



**DÜŞÜK Re SAYISINDA VASKÜLER (DAMARSAL) TÜP DARALMALARINDA  
GÖZLEMLENEN AKIŞ DEĞİŞİMLERİNİN NÜMERİK ANALİZİ**

**(NUMERICAL STUDY ON FLOW INVESTIGATION OF  
VASCULAR TUBE CONSTRICTIONS AT LOW Re NUMBER)**

**Cahit GÜRLEK, Ali PINARBAŞI\***

**ÖZET/ABSTRACT**

Bu çalışmanın amacı laminer akış şartları altında çok önemli bir rol oynayan vasküler (damarsal) tüp daralmalarının etkilerini göstermektir. Bu konuda esas olarak iki tezat görüş mevcuttur. Bunlardan birincisi, kütle akış hızı, düşük kayma gerilmelerinin olduğu bölgede küçük olup akış durgunlaşmaktadır, buna tezat görüş olarak ise, endotelial hücre yüksek kayma gerilmesinden dolayı birtakım zararlara maruz kalabilir. Bu amaç doğrultusunda, bir vasküler (damarsal) tüpün ardışık iki bölgesinde akış incelenmesi yapmak için, Reynolds sayısının 25 ile 1000 değerleri arasında, yani laminer bölge yaklaşımıyla ANSYS-Flotran kodu kullanılarak nümerik inceleme yapılmıştır. Çalışmanın sonuçları iki boyutlu hız vektörleri ve akım çizgilerindeki değişimler olmak üzere dört farklı daralma modeli için incelenmiş olup, Reynolds sayısının etkisi olarak yüksek Reynolds sayılarında, daralan bölgeler üzerinde gözlemlenen ters akış hareketlerinde belirgin bir artış gözlemlenmiştir.

*The purpose of the study is to show that the effect of the vascular tube constrictions play very important role under laminar flow condition. Mainly, there are two contradictory views; that the mass transfer rate is small in a low wall shear stress zone, where the flow stagnates, and conversely, that the endothelial cell might be damaged in a high wall shear stress zone. For this purpose, steady fluid flow investigation in the neighborhoods of two consecutive passage in a vascular tube were chosen for the computational method for approaching Reynolds number of 25 to 1000. ANSYS based computational solver were used for obtaining two-dimensional velocity vectors, stream function. The effect of Reynolds numbers are observed where Reynolds number increase, the reverse flow increase in the constrictions significantly.*

**ANAHTAR KELİMELEK/KEYWORDS**

Vasküler (damarsal) tüp, Damarlarda daralma, Borularda laminer akış, Sonlu elemanlar metodu

