DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMLERİNİN EXCEL İLE ÇÖZÜMÜ

Öğr. Gör. Dr. Mehmet Ali ALAN
Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi

Öğr. Gör. Dr. Cavit YEŞİLYURT
Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültes

Özet

İşletmeler, optimizasyon problemlerinin çözümünde çeşitli yöntemler kullanırlar. Bu yöntemlerden en yaygın kullanılanlarından birisi de doğrusal programlama tekniğidir. Doğrusal programlama problemlerinin çözümünde Excel çözücüsü, hem Excel'in çok yaygın olarak kullanılması hem de çözümün kolay ve anlaşılır olması nedeniyle kullanıcılar için pek çok avantaj sağlar.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal Programlama, Çözücü,Excel, Optimizasyon

The Solution of Linear Programming Problems Through Excel

Abstract

Businesses use various methods in solving optimisation problems. One of these methods used commonly is linear programming method. Excel solver provides many advantages for users because of both its usage in solving linear programming problems and its simplicity and understandabilty.

Key Words: Linear Programming, Solver, Excel, Optimization

1.DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

İktisat bilimi kısaca sınırlı kaynakların yönetimi olarak bilinir. İşletmeler çabuk ve isabetli kararlar alabilmeleri büyük ölçüde sistematik yaklaşıma gereksinim duyarlar (Yılmaz,1995:1).

Bilimsel karar alma süreci modellere dayanır. Karar almada kullanılabilecek çok çeşitli modeller ve teknikler geliştirilmiştir. Bunlar; doğrusal programlama, ulaştırma modelleri, leontief modeli, şebeke analizi, stok modelleri, oyun kuramı, bekleme hattı modelleri, dinamik programlama, tam sayılı programlama, Markov analizi, doğrusal olmayan programlama vb.dir (Yeşilyurt,1996:2).

İster sayısal analizler, ister yöneylem araştırması adı altında olsun uygulanmakta veya geliştirilmekte olan ve matematik model kullanan bütün yöntemler, esasında işletme sorunlarının matematik olarak programlanması ve çözümünden başka bir şey değildir. İşletme problemlerinin matematik modellerinden yararlanarak çözümü süreci, bulunan sonuçların gerçeğe uygunluk derecelerinin araştırılması, gerekli kontrollerin yapılması ve stratejilerin saptanması ile tamamlanır. İşte matematik modellerin kuruluşu, çözümü, kontrolü ve uygulaması stratejilerinin saptanmasından oluşan bu süreç matematik programlamayı oluşturmaktadır (Tulunay,1987:IX-X).

İşletme problemlerinin, sayısal verilerle en basit şekilde anlatımı doğrusal programlama (D.P.) ile olanaklıdır. D.P., belli doğrusal eşitliklerin veya eşitsizliklerin kısıtlayıcı koşulları altında doğrusal bir amaç fonksiyonunu optimumlaştırmak biçiminde tanımlanabilir. Optimumlaştırmak, belli bir amaca en az masrafla ulaşmak ya da belli kaynaklarla en çok ürünü sağlamak anlamına gelir. (Esin,1998:24) D.P. sürecinde, önce gerekli bilgiler toplanır, probleme ait bir model kurulur ve daha sonra bu modelin çözümleri bilgisayar destekli yazılım paketleri ile bulunur. Bu çözümlerin gerçek yaşam problemlerine uygulanabilirliği test edildikten sonra yöneticilere sunulur.

2.D.P.'NİN MATEMATİKSEL YAPISI

D.P.'nin üç önemli bileşeni vardır:Amaç fonksiyonu, Kısıtlayıcı fonksiyonlar ve Pozitif kısıtlama (Beasley, 2003).

Amaç Fonksiyonu: D.P. modelinde doğrusal biçimde ifade edilen bir amaç fonksiyonu vardır. Amaç fonksiyonu, kâr maksimizasyonu ya da maliyet minimizasyonu şeklinde olur. Amaç fonksiyonu Z, kontrol edilebilir değişkenler X_j (j=1,2,…,n) ve sabit katsayılar (birim başına kâr ya da birim başına maliyet katsayıları) c_j (j=1,2,…,n) olmak üzere

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

biçiminde ifade edilebilir.

