SALİH ZEKİ VE *ASÂR-I BÂKİYE*[*]

Erdal İnönü[**]

Bu sempozyumu düzenleyen Prof. Feza Günergun ve arkadaşlarına teşekkür ederek sözlerime başlıyorum. Bu yıl, Darülfünun'un ve Osmanlı döneminin son yıllarının ünlü matematik hocası Salih Zeki'nin (1864-1921) doğumunun 140. yıl dönümü idi. Önce Mayıs ayında, Ankara Üniversitesi'ndeki bilim tarihçileri bir anma toplantısı yapmışlardı. Şimdi İstanbul Üniversitesi'ndeki bilim tarihçilerimiz Salih Zeki ve Ali Kuşçu'yu anmak için bizi tekrar bir araya getirdiler. Bu durumun verdiği memnunluğu daha iyi belirtmek için size iki yıl önce aldığım bir mektuptan bir paragraf okuyacağım.

Mektubu yazan Prof. Giacomo Saban. Gençliğinde yıllarca İstanbul Üniversitesi'nde matematik öğretim görevlisi olarak ders vermiş, araştırma yapmıştı. Şimdi Roma Üniversitesi'nde çalışıyor. Türkiye'de matematiğin gelişmesi üzerine yeni yazdığı iki makaleyi[1] İtalya'da yayımlamış ve bana da göndermişti. Ben de bir mektupla kendisini kutlamış ve yazılarının Türkçe ya da İngilizce çevirileri olup olmadığını sormuştum. O mektubuma yanıt veriyor ve bir yerinde şunları söylüyor:

> İtalyan Matematik Birliği bu iki yazıyı tek bir makale olarak basmayı uygun bulmadı ve bu anda bunların bir başka dilde bir örneği yok. Nedir ki, bunlar basıldıktan sonra bazı kimselerden gelen mektuplarda, ek bilgi bulmak olanakları ortaya çıktı. Fakat en önemli boşluk, bence Osmanlıca yazılmış belgeleri okuyamamızdan ileri gelmekte; bu beni çok üzüyor. Düşün ki Hollandalı bir firma bin sekiz yüzlerde Kahire'nin Bulak bölgesinde bulunan tarihi bir basımevi tarafından basılan tüm kitapları CD olarak satışa çıkarmış ve bunların arasında Hoca İshak Efendinin "Mecmua-i Ulum-i Riyaziye"si de var; ama okuyabilecek bir kimse yok ve dolayısıyla eseri incelemek olanaksız. Aynı durum Salih Zeki için de geçerli. Kaldı ki onun eserlerinden bizim için önemli olanların çoğu basılmamış olarak duruyor. Bunları bir düşünüver. İnşallah bir çare, bir şey aklına gelir; mazinin kaybolmasına müsaade etmememiz lazım.

[*] İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Bilim Tarihi Anabilim Dalı tarafından Sevinç ve Erdal İnönü Vakfı'nın katkılarıyla düzenlenen "Ali Kuşçu ve Salih Zeki Sempozyumu" (20 Aralık 2004) açış konferansının genişletilmiş şeklidir.

[**] Feza Gürsey Enstitüsü, TÜBİTAK-Boğaziçi Üniversitesi ve Sabancı Üniversitesi.

[1] Giacomo Saban, "Lo sviluppo storico della matematica nell'impero ottomano e durante i primi anni della repubblica turca" *Bollettino della Unione Mat. Ital. Sez. A: La matematica nella società e nella cultura,* (8), 5-A, Fasc.1, Aprile 2002, s.73-96; "Sviluppo storico della matematica in Turchia dalla riforma dell'Universita al 1997," *Bollettino della Unione Mat. Ital. Sez. A: La matematica nella società e nella cultura,* (8), 5-A, Fasc.2, Agosto 2002, s.257-292.

Benim bir çare bulmama gerek kalmadan, Ankara'daki bilim tarihçileri önemli bir ilerleme sağladılar. Salih Zeki'nin *Asâr-ı Bâkiye*'sinin (İstanbul 1913) ilk iki cildini Latin harflerine ve deyimleri de bugünkü Türkçe'ye çevirerek, üç kitap halinde yayımladılar. Üçüncü ve dördüncü ciltleri de benzer şekilde ele alacaklarını söylüyorlar.

Salih Zeki hakkında bazı değerlendirmeler. Ben, Salih Zeki hakkında ilk değerlendirmeyi, 1940 yılında Hasan Ali Yücel'in Milli Eğitim Bakanlığı döneminde yayımlanmış olan *Tanzimat* kitabında, kıdemli matematikçimiz Kerim Erim'in (1894-1952) yazısında[2] görmüştüm. Erim, orada kendi deyimiyle, "Türkiyenin garplılaşma hareketinden sonra, yani 1795'ten 1908'e kadar uzanan devrede riyaziyede temayüz eden başlıca şahsiyetler olarak" üç kişiden söz eder: Hoca İshak Efendi, Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa ve Salih Zeki. Salih Zeki'nin memleketimizde matematiğin öğretimine ve yayılmasına çok hizmet ettiğini, pek çok eseri olduğunu söyler. Matematiğe ait eserlerini tarihi, ansiklopedik ve yüksek matematiğe ait olanlar diye üç bölüme ayırır. Tarih çalışmalarının *Asâr-ı Bâkiye'*de toplandığını, bu eserin Doğu bilginlerinin matematik alanındaki hizmetlerini anlattığını ve "pek kıymetli" olduğunu belirtir. Hesap ve trigonometriye ait bölümlerin basılmış, ötekilerin ise basılmamış durumda olduğunu da ekler.

Sonradan öğrendim ki, daha önce, 1933'te George Sarton'un çıkardığı *Isis* dergisinde (Vol.19, No.57, 1933, s.506-515) Adnan Adıvar, *Asâr-ı Bâkiye*'yi tanıtan bir yazı yayımlamış. Bu yazı sonradan Yeşim Işıl Ülman tarafından çevrilerek *Bilim Tarihi* dergisinde (Sayı 11, Eylül 1992, s.3-9) ve arkasından Ülman'ın basıma hazırladığı Celâl Saraç'ın *Salih Zeki Bey Hayatı ve Eserleri* kitabında (s.139-152) C. Saraç'ın notlarıyla 2001'yayımlanmış.

Adnan Adıvar, bu yazıda *Asâr-ı Bâkiye*'nin ilk iki cildini ayrıntılı biçimde özetliyor ve Salih Zeki'nin başlıca iddialarını ortaya koyuyor. *Isis* dergisinde editör olarak George Sarton'un bir notu görülüyor. Orada aynen şunları söylüyor:

> We are very grateful to Dr. Adnan for his summary of a Turkish work [*Athar-i Baqiya*] which otherwise would have remained unknown and secret to the great majority of the historians of mathematics. The author has dealt with a number of moot questions, each of which would call for ample discussion; it is sufficient at present to have some idea of his solution of them. G.S. (s.515).

[2] Kerim Erim, "Tanzimat ve Müspet İlimler: Riyaziye," *Tanzimat I – Yüzüncü Yıldönümü Münasebetiyle.* Ankara, Maarif Vekaleti 1940, s.477-483.

Ya da benim çevirimle editörün notu şöyle:

> Onun çabaları olmasaydı, matematik tarihçilerinin büyük çoğunluğu için tamamen meçhul kalacak bir Türk eserini bize özetlediği için Dr. Adnan'a minnettarız. Yazar, kitabında ancak uzun tartışmalarla aydınlanabilecek birçok sorunu ele almıştır. Şimdilik bu sorunlara yazarın önerdiği çözümleri öğrenmekle yetinmek zorundayız.

Sarton'un 1933 yılında yazılmış bu sözleri çok ilginç. Salih Zeki'nin kitaptaki savlarını hemen kabul etmiyor, ama karşı da çıkmıyor. Bilim insanlarını bu savları tartışmaya çağırıyor. Salih Zeki'nin birinci ciltte ileri sürdüğü iddia ve görüşler, Celâl Saraç'ın kitabında[3] daha da ayrıntılı biçimde anlatılıyor, ama eleştirel bir değerlendirme yapılmıyor.

Bu arada hatırlatayım: Salih Zeki, *Asâr-ı Bâkiye*'yi dört cilt olarak düşünmüş. Kitabı yayımlamaktaki asıl amacının, "Doğulu bilginlerin eski Yunan matematiği üzerine neler eklediklerini ve bunları Batılılara hangi düzeyde teslim ettiklerini göstermek" olduğunu söylüyor. Planladığı dört cilt içinde ilk ciltte trigonometri, ikincide hesap ve cebir, üçüncüde astronomi, dördüncüde geometri ele alınacak. Ayrıca her cildin sonunda konu ile ilgili İslam bilimcilerinin kısa yaşam öyküleri bulunacak. Görülüyor ki, Salih Zeki'nin konuya yaklaşımı bilim tarihçilerinin standart şeklinden farklı. Söz konusu zaman aralığında yaşamış her bilimciyi ele alıp çalışmalarını ayrı ayrı anlatmıyor. Matematiğin temel alanlarında yapılmış katkıları konu ediniyor ve bu katkılarda rol oynamış bilimcileri öne çıkarıyor. Belirli bir amaca yönelik bir tarih çalışması yapmış.

