



Belirsizlik Altında Üretim Planlaması Problemi için Robust Eniyileme Modeli

Pembe GÜÇLÜ*, Ali ÖZDEMİR**

ÖZ

İşletmelerin içinde buldukları şartlar oldukça hızlı bir şekilde değişmektedir. Planlama yapılırken değişimin doğurduğu belirsizliği hesaba katmak adeta bir kural haline gelmiştir. Belirsizliği ele alma yöntemlerinden olan robust eniyileme teknikleri, değişen koşullara daha az duyarlı sonuçlar üreten modellerin oluşturulmasını sağlamaktadır. Üretim planlaması en basit anlamda hangi üründen, ne zaman, ne kadar üretileceğine karar verilmesidir. Üretim planlama problemlerinin modellenmesi ve çözümü üretim sürecinin, ele alınan parametrelerin ve değişkenlerin yapısına bağlı olarak farklılık göstermektedir. Bu çalışmada parametre ve talep belirsizliği altında, kapasite kısıtlı iki aşamalı, çok ürünli üretim planlaması problemi için eniyileme modelinin oluşturulması ve çözülmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla İzmir’de faaliyet gösteren bir tekstil firmasının üretim planlama problemi modellenerek çözülmüş, robust modelin sonuçları ile deterministik senaryoların sonuçları karşılaştırılmıştır. Robust yöntem, daha yüksek maliyetli ancak gelecekte karşılaşılabilecek farklı senaryoların çoğunluğunda büyük ölçüde olurlu ve optimale yakın sonuçlar verecek, sağlam bir üretim planı sunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Robust Eniyileme, Üretim Planlaması, Belirsizlik

JEL Sınıflandırması: M11, C61

Robust Optimization Model for Production Planning Problem under Uncertainty

ABSTRACT

Conditions of businesses change very quickly. To take into account the uncertainty engendered by changes has become almost a rule while planning. Robust optimization techniques that are methods of handling uncertainty ensure to produce less sensitive results to changing conditions. Production planning, is to decide from which product, when and how much will be produced, with a most basic definition. Modeling and solution of the Production planning problems changes depending on structure of the production processes, parameters and variables. In this paper, it is aimed to generate and apply scenario based robust optimization model for capacitated two-stage multi-product production planning problem under parameter and demand uncertainty. With this purpose, production planning problem of a textile company that operate in İzmir has been modeled and solved, then deterministic scenarios' and robust method's results have been compared. Robust method has provided a production plan that has higher cost but, will result close to feasible and optimal for most of the different scenarios in the future.

Keywords: Robust Optimization, Production Planning, Uncertainty

JEL Classification: M11, C61

Geliş Tarihi / Received: 13.06.2016 Kabul Tarihi / Accepted: 31.10.2016

* Arş. Grv. Dr., Çankırı Karatekin Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, pembeguclu@karatekin.edu.tr

** Prof. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, ali.ozdemir@deu.edu.tr

1. GİRİŞ

İşletmelerin içinde buldukları çevre koşullarının hızlı bir şekilde değişmesi ihtiyaçlarında ve planlarında sık sık değişimlere neden olmaktadır. Giderek çetinleşen rekabet ortamında işletmeler, yaşamlarını ve faaliyetlerini sürdürebilmek için proaktif ve çevik olmak zorundadır. Bu zorunluluk hızlı harekete geçmeyi gerektirdiği gibi, planlamaların da belirsizliklerin göz önüne alınarak yapılmasını gerektirmektedir.

İşletmelerde müşteri taleplerinin doğru bir şekilde, yerinde ve zamanında karşılanması için üretim planlaması hayati önem taşımaktadır. En temel anlamda üretim planlaması hangi üründen, ne kadar, ne zaman üretileceğinin belirlenmesine yönelik çalışmalardan oluşur. Üretim planlaması, dinamik ve belirsiz koşulların işletmelerde en çok etkilediği alanlardan birisidir. Bu durumda planlamanın talepte, süreçlerde, ekonomik-sosyal ve siyasal çevre faktörlerinde meydana gelebilecek, öngörülebilir veya öngörülemez belirsizlikler göz önünde bulundurularak yapılması, işletmeleri rakipleri arasında bir adım öne çıkaracaktır.

Gerçek uygulamalarda sistem dinamizminden dolayı çoğu zaman veriler doğru bir şekilde ölçümlenemeyebilir, tahminler gerçeği yansıtmayabilir veya uygulamada hatalar yapılabilir. Bu durumda elde edilen optimal çözümler kararları yanlış yönlendirebilir. Diğer yandan değişimin ortasında bir sürecin tam doğru olarak işlemesi ve optimal politikanın net bir şekilde uygulanarak en iyinin elde edilmesi ütopyik bir düşüncedir. Gerçekleşecek koşullara göre planların sürekli güncellenmesinden önce uzun dönemli, proaktif planlar yapılarak ortaya çıkabilecek her duruma karşı hazırlıklı olmak gerekmektedir. Bu gereklilik robust modellemenin doğmasına ve yaygınlaşmasına neden olmuştur.

Robust eniyileme, belirsizliği matematiksel modelin içine dahil ederek, işletmelerin planlama döneminde karşılaşılabileceği farklı koşulların bir çoğunda makul, belirsizliğe daha az duyarlı sonuçlar elde edilmesini sağlayan bir yöntem olarak tanımlanabilir. Gerçek hayat uygulamalarında karşılaşılan belirsizlik altındaki problemlerin mantığına yakın olması ve çözüm kolaylığı sağlaması gibi avantajları nedeniyle robust eniyileme konusunda yapılan çalışmaların son yıllarda hızla arttığı görülmektedir.

Bu çalışmada belirsiz talep ve girdi fiyatı koşullarında kapasite kısıtlı, çok aşamalı, çok ürünlü üretim planlama problemini modellemek ve eniyilemesini sağlamak amacıyla robust eniyileme modeli oluşturulmuş ve çözümü aranmıştır. Bu amaçla literatür taraması bölümünde robust eniyileme ile ilgili genel bilgiler verildikten sonra üretim planlamasında robust eniyileme uygulamaları ile ilgili yapılmış olan çalışmalara değinilmiştir. Ardından yöntem kısmında problemin modellenmesinde kullanılan robust eniyileme tekniği tanıtılmış, problem tanımlanmış ve model oluşturulmuştur. Oluşturulan model çözülerek sonuçları bulgular bölümünde raporlanmıştır. Son bölümde ise model ve sonuçlar değerlendirilmiş, gelecek çalışmalar için önerilere yer verilmiştir.

2. ROBUST ENİYİLEME

Eniyileme problemlerinde karar ortamındaki belirsizlikler bu güne kadar duyarlılık analizleri, stokastik programlama, bulanık mantık gibi tekniklerle değerlendirilmiştir. Duyarlılık analizinde parametrelerin sabit değerleri ile problem çözülmekte ve küçük oynamalardan en iyi çözümün nasıl etkilendiği görülmektedir. Uygulaması nispeten kolay olan teknik, post mortem bir yaklaşımdır. Belirsizlik altında kullanılan yöntemlerinden biri olan bulanık programlama, veriler hakkında yeterli bilgi olmadığı durumlarda belirsizlik ile ilgili kişisel yargıların üyelik fonksiyonları sayesinde eniyileme modeline dahil edilebilmesine olanak sağlar. Belirsizliği çözüm sürecine dahil etmesi açısından proaktif olsa da elde edilen durulaştırılmış sonuçlar karar vericiye hareket alanı ile ilgili bilgi vermemektedir. Olasılıksal (stokastik) programlama, belirsiz

verilerin önceden tanımlanmış bir olasılık dağılımına uygun olduğu durumlarda kullanılan bir yöntemdir. Olasılıksal programlama da proaktif bir tekniktir, ancak verilerin olasılık dağılımının doğru bir şekilde tespit edilebilmesi için çok fazla veriye gereksinim duyulmaktadır. Ayrıca olasılıklı eniyileme problemlerinin çözümü ile ilgi de zorluklar yaşanmaktadır. Robust eniyileme ise problem parametrelerinin olasılıklı olmaktan ziyade deterministik ve küme tabanlı olduğu durumlarda kullanılır. Robust eniyileme modellerinin avantajlı yanlarından biri de eşdeğer modeller yazılarak, modelin çözülebilirliğinin kolaylaştırılabilmesidir.

Eniyilemede, veri belirsizliğinin nominal çözümün kalitesini büyük ölçüde etkilediği durumları tespit edebilecek ve bu gibi durumlarda veri belirsizliğine daha az duyarlı sonuçlar üretebilecek proaktif yaklaşıma ihtiyaç vardır (Ben-Tal vd., 2009; Sitompul ve Aghezzaf, 2008). Robust model ile verilerdeki belirsizlik model içine dahil edilir ve sağlam (robust) sonuçlar elde edilir. “Sağlamlık (Robustness) Yaklaşımı”nın amacı, önceden belirlenmiş bir planlama döneminde muhtemel tüm girdi verisi senaryolarında makul amaç değeri verebilecek kararlar üretmektir (Kouvelis ve Yu, 1997).

Bilim ve mühendislik için robust eniyileme, yeni bir konu sayılmaktadır ve robust kontrol ile yakından ilişkilidir. Robust eniyileme ile robust kontrol arasında ciddi benzerlikler bulunmakta, hatta robust eniyilemenin gelişimini sağlayan nedenler robust kontrol çevrelerinden gelmektedir. Ancak robust eniyileme, özellikle algoritma, geometri ve çözülebilirlik gibi geleneksel eniyilemenin teorik konularına, modelleme gücüne ve yapısal sonuçlara odaklanan ayrı bir alandır (Bertsimas vd., 2011).

Robust yaklaşımın eniyileme literatürüne, Soyster’in (1973) belirsiz verilerle doğrusal programlama problemini ele alması ile girdiği söylenebilir. Soyster, dış bükey bir kümeye ait olan belirsiz parametrelerin her durumu için olurlu bir çözüm üreten, korumacı bir model ortaya koymuştur. Soyster’in ardından robust eniyileme uygulamaları Mulvey ve arkadaşlarının 1995 yılında yaptıkları çalışma ile yaygınlaşmaya başlamıştır. Bu çalışmada yazarlar senaryo tabanlı doğrusal olmayan olasılıksal programlama yapısında bir robust eniyileme modeli önerisinde bulunmuşlardır. Model, hedef programlama ile senaryo tabanlı eniyilemeyi entegre ederek daha sonraları literatürde yaygın olarak kullanılan robust eniyileme modellerinden olmuştur. Bu temel çalışmaların ardından rağbet gören konu ile ilgili farklı alanlarda genel kabul gören çeşitli modeller geliştirilmiştir (Kouvelis ve Yu, 1997; Ben-Tal ve Nemirovski, 1998; Yu ve Li, 2000; Bertsimas ve Sim, 2003).

Robust eniyileme modelleri belirsizliği ele alma yöntemlerine küme tabanlı ve senaryo tabanlı olmak üzere iki ana kategoride ele alınabilmektedir.. Küme tabanlı modellerde belirsiz veriler spesifik bir belirsizlik kümesi içinde kalmak şartıyla değişkenlik gösterir. Amaç, veri belirsizliğine karşı duyarsızlaşmış, verilerin belirsizlik kümesi çerçevesinde aldığı tüm değerlerde olurlu çözüm elde etmektir (Li vd., 2011). Belirsizlik kümesi elemanları spesifik bir dağılıma uygunluk göstermez. Belirsizlik kümesi genellikle kapalı konveks kümedir. Literatürde farklı belirsizlik kümeleri (kutu, elipsodal, polihedral,...) kullanılarak robust eniyileme modelleri oluşturulmuştur (Soyster, 1973; Ben-Tall ve Nomirovski, 1998; Bertsimas ve Sim, 2003).