*Vascular tube, Flow constrictions, Internal pipe flow, Finite element method*

---

\* Cumhuriyet Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü. Sivas

## 1. GİRİŞ

Sanayi toplumlarında, gerek beslenme alışkanlıkları, gerekse yaşam koşulları nedeniyle damar tıkanıklıklarından kaynaklanan hastalıklardaki artış, bu konuya gösterilen ilginin ve bu konuda yapılan sayısal, deneysel çalışmaların artmasını sağlamıştır. 1970'li yıllardan başlayarak damarlardaki kan akışı modelleri üzerinde yapılan sayısal ve deneysel çalışmalar, akış yapıları ve bunların damar hastalıkları üzerindeki etkisi hakkında önemli verilerin elde edilmesini sağlamıştır. Bu amaçla yapılan çalışmaları özetleyecek olursak: Young ve Tsai (1973) damar daralma modellerinde kararlı akış koşullarında bazı akış yapıları üzerinde çalışmalar yaparak akış yapısının laminer mi, geçiş bölgesinde mi yoksa türbülanslı mı olduğu incelenmiştir. Ahmed ve Giddens (1984), ise yaptıkları deneysel çalışmada, LDA (Laser Doppler Anemometry) kullanarak, damar daralmalarını tanımlayan bir tüp içerisindeki hız alanlarını incelemiştir. Akış alanını görüntülemek için hidrojen kabarcıkları kullanılmıştır. Çalışma değişik daralma oranlarındaki (%25, 50 ve 75) tüpler için, daimi akış kabulüyle, Re sayısının 500-2000 arasındaki değerlerinde gerçekleştirilmiştir. Yüksek Re sayılarına ve boğum oranlarına bağlı olarak türbülansın oluştuğu ve yüzey kayma gerilmelerinin yaklaşık olarak dört kat arttığı belirtilmiştir. Diğer bir deneysel çalışma ise Siouffi vd (1984) tarafından, zamandan bağımsız akış halinin, tek boğumlu bir tüp içerisindeki akış yapısı üzerindeki etkisini araştırmak amacıyla yöneliktir. Hız dağılımını ölçmek için ultrasonik bir hız ölçer, akışı görüntülemek için de lazer ışınları kullanılmıştır. Kararlı ve kararsız akış halinde elde edilen hız profillerinin ve akış görüntülerinin karşılaştırılmasından, kararsız akış halinin, akış yapısı üzerinde önemli etkilerinin olduğu sonucu çıkarılmıştır. Back vd (1986) tarafından damar hastalığı olan bir kadavradan alınan insan damarı üzerinde basınç dağılımı ölçümleri Re sayısının 50-600 değerleri arasında deneysel olarak yapılmıştır. Yersel basınç ölçümlerinden beklendiği gibi basınç değerlerinin, damar boyunca düştüğü görülmüştür. Düşük Re sayılarında ( $Re < 100$ ) viskoz etkilerin önemli olduğu, yüksek Re sayılarında momentum değişimlerinin bölgesel olarak basınç değerlerini yükselttiği gözlemlenmiştir. Damar boyunca yüzey kayma gerilmesi değerleri çıkarılarak, bu değerlerde daralmaların en uç kısmında ani artışlar, bu noktalardan hemen sonra da ani düşüşler görülmüştür. Genel olarak kayma gerilmesi seviyelerinin dağılma bölgelerinde, birleşme bölgelerine göre oldukça düşük çıktığı belirtilmiştir.

Bu çalışmalara paralel olarak literatürde karşılaşılan nümerik çalışmalar ise; Deshpande vd (1976) farklı geometrilerdeki vasküler tüpler içerisinde Newton akışkanı için kararlı, laminer akım koşullarında Navier-Stokes denklemlerini silindirik koordinatlarda çözerek sayısal sonuçlar elde etmişlerdir. Çalışmada akış alanına ait akım çizgilerini, vorticity dağılımı, ayrılma, birleşme noktaları ve yüzey kayma gerilmelerini elde ederek akış alanındaki çevrıntilerin ve yüksek yüzey kayma gerilmelerinin damar hastalıklarında etkili olduğu belirtilmiştir. Lee (1994) kararlı, laminer akış yaklaşımıyla, ardışık iki boğumdan oluşan dört farklı daralma modeli için, Re sayısının 5-200 değerleri arasında sayısal inceleme yapmıştır. Gaussian normal dağılım profili kullanılarak üretilen geometrilerde, her bir daralma modeli için boğum çapları ve ardışık iki boğum arası mesafe farklı alınmıştır. Akışkan akışına ait denklemler sonlu farklar sayısal çözüm yöntemi kullanılarak vorticity-stream function yaklaşımıyla çözümlenerek farklı Reynolds sayılarında hız dağılımları, akım çizgileri, vorticity konturları ve yüzey vorticity değerleri elde edilmiştir. Birinci daralma çapının ikinciden büyük olduğu ve boğumlar arası mesafenin kısa olduğu geometride, girdapların boğumlar arasındaki bölgede oluştuğu ve Re sayısının artmasıyla birlikte dağılma, birleşme noktalarında küçük değişimler olduğu belirtilmiştir. İkinci daralma çapının birinciden büyük olduğu geometride boğumlar arasındaki çevrıntinin Re sayısının artmasıyla birlikte, ikinci boğumun