Ankara'daki bilim tarihçileri Remzi Demir, Yavuz Unat, Melek Dosay Gökdoğan, Mutlu Kılıç, *Asâr-ı Bâkiye*'nin ilk iki cildini, yeni Türkçe ile yeniden bastılar.[4] Bu ciltlerdeki yaşam öykülerini de toplayarak ayrı bir cilt haline getirdiler. Şimdi birçok gencimiz Salih Zeki'nin eserini okuyup anlayabilecek. Ben de bunu yaptım, okudum. Bana bu olanağı veren arkadaşlarımıza teşekkür ederek, size bu okumadan edindiğim bazı izlenimleri anlatacağım ve özellikle Salih Zeki'nin savları üzerinde duracağım.

Asâr-ı Bâkiye. Birinci cild. Giriş bölümü: Trigonometriye ayrılan bu cilt, açıların ölçülmesi konusuyla başlıyor. Eski Yunanlıların, bir üçgenin iç açılarını belirlemek için üçgenin etrafına çizilen daireden yararlandıklarını anlatıyor. Üçgenin her kenarına, karşıdaki iç açının dairedeki yayına ait kiriş diye bakıyorlar. Açıları, karşıdaki yayın yarı değeri ile belirliyorlar. Kirişlerin

[3] Celâl Saraç, *Salih Zeki Bey – Hayatı ve Eserleri*. Yay. haz. Y. Işıl Ülman, Kızılelma Yayıncılık, İstanbul 2001, 188 s.

[4] Salih Zeki, *Asâr-ı Bâkiye*. Cilt 1, 2, 3. Yay. haz. M. Dosay Gökdoğan, R. Demir, Y. Unat, M. Kılıç. Babil Yayıncılık, Ankara 2003 ve 2004.

uzunluklarını da yarı çapa oranlarla gösteriyorlar. Daire çevresi 360 derece, her derece 60 dakika, her dakika 60 saniye oluyor. Ayrıca daire yarı çapı 60 parça, her parça 60 dakika, vb. şeklinde alınıyor. Böylece sıfırdan 180 dereceye kadar yayların kiriş karşılıklarını gösteren bir yay-kiriş cetveli yapılıyor. Böyle bir cetvel, Ptolemaios'un (Batlamyus, c.100-c.170) *Almagest* [el-Mecistî] adlı eserindeki birinci makalenin sekizinci bölümünde bulunuyor.

Salih Zeki, kiriş-yay cetveli yardımıyla nasıl hesap yapıldığını açıklayan örnekler veriyor. Örneğin, Güneş'in yörüngesinin "eksantrisite"sinin (Güneş'in çizdiği dairenin merkezinin Yer'den uzaklığının) Ptolemaios'un kitabında nasıl hesaplandığını gösteriyor. Eski Yunanlıların, astronomide doğrudan doğruya ölçemedikleri açıları ya da uzunlukları belirlemek için kullandıkları yöntemin, bir küresel dört kenarlı (yamuk) kurup Menelaus (c.100) teoreminden yararlanmak olduğunu anlatıyor. Küresel tam dört kenarlı, küre üzerindeki üç büyük daire yayından oluşan bir küresel üçgeni başka bir büyük dairenin kesmesiyle oluşan bir kapalı şekil. Bu küresel dört kenarlının altı parçası var ve parçaların üçer üçer çarpımları birbirine eşit oluyor. Menelaus'un bu teoremini Ptolemaios, *Almagest*'in birinci makalesinin onbirinci bölümünde ispat ediyor. Uygulamada beş parçayı, kirişleri bilinen yaylar alarak altıncı parçanın bilinmeyen kirişini hesaplıyorlardı.

Burada Salih Zeki, eski Yunanlıların tüm astronomik hesaplarını yay-kiriş cetveli ve küresel dört kenarlı yardımıyla yaptıklarını, bildiğimiz anlamda trigonometri işlemleri yapmadıklarını vurguluyor. Bu görüşüne destek olarak da Paul Tannery'den (1843-1904) şu alıntıyı veriyor (1893): "Ptolemaios, hiç bir zaman küresel üçgenlerin açı ya da yaylarını iki katlarının kirişleriyle ya da iki katlarını tamlayanların kirişleriyle belirlemekten başka bir yöntem kullanmamıştır."

Gene Paul Tannery'nin 1892'de yazdığı bir makalede, küresel tam dört kenarlının özelliği konusunda söylediği şu sözleri hatırlatıyor: "Bu temel teorem, Yunanlıların matematik eserlerinde ve özellikle de Almagest'de astronomi biliminde rastlanan trigonometrik meseleleri çözmek için yegane uygulanan ve kullanılan bir teoremdir. Söz konusu teorem Ptolemaios ve daha önce Menalaus tarafından – biraz farklı bir biçimde – ispat edilmiş ve buna da sebep Yunanlıların yayları belirlemek için sinüsler yerine kirişleri kullanmaları olmuştur. Görünürdeki şekline karşın trigonometri sözcüğü hiç de Yunanca değildir. Eski Yunanlılar gerçekten üçgenlerin çözülmesi sorunu ile uğraşmamışlardır. Astronomi biliminde daima yayların kirişlerini kullanırlar ve yayları sadece küre üzerinde hesap ederlerdi. Fakat bizim gibi bu yayları, bazı ögeleri bilinen küresel üçgenlere bağlayacakları yerde beş ögesi bilinen bir küresel tam dört kenarlıya bağlarlardı."

Böylelikle Salih Zeki, trigonometrinin Doğu'da icat edilmiş olduğunu, Paul Tannery'yi de tanık göstererek, ortaya koyuyor. Bu savının bu gün de kabul edildiğini görüyoruz. Örneğin Colin Ronan, 1983 baskısı yeni eserinde "İslam matematiği, matematik sanatına cebir ve trigonometri gibi iki güçlü teknik getirmiştir." diyor.[5]

Asâr-ı Bâkiye. Birinci cild. Birinci bölüm: Kitabının bu bölümünde Salih Zeki, Doğu'da trigonometrinin doğuşunu anlatıyor. Burada Batılı tarihçilerden ayrıldığı bir nokta var. Örneğin J.E.Montucla'nın (1725-1799), F.Hoefer'in (1811-1878), M. Marie'nin (1819-1891) matematik tarihlerinin hepsinde, "Doğulu matematikçiler arasında en önce yayların iki katlarının kirişleri yerine sinüsleri koyan ve kullanan kişi, üçüncü hicri yüzyılın (miladi dokuzuncu yüzyılın) meşhur astronomlarından Battani'dir" hükmü öne sürülüyor. Buna karşılık Salih Zeki bu konuda birinciliği Sabit bin Kurra'ya veriyor.

Sabit bin Kurra, "Kitab fi el-şekl el-Kutta" adlı eserine eklediği bir risalesinde hem yayları, iki katlarının kirişleriyle değil, sinüsleriyle göstermiş, hem de Menelaus'un küresel tam dört kenarlıya ait teoremini sinüsler yoluyla kanıtlamıştır. Sabit bin Kurra'nın doğum ve ölüm tarihleri, miladi 826-901, el-Battani'ninkiler ise tahminen 849-929'dır (Salih Zeki'nin kitabın sonunda verdiği bilgilere göre).

Salih Zeki'nin bu konuda işaret ettiği başka bir tanıklık da, Memun dönemi gözlemcilerinden Habeş el-Hasib lakaplı el-Mervezi'nin (825-870) "Zîc el-Müntehan" adındaki zîcinde muntazam bir sinüs cetvelinin bulunması. Bu kitabın Battani'den, üçte bir ya da çeyrek yüzyıl önce yazılmış olduğu tahmin ediliyor.

Bundan sonra Salih Zeki, *Almagest*'de kirişler yöntemi ve küresel tam dört kenarlı ile bulunan eşitlikler, sinüsler kosinüsler kullanılarak yazılınca küresel trigonometrinin bugün yararlanılan teoremlerinin elde edildiğini gösteriyor. (Bu arada bir açının sinüsü ile iki katı yayının kirişi arasında 2 sin A = Kiriş Yay 2 A ilişkisinin geçerli olduğunu hatırlatayım).