Senaryo tabanlı modellerde gürültü faktörü içeren veya tamamlanmamış veri seti ile hazırlanmış senaryoları kullanarak beklenen maliyeti ve en iyi maliyetten sapmaları minimize etmeyi amaçlamaktadır. Bu açıdan bakıldığında olasılıklı eniyilemenin robust eniyilemenin özel bir türü olduğu söylenebilir. Senaryo tabanlı robust eniyilemede temel amaç sağlam bir sistem tasarımında sistem içinde makul maliyetlerde ortaya çıkan belirsiz durumlara yeterli esneklik sağlayabilmektir. Senaryo eniyilemesi, belirsiz senaryolar kümesinden elde edilen en iyi çözümleri dengeleyen olurlu bir çözüm bulmaya çalışır (Kang ve Lansey, 2013). Mulvey vd.(1995), Yu ve Li (2000) ve Kouvelis ve Yu (1997), Janak vd. (2007), Delage ve Ye (2010)’nin oluşturdukları robust modeller seneryo tabanlı temel modeller olarak sayılabilir.

Veri setinin büyük ve parametrelerin sürekli olduğu durumlarda genellikle küme tabanlı modeller kullanılırken; veri setinin küçük, parametrelerin kesikli olduğu durumlarda genellikle senaryo tabanlı modeller kullanılmaktadır.

Bir sonraki bölümde üretim planlamasında belirsizlik kaynakları hakkında bilgi verilerek belirsizlikleri robust modeller ile ele alan çalışmalaradan oluşan literatür taramasına yer verilmiştir.

3. ÜRETİM PLANLAMASINDA BELİRSİZLİK VE ROBUST ENİYİLEME

Üretim planlaması gelecekteki üretim ve hizmet faaliyetlerinin düzeylerini ve limitlerini belirleyen bir fonksiyon olarak tanımlanabilir (Kobu, 2010: 455). Üretim-İşlemler Planlaması, belirli ürünlerin ya da hizmetlerin ilerideki üretimleri için gerekli tüm olanakların saptanması, sağlanması ve düzenlenmesini kapsar (Demir ve Gümüšoğlu, 2009: 349). Üretim planlamasının amacı, planlama döneminde toplam üretim maliyetlerini minimize edecek, talepleri karşılayacak şekilde üretim miktarını belirlemektir (Özyörük ve Erol, 2000: 105).

Üretim planlama problemlerinde belirsizlikler temel olarak iki kategori altında incelenebilir; i) çevresel belirsizlik, ii) sistemsel belirsizlik. Üretim süreci dışındaki talep belirsizliği, tedarik ile ilgili belirsizlikler, maliyet belirsizlikleri gibi belirsizlik türleri çevresel kategoride yer alırken; üretim sürecinin kendi içinde ortaya çıkan verim belirsizliği, bekleme sürelerindeki belirsizlik, üretim kalitesindeki belirsizlik, üretim sürecindeki aksamalardan kaynaklanan belirsizlikler ise sistemsel kategoride ele alınmaktadır (Mula vd., 2006).

İşletmeler belirsizliklere karşı çeşitli uygulamalar geliştirmişlerdir. Çevresel ya da sistemsel şartlardaki değişimlere karşı güvenlik stoğu, esnek kapasite planlaması, geç teslim (backlogging) planlaması kullanılan reaktif uygulamalar olarak sayılabilir. Diğer yandan rutin kontrollerin sıklaştırılması ile çeşitli noktalardaki (tahmin hataları, bekleme zamanı, verimlilik vb.) belirsizlikleri izleyerek belirsizliklerin karakteristiğini belirleyerek taktik planların belirsizlik unsurunu göze alarak oluşturulması ise proaktif uygulama olarak değerlendirilebilir. Bu aşamada kullanılan matematiksel modellemelerde sayılan belirsizlik türlerinden biri ya da bir kaç stokastik programlama, bulanık mantık, simülasyon, sezgisel algoritmalar, yapay sinir ağları, genetik algoritmalar, markov karar süreçleri veya robust eniyileme teknikleri ile ele alınmıştır. Üretim planlama problemlerinde belirsizliğin yapısı ve belirsizliği olasılıksal, olabirsel, sezgisel ve robust eniyileme dışındaki diğer yöntemlerle ele alan çalışmalar ile ilgili ayrıntılı bilgi için Mula vd. (2006), Ayuso vd. (2007), Dolgui vd. (2010), Graves (2011), Aloulou vd. (2013)'nin çalışmaları incelenebilir.

Üretim planlama ve kontrol sorunları da robust eniyilemenin etkin bir şekilde kullanıldığı alanlardandır. Tablo 1'de üretim planlaması alanında yapılan robust eniyileme çalışmaları ele alınan belirsizlik türüne ve kullanılan robust modellere göre sınıflandırılmıştır.

Tablo 1: Robust Üretim Planlaması Çalışmalarındaki Belirsizlik Kaynakları ve Kullanılan Modeller

Referans	Belirsizlik	Kullanılan Robust Model
Leung ve Wu (2004)	Maliyet parametreleri, Talep	Yu ve Li
Raa ve Aghezzaf (2005),	Talep	Mulvey vd.
Bertsimas ve Thiele (2006),	Maliyet Parametreleri, Talep	Bertsimas ve Sim
Leung vd. (2007a)	Maliyet parametreleri, Talep	Yu ve Li
Leung vd. (2007b)	Maliyet parametreleri, Talep	Yu ve Li
Ben-Tal vd. (2009)	Talep	Ben-Tal ve Nemirovski
Agghezzaf vd. (2010)	Talep	Mulvey vd
Kanyalkar ve Adil (2010),	Talep	Yu ve Li
Zanjani vd. (2010),	Hammadde kalitesi	Mulvey vd.
Pan ve Nagi (2010)	Talep	Mulvey vd.
Zhou (2010),	Kesinti (Makine bozulması)	Kouvelis ve Yu
Wei vd. (2011),	Geri dönen ürün miktarı, talep	Bertsimas ve Sim
Al-e-Hasem vd. (2011)	Maliyet parametreleri, Talep	Yu ve Li
Alem ve Morabito (2012)	Maliyet parametreleri, talep	Bertsimas ve Sim
Wang vd. (2012)	Üretim maliyetleri	Bertsimas ve Sim
Latifoğlu vd. (2013),	Güç kesintisi	Ben-Tal ve Nemirovski
Aouam ve Brahimi (2013)	Talep, teslim süresi	Bertsimas ve Sim
Rahmani vd. (2013)	Maliyet parametreleri, Talep	Yu ve Li
Lalmazlounian vd., (2013),	Maliyet Parametreleri, Talep	Yu ve Li
Klabjan vd. (2013)	Moment belirsizliği	Delage ve Ye (2010)
Mahmoudzadeh vd. (2013),	Talep ve iade miktarı	Bertsimas ve Sim
Alvarez ve Vera (2014)	Teknoloji katsayısı	Bertsimas ve Sim
Solyalı (2014)	Talep ve Müşteriden Geri Dönen Ürün Miktarı	Bertsimas ve Sim-Yeni AARM(Affinely Adjustable Robust Model)
Ait-Alla vd. (2014)	Talep	Yu ve Li
Ye vd. (2014)	Talep	Lin vd. (2004), Janak vd. (2007)
Nikmanfor vd. (2015)	Maliyet Parametreleri, Satış Fiyatı, Talep	Yu ve Li

Bir sonraki bölümde problemin çözümünde kullanılmış olan robust eniyileme tekniği ile ilgili bilgi verilerek problemin formülasyonu yapılmıştır.

4. YÖNTEM

Bu çalışmada veri sayısının azlığı nedeni ile senaryo tabanlı modelleme kullanılmıştır. Yu ve Li Modeli'nin, Mulvey vd.'nin robust modelinden daha anlaşılır ve çözümünün kolay olması, Kouvelis ve Yu Modelleri'nin sadece en iyi çözüm değerinden sapmaları dikkate

almasına karşılık hem en iyi çözüm değerinden sapmaları hem de olurluluktan verilebilecek ödünü göz önüne alan daha kapsamlı bir model olması tercih sebebi olmuştur.

4.1. Robust Eniyileme Modeli

Robust eniyileme alanında yapılan ilk çalışma Soyster (1973) sayılsa da “robust eniyileme” kavramı Mulvey ve arkadaşlarının 1995 yılında yapmış oldukları çalışma ile literatüre girmiştir. Çalışmada senaryo tabanlı doğrusal olmayan olasılıklı programlama modeli olarak iki temel robust model oluşturulmuştur. Modellerden ilki varyans temeline dayanırken, ikincisi fayda temellidir. Bu modellerde sağlamlık (robustness), model sağlamlığı ve çözüm sağlamlığı olmak üzere iki ayrı parça olarak ele alınmıştır. Model sağlamlığı, ortaya çıkabilecek bütün senaryoların sonuçlarının neredeyse hepsinin olurlu olması durumu olarak tanımlanırken, bütün senaryo sonuçlarının en iyi çözüm değerine yakın olması ise çözüm sağlamlığı olarak tanımlanmıştır.

Genel eniyileme modeli aşağıdaki gibi verilmiş olsun;

$$\text{Min } c^t x + d^t y \quad x \in R^{n_1}, y \in R^{n_2} \quad (1)$$

s. t.

$$Ax = b \quad (2)$$

$$Bx + Cy = e \quad (3)$$

$$x, y \geq 0 \quad (4)$$

Verilen eniyileme modelinde $x \in R^{n_1}$ tasarım değişkeni vektörü, $y \in R^{n_2}$ kontrol değişkeni vektördür. Birinci kısıt (2) katsayıları sabit ve gürültü içermeyen *yapısal kısıt*, ikinci kısıt (3) ise katsayıları gürültülü *kontrol kısıtıdır*.

$\Omega = \{1,2,3, \dots, S\}$ senaryo kümesi olmak üzere her bir $s \in \Omega$ r senaryosunda kontrol kısıtındaki katsayılar, senaryonun ortaya çıkma ihtimalini gösteren sabit bir p_s olasılığı ile $\{d_s, B_s, C_s, e_s\}$ değerlerini alır ($\sum_{s=1}^S p_s = 1$).

Her senaryo $s \in \Omega$ olmak üzere $\{y_1, y_2, \dots, y_s\}$, kontrol değişkenleri kümesi ve $\{z_1, z_2, \dots, z_s\}$, s senaryosunda kontrol kısıtlarının izin verdiği uygunsuzluk (infeasibility) ölçüsü olan hata vektörleri kümesi olmak üzere robust eniyileme modeli şu şekilde oluşturulabilir;

$$\text{Min } \sigma(x, y_1, y_2, \dots, y_s) + \omega \rho(z_1, z_2, \dots, z_s) \quad (5)$$

s. t.

$$Ax = b \quad (6)$$

$$B_s x + C_s y_s + z_s = e_s \quad \forall s \in \Omega \quad (7)$$

$$x \geq 0, y_s \geq 0 \quad \forall s \in \Omega \quad (8)$$

Çoklu senaryolarda amaç fonksiyonu $\xi = c^t x + d^t y$, ρ_s olasılıkla rassal değişken alan $\xi_s = c^t x + d_s^t y_s$ şeklini alır. Bütünleşik amaç fonksiyonunu uzatmamak için beklenen değer fonksiyonu $\sigma(\cdot) = \sum_{s \in \Omega} \rho_s \xi_s$ şeklinde modellenebilir. En kötü durum (worst case) analizinde model en büyük değeri enküçükler ve fonksiyon $\sigma(\cdot) = \text{Max}_{s \in \Omega} \xi_s$ olur.