Bu amaç fonksiyonun açık yazılımı ise şöyledir.

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

Kısıtlayıcı Fonksiyonlar: İşletmeler, faaliyetlerini bir takım kısıtlayıcı koşullar altında sürdürürler. Makinelerin kapasite kullanımları, iş gücü, finansman, zaman sınırlılığı vb. gibi koşullar bu kısıtlayıcılara örnek olarak verilebilir. Kısıtlayıcılar, teknoloji matrisi $a_{ij,}$ ihtiyaç vektörü b_i olmak üzere standart maksimizasyon probleminde

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x \le b_i \text{ , i=1,2,…,m}$$

standart minimizasyon probleminde ise,

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x \geq b_i \text{ , i=1,2,…,m}$$

biçiminde ifade edilirler. Standart D.P. problemlerinde "$\geq$" ya da "$\leq$" yanı sıra "=" işareti hem maksimizasyonda hem de minimizasyon problemlerinde kullanılabilir. Örneğin makinelerin tam kapasite ile çalışmaları durumunda "="'lik kullanılır. Standart olmayan D.P. problemlerinde kısıtlayıcıların sağındaki işaretler "$\geq$", "$\leq$" ya da "=" işaretleri karışık olarak ta kullanılabilmektedirler (Hacısalihoğlu, 1992:382).

Pozitif Kısıtlama: İşletme faaliyetleri koordinat düzleminin birinci bölgesinde meydana gelir. Yani, negatif üretim ya da negatif maliyet olmayacağından karar değişkenleri X_j'lerin negatif olması düşünülemez. Bu matematiksel olarak

$$X_j \geq 0 \text{ , j=1,2,…,n}$$

biçiminde ifade edilir.

Yukarıdaki açıklamalar doğrultusunda bir doğrusal programlama probleminin genel yapısı;

1. Kâr maksimizasyonunda;

Amaç fonksiyonu;

$$Z_{\max} = \sum_{j=1}^{n} c_j X_j \quad \text{, j=1,2,…,n}$$

Kısıtlayıcılar;

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq b_i \text{ , i=1,2,…,m,} \qquad \text{j=1,2,…,n}$$

Pozitif kısıtlama;

$$X_j \geq 0 \text{ , j=1,2,…,n}$$

2.Maliyet Minimizasyonu;

Amaç fonksiyonu;

$$Z_{\max} = \sum_{j=1}^{n} c_j X_j \quad \text{, j=1,2,…,n}$$

Kısıtlayıcılar;

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \geq b_i \text{ , i=1,2,…,m,} \qquad \text{j=1,2,…,n}$$

Pozitif kısıtlama;

$$X_j \geq 0 \text{, j=1,2,…,n}$$

biçiminde verilir.

Yukarıda genel matematiksel modeli verilen doğrusal programlama modeli daha açık biçimde aşağıdaki gibi yazılabilir.

Amaç fonksiyonu:

$$Z_{max}= c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$

Kısıtlayıcılar:

$$a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \ldots + a_{1n}x_{1n} \leq b_1$$

$$a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + \ldots + a2_nx2_n = b_2$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$a_{m1}x_{m1} + a_{m2}x_{m2} + \ldots + a_{mn}x_{mn} \geq b_m$$

Pozitif Kısıtlama:

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$$

Kâr maksimizasyonu olan bu modelde kısıtlayıcı eşitsizliklerin sağ tarafındaki "≤" işareti yerine "≥" işareti yazılırsa maliyet minimizasyonunun matematiksel modeli elde edilmiş olur. Bu model, matris gösterimi ile de aşağıdaki gibi yazılabilir.a_{ij} katsayılarından oluşan teknolojik matris;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ihtiyaç vektörü;

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

fiyat (ya da maliyet) katsayılarından oluşan vektörü de

$$\mathrm{C} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_n \end{bmatrix}$$

Karar değişkenleri vektörü ise

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}$$

şeklinde verilirse,

Amaç fonksiyonu;

$$Z_{Min/Max} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Kısıtlayıcılar,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \begin{matrix} \geq \\ \leq \\ = \end{matrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Pozitif kısıtlama,

$$X_j \geq 0 \ , \ j=1,2,...,n$$

şeklinde olur.