Böylece, örneğin her hangi bir küresel üçgende, üç kenarın sinüslerinin karşılarında bulunan açıların sinüsleriyle orantılı olduğu ortaya çıkıyor. Bu özelliğe Araplar "Şekl el-Mugnî an el-Şekl el-Kuttâ" (Kısımlar teoremini gereksiz kılan teorem) ya da kısaca "Şekl el- Mugnî" (Gereksiz kılan Teorem) derlerdi. Söz konusu özelliğin varlığı Miladi dokuzuncu yüzyılın ortasından itibaren bütün Arap matematikçilerince biliniyordu. Miladi on üçüncü yüzyılda

[5] Colin Ronan, *Science: Its History & Developmenty Among World Cultures*, New York: Facts on File 1983. Türkçesi için bkz. *Bilim Tarihi – Dünya Kültürlerinde Bilimin Tarihi ve Gelişmesi*, TÜBİTAK yay. Ankara 2003, s.248.

yaşamış Nasirüddin el-Tusi'ye (1212-1274) göre ilk defa bu özelliği Şekl el-Mugnî adı altında kullanan astronom Ebu Nasr ibn Ali Mansur bin Irâk (öl.1030) olup, bu adlandırma biçimini Sabit bin Kurra'dan aldığını söylemiştir. Yayların toplanması, çıkarılması, çarpılması, bölünmesi işlemlerine gelince, Doğulu bilginler *Almagest*'den yararlanarak sinüs ve kosinüsler için bu özellikleri elde etmiştir.

Tanjantları hesaba getiren ise (Doğulu bilimciler tanjanta "zill" yani gölge diyordu) Ebu'l-Vefâ el-Buzcanî'dir (840-900). Bunu, gerek Ebu el-Reyhan el-Bîrûnî (973-1055) gibi çağdaşları, gerek Nasrirüddin el-Tusi gibi ardılları onaylıyorlar. Ebu'l-Vefa, bir dik açılı küresel üçgende tanjant teoremi denilen özelliği bulmuş ve ispatlamıştır.

Böylece, miladi onuncu yüzyılda Doğulu matematikçilerin düzlem trigonometrinin temel bağıntıları ile küresel trigonometrinin sinüs teoremi ile tanjant teoremini bildikleri ve bunlar yardımıyla üçgenleri çözmeye başladıkları anlaşılıyor. Salih Zeki, bu çözümlere ait örnekler veriyor.

Burada şunu belirteyim ki, Colin Ronan, yukarıda adı geçen kitabında Ebu'l-Vefa'nın yeni trigonometrik cetveller ve yeni yöntemler getirdiğini anlatıyor ama, tanjantları ilk kullananın o olduğunu söylemiyor.

Asâr-ı Bâkiye. Birinci cild. İkinci bölüm: Bu bölümde Salih Zeki, değişik trigonometrik cetvellerin hesaplanma yöntemlerini anlatıyor.

Yunanlılarda ilk yay-kiriş cetvellerini Hipparkhos'un (c.180-c.125) yaptığına işaret ettikten sonra Ptolemaios'un bu cetvelleri nasıl hesapladığını, *Almagest*'in birinci makalesinin dokuzuncu bölümünden alarak açıklıyor. Ptolemaios, yarım dereceden başlayarak 180 dereceye kadar bütün yayların kirişlerini, yarım derece aralıkla, hesap ediyor. Bunun için önce daire içine çizilmiş altıgen, ongen, beşgen, dörtgen ve üçgenin birer kenarının uzunluğunu, başka bir deyimle, 36, 60, 72, 90, 120 derecelik yayların kirişlerini hesaplıyor (yarıçap = 60 parça kabul ediliyor) ve aşağıdaki değerleri buluyor.

Yay	**Kiriş**		
Derece	Parça	Dakika	Saniye
36	37	13	15
60	60	0	0
72	75	32	3
90	84	0	0
120	103	25	23

Ptolemaios, sonra, daire içine çizilen dörtgene ait teoremlerden faydalanarak kirişleri bilinen iki yayın farkı ve toplamına ilişkin kirişleri, ayrıca kirişi bilinen bir yayın yarısının kirişini veren formülleri buluyor ve bu formüller yardımıyla 72 − 60 = 12 derecelik yayın, $\frac{12}{2}=6, \frac{6}{2}=3, \frac{3}{2}=1.5$ derecelik yayların ve $\frac{1.5x60}{2}=45$ dakikalık yayın kirişlerini hesaplıyor.

Bu şekilde varılamayan 1 derecelik yayın kirişini bulmak için bir interpolasyon yöntemi kullanıyor. Bu maksatla, küçük yaylar için geçerli olan

$\frac{YayB}{YayC} \rangle \frac{KirisB}{KirisC}$ eşitsizliğinden yararlanıyor.

Önce $\frac{Kiriş1°}{Kiriş45'} \langle \frac{60'}{45'}$ eşitsizliğinden

$$Kiriş1° \langle \frac{60}{45} Kiris45'$$

ve $Kiriş45' = 0^p 47^d 8^s$ olduğundan

$Kiriş1° \langle 1^p 2^d 50^s$ buluyor. Arkasından,

$$\frac{Kiriş1°30'}{Kiriş1'} \langle \frac{90'}{60'}$$

eşitsizliğinden $Kiriş1° \rangle \frac{60}{90} Kiris1°30'$

ve $Kiriş1°30' = 1^p 32^d 15^s$

olduğundan, $Kiriş1° \rangle 1^p 2^d 50^s$ elde ediyor.

Bu iki eşitsizliğin bir arada geçerli olması,

$$Kiriş1° = 1^p 2^d 50^s$$

ya da ondalık kesirlerle, $Kiriş1° = 0{,}017453$ sonucunu veriyor.

Ptolemaios, buradan yarım derecenin kirişini elde ediyor ve sonra toplama yoluyla yarım derece aralıklarla 0° den 180° ye kadar tüm yayların kirişlerini hesap ediyor.

Battani, kendi zîcine, Ptolemaios'un bu tablosunu sinüs cetveline çevirerek (yani değerleri ikiye bölerek) olduğu gibi almıştır. Ancak Battani'den

daha önce Habeş el-Hasib, "Zîc el-Müntehan" adlı zîcine on beşer dakika aralıklı bir sinüs cetveli koymuştur.

Hintli bilginlerin etkisi: Acaba İslam bilginleri sinüs hesabını Hintlilerden mi öğrendi? Salih Zeki, Aryabhata'nın (miladi beşinci yüzyılda yaşamış Hintli bilgin) bir sinüs cetveli olduğuna değiniyor ve değerlerin çok farklı olduğuna işaret ediyor. Aryabhata, dairenin yarıçapını 3438 parça almış ve $3\frac{3}{4}$ derece aralıklarla bir sinüs cetveli hesap etmiş. Örneğin 3°45´nın sinüsü 225 çıkıyor. Brahmagupta'nın (yedinci yüzyıl) kitabında da benzer yaklaşım var. Bu değerlerin Sabit bin Kurra'nın değerleriyle ilgisi olmadığı açık. Salih Zeki ancak sinüs şeklinde bir oran tanımlama fikrinin Hintlilerden gelmiş olabileceğini kabul ediyor.

Ebu'l-Vefa'nın trigonometrik cetvelleri: Ebu'l-Vefa el-Buzcani yayların tanjantlarını da hesaba sokmuş ve o zamana kadar kullanılan sinüs cetvellerini daha sağlam bir temele dayandırmak için 30 derecelik yayın sinüsünü bir daha hesap etmiştir. Salih Zeki bu hesabı da veriyor. Ayrıca Ebu'l-Vefa, 1° lik yayın sinüsünü de tekrar, ve daha iyi hesap etmiş ve

Sin 1° = 0,017452406 bulmuştur.

Uluğ Bey'in trigonometrik cetvelleri: Uluğ Bey'in (1394-1449) Semerkand rasathanesinde çalışan Gıyaseddin Cemşid al-Kâşî (1390-1450), 1° nin sinüsünü geometri ve cebir yoluyla daha sağlam biçimde hesap etmiştir. Bu hesabın yazılı olduğu eser "Risale el-veter ve el-ceyb" (Kiriş ve sinüs risalesi) adıyla bilinir. Katip Çelebi (1609-1657), *Keşfüzzunun*'da bu eserden söz eder.

Gıyaseddin'in dostu ve Semerkand rasathanesinde çalışma arkadaşı olan ve Kadızade-i Rumi lakabıyla bilinen Salâhüddin Musa (öl.1432) da, Gıyaseddin'in yöntemini basitleştiren bir hesap yapmış ve aynı sonucu elde etmişti. Salih Zeki, hem Gıyaseddin Cemşid'in, hem Kadızade'nin yöntemlerini ayrıntılı biçimde anlatıyor. Her ikisinin bulduğu sonuç Sin 1° = 0,017452406437 dir ve bugün bilinen değere, göz önüne alınan yaklaşıklık mertebesinde uymaktadır.

Salih Zeki, trigonometrik cetvellerde altmışlık yöntem yerine ondalık kesir yöntemine geçmenin önemini de vurguluyor. Bunu ilk yapan on altıncı yüzyıl astronomlarından Takiyüddin'dir (öl.1585). "Ceride el-Dürer ve Haride el-Fiker" adlı eserinde, sinüsler ve tanjantlar için ondalık yöntemine göre hazırlanmış iki cetveli vardır.

Sonuç. Trigonometrinin Batı'ya, Latinler'e geçişi: Batı'da trigonometri alanında ilk yazar olarak bilinen Regiomontanus'dur (1436-1476).