Amaç fonksiyonunun ikinci kısmı, bazı senaryolarda kontrol kısıtı ihlalini cezalandıran olurluluk (feasibility) ceza fonksiyonudur. Kontrol kısıtının ihlali, belirlenen bazı senaryolarda problemin çözümünün olursuz olduğu anlamına gelir. ω ağırlığı kullanılarak amaç fonksiyonunun birinci terimi ile ölçülen çözüm sağlamlığı ile ikinci terimi ile ölçülen model sağlamlığı arasındaki değişim (trade off) sağlanmış olur (Mulvey vd., 1995: 266). Örneğin $\omega = 0$ ise model $\sigma(\cdot)$ terimini minimize edecek ve çözüm olursuz olacaktır. ω 'ye yeterince büyük bir değer atandığında $\rho(\cdot)$ amaçta baskın olacak ve amaç daha yüksek bir maliyette gerçekleşecektir (Leung ve Wu, 2007).

$\xi_s = c^t x + d_s^t y_s$ için yüksek varyans çıktının büyük ölçüde şüpheli olduğu anlamına gelir. Markowitz (1991)'in Ortalama/Varyans Modeli'nden yola çıkarak $\sigma(\cdot)$ için en uygun çözüm amaç fonksiyonunun ortalama değerine λ defa varyans eklenerek şu şekilde elde edilir (Mulvey vd.,1995);

$$\sigma(x, y_1, y_2, \dots, y_s) = \sum_{s \in \Omega} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s \in \Omega} p_s (\xi_s - \sum_{s' \in \Omega} p'_s \xi_{s'})^2 \quad (9)$$

Amaç fonksiyonunun ikinci kısmı $\omega \rho(z_1, z_2, \dots, z_s) = \omega \sum_{s \in \Omega} p_s z_s$ şeklinde düzenlenirse robust eniyileme modeli şu şekli alır;

$$\text{Min} \sum_{s \in \Omega} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s \in \Omega} p_s (\xi_s - \sum_{s' \in \Omega} p'_s \xi_{s'})^2 + \omega \sum_{s \in \Omega} p_s z_s \quad (10)$$

s. t.

$$Ax = b \quad (11)$$

$$B_s x + C_s y_s + z_s = e_s \quad \forall s \in \Omega \quad (12)$$

$$x \geq 0, y_s \geq 0 \quad \forall s \in \Omega \quad (13)$$

Modelde yer alan $\lambda \sum_{s \in \Omega} p_s (\xi_s - \sum_{s' \in \Omega} p'_s \xi_{s'})^2$ ifadesi çözüm sağlamlığı sağlarken $\omega \sum_{s \in \Omega} p_s z_s$ ifadesi model sağlamlığı sağlar.

Yu ve Li (2000), Mulvey vd.'nin önerdikleri modeli geliştirerek modeli olmayan yapıdan kurtarmışlar ve [2(senaryo sayısı+kontrol kısıtı sayısı)] $2n+2m$ kadar sapma değişkeni sayısını yarıya düşürmüşlerdir. Modelin yeni hali ile $N = 2(S + \sum_{s=1}^S J_s)$ adet yeni değişken ile toplam $M = G + S + \sum_{s=1}^S J_s$ kısıt sayısı ile doğrusal programlama modeli oluşturulmuştur. Bu yaklaşım ile modellerin çözüm sonuçları aynı kalırken, değişken sayısı farklılaşarak problemin karmaşıklığı azaltılmıştır.

$$\text{Min} \sum_{s \in \Omega} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s \in \Omega} p_s \left(\xi_s - \sum_{s' \in \Omega} p'_s \xi_{s'} + 2\theta_s \right) + \sum_{s \in \Omega} p_s \left(\sum_{j=1}^J (w_{sj}^+ (B_s x + C_s y_s - e_s + z_{sj}) + w_{sj}^- z_{sj}) \right) \quad (14)$$

s. t.

$$Ax = b \quad (15)$$

$$\left(\sum_{s' \in \Omega} p'_s \xi_{s'} \right) - (\xi_s) - \theta_s \leq 0 \quad (16)$$

$$e_s - B_s x - C_s y_s - z_{sj} \leq 0 \quad (17)$$

$$x \geq 0, y_s \geq 0 \quad \forall s \in \Omega \quad (18)$$

4.2. Problem Tanımı ve Formülasyonu

Çalışmada İzmir'de faaliyet gösteren bir tekstil işletmesinin üretim süreci için model uygulaması gerçekleştirilmiştir. İlgili işletmenin üretim süreci iki ana aşamadan oluşmaktadır. Aşamaların her birinde sıralı işlemlerin gerçekleştiği iş hatları yer almaktadır. Birinci aşamada yüksek basınç uygulayan merdanelerin bulunduğu kalender adı verilen özdeş iki iş hattında ara mamul üretimi gerçekleşmektedir. Kalender hattından rulolar halinde çıkan yarı mamul işlem görmek üzere ikinci aşamadaki rotagravür hattına alınmaktadır. Bu aşamada farklı desen kalıpları yardımıyla ilk aşamadan çıkan yarı mamul üzerine baskı işlemi yapılmaktadır.

Firma, dört farklı marka altında beş yüzden farklı desende üretim yapmaktadır. Markalar, desenlerin benzer özelliklerine ve pazarlandıkları ülkelere göre oluşturulmuştur. Bu çalışmada dört farklı markadaki ürünler ana ürün ailesi olarak ele alınmıştır. Uygulama için altı aylık planlama ufku aylık periyotlara bölünmüştür.

Firma hammadde alımlarını dolar para birimiyle yaptığı için dolar kurundaki değişimlere bağlı olarak hammadde fiyatları belirsiz kabul edilmiş ve senaryolar bu doğrultuda oluşturulmuştur. Firmanın ürettiği nihai ürünün talebinde mevsimsellik olmadığı için ve dolar kurundaki belirsizlikle zaman bazında uygun bir şekilde ele alınabilmesi adına talep senaryoları geçmişteki üç farklı altı aylık dönem verilerinden faydalanarak oluşturulmuştur.

Belirsiz talep ve üretim ile belirlenen diğer kısıtlar altında robust parti büyüklüğü belirleme problemi formüle edilmiştir. Modelin yapısını anlamayı kolaylaştırması açısından karar değişkeni ve parametreler ile ilgili çeşitli notasyonların ve modelin varsayımlarının tanımlanması yararlı olacaktır.

Varsayımlar

- Nihai ürün talebi ve hammadde fiyatları belirsizdir.
- Talepteki ve hammadde fiyatlarındaki belirsizlik senaryolar ile ele alınmıştır.
- Planlama ufku (T) eşit planlama periyotlarına (t) ayrılmıştır.
- Talebin geç karşılanmasına izin verilmektedir.
- Üretimdeki bekleme yoktur.
- Nihai ürünler ürün ailesi olarak ele alınmıştır.
- Makine ayarının ürün ailesi değiştikçe yapılmaktadır. Ürün ailesi içindeki farklı ürünler için yapılan ayarlar göz ardı edilmiştir.
- Planlama ufkunun başında makineler spesifik bir ürünü üretmek üzere ayarlı değildir.
- Makinelerin üretim kapasiteleri daha önceden yapılan taktik planlar ile belirlenmiştir.
- Birim stoklama maliyetleri, talebi geç karşılama maliyeti, üretim maliyeti periyotlar arası farklılık göstermemektedir.

Kısıtlamalar

- Gerçek net talep değerlerinin kullanılmasına firma yetkililerince sıcak bakılmaması üzerine talep verileri yuvarlanarak gerçek verilere yaklaşık olacak şekilde alınmıştır.
- Firma verilerinin ve ürün girdi karışımının net değerlerinin gizliliği adına üretimde kullanılan sekiz hammaddenin tümü yerine, karışımında oransal olarak en fazla kullanılan üç girdi modele dahil edilmiştir.

Notasyon

İndisler

- i : Nihai ürün indeksi ($i=1, \dots, N$)
 j : Ara mamül indeksi
 r : Hammadde indeksi ($r=1, \dots, R$)
 t : Zaman periyodu indeksi ($t=1, \dots, T$)

Parametreler

- h_{it} : t periyodunda i ürününü için birim stoklama maliyeti
 h_{rt} : t periyodunda r hammaddesi için birim stoklama maliyeti
 pc_{it} : t periyodunda i ürününün birim üretim maliyeti
 sc_{it} : t periyodunda i ürünü için üretime hazırlık (set up) maliyeti

- sc_{jt} : t periyodunda birinci üretim aşaması için üretime hazırlık (set up) maliyeti
 st_i : i ürünü için üretime hazırlık (set up) süresi
 st_j : yarı mamül için üretime hazırlık (set up) süresi
 b_{it} : t periyodunda i ürünü için birim geç teslim (back-order) maliyeti
 c_{rt}^s : s senaryosunda t periyodunda r hammaddesi için birim satın alma maliyeti
 g_{ir} : Gözinto faktörü (bir birim i üretmek için kullanılan r hammaddesi miktarı)
 d_{it}^s : s senaryosunda t periyodunda i ürününün talep miktarı
 θ_i : i ürününün birim kapasite kullanımı
 θ_j : Yarımamülün birim kapasite kullanımı
 I_{rt}^{max} : r hammaddesinden t periyodunda en fazla stoklama miktarı
 I_t^{max} : t periyodunda stoklanabilecek en fazla nihai ürün miktarı
 I_t^{min} : t periyodunda bulunması gereken en az nihai ürün stoku miktarı
 K_t : t periyodunda birinci aşamanın üretim kapasitesi
 R_t : t periyodunda ikinci aşamanın üretim kapasitesi
 β_{it} : t periyodunda i ürününün karşılanamayan talep (backorder) oranı
 λ : Çözüm varyansının katsayısı
 ω : Kontrol kısıtından sapmaların ceza katsayısı
 p^s : s senaryosunun olasılığı

Sayılan parametrelere ilişkin işletme verileri Tablo 5, Tablo 6, Tablo 7 ve Tablo 8’de verilmiştir. Bunlara ek olarak nihai ürün üretiminde kullanılan birim yarımamul miktarının (g_{ij}) her nihai ürün için 1 m/m olduğu bilinmektedir.

