \cot \frac{3\pi}{8} \cdot \cot \frac{\pi}{8}$ işleminin sonucunu bulunuz.

4) Birim çember üzerinde $\tan 135^\circ$ yi çizerek gösteriniz.

5) Birim çember üzerinde $\sec 300^\circ$ yi çizerek gösteriniz.