Asıl adı Jean Müller'dir. Koenigsberg'li anlamında Regiomantanus lakabını almıştır.

Viyana'da astronom Georg Peurbach'ın (1423-1461) öğrencisi ve asistanı olarak çalışmış, onun genç yaşta ölümünden sonra yerini almış, eski Yunan matematikçilerinin ünlü eserlerini Latince'ye çevirmiş, Ptolemaios'un *Almagest*'ini özetleyen ve aynı zamanda gözlemlere uymayan taraflarını belirterek eleştiren *Epitome* adlı bir astronomi kitabı ve başka özgün yazılarıyla ün yapmış, Viyana'dan başka Nüremberg'de ve Roma'da çalışmıştır. Ününü çok arttıran eseri trigonometriye dair olan ve ölümünden 57 yıl sonra 1533 yılında basımcı Schöner tarafından basılan *Epitome*'dur. Bu kitapta hem düzlemsel, hem küresel trigonometriye ait temel bilgi ve teoremler verilmekte ve üçgen çözümlerine uygulanmaktadır.

On sekizinci yüzyıl matematik tarihçisi Montucla, Regiomontanus'un bu kitabını överken, tüm trigonometri teoremlerini bir hamlede ortaya atmış olması karşısında hayret ifade eder. Bu gözleme değinen Salih Zeki, burada şaşılacak bir şey olmadığını, çünkü Regiomontanus'un bu bilgileri İslam bilimcilerinin daha önce Batı dillerine çevrilmiş kitaplarından almış olabileceğini söylüyor. Örnek olarak da miladi on birinci yüzyılda Endülüs'te yaşamış Cabir'in (1048-1131) "Kitab el-Hey'e" eserinde, sonra *Almagest*'in Arapça çevirilerinde, Battani'nin "Zîc el-Sabi"sinde sinüs ve kosinüslerle üçgen çözümü bilgilerinin bulunduğuna ve Regiomontanus'un bu kitapları görmemiş olamayacağına işaret ediyor.

Görülüyor ki trigonometri konusunda Salih Zeki, *Asâr-ı Bâkiye*'ye başlarken göz önünde tuttuğu hedefe tam anlamıyla varmıştır. Eski Yunandaki yay-kiriş hesabının İslam bilginlerince (belki Hintlilerin de yardımıyla) nasıl trigonometri bilimine dönüştürüldüğünü ve yeni bir bilim olarak nasıl Batı'ya iletildiğini açık biçimde göstermeyi başarmıştır.

Not: Asâr-ı Bâkiye'nin birinci cildi hakkında ayrıntılı açıklamalar, Celâl Saraç'ın yukarıda adı geçen kitabında da bulunmaktadır. Bu kitapta ikinci cilt ele alınmamış, ona karşılık üçüncü ciltle ilgili başka bir yerde olmayan bilgiler verilmiştir.[6]

6 Üçüncü cilt astronomiyi ele almıştır. Yer'in şekli, eski Yunan astronomisi, çeşitli zîcler ve hazırlayan astronomlar hakkında bilgiler vardır. Özellikle önemli bir nokta, Halifezâde İsmail Efendi (ölm. 1790) konusudur. Halifezâde ya da Kalfazâde İsmail Efendi, on sekizinci yüzyılda İstanbul'da yaşamış bir Osmanlı bilimcisidir. Çınarî lakabı da vardır. 1755'de Askeri Piyade Yazı işleri okulunda öğrenci iken sonraları baş halifeliğe kadar yükselmiş ve ordu ile birçok ülkeye gitmiştir. Gençliğinden beri astronomiye meraklıdır. Önemli eseri "Tuhfe-i behic-i rassini ve tercüme-i Zic-i Kassini (Cassini)"nin öyküsü şöyledir: 1720 yılında Paris'te elçi olarak bulunan Yirmisekiz Mehmet Çelebi, Paris rasathanesi astronomu Jean Cassini'den babası Dominique Cassini'nin zîcini hediye olarak almış ve İstanbul'a Saray'a getirmiştir. Yıllar sonra Padişah III. Mustafa, astrolojiye de meraklı olduğu için babası III. Ahmed'in kitapları arasında gördüğü bu zîci tercüme etmesini Çınarî İsmail Efendi'den istemiştir. İsmail

Asâr-ı Bâkiye. İkinci Cilt. Hesap: Giriş bölümünde Salih Zeki, Yunan ve Hint kaynaklarındaki hesaba ait yazıları gözden geçiriyor. Eski Yunanlılarda aritmetik ikiye ayrılıyor:

1) Lojistik: Sırf hesap işlemlerinden söz ediyor.
2) Aritmetiki: Sayılar bilimini ele alıyor.

İlk hesap işlemleri tahta üzerine konmuş çakıl taşlarıyla, ya da üzeri tozlu tahtaya çizgiler çizilerek yapılırdı. Bu tahtaya da abacus ya da abak adı verilmişti. Abak, İbranice toz demektir. Abaküs aleti Orta Çağ'da Latinler arasında çok kullanılmıştır.

Eski Yunanlılarda sayı sayma ondalık sisteme göre yapılıyordu. Fakat sıfır ve konumsal yazım bilinmediği için 1 den 9000'e kadar sayılar, 27 harf yardımıyla belirtiliyordu. Fenikelileri taklit ederek bir Alfabe rakam sistemi kurmuşlardı. Sayılara 1 den 9'a kadar alfabenin başından dokuz harf, 10 dan 90 a kadar kalan dokuz harf ve 100 den 1000 e kadar dokuz harf daha karşılık tutulmuştu. Yalnız Yunan alfabesinde 24 harf bulunduğundan kalan üç sayı için iki harfin değişik şekilleri ile bir Fenike harfini kullanmışlar. Böylece, örneğin α, 1 e karşılık, ι, 10 a karşılık, ρ, 100 e karşılık geliyor. 1000'den 9000'e kadar olan sayıları göstermek için ise birleri gösteren harflerin altına ι harfini eklemişler. 1000 için α_ι, 2000 için β_ι gibi 10000'e gelince, burada "myryadis" dedikleri M harfini birim olarak almışlar ve M nin üzerine α, β şeklinde rakamlar yazarak 10.000'in katlarını ifade etmişler. Örneğin

$$M^{\alpha} = 10{,}000 \text{, } M^{\beta} = 20{,}000$$

Yunanlıların bu sisteminde rakamların ya da onların yerini tutan harflerin konumsal değeri yok. Bu yüzden, örneğin 112 yazmak için 100, 10 ve 2 ye karşılık gelen harfleri yanyana yazıyorlardı: $\rho\iota\beta$ şeklinde. Böyle bir yazım şeklinde hesap işlemleri ancak abaküs gibi bir mekanik aletle yapılabilir.

Öte yandan, Yunanlılar astronomide Babil'den gelen altmışlık sistemi kullanıyorlardı. Salih Zeki bu sistemi de ayrıntılı biçimde açıkladıktan sonra "Aritmetiki"ye ait Yunan eserlerini tanıtıyor. Bu grup içinde Euklides'in "Elementler"inin özellikle 7, 8, 9. bölümlerini, Nikomakhos'un "Hesaba Giriş"

Efendi, bunu 1773 yılında yaptığı gibi, ayrıca kitapta gördüğü ondalık sisteme göre düzenlenmiş cetvel hesaplarının dayandığı logaritma cetvellerini çevirisine eklemiş ve logaritma kullanma yöntemini de açıklamıştır. Kitabın aslında bulunmayan bu açıklamayı görenler, logaritma yöntemini Kalfazâde'nin icat ettiğini sanmışlar (örneğin Ahmet Cevdet Paşa'nın tarihinde böyle yazıyor) ama gerçekte logaritma yöntemi, daha 1600'lü yıllarda İskoçya'da Napier (1550-1627) tarafından bulunmuş olup Batı'da yüz yıldır kullanılmaktadır. Türkçe'de logaritma üzerine yazılmış eserlerin en eskisi olarak bilinen Gelenbevi İsmail Efendi'nin (ölm.1790) "Logaritma Şerhi"(1787) adındaki kitabı, Çınarî İsmail Efendi'nin Cassini zîci çevirisinden yaklaşık 15 yıl sonra yazılmıştır.

adlı kitabını ve Diophantos'un "Aritmetik" kitabını tanıtıyor. Diophantos'un kitabının bir cebir kitabı sayılabileceğini söylüyor, bilinmeyen sayıları işaretlerle belirtmesinin önemine değiniyor ve bu kitapta çözülen birçok denklemden örnekler veriyor.

Hint kaynakları. Hindistan'da beşinci yüzyılın son yarısı ile altıncı yüzyıl başında iki önemli matematikçi-astronomun yaşadığını söyleyerek, Salih Zeki, Aryabhata (doğum yılı 476) ile Brahmagupta'nın (doğum yılı 598) başlıca buluşlarını anlatıyor. "Aryabhatiya" adlı kitapta doğal sayılar ve karelerinin toplamını veren formüller var. Bu formüller, Aryabhata'nın ikinci derece denkleminin çözümünü bildiği kanısını uyandırıyor. Brahmagupta'nın kitabında da ikinci derece denkleminin çözümü (yalnız pozitif çözümler için) ile $y^2 - mx^2 = 1$ belirsiz denklemi için bazı çözümler veren bir formül var.