Tablo 2: Yarı Mamül ve Nihai Ürün Bazında Parametre Verileri

Yarımamul/ mamul	h (TL/m)	p (TL/m)	s (TL)	b (TL/m)	st (dk)	θ dk/m	β
j1	-	-	0.040	-	20	0.21	
i1	0.135	0.660	0.033	1.4	20	0.13	0.25
i2	0.135	0.660	0.032	1.3	20	0.13	0.25
i3	0.135	0.660	0.035	1.2	20	0.13	0.25
i4	0.135	0.660	0.036	1.5	20	0.13	0.10

$$\begin{aligned}
 K_t &= 34,560 \text{ dk/ay} \\
 R_t &= 34,560 \text{ dk/ay} \\
 I_t^{max} &= 300,000 \text{ m/ay} \\
 I_t^{min} &= 40,000 \text{ m/ay}
 \end{aligned}$$

Tablo 3: Hammaddelerle İlgili Parametre Verileri

	g_{jr} (kg/m)	I_{rt}^{max} (m)	h_{rt} (TL/kg)
r_1	2.15	67,000	0.013
r_2	1.50	25,000	0.015
r_3	10	400,000	0.020

Tablo 4: Senaryolar Bazında Talep (d_{it}) Verileri

Mamül	Senaryo	Zaman Periyotları					
		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
i_1	1	15,000	20,000	25,000	16,000	8,500	10,000
	2	25,000	18,000	30,000	20,000	15,000	22,000
	3	29,000	21,000	24,000	10,000	10,000	15,000
i_2	1	8,000	6,000	15,000	10,000	3,500	4,800
	2	8,000	12,000	9,000	9,000	5,000	10,000
	3	12,000	9,500	14,500	8,000	4,000	11,000
i_3	1	3,000	3,000	2,000	2,000	2,500	2,500
	2	5,000	6,000	4,000	3,000	2,500	4,000
	3	3,000	5,000	8,000	4,000	5,000	3,000
i_4	1	100,000	100,000	150,000	100,000	50,000	60,000
	2	100,000	110,000	115,000	90,000	75,000	100,000
	3	90,000	120,000	112,000	150,000	100,000	80,000

Tablo 5: Senaryolar Bazında Hammadde Fiyat (c_{rt}) Verileri (TL/kg)

Hammadde	Senaryo	Zaman Periyotları					
		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
r_1	1	1.500	1.550	1.550	1.520	1.590	1.600
	2	1.176	1.208	1.224	1.192	1.232	1.256
	3	0.972	0.992	1.012	0.985	0.998	1.039
r_2	1	0.278	0.287	0.287	0.281	0.294	0.296
	2	0.257	0.264	0.268	0.261	0.270	0.275
	3	0.247	0.252	0.257	0.250	0.253	0.264
r_3	1	3.375	3.488	3.488	3.420	3.578	3.600
	2	3.175	3.262	3.305	3.218	3.326	3.391
	3	2.538	2.590	2.643	2.573	2.608	2.713

Karar Değişkenleri

- XX_{it} : t periyodunda i ürününün üretim miktarı
 X_{jt} : t periyodunda j yarı mamul üretim miktarı
 B_{it}^s : s senaryosunda t periyodunda i ürününü için backorder miktarı
 W_{rt} : t periyodunda r hammaddesinden satın alınan miktar
 I_{it}^s : s senaryosunda t periyodunda i ürünü stok miktarı
 I_{jt} : t periyodunda j yarı mamülü stok miktarı
 I_{rt} : t periyodunda r hammaddesi stok miktarı
 y_{it} : t periyodunda i ürünü için set up yapma durumu (set up yapıldıysa 1, yapılmadıysa 0 değeri alır)
 y_{jt} : t periyodunda j yarı mamülü için set up yapma durumu (set up yapıldıysa 1, yapılmadıysa 0 değeri alır)
 δ_{its} : s senaryosunda t periyodunda i ürünü stok dengeleme kısıtından sapma miktarı
 γ^s : s senaryosunda amaç fonksiyonunun tüm senaryoların en iyi değerinden sapma miktarı

Amaç Fonksiyonu

Robust modelin amaç fonksiyonunun (19) ilk terimi senaryoların beklenen maliyetleri toplamını, ikinci terimi optimallikten sapmaların toplamını, üçüncü terimi ise doyurulmak zorunda olan kısıtlardan sapmaların ceza maliyetleri toplamını ifade etmektedir.

$$Z_{min} = \sum_{s=1}^S p^s TC^s + \lambda \sum_{s=1}^S p^s \left[\left(TC^s - \sum_{s=1}^S p^s TC^s \right) + 2\gamma^s \right] + \omega \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N p^s \delta_{its} \quad (19)$$

$$TC^s = \sum_i^N \sum_t^T (h_{it} I_{it}^s + sc_{it} y_{it} + pc_{it} X_{it} + b_{it} B_{it}^s) + \sum_j^J \sum_t^T (sc_{jt} y_{jt}) + \sum_r^R \sum_i^N \sum_t^T c_{rt}^s g_{it} X_{it} + \sum_r^R \sum_t^T h_{rt} I_{rt} \quad (20)$$

Beklenen maliyet her bir senaryo için (20)'de yer alan eşitlik ile hesaplanır. Bu eşitlikte ilk terim doğrudan nihai ürünler için sırasıyla stoklama, üretim ayarı (set up), üretim ve geç teslim (backorder) maliyeti toplamından oluşmaktadır. İkinci terim ilk aşamanın makine ayar maliyeti, üçüncü terimi hammadde tedarik maliyetini, dördüncü ve son terimi ise toplam hammadde stoklama maliyetini ifade etmektedir. İlk aşamanın üretim maliyeti, firma tarafından nihai ürünün üretim maliyeti içinde hesaplandığı ayrı bir maliyet kalemi olarak ele alınmamıştır.

Kısıtlar

$$TC^s - \sum_{s=1}^S p^s TC^s + \gamma^s \geq 0 \quad \forall s, \quad (21)$$

$$I_{i,t-1}^s + X_{it} + B_{it}^s - B_{i,t-1}^s - I_{it}^s + \delta_{its} = d_{it}^s \quad s = 1, \dots, S, i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (22)$$

$$I_{rt} = I_{r,t-1} + W_{rt} - \sum_{j=1}^J g_{jr} X_{jt} \quad r = 1, \dots, R, \quad t = 1, \dots, T \quad (23)$$

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + X_{jt} - \sum_{i=1}^N g_{ij} X_{it} \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T \quad (24)$$

$$I_{rt} \leq I_{rt}^{max} \quad r = 1, \dots, R, \quad t = 1, \dots, T \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^n I_{i,t}^s \leq I_t^{max} \quad s = 1, \dots, S, \quad t = 1, \dots, T \quad (26)$$

$$\sum_{i=1}^n I_{i,t}^s \geq I_t^{min} \quad s = 1, \dots, S, \quad t = 1, \dots, T \quad (27)$$

$$B_{it}^s I_{it}^s = 0 \quad s = 1, \dots, S, \dots i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (28)$$

$$B_{it}^s \leq \beta_{it} d_{it}^s \quad s = 1, \dots, S, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (29)$$

$$X_{jt} \theta_j + st_{jt} y_{jt} \leq K_t \quad t = 1, \dots, T \quad (30)$$

$$X_{jt} \theta_j \leq K_t y_{jt} \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T \quad (31)$$

$$\sum_i^N (\theta_i XX_{it} + st_i y_{it}) \leq R_t \quad t = 1, \dots, T \quad (32)$$

$$\theta_i X_{it} \leq R_t y_{it} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (33)$$

$$XX_{1t} + XX_{4t} \leq 120,000 \quad t = 1, \dots, T \quad (34)$$

$$XX_{it}, X_{jt}, I_{rt}, I_{jt}, I_{it}^s, W_{rt}, B_{it}^s, \theta_j, \theta_i, \gamma^s, \delta_{its} \geq 0 \quad \forall r, j, i, t, s \quad (35)$$

$$y_{jt}, y_{it} \in \{0; 1\} \quad \forall j, i, t \quad (36)$$

(21)'de yer alan kısıt senaryolar bazında optimal maliyetten sapmalara izin veren kısıttır. Nihai ürün stok dengeleme kısıtında (22), dönem talebinin, önceki dönemin dönem sonu stok miktarı, ilgili dönemdeki üretim miktarı ve o dönemde karşılanamayan talep miktarı toplamından dönem sonu stok ve önceki dönemin karşılanamayan talebinin düşülmesi ile elde edilen kalana eşit olması gerektiği ifade edilmektedir. Stok dengeleme kısıtı belirsiz koşullar için sapma değişkeni eklenerek esnetilmiştir. (23)'de yer alan hammadde stok dengeleme kısıtı, dönem sonu hammadde stok miktarının, önceki dönemin dönem sonu stok miktarı ile ilgili dönemde satın alınan hammadde miktarının toplamından o dönemin üretiminde kullanılan miktarın düşülmesi ile hesaplandığını göstermektedir. Benzer hesaplama (24) de yer alan yarı mamül stok dengeleme kısıtı için de söz konusudur. (25) hammaddeler için, (26) ise nihai ürünler için en fazla stoklama miktarına ilişkin kısıtlardır. Birinci aşamada üretilen yarımamüller stoklama alanına taşınmadan ikinci üretim aşamasına alındığı için modelde yarımamül için stoklama kalemi bulunmamaktadır. (27)'de yer alan kısıt, firmanın güvenlik amacıyla her dönem elinde bulundurması gereken stok miktarını belirlemeye yöneliktir. (28), bir dönemde karşılanamayan talep durumunun ortaya çıkabilmesi için dönem sonuna stok kalmamış olması gerektiğini, başka bir deyişle, dönem sonuna stok bırakılabiliyorsa stok dışı kalma ihtimalinin olmayışını ifade etmektedir. Doğrusal yapıda olmayan kısıt "ise o zaman" kısıtı gibi düşünülecek doğrusallaştırılabilir. (29)'da yer alan kısıt ise karşılanamayan talep miktarının, ilgili ürünün o dönemdeki talebinin belirli bir oranından daha fazla olmaması gerektiğini göstermektedir. (30) ve (31) birinci üretim aşaması için süre bazlı kapasite kısıtları iken, (32) ve (33) ikinci aşama için kapasite kısıtlarıdır. Talep yoğunluğundan dolayı firma her dönemde birinci ve dördüncü üründen toplam 120,000 metreden fazla üretim yapmalıdır (34). Son olarak (35) karar değişkenleri için pozitiflik koşulunu oluştururken, (3.6) birinci ve ikinci aşamanın set up değişkenlerinin 0-1 tamsayı değerlerini alabileceğini göstermektedir.

Problemin tanımlanması ve formülasyonunun ardından bir sonraki bölümde çözüm sonuçları raporlanmıştır.

5. BULGULAR

Oluşturulan robust üretim planlaması modeli, GAMS 24.1.3 (General Algebraic Modeling System) programı içinde çalışan IBM ILOG CPLEX 12.5.1 yardımıyla çözülmüştür.

Robust modellemenin, sonuçlarının ve öneminin daha iyi anlaşılması açısından öncelikle farklı parametre (λ ve ω) değerleri için robust modeller çözümlenerek sonuçlar analiz edilmiştir. Robust model parametrelerinden olan λ , modelde çözüm varyansının katsayısı olarak yer almakta ve bütün senaryolarda optimalliğe yakınlığı sağlama görevini üstlenmektedir. λ değeri büyüdükçe çözümün veri setindeki değişkenliklere daha az duyarlı olmasını sağlamaktadır. Bir diğer robust model parametresi olan ω ise modelin sağlamlığı ile ilgili olarak, robust model çözümünün bütün senaryolarda neredeyse olurlu olmasını sağlayacak şekilde, doyurulması zorunlu kısıtlardan sapmaları cezalandıran bir katsayıdır. Farklı λ değerleri için sonuçlar değerlendirildikten ve uygun ceza katsayıları belirlendikten sonra, en uygun λ değerinin

seçimine yönelik olarak robust amaç değerleri, beklenen maliyetleri, beklenen sapmalar, çözüm sağlamlığı ve model sağlamlığı değerleri için karşılaştırma testleri yapılmıştır.

Yapılan karşılaştırmalı analizler değerlendirildiğinde $\lambda = 0.1$ değerinin gerek maliyet, gerek sağlamlık açısından daha uygun sonuçlar verdiği görülmüştür. Tablo 6'da $\lambda = 0.1$ için robust model sonuçları verilmiştir.