D.P. yönteminin kullanılışlığı, bilgisayar yazılımlarındaki gelişmeler ile daha da artmıştır (Taha,2000:11). Doğrusal programlama problemlerinin bilgisayar ortamında çözümü için LINDO, QSB, DEAP, TORA gibi çeşitli programlar geliştirilmiştir. Bu programların yanı sıra herkesçe rahatlıkla elde edilebilecek ve kullanımı kolay olan Excel ile de bu problemleri çözmek olanaklıdır.

Windows'un çok yaygınlaşmış olması, ofis uygulama programlarının hemen herkesçe kullanılabilmesi, bu problemlerin Excel'de çözümünü önemli kılmaktadır.

3. EXCEL VE ÇÖZÜCÜ

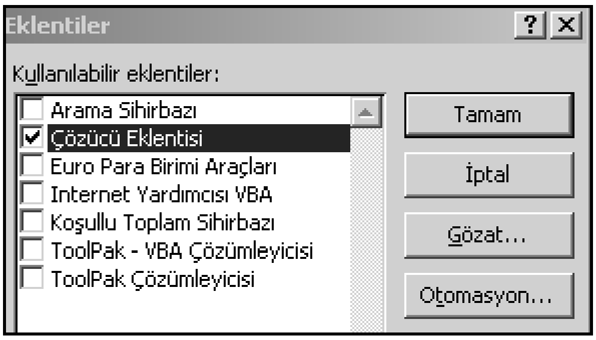
Excel, Microsoft firması tarafından geliştirilmiş bir hesap tablosu programıdır. Windows ve Macintosh ortamları için hazırlanmıştır ve şu anda dünyada en çok kullanılan programlardan birisidir. Excel mühendislere, mimarlara, muhasebecilere ve bütün mesleklerdeki insanların hesaplama gereksinimlerini gidermek için kullanılabilir. Bu gereksinimler basit toplama işlemleri olabileceği gibi yüksek matematik problemlerinin hızlı bir biçimde çözülmesine ya da mimarlık hesaplarının yapılması da olabilir (http://www1.gantep.edu.tr/~bidb/ ofisyardimci/excel/e_bicim.htm21.05.2003).

Çözücü, verilen kısıtlar altında bir amaç işlevin belirli değişkenler için çözümünü sağlar (Yavuz, 1999:154). Çözücü ile n. dereceden bir bilinmeyenli denklem çözülebileceği gibi n bilinmeyenli m adet denklem sistemini de çözmek olanaklıdır.

Bu çalışmada, Ofis XP kullanılarak, matematik programlama modellerinden doğrusal programlama problemlerinin Excel Çözücüsü yardımıyla çözümü verilecektir.

4. ÇÖZÜCÜNÜN ETKİNLEŞTİRİLMESİ VE ÖRNEK UYGULAMA

Bir D.P. probleminin ya da bir denklem sisteminin çözümü için öncelikle Excel'in araçlar menüsünde çözücü işlevinin olup olmadığı kontrol edilmelidir. Eğer çözücü yok ise izleyen şekilde görüldüğü gibi Araçlar menüsünden Eklentilere gelinerek çözücü eklentisi onaylanmalıdır.



Şekil:1. Excel Çözücüsünün Etkinleştirilmesi

Eğer Araçlar menüsünde çözücü işlevi var ise D.P. problemlerini ya da denklem sistemlerini çözmek olanaklı olacaktır. İzleyen örneklerde bir maksimizasyon, bir de minimizasyon probleminin Excel'de çözüm süreci adım adım açıklanmıştır.