Salih Zeki için önemli konu İslam bilginlerinin ne ölçüde Hint bilginlerinden etkilenmiş olduğudur. Bu açıdan bakınca ancak Aryabhata ve Brahmagupta'nun eserlerinin Arap ve öteki İslam matematikçilerini etkilemiş olacağı (zaman bakımından daha önce gelmiş oldukları için) sonucuna varıyor. Buna karşılık daha sonra, on ikinci yüzyılda yaşamış ünlü Hint matematikçi-astronomu Bhaskara'nın, bazı Avrupalı bilim tarihçilerinin ifadesinin tersine, Harezmi'yi ya da Sabit İbn Kurra'yı etkilemesi söz konusu değildir; çünkü onlardan çok sonra dünyaya gelmiştir, diyor.

Bhaskara hakkında da bilgi veriyor: Miladi 1114 yılında doğmuş, Siddhanta-Sirumani adında ünlü bir astronomi kitabı yazmış. Kitapta Lilavati adlı bölümde hesap, Vija-Ganita adlı bölümde de cebir bilgileri var.

Bhaskara, bu kitabında Avrupalıların Arap rakamları dediği ve bugün yararlandığımız Gubari şekillerini kullanmış ve gene bildiğimiz toplama, çıkarma, çarpma ve bölme yöntemlerini anlatmıştır. Bhashara'nın kitabı on ikinci yüzyılda yazılmışsa da Hindistan'da bu rakamların ve sıfırın kullanılmaya başlamasını çok daha gerilere, sekizinci, yedinci yüzyıla kadar götürebiliriz.

Birinci Kısım. Hesap bilimi. Miladi onuncu yüzyıldan sonra ortaya çıkan Doğulu matematikçilerde hesap biliminin amacı, bilinenler yardımıyla bilinmeyenlerin bulunmasıdır. Aritmetiki (sayı bilimi) alanında fazla uğraşmamışlar, Lojistik alanında ise çok hevesle çaba göstermişler. Önce Yunan alfabesiyle hesap sistemini kabul etmişler, sonra Yunan harfleri yerine Arap harflerini koymuşlar, böylece bir "Cümel hesabı" oluşturmuşlar, ama arkasından Hint rakamları ve sıfırı alarak dokuz rakamlı ondalık sistemi benimsemişlerdir. Altmışlık sistem sadece astronomide kalmıştır.

Doğu'da Hint hesabı ile ilgili ilk kitabı yazan el-Harezmi'dir (780-850) ama o sıralarda ve biraz sonra Hint hesabı hakkında birçok kitap yazılmıştır. Kağıdın az bulunmasından dolayı bu hesaplar o zaman ince kum, tebeşir tozu ya

da un serpilmiş tahtalar üzerinde yapılıyordu. Onun için bunlara Tahta ve Toprak hesabı ya da Toz hesabı (Hisabü'l-gubar) denmiştir.

Bir de rakamlar kullanmaksızın zihinden hesap yapma usulü vardı ki buna da Araplar, "Hisab bilâ taht" (Tahta kullanmaksızın yapılan hesap), ya da "Hisab el-hevâ" (Zihin hesabı) ve "Hisab el-hevaî" (Zihinsel hesap) derlerdi. Rakamları kullanmaksızın, toplama, çıkarma gibi işlemleri yapabilmek için el parmakları gibi bazı maddi araçlara, ya da özel kurallara göre akıldan yapılan işlemlere başvurulurdu.

Birinci Bölüm. Rakam çeşitleri. Cümel rakamları: Başlangıçta hesap için mecburen Yunan harflerini ya da Kıptî, hatta, İbrani harflerini kullanan Araplar sonunda Arap alfabesinin harflerine birer sayısal değer vererek bir tür harf rakamları ya da "Cümel rakamları" oluşturdular. Bu gelişme, görünüşe göre miladi yedinci yüzyıl sonlarına doğru gerçekleşti. Doğulu ile Batılı matematikçiler arasında bu konuda bir fark da ortaya çıktı. Doğulular, Arap alfabesinin harflerinden meydana getirilen Ebced, Hevvez, ... gibi anlamsız kelimelerin baştan ilk dokuz harfini birden dokuza kadar olan sayıları, yani birleri, onuncudan itibaren öteki dokuzunu, ondan doksana kadar olan düğüm sayılarını, yirmincisinden itibaren gene dokuzunu yüzlük düğümleri ve kalan bir harfi de binler basamağını göstermek üzere bir sistem kabul etmişler. Batılılar ise biraz farklı bir kelime oluşumu ile yola çıkarak bazı harfleri farklı bir sistem kullanmışlar. Her iki sistemde de boşluğu ifade etmek üzere eski Yunanlılara benzeterek bir sıfır işaretinden yararlanmışlar.

Hint rakamları. Hint rakamları müslümanlara miladi sekizinci yüzyılda geçmiş olmalı. O dönemde İslam orduları Hindistan'a girmişti. Bu etkileşmelerle İslam alemine giren Hint rakamlarının Batı'ya geçişi için de bilinen şu olay var: 792 yılında Şarlman, Halife Harun Reşid'e bir elçi göndermiştir. Karşılığında Şarlman'a Abbasilerden gelen hediyeler arasında bir saat vardır. Bu saatten yararlanarak Şarlman'ın saray halkına dokuz rakam ve sıfır kullanan hesap sistemini öğrettiğini görüyoruz.

Hint hesabına ait ilk eser olan el-Harezmi'nin "Kitab fi Hisab el-Hindî" adlı eseri, Halife el-Memun'un emri üzerine, bu hesap şeklini halka öğretmek maksadıyla yazılmıştır. Kitabında Harezmi iki çeşit rakam dizisi veriyor. Zamanla bunların birincisi bugün kullanılan Arap rakamlarına, ikincisi ise Latin rakamlarına dönüştü.

Özetle, her iki şekil müslümanlara miladi sekizinci yüzyılın ortalarında Hindistan'dan gelmiş, birincisi Doğulular arasında, ikincisi ise Endülüs'te Batılılar arasında yayılmıştır. Batılıların kullandığı rakamlara Gubar rakamları denmiştir.

Arap rakamları. Bu bölümde Salih Zeki Avrupa'da yakın geçmişte ortaya çıkan bir görüşün yanlışlığını uzun boylu anlatıyor. Önce doğru görüşü söyleyeyim: Araplar, Gubar rakamları dedikleri bu rakamları, ötekiler gibi Hintlilerden alarak fethettikleri ülkelere, bu arada Endülüs'e getirmişlerdi. Sonradan Papa II. Sylvester, gençliğinde Kurtuba'da eğitim gördüğü için, Hint rakamlarını öğrenerek, miladi on birinci yüzyıl sonlarında bu rakamları Batı Hıristiyan uluslarına aktarmıştır.

İngiliz matematikçi J.Wallis'in (1616-1703) öne sürmüş olduğu bu görüş 1658'de Vassius ve daha sonra 1727'de astronomi tarihçisi J.F.Weidler (1691-1755) tarafından itirazlara uğradı. Onlar, Arap rakamlarını Eski Yunan'daki yeni Pythagorasçıların icat edip kullandığını iddia ettiler. Bu sav ve itirazlar miladi altıncı yüzyıl başında Roma'da yaşamış Boetius'un (470-525) "Ars geometriae" kitabının birinci makalesi sonunda, Apis adında dokuz harf ya da işaretle Pythagoras cetveli denilen sütunlu bir cetvel vasıtasıyla hesap yapıldığının anlatılmasına dayanıyordu.

Ancak araştırmalar ortaya çıkardı ki, bu paragraflar Boetius'un kitabına sonradan eklenmiş. İngiliz matematikçi J.O.Halliwell (1820-1889), 1841'de kitabın eski nüshasında bu paragrafların bulunmadığını gösterdi. Lackmann gibi ünlü bir Latince uzmanı Boetius'un böyle bir kitap yazmamış olabileceğini ortaya attı. Böylece aykırı savlar unutulmuş gibiydi. Ancak on dokuzuncu yüzyılda Fransız matematikçi M.Chasles (1793-1880) konuyu tekrar canlandırdı. Moritz B. Cantor (1829-1920), oryantalist F.Woepcke (1826-1864), tarihçi Henry Martin, Arap rakamlarının Yunan asıllı olduğunu ve Romalılar vasıtasıyla Avrupa'da yayıldığını ispata çalıştılar. İtalyan matematik tarihçisi Guglielmo Libri (1803-1869) de bu savlara karşı çıktı.