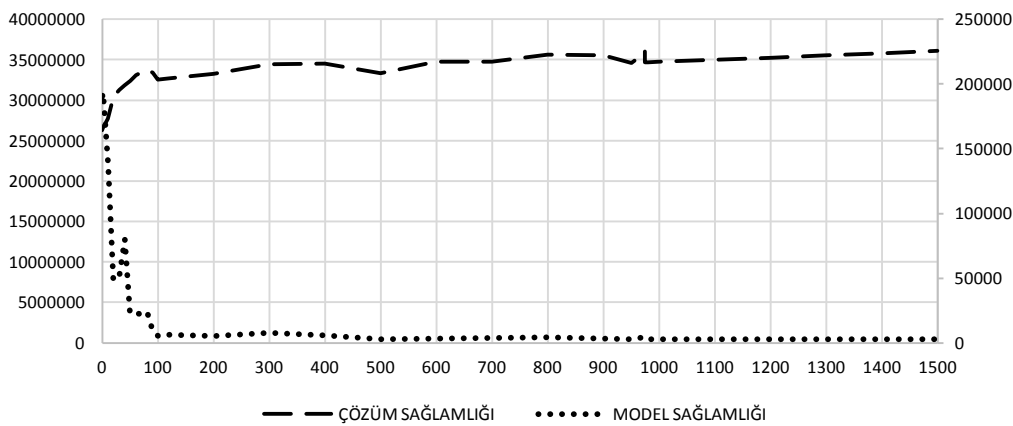
Tablo 6: $\lambda = 0.1$ için Robust Model Çözüm Sonuçları

ω	Robust Amaç	Beklenen Maliyet	Beklenen Sapma	Çözüm Sağlamlığı	Model Sağlamlığı
0	26,311,076.60	26,036,480.00	2,745,965.99	26,311,076.60	190,800.00
1	26,698,603.14	26,037,390.00	4,679,131.36	26,505,303.14	193,300.00
10	29,075,631.79	26,053,320.00	16,478,117.88	27,701,131.79	137,450.00
20	31,501,865.25	29,238,510.00	12,854,028.73	30,523,912.87	48,897.62
30	32,774,779.62	29,450,660.00	18,171,196.20	31,267,779.62	50,233.33
40	34,988,886.52	28,312,500.00	34,864,341.37	31,798,934.14	79,748.81
50	33,517,878.07	30,879,040.00	14,814,571.15	32,360,497.12	23,147.62
60	34,496,311.96	31,365,460.00	17,305,662.44	33,096,026.24	23,338.10
70	34,957,344.43	31,601,090.00	18,450,877.61	33,446,177.76	21,588.10
80	35,630,036.18	31,501,010.00	22,301,690.37	33,731,179.04	23,735.71
90	34,384,540.50	32,175,220.00	12,739,633.56	33,449,183.36	10,392.86
100	33,073,793.27	31,729,050.00	8,387,908.89	32,567,840.89	5,059.52
110	33,322,602.80	31,657,210.00	9,988,451.82	32,656,055.18	6,059.52
120	33,443,793.28	31,657,210.00	10,594,404.20	32,716,650.42	6,059.52
200	34,325,829.01	31,853,630.00	14,036,275.78	33,257,257.58	5,342.86
300	36,727,244.59	31,813,350.00	26,240,731.57	34,437,423.16	7,632.74
400	36,778,092.85	31,969,250.00	25,726,523.70	34,541,902.37	5,590.48
500	34,719,705.77	31,670,900.00	16,910,676.76	33,361,967.68	2,715.48
600	36,697,059.61	32,510,000.00	22,652,738.94	34,775,273.89	3,202.98
700	37,214,635.47	31,923,630.00	28,139,221.39	34,737,552.14	3,538.69
800	39,139,038.88	31,759,590.00	38,570,679.29	35,616,657.93	4,402.98
900	38,626,947.63	32,090,700.00	34,376,761.99	35,528,376.20	3,442.86
950	37,205,994.02	31,661,330.00	29,389,497.33	34,600,279.73	2,742.86
960	38,145,947.92	31,677,710.00	34,008,093.53	35,078,519.35	3,195.24
970	40,243,331.15	31,697,100.00	44,398,978.12	36,136,997.81	4,233.33
974	39,924,022.91	31,837,000.00	42,107,348.11	36,047,734.81	3,979.76
975	37,304,820.92	31,676,310.00	29,809,216.33	34,657,231.63	2,715.48
980	37,331,975.68	31,676,310.00	29,944,990.14	34,670,809.01	2,715.48
1,000	37,440,594.73	31,676,310.00	30,488,085.38	34,725,118.54	2,715.48
1,100	37,978,277.20	31,670,900.00	33,203,533.90	34,991,253.39	2,715.48
1,200	38,521,372.44	31,670,900.00	35,919,010.09	35,262,801.01	2,715.48
1,300	39,064,467.68	31,670,900.00	38,634,486.28	35,534,348.63	2,715.48
1,400	39,607,562.91	31,670,900.00	41,349,962.47	35,805,896.25	2,715.48
1,500	40,150,658.15	31,670,900.00	44,065,438.66	36,077,443.87	2,715.48

Firma katlanabileceği maliyet ölçüsünde bir ceza katsayısı seçerek sonuçlarını uygulama yoluna gidebilecektir. $\lambda=0.1$ olduğunda amaç fonksiyonunun değeri, beklenen maliyet, beklenen sapma, model sağlamlığı ve çözüm sağlamlığı açısından en uygun sonuçlar zorunlu kısıttan sapmanın 100 birim ile cezalandırıldığı durumda elde edilmiştir. Zorunlu kısıttan sapma 100 birim ile cezalandırılırsa ($\omega = 100$), kısıttan sapma 5,059.52 metre, beklenen amaç değerinden sapmalar toplamı 8,387,908.89 TL ve robust amaç değeri 33,073,793.27 TL olarak gerçekleşir. Firma model sağlamlığını arttırmak isterse model sağlamlığı değerinde en dikkat çekici kırılmanın yaşandığı 50'yi veya kısıttan sapmanın en az düzeyde olduğu 975'i ceza katsayısı olarak belirleyebilir, ancak bu durumda daha fazla maliyete katlanması gerekecektir. Diğer yandan firma, kısıttan doyurulmasından çok maliyetin enküçülenmesini önemsiyorsa çözüm sağlamlığı değerine göre karar verebilir, ancak bu noktada dikkat edilmesi gereken çözüm

sağlamlığı arttıkça model sağlamlığının azalmasıdır. Çözüm sağlamlığının en iyi olduğu (çözüm sağlamlığı değerinin en küçük olduğu) nokta kısıttan sapmaların en büyük olduğu noktadır. En ideal karar her iki sağlamlık kriterinin birlikte göz önüne alınarak verilen karar olacaktır. Model sağlamlığı ve çözüm sağlamlığı birlikte değerlendirildiğinde $\lambda=0.1$ olduğunda firma için ceza katsayısının 100 olarak seçilmesinin uygun olduğu görülmektedir.

Çözüm sağlamlığı ile model sağlamlığı robust amaç fonksiyonunda birbirinin tersi yönlü olarak çalışmaktadır. Çözüm sağlamlığının değeri yükseldikçe, başka bir deyişle, optimal amaç fonksiyonu değerinden sapma büyüdükçe, model sağlamlığı değeri düşmektedir. Bu durum Grafik 1’de ortaya konmuştur. Grafikte yatay eksen ω değerlerini gösterirken, dikey eksenlerden biri çözüm sağlamlığı değerlerini diğeri model sağlamlığı değerlerini göstermektedir. Grafikte de görüldüğü gibi, çözüm sağlamlığı değeri artarak, model sağlamlığı değer, de azalarak belirli bir değerden sonra sabitlenmektedir.



Grafik 1: $\lambda = 0.1$ için Çözüm Sağlamlığı ile Model Sağlamlığı Arasındaki Değişim

Senaryoların ayrı ayrı ve olasılıkları $p_1^S = 0.25$, $p_2^S = 0.40$ ve $p_3^S = 0.35$ olacak şekilde beklenen değerleri alınarak oluşturulan ortalama değer senaryosu ile robust yaklaşımın sonuçları Tablo 7, Tablo 8, Tablo 9, Tablo 10, Tablo 11 ve Tablo 12’de verilmiştir.

Tablo 7: Modellerin Amaç Fonksiyonu Sonuçları

	MALİYET
Senaryo 1	27,218,370.88
Senaryo 2	31,122,469.31
Senaryo 3	34,230,372.63
Ortalama Değer Yaklaşımı (ODY)	31,393,139.88
Robust Yaklaşım (RY)	33,073,793.27
Beklenen Maliyet	31,729,050.00

Tablo 7’de amaç fonksiyonu değerleri verilmiştir. Toplam maliyet deterministik birinci senaryo için 27,218,370.88, ikinci senaryo için 31,122,469.31, üçüncü senaryo için 34,230,372.63 olarak gerçekleşmiştir. Belirsiz parametrelerin beklenen değeri alınarak oluşturulan ortalama değer senaryosunun maliyeti 31,393,139.88 iken, bu senaryolar için robust model maliyeti 33,073,793.27, robust modelin sapmasız ve cezasız beklenen maliyeti ise 31,729,050.00 olarak hesaplanmıştır. Literatürde çok benzer bir çalışma Rahmani vd. tarafından 2013 yılında yapılmış, farklı senaryo setleri ve senaryo olasılıklarının tümünde robust modelin beklenen değer yaklaşımından daha düşük maliyetlerle sonuçlandığı gösterilmiştir. Ancak bu sonuçların hangi λ ve ω değeri için ortaya çıktığı belirtilmemiştir. Sapma ve ceza maliyetlerinden dolayı modelin toplam maliyetinin senaryoların toplam maliyetinden yüksek çıkması olası ve beklenen bir durumdur. Belirlenen λ ve ω parametrelerinin değerleri sonucu

büyük ölçüde etkilemektedir. Bu çalışmanın yapılan çözümlemede $\lambda=0.1$ için ω 'nın 20 ve daha küçük olduğu robust modellerin toplam maliyetinin ortalama değer yaklaşımının maliyetinden daha düşük olduğu görülmüştür (Tablo 6).

Tablo 8: Modellere Göre Hammadde Satınalma Miktarları

	W ₁₁	W ₁₂	W ₁₃	W ₁₄	W ₁₅	W ₁₆
RY	1,127,872.43	0	0	844,950.00	0	0
ODY	1,123,671.25	0	0	774,000.00	0	0
S1	1,122,650.00	0	0	351,525.00	516,000.00	0
S2	1,086,151.19	0	0	754,650.00	0	0
S3	1,107,600.00	0	0	774,000.00	0	0
	W ₂₁	W ₂₂	W ₂₃	W ₂₄	W ₂₅	W ₂₆
RY	271,714.29	246,714.29	246,714.29	229,500.00	180,000.00	180,000.00
ODY	274,714.29	246,714.29	243,783.93	180,000.00	180,000.00	180,000.00
S1	274,714.29	246,714.29	243,071.43	245,250.00	180,000.00	180,000.00
S2	274,714.29	246,714.29	217,607.43	187,500.00	169,500.00	169,500.00
S3	274,714.29	246,714.29	232,571.43	180,000.00	180,000.00	180,000.00
	W ₃₁	W ₃₂	W ₃₃	W ₃₄	W ₃₅	W ₃₆
RY	5,334,285.71	0	0	3,930,000.00	0	0
ODY	5,314,750.00	0	0	3,600,000.00	0	0
S1	5,310,000.00	0	0	4,035,000.00	0	0
S2	5,140,238.10	0	0	3,510,000.00	0	0
S3	5,240,000.00	0	0	3,600,000.00	0	0

Üretim planların sonucu ortaya çıkan dönemlere göre hammadde satınalma miktarları Tablo 8'de gösterilmiştir. Firmanın birinci ve üçüncü hammaddeden genel olarak birinci ve altıncı dönemlerde alım yapması gerekirken, ikinci hammaddeden her dönem sipariş vermesi gerekmektedir. Senaryo 1'in gerçekleştiği durumda birinci hammaddeden beşinci dönemde de alım yapılması gerektiği görülmektedir. Miktarlar incelendiğinde robust model sonuçlarının, ortalama değer senaryosu ve birinci senaryonun büyük ölçüde benzerlik gösterdiği görülmektedir.