Amaç Fonksiyonu:

$$Z_{max}=5x_1+8x_2$$

Kısıtlayıcılar:

$$4x_1+6x_2\leq 24$$
$$2x_1+x_2\leq 18$$
$$3x_1+9x_2\leq 36$$

Pozitif Kısıtlama:

$$x_1\geq 0, x_2\geq 0$$

Öncelikle Excel çalışma sayfasındaki A1 ve B1 adreslerine X1 ve X2 girilmeli ve A2 ve B2 adreslerine 0 (sıfır) değeri yazılmalıdır (Şekil 2.). Sonraki adımda uygun bir hücreye gelinerek (Örnekte D2 hücresi) bu hücreye amaç fonksiyonu izleyen biçimde yazılır:

= 5*A2+8*B2

Amaç fonksiyonundan sonra da kısıtlayıcılar benzer şekilde yan hücrelere girilir. Örnek uygulama için kısıtlayıcı fonksiyonların yazılışı ve hücre adresleri izleyen biçimdeki gibi girilmiştir:

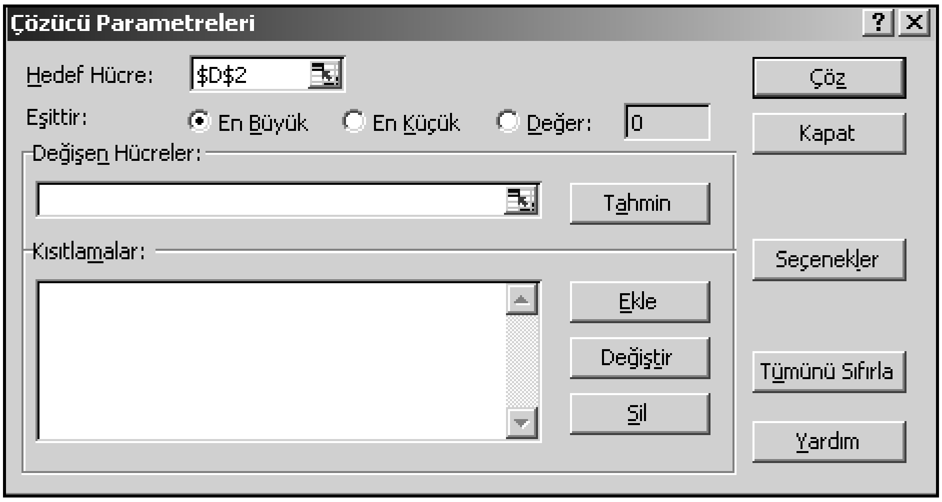
E2 Hücresine	=4*A2+6*B2-24
F2 Hücresine	=2*A2+B2-18
G2 Hücresine	=3*A2+9*B2-36
H2 Hücresine	=A2
I2 Hücresine	=B2

Bu denklemlerin girilmesinden sonra, çözüm öncesi hücrelerde oluşan durum izleyen şekildeki gibidir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x1	x2							
2	0	0		0	-24	-18	-36	0	0

Şekil 2. Denklemlerin Excel Hücrelerine Girilmesi

Bu aşamadan sonra aktif hücre olarak amaç fonksiyonun bulunduğu D2 hücresi seçilmeli ve araçlar menüsünden çözücü işlevi çalıştırılmalıdır. Çözümün ve gerekli parametrelerin tanımlanacağı çözücü parametreleri penceresi açılacaktır (Şekil 3).