Salih Zeki, Libri'yi destekleyen başka deliller buluyor. Örneğin Apis rakamlarında 4, 5, 7, 8 sayılarına verilen isimlerin İbranice ya da Arapça'dan geldiğinin belli olduğuna daha önce değinilmiş. Salih Zeki, bunlara ek olarak 1 sayısını gösteren "İgin" isminin de Biruni'nin (973-1055) kitabında geçen Hintçe "Eyken"den gelmiş olabileceğine işaret ediyor. Boetius'un kitabının onuncu yüzyıldan önce, örneğin yedinci, sekizinci yüzyıllarda yazılmış bir nüshası da bulunamıyor. Bütün bu kanıtlara dayanarak, Salih Zeki, Paul Tannery'nin aşağıdaki sözlerinin doğruluğuna inanıyor:

> Araplar, miladın sekizinci yüzyılın sonuna doğru Hint sayı sistemini öğrenmişlerdir. Miladın dokuzuncu yüzyılı başlarında ortaya çıkan el-Harezmi'nin kitabı bu sistemin kabulünün kanıtıdır. Bilimin şimdiki durumuna göre, bu rakamlara Boetius'un kitabında bir köken aramak olanaklı değildir.

Son olarak Salih Zeki, F.Woepcke'nin *Journal Asiatique*' de 1863 yılı Mayıs, Haziran ve Temmuz aylarında çıkan makalelerindeki savlara ayrıntılı biçimde karşı çıkıyor. Woepcke, Gubar harflerinin Hint asıllı olduğunu kabul etmekle beraber, bu harflerin miladın ilk yüzyıllarında doğrudan doğruya Yunanlılara, oradan İskenderiye'ye geçtiğini, sonra Kuzey Afrika'da yayıldığını ve Arapların sekizinci yüzyılda Kuzey Afrika ve İspanya'ya çıktıklarında bu harfleri oradaki Hıristiyanlardan öğrendiklerini iddia etmişti.

İkinci Bölüm. Hint hesabı-Gubar hesabı: Hint rakamlarının Araplar tarafından tanınması, miladi 773'ten itibaren başlamıştır. Bu tarih, Halife Mansur'a bazı Hint astronomi kitapları sunan Hintlilerin Bağdad'a varış tarihidir.

Hint rakamlarıyla Hint hesabına ait ilk yazılı eser ise el-Harezmi'nin "Kitab fi el Hisab el-Hindî"sidir. Salih Zeki bunu söyledikten sonra, el-Harezmi'nin daha önce ticaret, veraset, vasiyet gibi işlemlerde kullanılan hesaplara ve hesabın geometriye uygulanmasına dair "Kitab el-Muhtasar fi'el-Hisab el-Cebir ve el Mukabele" adıyla bir kitap daha yazmış olduğunu ekliyor.

Harezmi'nin doğrudan doğruya Hint hesabını anlatan kitabının Arapça nüshası yazık ki bulunamamış. Yalnız on dokuzuncu yüzyılda Cambridge kütüphanesinde Latince çevirisi bulunmuş. Bu kitap 1857 yılında Roma'da basılmış. Kitabı çeviren de Bath'lı Adelard (1075-1164) adıyla bilinen rahip.

Harezmi'nin kitaplarını batıda tanıtan öteki iki eser ise Fibonacci'nin (1170-1240) "Liber Abaci" kitabı (1202) ile L.Pacioli'nin (1445-1514) "Summa di Arithmetica, Geometria" adlı kitabı (1499). İşte bu kitaplar sayesinde Hint rakamları ve konumsal hesap yöntemi Avrupalılar arasında yayılmıştır.

Hint hesabı. Bu kitaplarda sayıların 1 den başlayarak sonsuza uzandığı, fakat hepsini ifade için 12 kelimenin yeterli olduğu anlatılmıştı. 1 den 9'a kadar rakamlar, sonra 10, 100 ve 1000 için özel kelimeler kullanılagelmişti.

Araplarda eskiden beri sayı sistemi ondalık idi. Yalnız 1000'den yukarıdaki milyon, milyar gibi basamaklara ayrıca isimler verilmez, elf elf (bin bin) elf elf elf (bin bin bin) denilirdi. Sekizinci yüzyılda Hintlilerin sayıları konumsal yazma sistemini Arapların kendi ondalık sistemlerine uydurması güç olmadı. Araplar, rakamları kendi yazılarına göre sağdan sola yazıyorlar ama önce birleri, sonra onları, yüzleri, vb. lerini yazıyorlardı. Hintliler ise soldan sağa, ama önce en büyük basamaktan başlayarak birlere doğru yazıyorlardı.

Böylece Arapların yazı sistemi, olduğu gibi Hint yazı sistemine dönüştü. Örneğin, 6893 sayısını Araplar "Altı bin sekiz yüz doksan üç" şeklinde, Hintliler ise 6893 şeklinde yazıyorlardı.

Sıfır için iki şekil vardı: (0) ve (**.**). Önce sıfır kullanıldı, sonradan on sekizinci yüzyılda noktaya geçildi.

Bu girişten sonra Salih Zeki, İslam hesap kitaplarında anlatılan işlemlere geçiyor. Önce bu kitaplarda kullanılan bir sınıflamayı tanımlıyor. Sayılar, sıfırdan başka bir ve en az iki rakamlı olmalarına göre yalın sayılar ve bileşik sayılar diye iki sınıfa ayrılıyor. Örneğin 3 ve 3000 yalın sayılar, 11 sayısı ise bileşik sayı idi.

Tam sayı işlemleri. Toplama, çıkarma, çarpma, bölme, karesini ya da kübünü alma, kare kökünü alma işlemleri tüm ayrıntıları ile anlatılıyor. Bunları anlatırken Salih Zeki'nin yararlandığı eserler, Abdurrahim el-Maraşi (öl. 1736) nin "Şerh-i Bahaiyye", İbn el-Bennâ'nın (öl.1321) "Telhis Amal el-Hisab", Ebu Bekir Muhammed b. Hasan el-Hasib el-Kerhi'nin (el-Kereci, öl. 1029) "el-Kafî fi el-Hisab", Şerefeddin Hüseyn b. Muhammed b. Abdullah et-Tayyibi'nin (öl. 1342-1343) "Mukaddime fi İlmi'l-Hisabi'l-Yed" adlı kitapları.

Çarpma için şöyle bir özel tanım vermişler: *b* ve *c* nin çarpımı öyle bir *bc* sayısıdır ki $\frac{1}{b}=\frac{c}{bc}$ eşitliği sağlansın. Bu tanımlama biçimi, tam olmayan sayıları da içine aldığı için, alışılmış şekilden daha genel bir tanım.

Çarpma işlemi için birçok değişik yöntem bulmuşlar. Aktarma ile çarpma, aktarma yapmadan çarpma ki, bu da bir kaç çeşit (ünlü çarpma, noktalı çarpma, süslemeli çarpma, karşı karşıya çarpma ve cetvelli çarpma ya da şebekeli çarpma). Bunlar içinde karşı karşıya çarpma (ki meşhur çarpma diye de tanınır) bugün okulda öğrendiğimiz çarpma yöntemidir.

Ayrıca özel durumlar için başka çarpma yöntemleri de vardı ve bunlar zihin hesabında kullanılırdı. Salih Zeki bunların en önemlileri olarak dörtgenleştirerek ve toplayarak çarpma, bölme ile çarpma, oran ile çarpma, bütün rakamları 9 olan bir sayının başka bir sayıyla çarpımı gibi özel yöntemleri anlatıyor. Örneğin dörtgenleştirerek ve toplayarak (ya da çıkararak) çarpma şöyle yapılıyor:

105x102 = (100+5) (100+2)

= 10 000 +700+10 = 10710

97x98 = (100-3) (100-2) = 10 000 – 500 + 6 = 9506

Bütün bu işlemlerde sağlama 9 ile bölünerek yapılıyor (el-Harezmi'nin kitabında var).

Bölme işlemini de daha genel olarak şöyle tanımlıyorlar: *b*, *c* verildiğine göre öyle bir $\frac{b}{c}$ sayısı bulunacak ki, 1 in $\frac{b}{c}$ ye oranı, *c*'nin *b*'ye oranına eşit olsun.

Bölme için iki yöntem var: aktarmalı ve aktarmasız. İkinci yöntem bizim şimdiki yönteme daha yakın. Aktarmasız bölme de üç değişik biçimde yapılabiliyor.

Kare, ya da küp almak için çarpma yöntemlerinden herhangi birini kullanırlardı. Ayrıca, karesi alınacak sayıyı basamaklarına ayırarak ayrı ayrı çarpıp toplamaya dayanan bir özel kural da geliştirmişlerdi.

Kare kök almak için ufak farklarla bugünkü yöntemi kullanırlardı.

Bunlardan sonra, yaklaşık kare kök alma yöntemleri de anlatılıyor.

Kesir işlemleri. Araplar, $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{6},\frac{1}{7},\frac{1}{8},\frac{1}{9}$ için özel kelimeler oluşturdu. Bu kesirlere yalın kesirler (küsur-ı müfred) tüm öteki kesirlere bileşik kesirler (küsur-ı mürekkeb) ve irrasyonal kesirler (küsur-ı sammâ) dediler. Böylece üçe ayrılan kesirler içinde bileşik kesirler de beş gruba ayrıldı.