Tablo 9: Modellere Göre Hammadde Stoklama Miktarları

	IR ₁₁	IR ₁₂	IR ₁₃	IR ₁₄	IR ₁₅	IR ₁₆
RY	774,247.62	420,623.81	67,000.00	583,000.00	325,000.00	67,000.00
ODY	770,047.44	416,423.63	67,000.00	583,000.00	325,000.00	67,000.00
S1	769,026.19	415,402.38	67,000.00	67,000.00	325,000.00	67,000.00
S2	732,527.38	378,903.57	67,000.00	552,900.00	309,950.00	67,000.00
S3	753,976.19	400,352.38	67,000.00	583,000.00	325,000.00	67,000.00
	IR ₂₁	IR ₂₂	IR ₂₃	IR ₂₄	IR ₂₅	IR ₂₆
RY	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00
ODY	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00
S1	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00
S2	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00
S3	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00	25,000.00
	IR ₃₁	IR ₃₂	IR ₃₃	IR ₃₄	IR ₃₅	IR ₃₆
RY	3,689,523.81	2,044,761.91	400,000.00	280,000.00	160,000.00	400,000.00
ODY	3,669,988.10	2,025,226.19	400,000.00	280,000.00	160,000.00	400,000.00
S1	3,665,238.00	2,020,476.19	400,000.00	280,000.00	160,000.00	400,000.00
S2	3,495,476.19	1,850,714.29	400,000.00	280,000.00	160,000.00	400,000.00
S3	3,595,238.10	1,950,476.19	400,000.00	280,000.00	160,000.00	400,000.00

Tablo 9'dan hammadde stoklama miktarları incelendiğinde ikinci hammadde için stoklama miktarının tüm senaryolar ve robust yaklaşım için aynı ve firmanın belirlediği en büyük stok kapasitesine eşit olduğu görülmektedir. Firma, üretimde kullandığı ikinci hammadde

için stok kapasitesini gözden geçirmelidir. Diğer değerler için özellikle ortalama değer ve robust yaklaşım sonuçlarının büyük ölçüde paralellik gösterdiği söylenebilir.

Birinci üretim aşamasının çıktısı olan yarımamül üretim miktarları Tablo 10 ile özetlenmiştir. Firmada yarımamül stoklanmadan ikinci aşamada işleme alındığı ve nihai ürünün üretilmesinde birebir oranda kullanıldığı için tabloda görülen miktarlar aynı zamanda dönemlerin toplam üretim miktarlarına eşit olmaktadır. Bu üretim miktarları ile birinci aşama için kapasite kullanım oranları ilk üç dönemde %100, dördüncü dönemde %93, diğer dönemlerde ise %73 olarak gerçekleşecektir.

Tablo 10: Modellere Göre Yarı Mamul Üretim Miktarı Sonuçları

	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆
RY	164,476.19	164,476.19	164,476.19	153,000.00	120,000.00	120,000.00
ODY	164,476.19	164,476.19	162,522.62	120,000.00	120,000.00	120,000.00
S1	164,476.19	164,476.19	162,047.62	163,500.00	120,000.00	120,000.00
S2	164,476.19	164,476.19	145,071.43	125,000.00	120,000.00	120,000.00
S3	164,476.19	164,476.19	155,047.62	120,000.00	120,000.00	120,000.00

Dönemlere göre nihai ürün üretim planları Tablo 11’de verilmiştir. Toplam üretim miktarları farklı senaryolar ve robust model arasında çok büyük farklılık göstermese de nihai ürünlerin dönemlere göre üretim miktarları değişmektedir. Dördüncü ürünün talebi yüksek ve izin verilen geç karşılanma oranı düşük olduğu için tüm dönemlerde mutlaka üretilmesi gerektiği görülmektedir. Birinci dönemde tüm ürün çeşitlerinden üretim yapılırken, diğer dönemlerde üretim farklı kombinasyonlarda gerçekleşecektir. Robust model sonucunda, ikinci ürünün beşinci ve altıncı dönemlerde üretimi yapılmazken, üçüncü ürünün sadece birinci dönemde üretilerek talebinin büyük ölçüde karşılanabilecektir.

Tablo 11: Modellere Göre Nihai Ürün Üretim Miktarı Sonuçları

	XX ₁₁	XX ₁₂	XX ₁₃	XX ₁₄	XX ₁₅	XX ₁₆
RY	21,226.19	27,250.00	24,523.81	20,000.00	15,000.00	22,000.00
ODY	17,925.00	46,300.00	0	17,500.00	31,500.00	37,000.00
S1	23,226.19	58,273.81	0	0	10,000.00	17,500.00
S2	18,750.00	24,250.00	22,500.00	22,523.81	19,976.19	41,023.81
S3	53,750.00	0	0	18,250.00	63,000.00	0
	XX ₂₁	XX ₂₂	XX ₂₃	XX ₂₄	XX ₂₅	XX ₂₆
RY	6,000.00	25,952.38	0	23,000.00	0	0
ODY	7,201.19	23,976.19	42,522.62	0	0	0
S1	9,000.00	27,000.00	0	43,500.00	0	0
S2	6,000.00	24,476.19	8,047.62	12,000.00	0	0
S3	7,226.19	31,726.19	35,047.62	0	0	0
	XX ₃₁	XX ₃₂	XX ₃₃	XX ₃₄	XX ₃₅	XX ₃₆
RY	38,476.19	0	0	0	0	0
ODY	2,850.00	20,500.00	0	0	9,750.00	0
S1	2,250.00	4,500.00	26,750.00	0	0	0
S2	45,476.19	0	0	0	0	0
S3	2,250.00	12,750.00	0	0	0	0
	XX ₄₁	XX ₄₂	XX ₄₃	XX ₄₄	XX ₄₅	XX ₄₆
RY	98,773.81	111,273.81	139,952.81	110,000.00	105,000.00	98,000.00
ODY	136,500.00	73,700.00	122,700.00	102,500.00	88,500.00	83,000.00
S1	130,000.00	73,700.00	120,000.00	102,500.00	88,500.00	83,000.00
S2	94,250.00	115,750.00	114,523.81	90,476.19	93,023.81	71,976.19
S3	101,250.00	108,952.38	121,047.62	90,000.00	60,000.00	77,500.00

Robust modelin verdiği üretim planına göre ikinci aşamanın üretim kapasitesinin ilk üç dönemde %62’si, dördüncü dönemde %58’i diğer tüm dönemlerde %45’i kullanılmış olacaktır. Firma, birinci, ikinci ve üçüncü dönemde ilk aşamada tam kapasite çalışacağı için bu

dönemlerde daha fazla üretim gerçekleştiremez ancak diğer dönemlerde kapasiteyi daha yüksek oranda kullanmak adına stoka üretimi arttırabilir. Bu durumda artan maliyetlere katlanmak zorunda kalacaktır.

Firmanın güvenlik stoku politikası ürün bazlı olmadığı için oluşan planlara göre bazı ürünlerden bazı dönemlerde stok bulundurmaması gerektiği görülmektedir (Tablo 12). Önceki sonuç tablolarından farklı olarak nihai ürün stoklama tablosunda robust yaklaşıma ilişkin üç farklı sonuç verilmektedir. Bunun nedeni robust modelin tek bir üretim planı vermesine rağmen firmanın gelecekte karşılaşılabileceği birden fazla senaryonun olmasıdır. Örneğin RY S1 satırı firmanın robust model sonucuna göre üretim yapması durumunda birinci senaryo gerçekleşirse nihai ürün stoklama miktarlarının dönemlerde nasıl olacağını göstermektedir. Ortaya çıkan üretim planları doğrultusunda birinci ve dördüncü ürünlerin üretim miktarları fazla olmasına rağmen talep miktarları yüksek olduğu için stoklandığı dönem sayısı diğer iki ürüne göre daha azdır.

Tablo 12: Modellere Göre Nihai Ürün Stoklama Miktarları

	I ₁₁	I ₁₂	I ₁₃	I ₁₄	I ₁₅	I ₁₆
RY S1	0	0	523.81	10,523.81	15,523.81	22,523.81
RY S2	0	5,476.19	0	0	0	0
RY S3	6,226.19	13,476.19	13,000.00	17,000.00	23,500.00	35,500.00
ODY	0	20,775.00	0	16,000.00	36,450.00	0
S1	0	31,500.00	7,500.00	0	0	0
S2	0	0	0	0	0	19,023.19
S3	38,750.00	18,750.00	0	0	50,500.00	40,500.00
	I ₂₁	I ₂₂	I ₂₃	I ₂₄	I ₂₅	I ₂₆
RY S1	0	14,500.00	0	15,000.00	11,000.00	0
RY S2	0	11,952.38	2,952.38	16,952.38	11,952.38	1,952.00
RY S3	0	19,952.38	4,952.38	17,952.38	14,452.38	9,652.38
ODY	0	12,152.38	42,250.00	33,350.00	29,075.00	20,025.00
S1	0	14,500.00	0	35,500.00	31,500.00	20,500.00
S2	0	10,476.19	9,523.81	12,523.81	7,523.81	0
S3	0	24,952.38	45,000.00	35,000.00	31,500.00	26,700.00
	I ₃₁	I ₃₂	I ₃₃	I ₃₄	I ₃₅	I ₃₆
RY S1	35,476.19	30,476.19	22,476.19	18,476.00	13,476.19	10,476.19
RY S2	40,000.00	34,000.00	30,000.00	27,000.00	24,500.00	20,500.00
RY S3	35,476.19	32,476.19	30,476.19	28,476.19	25,976.19	23,476.19
ODY	0	14,650.00	9,750.00	6,650.00	3,275.00	0
S1	0	0	17,500.00	13,500.00	8,500.00	5,500.00
S2	40,476.19	34,476.19	30,476.19	27,476.19	24,976.19	20,976.19
S3	0	9,000.00	7,000.00	5,000.00	2,500.00	0
	I ₄₁	I ₄₂	I ₄₃	I ₄₄	I ₄₅	I ₄₆
RY S1	8,773.81	47.62	25,000.00	0	0	8,000.00
RY S2	0	47.62	25,000.00	45,000.00	75,000.00	73,000.00
RY S3	0	10,047.62	0	10,000.00	65,000.00	103,000.00
ODY	40,000.00	2,700.00	0	0	0	0
S1	40,000.00	0	15,000.00	0	0	17,500.00
S2	0	0	0	0	18,023.81	0
S3	1,250.00	21,250.00	0	0	0	60,000.00

Son olarak Tablo 13'te modeller sonucu ortaya çıkan üretim planı izlendiği takdirde dönemlerde stok dışı kalınp bir sonraki dönem karşılanacak olan talep miktarları verilmiştir. Sonuçlara göre robust modelin genel itibari ile firmayı daha düşük oranda geç teslim durumuna düşürecek bir üretim planı sunduğu söylenebilir.