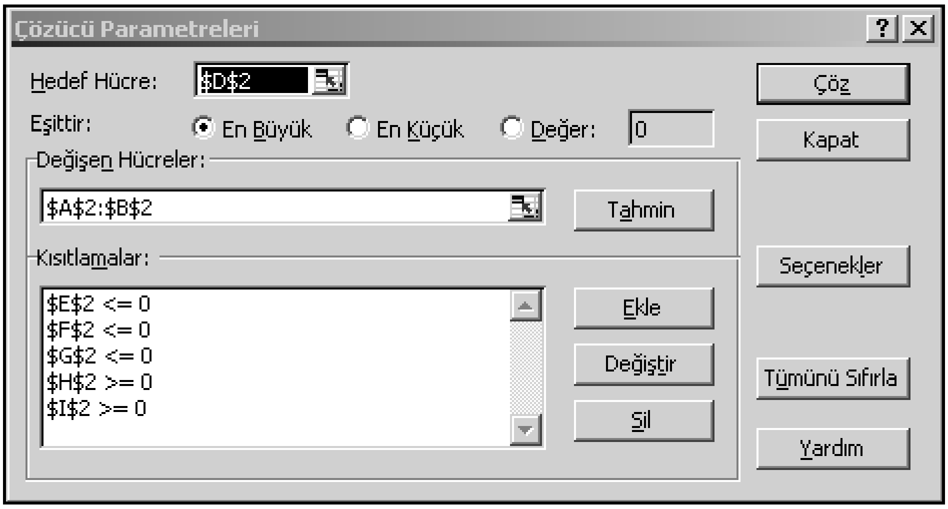
Şekil 3: Çözücü Parametreleri Penceresi

Bu penceredeki “Hedef Hücre”, amaç fonksiyonun bulunduğu hücredir. Çünkü elde edilen çözüm sonucunda en yüksek kâr ya da en düşük maliyet (optimum sonuç) bu hücrede gerçekleşecektir. “Eşittir:” parametresinde ise eğer kâr maksimizasyonu problemi çözülecekse “En Büyük”, maliyet minimizasyonu çözülecekse “En Küçük” alternatifi onaylanmalıdır. Eğer yalnızca denklem sistemi çözülecekse bu durumda “Eşittir=0” parametresi seçilmelidir. “Değişen hücreler” kısmı ise maksimizasyon ya da minimizasyon probleminin çözümü sonucunda elde edilecek X_1 ve X_2’değerleridir.

“Kısıtlamalar” bölümü ise kısıtlayıcı fonksiyonların tanımlandığı bölümdür. “Ekle” düğmesi tıklanarak kısıtlayıcı fonksiyonlar sırasıyla seçilmelidir. Şekil 4.’te ekle düğmesinin tıklanması ve birinci kısıtlayıcının seçilmesi ile elde edilmiştir. Benzer şekilde diğer kısıtlayıcılarda tek tek girilmelidir.

Şekil 4: Kısıtlayıcı Fonksiyonların Eklenmesi

Burada “Tamam” düğmesi onaylanarak ya da tekrar “Ekle” düğmesi seçilerek daha sonraki kısıtlayıcıların girilmesi sağlanabilir.Bütün kısıtlayıcıların girilmesiyle elde edilen çözücü parametreleri penceresi Şekil:5'teki gibi elde edilecektir.



Şekil 5:Çözücü Parametrelerinin Tanımlanması

Bu aşama ile bütün çözücü parametrelerin girilmesi tamamlanmış olur. "Çöz" düğmesinin tıklanması ile D.P. problemi çözülür. Denklemin çözücü işlevi ile çözümünden elde edilen Excel çalışma sayfası izleyen biçimdeki gibidir (Şekil 6).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x1	x2							
2	0	4		32	0	-14	0	0	4

Şekil 6:Sonuç Ekranı

Çalışma sayfasında da görüldüğü gibi X1=0, x2=4 ve amaç fonksiyonu Z_{max}=32 olarak bulunmuştur.

İzleyen D.P. Probleminde ise minimizasyon örneğinin Excel çözücüsü ile çözümü verilmiştir.

Amaç Fonksiyonu:

$$Z_{\min} = 24x_1 + 18x_2 + 36x_3$$

Kısıtlayıcılar:

$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 5$$
$$6x_1 + x_2 + 9x_3 \geq 8$$

Pozitif Kısıtlama:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Excel çalışma sayfasındaki A1, B1 ve C1 adreslerine X1,X2 ve X3 girilmeli ve A2, B2 ve C2 adreslerine 0 (sıfır) değeri yazılmalıdır. Sonraki adımda uygun bir hücreye gelinerek (Örnekte E2 hücresi) bu hücreye amaç fonksiyonu izleyen biçimde yazılmalıdır:

=24*A2+18*B2+36*C2

Amaç fonksiyonundan sonra da kısıtlayıcılar benzer şekilde yan hücrelere girilmelidir. Kısıtlayıcı fonksiyonların yazılışı ve hücre adresleri izleyen biçimdeki gibi girilmiştir:

F2 Hücresine =4*A2+2*B2+3*C2-5

G2 Hücresine =6*A2+B2+9*C2-8

H2 Hücresine =A2

I2 Hücresine =B2

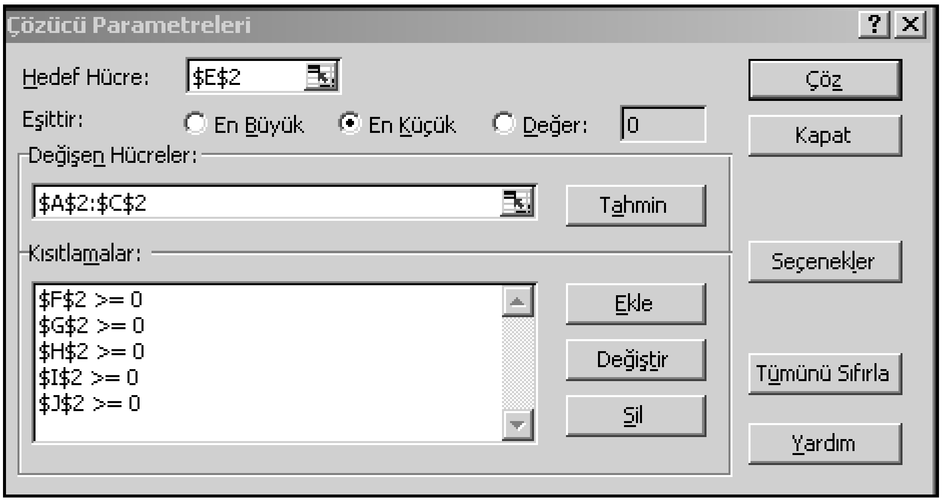
J2 Hücresine =C2

Bu denklemlerin girilmesinden sonra hücrelerde oluşan durum izleyen şekildeki gibidir (Şekil:7):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x1	x2	x3							
2	0	0	0		0	-5	-8	0	0	0
3										

Şekil 7: Denklemlerin Excel hücrelerine Girilmesi

Bu aşamadan sonra aktif hücre olarak amaç fonksiyonun bulunduğu D2 hücresi seçilmeli ve araçlar menüsünden çözücü işlevi çalıştırılmalıdır. Çözücü parametreleri örnek probleme uygun olarak izleyen biçimde tanımlanmıştır.



Şekil:8. Çözücü Parametrelerinin Tanımlanması

Bu parametrelerin tanımlanmasından sonra "Çöz" düğmesi tıklanır ve optimum çözüm elde edilmiş olur. "Çöz" düğmesinin tıklanmasından sonra elde edilen Excel çalışma sayfası izleyen biçimde elde edilmiştir (Şekil:9).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x1	x2	x3							
2	1,16667	0	0,11111		32	0	0	1,16667	0	0,11111
3										

Şekil:9. Sonuç Ekranı

Çalışma sayfasında da görüldüğü gibi X1=1,166667, x2=0, x3=0,11111 ve amaç fonksiyonu $Z_{min}=32$ olarak bulunmuştur.

KAYNAKÇA

Esin Alptekin, Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri, Gazi Üniversitesi Yayın No:126, Ankara 1988.

Hacısalihoğlu Hilmi ve Diğerleri, Genel Matematik, Anadolu Üniversitesi Yayınları, Yayın No:242, Eskişehir, 1992.

J E Beasley, "Linear programming-formultion" OR-Notes, http://www.ms.ic.ac.uk/jeb/or/lp.html 06.06.2003

Linear Programming:Frequently Asked Question, Q1. "What is Linear rogramming?" http://unix.mcs.anl.gov/otc/Guide/faq/linear-programming-faq.html, 06.06.2003

Spirodin (Spyros) Reveliotis, “An Introduction to Linear Programming and the Simplex Algorithm” http://www.isye.gatech.edu/ ~spyros/LP/LP.html, 06.0.6.2003

Tulunay Yılmaz, Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları,Bayrak Matbaacılık, İstanbul 1987.

Yavuz Uğur, Excel 97, Atatürk Üniversitesi Yayın No:214, Erzurum 1999

Yeşilyurt Cavit, Nonlineer Matematik Programlama Modellerinden Kuadratik Programlama ve Sivas Ulaş Süt Fabrikasında Bir Uygulama, Yayınlanmamış Y.Lisans Tezi, Sivas 1996.

Yılmaz Zekayi, Sayısal Yöntemler, Uludağ Üniversitesi, Bursa 1995
http://www1.gantep.edu.tr/~bidb/ofisyardimci/excel/e_bicim.htm 06.06.2003