Yalın kesirlerle, tekrarlama, toplama, çarpma, çıkarma ya da bunların karışımı yoluyla yalın kesirlere dönüştürülebilen bileşik kesirlerin tümü rasyonel kesirler (küsur-ı mantık), böyle hiç bir yöntemle dokuz yalın kesirden birine dönüştürülemeyen kesirler de irrasyonel kesirler (küsur-ı sammâ) olmuştu. (Kuşkusuz, buradaki irrasyonel deyiminin anlamı bizim bugün kullandığımız irrasyonel sayı anlamından tamamen farklıdır)

Örneğin $\frac{1}{11}$ irrasyonel bir kesirdir. $\frac{8}{15}$ ise, $\frac{8}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$ şeklinde yazılabildiği için rasyonel bir kesirdir. Görülebilir ki verilen kesirde, paydada 11 ya da daha büyük bir asal sayı varsa bu kesir yalın hale dönüştürülemez, irrasyonel bir kesirdir. Kesirlerin bu özelliğini göz önüne alarak bazı Arapça hesap kitaplarında sayılar üç sınıfa ayrılır:

a) İlk sayılar: Kendi parçalarından başkasını kabul etmeyen, şimdiki deyimle 1 ve kendisinden başka sayılarla bölünemeyen sayılar (bizim asal sayı dediklerimiz).
b) İkinci sayılar: Kendi parçalarından başka parçaları kabul eden sayılar,
c) Üçüncü sayılar: Kendi parçalarından başka parçaları kabul eden ve fakat bir ikinci sayıyla bir ilk sayının çarpımından oluşan sayılar.

Örneğin, 5, 7, 11 birer ilk sayı, 40, 60 birer ikinci sayı, (40=4x10, 60 = 6x10), 28, 78 birer üçüncü sayı (28=4x7, 78=6x13) dır.

Bu arada Salih Zeki'nin işaret ettiği ilginç bir gelişme var. Arapların bu şekilde tanımladığı ilk sayılar, Fransızca'ya "nombres premiers" olarak çevrilmiş. Daha sonra Fransızca matematik kitapları Türkçe'ye çevrilirken aynı deyim 'ilk sayı' yerine 'asal sayı' adını almış. Öte yandan yine bu fasılda Salih Zeki, aşağıdaki ilginç değerlendirmeyi yapıyor.

Değerlendirme (s.197). Doğulu matematikçilerin tüm kesirleri daima dokuz kesre ya da bunlardan bileşik kesirlere dönüştürmeye çalışmalarının iki nedeni vardı. Birincisi Arapların pratikte yalın kesirleri kullanmaya iyice alışmış olmaları ve Arapça'da bu dokuz yalın kesri tek tek belirten kelimeler bulunmuş olmasıdır. Sayıların asal olan ve olmayan diye iki doğal sınıfı varken, ikinci, üçüncü sayılar diye yapay sınıflar ortaya çıkarmalarının da nedeni herhalde buydu. İkinci nedeni ise zihin hesabında bilinen kelimelerin kullanılması kolaylık yarattığı için işlemleri bu kelimelerle belirtmeye çalışmaktı. Böyle bir pratik faydası varsa da, sırf bu faydayı sağlamak için matematik işlemlerini dilin bu kalıplarına uydurmaya çalışmak, matematiğin gelişmesinde frenleyici bir rol oynamıştır.

Salih Zeki'nin bu değerlendirmesine katılmamak mümkün değil. Ayrıca hepsi aynı sonucu veren birçok değişik çarpma, bölme yöntemi bulmak ve onları yürürlükte tutmakla uğraşmak yerine yeni matematiksel yapılar ve eşitlikler aramak herhalde çok daha verimli bir uğraş olurdu.

Bu değerlendirmeden sonra Salih Zeki, bayağı kesirlerle (pay ve payda ile gösterilen kesirler) yapılan işlemleri örneklerle geniş biçimde açıklıyor.

Ondalık kesirler. Salih Zeki, bu bölüme, Doğu'da ve Batı'da genel olarak kabul edilen fikrin, ondalık kesirlerin ilk önce Avrupa'da miladi on yedinci yüzyılda tasarlanıp kullanıldığı şeklinde olduğunu belirttikten sonra kendi incelemelerinin bunun tersini ispat ettiğini söyleyerek başlıyor. Gösterdiği kanıt 1412-1423 arasında Semerkant'ta Gıyaseddin Cemşid'in yazdığı "Risale el-Muhittiye" kitabında π nin değerini hesap etmiş ve bunu önce Cümel rakamlarıyla ve altmışlık kesirlerle, sonra Hint rakamları ve ondalık kesirlerle ifade etmiş olmasıdır.

Cemşid'in bulduğu değer, π = 3,1415926535897932'dir ki, son ondalık hanesine kadar bugün bilinen değere uygundur.

Daha sonra Gıyaseddin Cemşid'in yazma yöntemini öğrenmiş olan astronom Takiyüddin 1570 yıllarında İstanbulda çalışırken trigonometrik oranları da ondalık kesirlerle, yalnız Cümel rakamlarını kullanarak, ifade etmiştir. Batı'da ise on yedinci yüzyıl başında İngiltere'de yaşayan W.Ougthred (1575-1660) ilk kez ondalık kesirleri kullanmıştır.

Oran ve orantı. Burada, Salih Zeki, Doğulu matematikçilerin eskilere uyarak, iki sayının farkı ile bölümü şeklinde iki ayrı oran düşündüklerini, farkı belirtene "Nisbet el-Adediyye" (Aritmetik oran), bölümü belirtene "Nisbet el-

Hendesiyye" (Geometrik oran) dediklerini anlatıyor ve her iki oranla kurulmuş dizi örnekleri veriyor. Ama bu aritmetik ve geometrik dizilerin özellikleri üzerinde durmuyor, çünkü bu bahis hesaptan çok Aritmetiki (Sayılar teorisi) bilimine giriyor. Öte yandan orantıların çeşitli şekillerinden etraflı biçimde söz ediyor. Burada da her değişik şekle başka isimler verilmiş olduğunu ama temel matematiksel özelliğin değişmediğini görüyoruz.

Problem çözümü. Hesap problemlerini çözmek için Doğulu matematikçilerin çoğunlukla kullandıkları üç yöntem var: Orantılı dörtlü, çift yanlış ve ters çevirme yolları. Salih Zeki her üç yöntemi örnekler üzerinde açıklıyor.

Orantılı dörtlü yöntemi, birinci dereceden denklemlerle ifade edilen problemlerin çözümünde kullanılıyor. Denklem $mx = n$, ya da genellikle m katsayısı $\frac{b}{c}$ gibi bir oranla verildiği için, denklem $\frac{b}{c}x = n$ şeklinde bir orantılı dörtlüye dönüşür ve buradan x bilinmeyeni bulunur.

Çift yanlış yöntemi. Hintlilerden alınmış bir yöntemdir. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde kesin çözümü, daha yüksek dereceli denklemlerde ise yaklaşık çözümü verir. Problemin

$$f(x) = 0$$

şeklinde bir denkleme dönüştüğünü varsayalım. Bilinmeyen x yerine b ve b' gibi her hangi iki değer konulunca elde edilen sonuçlar c ve c' ise,

$$\frac{f(b) - f(x)}{f(b') - f(x)} = \frac{b - x}{b' - x} \quad \text{ya da} \quad \frac{c}{c'} = \frac{b - x}{b' - x}$$

varsayılarak, bilinmeyen için

$$x = \frac{bc' - b'c}{c' - c}$$ bulunur.

Eğer $f(x)$ fonksiyonu x cinsinden birinci dereceden ise, x için böyle bulunan değer gerçek çözümdür. Eğer $f(x)$, x cinsinden daha yüksek dereceler içeriyorsa sonuç yaklaşık bir değer çıkar.

Ayırma ve ters çevirme yöntemi. Arapçasıyla "Tarik-i redd ve aks" ya da "Tarik-i tahlil ve teaküs" denilen bu yöntem, problemdeki bilinen üzerine ters işlemler yaparak bilinmeyeni bulmak demektir. Salih Zeki buna ait bir kaç örnek veriyor. Bir tanesi şu problem: "Hangi sayının üçte biri kendisinden çıkarılınca geriye 4 kalır?" Yanıt şöyle: Üçte biri çıkarılınca kalan üçte ikidir. Problemde üçte ikinin dört ettiği söyleniyor. Yarısını alırsak üçte biri 2 eder. Tersine çevirirsek üç katı 6 olur. Yanıt 6 dır.

Son bölüm. Zihin hesabı. Salih Zeki, bu bölümün başına *Keşfüzzünun*'dan ilginç bir açıklama almış. Burada Kâtip Çelebi şunları söylüyor:

> Zihin hesabı, yazı yazmadan, zihinde büyük meblağların hesabının bilindiği bir bilimdir. Bazı hesap kitaplarında söz konusu bilimin yolları ve kuralları vardır. Tacirlere yolculuklarında, halktan yazma bilmeyen esnafa ve yazma fırsatı bulamayan seçkinlere bu bilimin büyük faydası vardır.