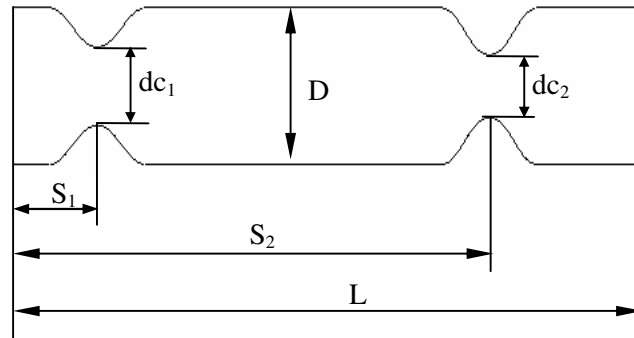
akım yönünde oluşan çevrintiyle birleşme eğiliminde olduğu ve bunun da ikinci boğuma yakın bölgede negatif yüzey kayma gerilmesi oluşturduğu belirtilmiştir. Farklı daralma oranlarında olan tek boğumlu bir daralma modeli üzerine yapılan nümerik çalışmada, çeperlerde oluşan basınç ve kayma gerilmesi dağılımları çıkarılarak, damarlardaki deformasyonun yüksek kayma gerilmelerinden kaynaklanmadığı, bunun yanında boğumları takiben oluşan yeniden girdap hareketleri ile deformasyonlar arasında bir ilişki olabileceği Huang vd (1995) tarafından savunulmuş olup, elde edilen nümerik sonuçlarla deneysel veriler arasında uyum gözlemlendiği vurgulanmıştır.

Şu ana kadar yapılan deneysel ve nümerik çalışmalar her ne kadar vasküler tüp etrafındaki akışın fiziği konusunda genel olarak bir fikir verebilecek düzeyde olmasına rağmen, gerçek damar daralmaları açısından bakıldığında yeterli oranda, farklı daralma yapısını içerecek çalışmalar açısından bir eksiklik olduğu ve farklı Reynolds sayıları, özellikle laminer bölge içerisinde kalmak şartıyla, yüksek Reynolds sayılarında yeterli çalışma olmadığı yapılan literatür incelemesinden tespit edilmiştir. Bu çalışmada, yukarıda belirtilen eksikliği gidermek amacıyla dört farklı daralmayı karakterize eden daralma yapısı, farklı Reynolds sayılarında (25'den 1000'e kadar) incelenmiş olup, akım bölgesi üzerinde hız vektörleri ve akım çizgileri ANSYS sonlu elemanlar yöntemine dayalı Flotran kodu kullanmak suretiyle çıkarılmıştır.

## 2. NÜMERİK MODELLEME

### 2.1. Geometrik Detaylar

Daralma yapısını karakterize eden bir model Şekil 1'de verilmektedir. Daralma modellerini oluşturan boyutlar literatürde incelenen yapı ile benzer olarak seçilmiştir. (Lee, 1994).



Şekil 1. Farklı Geometrilerdeki daralma modeli

Burada;

$c_i$  : Daralma oranı,  $c_i = (D - dc_i)/D$

$dc_i$  : Daralma çapı

$D$  : Sabit kesitli bölgedeki tüp çapı

$L$  : Tüp uzunluğu

$S_1, S_2$  : Birinci ve ikinci daralmaların giriş kesitine olan boyutsuz uzaklıkları

$S$  : Daralmalar arasındaki uzaklık,  $S = (s_1 - s_2)$

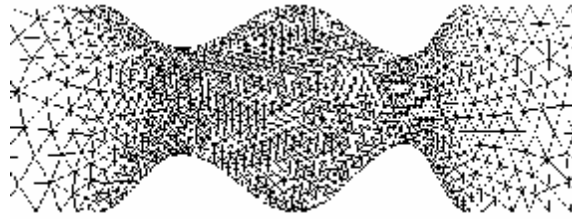
Bu çalışmada ilk daralmanın giriş kesitine olan uzaklığı  $s_1 = 2$  olarak alınmıştır. Dört farklı model için kullanılan geometrik detaylar boyutsuz olarak Çizelge 1'de verilmektedir.

## 2.2. Ağ Yapısı

ANSYS yardımıyla oluşturulan nümerik çalışmanın temelini oluşturan ağ yapısının bir örneği ise Şekil 2'de görülmektedir.