Tablo 13: Modellere Göre Geç Teslim (Backorder) Miktarı Sonuçları

	B₁₁	B₁₂	B₁₃	B₁₄	B₁₅	B₁₆
RY S1	6,250.00	0	0	0	0	0
RY S2	3,773.81	0	0	0	0	0
RY S3	0	0	0	0	0	0
ODY	5,975.00	0	5,875.00	3,875.00	0	0
S1	5,773.81	0	0	2,500.00	2,500.00	0
S2	6,250.00	0	7,500.00	4,976.19	0	0
S3	0	0	6,250.00	4,000.00	0	0
	B₂₁	B₂₂	B₂₃	B₂₄	B₂₅	B₂₆
RY S1	1,952.38	0	0	0	0	0
RY S2	2,000.00	0	0	0	0	0
RY S3	0	0	0	0	0	0
ODY	2,198.81	0	0	0	0	0
S1	3,000.00	0	0	1,595.24	2,750.00	0
S2	2,000.00	0	0	0	0	2,476.19
S3	773.81	0	0	0	0	0
	B₃₁	B₃₂	B₃₃	B₃₄	B₃₅	B₃₆
RY S1	0	0	0	0	0	0
RY S2	0	0	0	0	0	0
RY S3	0	0	0	0	0	0
ODY	950.00	0	0	0	0	0
S1	750.00	1,250.00	0	0	0	0
S2	0	0	0	0	0	0
S3	750.00	0	0	0	0	0
	B₄₁	B₄₂	B₄₃	B₄₄	B₄₅	B₄₆
RY S1	0	0	0	15,000.00	10,000.00	0
RY S2	1,226.19	0	0	0	0	0
RY S3	1,226.19	0	0	0	0	0
ODY	0	0	0	11,000.00	0	0
S1	0	5,297.62	0	15,000.00	5,000.00	0
S2	5,750.00	0	476.19	0	0	10,000.00
S3	0	0	8,750.00	7,000.00	0	0

6. SONUÇ ve DEĞERLENDİRME

Robust eniyileme, belirsiz girdi verilerinin ortaya çıkabilecek tüm değerleri için optimal ya da optimale yakın sonuçlar veren bir matematiksel yöntemdir. Yöntem, model parametrelerine ilişkin veri eksikliği durumunda, belirsiz verilerin herhangi bir olasılık dağılımına uymadığı durumlarda, belirsizliklerin olasılıklı senaryolar ile ele alınabildiği durumlarda etkin bir şekilde kullanılabilir.

Bu çalışmada esas amaç, belirsiz koşullar içeren kapasite kısıtlı çok ürünlü çok aşamalı üretim probleminin modellenerek robust eniyileme yöntemiyle çözümünü gerçekleştirmektir. Bu amaçla tekstil sektöründe faaliyet gösteren bir firmanın iki aşamalı, dört ürünlü, kapasite kısıtlı, talep ve hammadde fiyatları belirsiz olan üretim sistemi için robust eniyileme modeli formüle edilip çözümü yapılmış, sağlam bir üretim planı oluşturularak yöntemin uygulanabilirliği gösterilmiştir.

Oluşturulan robust model, firma için iki çeşit sağlamlık ile ilgili bilgi sunmaktadır. Bu iki sağlamlık türünden ilki, çözüm sağlamlığı, belirlenen senaryoların optimal değerlerinden sapmalara izin vererek, tüm senaryolar için en iyi ya da en iyiye yakın sonuç verecek üretim planının belirlenmesini sağlamaktadır. İkincisi, model sağlamlığı ise doyurulması zorunlu kısıtları esneterek gerçekleştirilecek senaryoların tümünde ya da çoğunluğunda yüksek düzeyde

olurluluğu yakalamayı amaçlamaktadır. Çözüm sağlamlığı ve model sağlamlığı birbirine ters olarak çalışmaktadır. Diğer bir ifade ile kısıtlardan sapma küçüldükçe (olurluluk düzeyi yükseldikçe), planın maliyeti yükselmektedir. Bu durum çözüm sonuçları için grafiklerle gösterilerek desteklenmiştir.

Robust yöntem ile maliyet enküçüklemesi ve talebin belirli oranlarda karşılama zorunluluğu hedefleri birlikte ele alınmıştır. Yöntem, robust model parametrelerinin (λ ve ω) farklı değerleri için karar vericiye farklı alternatif planlar sunmaktadır. Alternatif planların maliyeti çözümün sağlamlığına ve modelin sağlamlığına göre farklılık göstermektedir. Yapılan analizler sonucunda çözüm varyansının katsayısı olarak $\lambda = 0.1$, kısıttan sapmaları cezalandıran katsayı olarak $\omega=100$ değerleri seçilmiştir. Seçilen en uygun parametre değerleri doğrultusunda oluşan robust üretim planının maliyeti 33,073,793.27 TL, senaryoların beklenen değerlerinden sapmalar toplamı 838,708.89 ve karşılama zorunlu talep hedefinden sapmalar toplamı 5,059.52 metre olarak gerçekleşmiştir.

Robust plan sonuçları, deterministik üç senaryo ve bir ortalama değer senaryosu sonucunda ortaya çıkan planlar ile dönemlere göre hammadde alım ve stoklama miktarları, yarımamül üretim miktarları, nihai ürün üretim ve stoklama miktarı, geç karşılanan talep miktarları bazında karşılaştırmalı olarak raporlanmıştır. Buna göre firmanın üretim planı, talebi yüksek olan birinci ve dördüncü ürünlerin her dönem üretilmesi, talebi düşük olan ikinci ve üçüncü ürünlerin üretiminin belirli dönemlerde stoka üretilerek diğer dönemlerde talebin stoklardan karşılanması yönünde olmuştur. Çözüm sonucu elde edilen üretim planı, gelecekte karşılaşılabilecek tüm senaryolar için olurlu ve optimale yakın sonuçlar üretirken bazı senaryolardan daha yüksek maliyet ürettiği görülmüştür. Modelin daha yüksek maliyette gerçekleşmesinin nedeni optimallikten ve olurluluktan uzaklığı cezalandırmasıdır ve yüksek maliyet beklenen bir sonuçtur. Parametrelere göre yapılan bu seçim bağlayıcı değildir. Firma, farklı sağlamlıkta, daha düşük ya da daha yüksek maliyetli başka katsayılar seçebilir, sonuçlarını uygulayabilir.

Dönemlerin toplam üretim miktarları bütün senaryolarda ve robust sonuçta birbirlerine yakın, hatta çoğu durumda eşit çıkmasına rağmen modellerin üretim planları birbirinden farklıdır. Analiz sonuçları işletmenin üretimde kullandığı ikinci hammadde için en az stok miktarının ihtiyacın üzerinde olarak belirlediği geçeceğini ortaya çıkarmıştır.

Robust eniyileme modelleri ile gelecekte ortaya çıkması muhtemel tüm senaryolar göz önüne alınarak tek bir üretim planı oluşturulur. Bu sayede işletmelerin karşılaşılabilecekleri durumları bu günden değerlendirebilmesi sağlanarak proaktif kararlar sonucunda muhtemel kriz ortamlarının büyük ölçüde önüne geçilebilir. Bu modeller ile birden çok hedefi olan, büyük boyutlu, karmaşık modeller doğrusal bir yapıda basit bir şekilde çözülebilir. Robust eniyileme, işletmelere farklı karar alternatifleri sunarak planlara öznellik katarken, deterministik modeller sonucunda ortaya çıkan katı planlara esneklik kazandırmaktadır. Diğer yandan, daha sağlam sonuçlar elde etmek için senaryoların eksiksiz ve doğru bir şekilde oluşturulmasının ve olasılık değerlerinin belirlenmesinin zor olması, farklı yöntemlere göre daha yüksek maliyetli planlar sunması yönüne karşı olumsuz ön yargılar oluşturabilmesi robust eniyilemenin dezavantajlı yönleri olarak sayılabilir.

Bundan sonraki çalışmalarda, 1) Firmanın geçmişte gerçekleşen üretim verileri ile geçmiş talep ve parametre değerleri ile çözülen robust modelin sonuçları ve diğer senaryoların ürettiği sonuçlar karşılaştırılabilir. 2) Yu ve Li Modelinin sonuçları senaryo tabanlı ve küme tabanlı alternatif modellerin sonuçları ile karşılaştırılabilir. 3) Farklı üretim süreçleri için (çok aşamalı, çok makineli, üretim sırasının önemli olduğu, vs.) robust üretim planlama ve programlama modelleri oluşturularak modelin uygulanabilirliğine bakılabilir. 4) Hedef sayısı ikiden fazla olması durumunda robust modelin çözülebilirliği ve etkinliği değerlendirilebilir. 5) Aynı ve/veya farklı sektörlerde uygulamalar yapılabilir. 6) Robust modellemenin bulanık ya da gri mantık ile

birlikte ele alındığı hibrit yöntemler geliştirilebilir. 7) Amaç fonksiyonu kazanç, kar ya da fayda enbüyüklemesi olacak şekilde üretim planlaması alanında yeni robust modeller türetilebilir. 8) Uygun robust parametre değerlerinin belirlenmesine ve/veya seçimine yönelik analitik yöntemler geliştirilebilir.

KAYNAKÇA

- Adasme, P., Lisser, A., ve Soto, I. (2011) “Robust Semidefinite Relaxations for a Quadratic OFDMA Resource Allocation Scheme”, *Computers & Operations Research*, 38(10): 1377-1399.
- Adida, E., ve Joshi, P. (2009) “A Robust Optimisation Approach to Project Scheduling and Resource Allocation”, *International Journal of Services Operations and Informatics*, 4(2): 169-193.
- Adida, E., ve Perakis, G. (2006) “A Robust Optimization Approach to Dynamic Pricing and Inventory Control with no Backorders”, *Mathematical Programming*, 107(1-2): 97-129.
- Adida, E., ve Perakis, G. (2010) “Dynamic Pricing and Inventory Control: Robust vs. Stochastic Uncertainty Models A Computational Study” *Annals of Operations Research*, 181(1): 125-157.
- Aghezzaf, E. (2005) “Capacity Planning and Warehouse Location in Supply Chains with Uncertain Demands”, *Journal of the Operational Research Society*, 56(4): 453-462.
- Agra, A., Christiansen, M., Figueiredo, R., Hvattum, L. M., Poss, M. ve Requejo, C. (2013) “The Robust Vehicle Routing Problem with Time Windows”, *Computers & Operations Research*, 40(3): 856-866.
- Ait-Alla, A., Teucke, M., Lütjen, M., Beheshti-Kashi, S. ve Karimi, H.R. (2014) “Robust Production Planning in Fashion Apparel Industry under Demand Uncertainty via Conditional Value at Risk”, *Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering*, Cilt 2014.
- Alem, D. J. ve Morabito, R. (2012) “Production Planning in Furniture Settings via Robust Optimization”, *Computers&Operations Research*, 30: 139-150.
- Aloulou, M. A., Dolgui, A., & Kovalyov, M. Y. (2014). A Bibliography of Non-Deterministic Lot-Sizing Models. *International Journal of Production Research*. 52(8): 2293-2310.
- Atamtürk, A., ve Zhang, M. (2007) “Two-Stage Robust Network Flow and Design under Demand Uncertainty”, *Operations Research*, 55(4): 662-673.
- Ayuso, A. A., & Sánchez, M. T. O. (2007). On Modelling Planning Under Uncertainty in Manufacturing. *SORT: Statistics and Operations Research Transactions*. 31(2): 109-150.
- Babonneau, F., Vial, J. P., Klopstein, O., ve Ouorou, A. (2013) “Robust Capacity Assignment Solutions for Telecommunications Networks with Uncertain Demands”, *Networks*. 62(4): 255-272.
- Baghalian, A., Rezapour, S., ve Farahani, R. Z. (2013) “Robust Supply Chain Network Design with Service Level Against Disruptions and Demand Uncertainties: A Real-Life Case”, *European Journal of Operational Research*, 227(1): 199-215.
- Barahona, F., Bermon, S., Günlük, O., ve Hood, S. (2005) “Robust Capacity Planning in Semiconductor Manufacturing”, *Naval Research Logistics (NRL)*, 52(5): 459-468.
- Bel-Tal, A., El Ghaoui, L. ve Nemirovski, A. (2009) *Robust Optimization*, USA: Princeton University Press.
- Ben-Tal, A., ve Nemirovski, A. (1998) “Robust Convex Optimization”, *Mathematics of Operations Research*, 23(4): 769-805.
- Ben-Tal, A., ve Nemirovski, A. (1999) “Robust Solutions of Uncertain Linear Programs”, *Operations Research Letters*. 25(1): 1-13.
- Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (2000) “Robust Solutions of Linear Programming Problems Contaminated with Uncertain Data”, *Mathematical Programming*, 88(3): 411-424.
- Ben-Tal, A., ve Nemirovski, A. (2002) “Robust Optimization–Methodology and Applications”, *Mathematical Programming*, 92(3): 453-480.
- Berglund, P. G., ve Kwon, C. (2014) “Robust Facility Location Problem for Hazardous Waste Transportation”, *Networks and Spatial Economics*, 14(1): 91-116.
- Bertsimas, D., ve Sim, M. (2003) “Robust Discrete Optimization and Network Flows”, *Mathematical Programming*, 98(1-3): 49-71.