Bu açıklamadan da anlaşılıyor ki Araplarda zihin hesabı, birçok kimsenin başvurduğu, yararlandığı önemli bir teknik haline gelmiş. "Hisab-ı hevâ" ya da "Hisab el-hevaî" dedikleri ve yazılı rakamlar kullanmaksızın zihinden işlemler yaptıran bu teknik, çoğunluğun başvurduğu tek hesap şekli olmuş. "Hisab el-ukud" denilen parmak hesabı da bunun bir özel şekli. Zihin hesabını anlatan ünlü bir kitap, Ebu Bekir Muhammed b. Hasan el-Kerecî'nin (öl.1029) "el-Kafî fi el-Hisab" isimli kitabı. Salih Zeki bu kitaptan birçok bilgi ve örnek alıyor.

Zihin hesabında da ondalık sistem kullanıyor. Sayı basamakları birler, onlar, yüzler.... diye geçiyor. Her basamak, kendinden önce gelenin on katı. Her basamakta dokuz düğüm var, birlerde, bir, iki, ..., dokuz; onlarda on, yirmi, ..., doksan gibi.

Araplarda özel ismi olan en büyük basamak bin (elf) idi. Örneğin milyon için bin bin (elf elf) derlerdi. Bu durum eski Türklerde de benzer şekildeydi. Yalnız bir farkla: Araplarda bir sayı, en küçük basamaktan başlayarak söylenirken Türklerde en büyük basamaktan başlanırdı. Örneğin 375 sayısını Araplar "beş ve yetmiş ve üç yüz" diye okurdu. Türkler, şimdiki gibi üç yüz yetmiş beş derlerdi.

Bu girişten sonra Salih Zeki, toplama, çıkarma, iki kat yapma, yarıya bölme, çarpma ve bölme işlemlerinin zihin hesabında nasıl yapıldığını anlatıyor, kısa yolları gösteriyor, kesirlerle yapılan işlemleri ayrıca ele alıyor ve hepsi için örnekler veriyor.

Özel kurallara bir örnek vereyim. 10 ile 20 arasındaki iki sayının çarpımını bulmak için şu kuralı kullanmışlar. Önce sayılardan birinin birlerini ötekini sayıya ekleyin ve toplamın on katını alarak aklınızda tutun. Sonra bu iki sayının birlerini birbiriyle çarpın ve bu çarpımı zihninizde tuttuğunuz sayıya ekleyin. Toplam, elinizdeki iki sayının çarpımını verir. Örneğin 15x18 çarpımını bulmak için önce 5+18=23, 23x10=230 sayısını aklımızda tutuyoruz. Sonra 5x8=40 çarpımını buna ekliyoruz, 40+230=270 sonucu çıkıyor ki bu 270 sayısı aynı zamanda 15x18 çarpımının sonucu oluyor (15x18=270).

Bölmede ilginç bir nokta olarak, müslüman hesap uzmanları, bir sayının kendinden küçüğüne bölümüne "Kısmet", kendinden büyüğüne bölümüne "Nisbet" diyorlardı. Nisbet sonucu bir kesir olacağı için bu kesri dokuz yalın kesirden birine dönüştürmeye çalışırlardı. Çünkü hep zihin hesabı kullanan esnaf ve tüccarlar özel adları olan bu dokuz kesirle hesap yapmaya alışmışlardı.

O kadar ki, örneğin bir büyüklüğün onda yedisi demektense, o büyüklüğün "Nısfı ve humsu" (yarım ve beşte biri) demeyi daha uygun ve anlamlı bulurlardı. ($\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{7}{10}$). Birkaç yalın kesrin ortak paydasını ezbere bilirlerdi. Bu konuda anlatılan bir öykü de var: Bir gün Hazreti Ali'ye rastlayan bir kimse dokuz kesrin ortak paydasını sormuş, o da derhal, "Haftanın günlerini senenin günleriyle çarp" yanıtını vermiş. Gerçekten 7x360= 2520, dokuz yalın kesrin paydalarının en küçük ortak katına eşit.

Salih Zeki'nin son olarak üzerinde durduğu bir nokta, Arapların Zihin hesabı dedikleri hesap sistemini, bazı Avrupalıların yaptığı gibi, sadece rakamlar yerine kelimeler kullanarak yapılan hesap diye tanımlamanın yanlış olacağı. Arapların uygulamadaki gereksinmelerine karşılık vermek üzere geliştirilmiş bu hesabın, genellikle sayıların toplanması ve çıkarılmasıyla, yalın sayıları çarpma ve bölmeyi ezberden yapabilmek ve dokuz yalın kesri kolaylıkla zihinden bulabilmek için oluşturulmuş bir hesap sistemi olduğunu belirterek ikinci cilde son veriyor.

Yazımı kısa bir kişisel değerlendirme ile bitireyim. *Asâr-ı Bâkiye*'nin yeni Türkçe ile basılan ilk üç cildi, hem Salih Zeki'nin matematik tarihi açısından özgün savlarını içermesiyle, hem Ptolemaios, Gıyaseddin Cemşid, Kadızade vb. gibi ünlü matematikçi ve astronomların hesap yöntemlerini ayrıntılı biçimde açıklamasıyla, hem de İslam hesap kitaplarında yer verilmiş birçok pratik hesap kuralını anlatmasıyla günümüz bilim tarihçileri için çok yararlı bir başvuru kitabı olacaktır.

Salih Zeki and *Asâr-ı Bâkiye*

Erdal İnönü

In commemoration of the hundred fortieth anniversary of the birth of Salih Zeki (1864-1921), the last renown Ottoman mathematician, a summary and evaluation of his book on the development of mathematics in Islam, *Asâr-ı Bâkiye* [*Athar-i Baqiya*]is presented.

Originally, the book was planned to have four volumes, dealing separately with trigonometry, arithmetic and algebra, astronomy and geometry. Unfortunately, only the first two volumes have been printed (1913). Recently, the science historians at Ankara University transcribed these two volumes into modern Turkish and, my presentation is based on this edition completed in 2004.

In his preface, Salih Zeki explains his aim in writing this book as "indicating the additions brought by Eastern mathematicians to the old edifice of Greek mathematics, and establishing clearly the levels of development at which this legacy was transmitted to Western scientists."

The first volume on trigonometry starts with explaining how the old astronomers, including Ptolemaios (c.100-c.170) dealt with angles, using only the chords, and a relevant theorem of Menelaus (c.100). He continues with the introduction of the concepts and tables of trigonometric terms, such as sines by Thabit ibn Qurra (836-901), followed by Jabir al-Battani (c.858-929) and tangents by Abu'l-Wafa al-Buzjani (940-998). Through a detailed analysis of various astronomical or trigonometric tables, he makes it clear that the science of trigonometry is essentially the creation of Eastern mathematicians (mostly Islamic, following a beginning in India). I may add that this conclusion is shared by the statements of Western historians, such as Paul Tannery (in 1893) and Colin Ronan (in 1983).

The second volume relates in detail how the present number characters (both Arabic and Latin) evolved from Indian numerals through the book *Kitab fi el Hisab el-Hindi* by al-Khwarizmi (c. 780-c. 850) which was written to teach the people how to use numbers in their daily lives. There were two kinds of numerals in al-Khwarizmi's book, both taken from Indian mathematics. One of them, through the translations *Liber Abaci*, 1202 by L.Fibonacci (1170-post 1240) and *Summa di Arithmetica, Geometria* (1494) by L.Pacioli (c. 1445-c.1514) led to the development of Latin numerals, and the other, through the works of Islamic mathematicians gave rise to Arabic numerals.

Salih Zeki presents several arguments to refute the claim made by some Western historians that the Indian-Arabic numerals were first invented in ancient Greece by the followers of Pythagoras (c.570-c.490). Finally, he gives two examples to show that decimal fractions were first used by Islamic mathematicians; one is the decimal expression of π by Jamshid Ghiyath al-Din al-Kashi (d. 1429) obtained in Samarkand around 1420, which was valid to the sixteenth decimal point, and the other is the decimal expression used for the trigonometric tables prepared by the astronomer Taqi al-Din (d.1585) in Istanbul, around 1570.

As a conclusion, I wish to express the view that, Salih Zeki's *Asâr-ı Bâkiye*, both by documenting attempts to clarify the priorities in the development of mathematics, and in providing a detailed explanation of many interesting computations by ancient mathematicians, remains an important reference work for historians of mathematics all over the world.

Key words: Mathematics, Islam, trigonometry, decimal fractions, Salih Zeki, *Asâr-ı Bâkiye, Athar-i Baqiya*; **Anahtar kelimeler:** Matematik, İslam, trigonometri, ondalık kesirler, Salih Zeki, *Asâr-ı Bâkiye,* .