Çizelge 1. Dört farklı model için kullanılan geometrik detaylar

Model No	$c_1$	$c_2$	S/D
1	0.5	0.5	1
2	0.5	0.5	3
3	0.5	0.2	1
4	0.5	0.2	3



Şekil 2. Kullanılan ağ yapısına bir örnek

Sonlu eleman modelinin oluşturulması için ağ oluşturulan geometrilerde eleman olarak 2 boyutlu viskoz akım problemleri için geliştirilmiş olan Fluid 141 kullanılmıştır. Oluşturulan farklı daralma modelleri için farklı eleman ve düğüm sayıları kullanılmıştır. Örneğin 1 no'lu daralma modeli için 15354 üçgenel eleman ve 7842 düğüm noktasından oluşmaktadır.

## 2.3. Nümerik Çözüm Tekniği

Sonlu elemanlar esasına dayanan sayısal analizin temeli Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerinin çözülmesini içermektedir. Elemanlara ait denklemlerin üretilmesinde FLOTRAN ağırlıklı kalanlar yaklaşımı esasına dayanan Galarkin metodu kullanılmaktadır. 2-boyutlu hız bileşenlerinin eldesin de ise çözücü olarak Tri-Diagonal Matrix Algoritma (TDMA) kullanılmıştır.

Literatürde yapılan araştırma sonucu (Huang vd (1995), Krams vd (1999)), akışkan olarak kan için newtonian tipi akışkan olarak kabul edilmesinde, hata oranının çok büyük olmayacağı tesbit edilmiştir. Literatürden alınan değerlere göre kan için fiziksel özellikler ise yoğunluğunun  $\rho=1050 \text{ kg/m}^3$ , mutlak viskozitenin ise  $\mu=0.04 \text{ kg/m.s}$  civarında olduğu belirlenmektedir. Bu sebeple, çalışmada da ANSYS-Flotran kodu tarafından benzeri bir kabul ile newtonian bir akışkan için çözülen süreklilik denkleminin genel formu

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(V_z)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

şeklinde verilebilir. Burada;  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  sırasıyla x,y ve z koordinatlarındaki hız vektörlerini,  $\rho$  yoğunluğu ve  $t$  zamanı göstermektedir. Benzeri şekilde momentum denkleminin genel formu x yönünde

$$\frac{\partial \rho V_x}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_x V_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho V_y V_x)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho V_z V_x)}{\partial z} = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + R_x + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) + T_x \quad (2)$$

Burada x bileşeni için,  $g_x$  yerçekimi ivmesini,  $\mu_e$  mutlak viskoziteyi,  $R_x$ , dağılmış dirençleri ve  $T_x$  ise viskoz kayıp terimlerini tanımlamaktadır. Benzer şekilde momentum denklemini y yönünde de çıkarmak mümkündür.

## 2.4. Sınır şartları

Kullanılan çözücüde çevresel değişimlerin ihmal edilebileceği düşüncesiyle, (dairesel bir kesitte z yönündeki değişimler ihmal edilebilecek düzeydedir) denklemlerin uygulanması 2-boyutlu olarak ele alınmıştır. Bu amaca uygun olarak, süreklilik ve momentum denklemleri için uygulanan sınır şartları ise;

1. Reynolds sayısına bağlı kalarak,  $V=Re.\mu/\rho D$  bağıntısı yardımıyla hesaplanan hız değeri giriş kesitinin her noktası için sabit olmak kaydıyla, giriş sınır şartı olarak;
2. Çıkış kesitinde ise sıfır bağıl basınç değeri;
3. Kullanılan modellerin çeperlerinde ise kayma olmama koşuluna paralel olarak, sıfır hız değeri, yüzey sınır şartı olarak belirlendi.

## 3. SONUÇLARIN ANALİZİ

Sonlu elemanlar tekniğinin kullanımı suretiyle 2-Boyutlu viskoz, daimi ve sıkıştırılmaz kabul edilen akış incelenmesinde dört farklı daralma geometrisinin nümerik analizi sonucu elde edilmiş olan akış yapıları Reynolds sayısının 25, 100, 200 ve 1000 olduğu durumlar için çıkarılmıştır. Bu çalışmada belirtilen geometriler için hız vektörlerine ilave olarak akış dağılımlarının yoğun olduğu bölgelerin detaylı incelemesi ve akım çizgilerini oluşturan grafikler sunulmaktadır.