- Bertsimas, D., ve Thiele, A. (2004) “A Robust Optimization Approach to Supply Chain Management”, *Integer Programming and Combinatorial Optimization* (ss. 86-100), Springer Berlin Heidelberg.
- Bertsimas, D., ve Thiele, A. (2006) “A Robust Optimization Approach to Inventory Theory”, *Operations Research*, 54(1): 150-168.
- Bertsimas, D., Brown, D. B., & Caramanis, C. (2011) “Theory and Applications of Robust Optimization”, *SIAM Review*, 53(3): 464-501.
- Büsing, C. (2012) “Recoverable Robust Shortest Path Problems”, *Networks*, 59(1): 181-189.
- Chen, W., Tan, S., ve Yang, D. (2011) “Worst-Case VaR and Robust Portfolio Optimization with Interval Random Uncertainty Set”, *Expert Systems with Applications*, 38(1): 64-70: 99.
- Conde, E. (2009) “A Minmax Regret Approach to the Critical Path Method with Task Interval Times”, *European Journal of Operational Research*, 197(1): 235-242.
- De Rosa, V., Gebhard, M., Hartmann, E., ve Wollenweber, J. (2013) “Robust Sustainable Bi-Directional Logistics Network Design under Uncertainty”, *International Journal of Production Economics*, 145(1): 184-198.
- Dolgui, A., Grimaud, F., & Shchamaliouva, K. (2010). Supply Chain Management Under Uncertainties: Lot-sizing and Scheduling Rules. In *Artificial Intelligence Techniques for Networked Manufacturing Enterprises Management* (ss. 181-220). London: Springer.
- Fliege, J., ve Werner, R. (2014) “Robust Multiobjective Optimization & Applications in Portfolio Optimization”, *European Journal of Operational Research*, 234(2): 422-433.
- Ghaoui, L. E., Oks, M., ve Oustry, F. (2003) “Worst-Case Value-at-Risk and Robust Portfolio Optimization: A Conic Programming Approach”, *Operations Research*, 51(4): 543-556.
- Goldfarb, D., ve Iyengar, G. (2003) “Robust Portfolio Selection Problems”, *Mathematics of Operations Research*, 28(1): 1-38.
- Gounaris, C. E., Wiesemann, W., ve Floudas, C. A. (2013) “The Robust Capacitated Vehicle Routing Problem Under Demand Uncertainty”, *Operations Research*, 61(3): 677-693.
- Graves, S. C. (2011). Uncertainty and Production Planning. In *Planning Production and Inventories in the Extended Enterprise* (ss. 83-101). Springer US.
- Gülpınar, N., Pachamanova, D., ve Çanakoğlu, E. (2013) “Robust Strategies for Facility Location under Uncertainty”, *European Journal of Operational Research*, 225(1): 21-35.
- Herroelen, W., ve Leus, R. (2004) “Robust and Reactive Project Scheduling: A Review and Classification of Procedures”, *International Journal of Production Research*, 42(8): 1599-1620.
- Huang, D., Zhu, S., Fabozzi, F. J., ve Fukushima, M. (2010) “Portfolio Selection under Distributional Uncertainty: A Relative Robust CVaR Approach”, *European Journal of Operational Research*, 203(1): 185-194.
- Kang, D., ve Lansley, K. (2012) “Scenario-Based Robust Optimization of Regional Water and Wastewater Infrastructure”, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 139(3): 325-338.
- Kasperski, A., ve Zieliński, P. (2006) “The Robust Shortest Path Problem in Series-Parallel Multidigraphs with Interval Data”, *Operations Research Letters*, 34(1): 69-76.
- Klabjan, D., Simchi-Levi, D. ve Sang, M. (2013) “Robust Stochastic Lot-Sizing by Means of Histograms”, *Production and Operations Management*, 22 (3): 691-710.
- Koster, A. M., Kutschka, M., ve Raack, C. (2013) “Robust Network Design: Formulations, Valid Inequalities, and Computations”, *Networks*, 61(2): 128-149.
- Kouvelis, P. ve Yu, G. (1997) *Robust Discrete Optimization and Its Applications*, USA: Springer.
- Lai, K. K., ve Ng, W. L. (2005) “A Stochastic Approach to Hotel Revenue Optimization”, *Computers & Operations Research*, 32(5): 1059-1072.
- Lan, Y., Gao, H., Ball, M. O., ve Karaesmen, I. (2008) “Revenue Management with Limited Demand Information”, *Management Science*, 54(9): 1594-1609.
- Latifoğlu, Ç., Belotti, P., ve Snyder, L. V. (2013) “Models for Production Planning under Power Interruptions”, *Naval Research Logistics (NRL)*, 60(5): 413-431.
- Lee, C., Lee, K., ve Park, S. (2012) “Robust Vehicle Routing Problem with Deadlines and Travel Time/Demand Uncertainty”, *Journal of the Operational Research Society*, 63(9): 1294-1306.

- Leung, S.C. ve Wu, Y. (2004). “A Robust Optimization Model for Stochastic Aggregate Production Planning”, *Production Planning&Control: The Management of Operations*, 15(5): 502-514.
- Leung, S.C. ve Wu, Y. (2007) “A Robust Optimization Model for Stochastic Aggregate Production Planning”, *Production Planning&Control: The Management of Operation*, 15(5): 502-514.
- Leung, S.C.H, Tsang, S.O.S., Ng, W.L. Ve Wu, Y. (2007) “A Robust Optimization Model for Multi-Site Production Planning Problem in an Uncertain Environment”, *European Journal of Operational Research*, 181: 224-238.
- Li, Z., Ding, R. ve Floudas, C.A. (2011) “A Comparative Theoretical and Computational Study on Robust Counterpart Optimization: I. Robust Linear Optimization and Robust Mixed Integer Linear Optimization”, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 50: 10567-10603.
- Minoux, M. (2009) “Robust Linear Programming with Right-Hand-Side Uncertainty: Duality and Applications”, *Encyclopedia of Optimization* (ss. 3317-3327), Springer-Verlag.
- Mirzapour Al-e Hashem, S.M.J., Maleky, H. Ve Aryanezhad, M.B. (2011) “A Multi Objective Robust Optimization Model for Multi Product Multi-Site Aggregate Production Planning in a Supply Chain Under Uncertainty”, *International Journal of Production Economics*, 134: 28-42.
- Moazeni, S., Coleman, T. F., ve Li, Y. (2013) “Regularized Robust Optimization: the Optimal Portfolio Execution Case”, *Computational Optimization and Applications*, 55(2): 341-377.
- Moon, Y., ve Yao, T. (2011) “A Robust Mean Absolute Deviation Model for Portfolio Optimization”, *Computers & Operations Research*, 38(9): 1251-1258.
- Mula, J., Poler, R., Garcia-Sabater, J. P. ve lario, F. C. (2006). Models for Production Planning Under Uncertainty: A Review. *International Journal of Production Economics*. 103: 271–285.
- Mulvey, J. M., Vanderbei, R. J. ve Zenios, S. A. (1995) “Robust Optimization of Large Scale Systems”, *Operations Research*, 43(2): 264-281.
- Pascoal, M. M., ve Resende, M. (2014) “The Minmax Regret Robust Shortest Path Problem in a Finite Multi-Scenario Model”, *Applied Mathematics and Computation*, 241: 88-111.
- Perakis, G., ve Sood, A. (2006) “Competitive Multi-Period Pricing for Perishable Products: A Robust Optimization Approach”, *Mathematical Programming*, 107(1-2): 295-335.
- Raa, B., ve Aghezzaf, E. H. (2005) “A Robust Dynamic Planning Strategy for Lot-Sizing Problems with Stochastic Demands”, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 16(2): 207-213.
- Sim, M. (2004) *Robust Optimization* (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Sloan School of Management Massachusetts Institute of Technology.
- Sitompul, C., ve Aghezzaf, E. H. (2008) “Robust Production Planning: An Alternative to Scenario-Based Optimization Models”, *Modelling, Computation and Optimization in Information Systems and Management Sciences* (ss. 328-337), Springer Berlin Heidelberg.
- Soyster, L.A. (1973) “Convex Programming with Set-Inclusive Constraints and Applications to Inexact Linear Programming”, *Operations Research*, 21(5): 1154-1157.
- Sungur, I., Ordóñez, F., ve Dessouky, M. (2008) “A Robust Optimization Approach for the Capacitated Vehicle Routing Problem with Demand Uncertainty”, *IIE Transactions*, 40(5): 509-523.
- Thiele, A. (2004) *A Robust Optimization Approach to Supply Chains and Revenue Management*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Massachusetts Institute of Technology.
- Wiesemann, W., Kuhn, D., ve Rustem, B. (2012) “Robust Resource Allocations in Temporal Networks”, *Mathematical Programming*, 135(1-2): 437-471.
- Yamashita, D. S., Armentano, V. A., ve Laguna, M. (2007) “Robust Optimization Models for Project Scheduling with Resource Availability Cost”, *Journal of Scheduling*, 10(1): 67-76.
- Yu, C-S. ve Li, H-L. (2000) “A Robust Optimization Model for Stochastic Logistic Problems”, *International Journal of Production Economics*, 64: 385-397.
- Zanjani, M.K., Ait-Kadi, D. Ve Nourelfath, M.(2010) “Robust Production Planning in a Manufacturing Environment with Random Yield: A Case in Sawmill Production Planning”, *European Journal of Operational Research*, 201: 882-891.
- Zhou, Zhili. (2010) “Multi-Stage Discrete Optimization under Uncertainty and Lot Sizing”, (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Florida Üniversitesi.