Reynolds sayısının 25 olduğu durumda dört farklı daralma geometrisinden elde edilen hız vektörlerinin oluşturduğu diyagramlar Şekil 3'de verilmektedir. Kesitin yapısından dolayı beklenen aksel simetrik yapı tüm geometrilerde gözlemlenmektedir.

Düşük hızda elde edilen bu değerlerden daralma kesitinin çapına bağlı olarak kinetik enerji değerlerinde belirginleşme gözlemlenmektedir. Bunun da toplam kütle akış dengesinden dolayı olduğu bilinen bir gerçektir. İki ardışık ve birbirine yakın olan daralan kesitlerde, özellikle her iki daralma çapının birbirine yakın olması durumunda, akışın ayrılma noktasına bağlı olarak, ara bölgede kütle yığılma olduğu ve bu düşük enerji yoğunluğuna sahip olan bölgenin cidarı zorladığı görülmektedir (Şekil 3, Konstrüksiyon I). Daralan kesitler arasındaki hız büyüklükleri arasındaki farklılığın eşit kütle debiden dolayı sadece kesitin çapı ile orantılı olarak değiştiği söylenebilir. Tüp cidarlarında herhangi bir ters akış izlenmemektedir, buna karşın, hız büyüklüğünün maksimum değerinin ise beklendiği gibi, daralmış olan kesitte oluşmasıyla birlikte, birbirine yakın olan kesitte, diğer geometrilere nazaran biraz yüksek hız gradyanının olduğu konstrüksiyon I ile III'ün karşılaştırılmasından çıkarılabilir. Bunun sonucu olarak da, hidrodinamik gelişimin daha kısa mesafede tamamlanmış olduğu (sınır tabaka kalınlıklarındaki değişimden dolayı) sonucu çıkarılabilir. Ayrılma noktası, özellikle ikinci daralma bölgesinde birinciye nazaran ileri bir noktada

gerçekleşmekte, bununda oluşan jet akımının dağılımından kaynaklandığı sanılmaktadır. Genel olarak Reynolds sayısının 25 olduğu durumda, dört farklı daralma modeli incelendiğinde, fazla ani değişimler gözlenmemekle birlikte, birtakım akım düzensizliklerinin başlangıç sınırı olarak görülebilir.

Reynolds sayısının 100 olduğu durum için, kısmi olarak baskın olmamakla birlikte, negatif hız vektörlerine, yani ters yönlü akım dağılımları kendini göstermektedir (Şekil 4). Jet akımın gözlemlendiği daralma bölgesinde, hız profiline yaklaşık üç köşeli bir forma yaklaştığı, bununda Lee (1994) tarafından elde edilmiş olan sonuçla paralel olduğu gözlenmektedir. Negatif hız vektörleri, özellikle tüp cidarlarına yakın bölgelerde ve geniş kesite nazaran, daralma oranı fazla olan (Şekil 4'de I ve III nolu konstrüksiyonların karşılaştırılmasından) bölgelerde baskın olarak görüldüğü, bunun da cidar gerilmesindeki artışla sonuçlanabileceği tahmin edilmektedir. Daralmış kesitler arasındaki mesafenin uzun olması, akışın deformasyonu üzerinde fazla bir etki bırakmadığı çıkarılan sonuçlar arasındadır. (I ve III ile II ve IV nolu konstrüksiyonun karşılaştırılmasından)

Reynolds sayısının artışı ile ( $Re=200$ ) daralmış kesitler arasında ve özellikle tüp cidarlarında negatif hız vektörlerinin büyüklüklerinde belirgin bir artış olduğu Şekil 5'de görülmektedir. Girdap hareketi ifade eden bu negatif hız vektörlerindeki artış özellikle ikinci dar kesitin çıkışından sonra etkisini belirginleştirmekte olup bu alanda minimum hız büyüklükleri yaklaşık  $-2.23$ 'e düşerken maksimum değer 7 civarında daralmış kesit ekseninde görüldüğü tespit edilmiştir. Daralan kesitler arasındaki mesafenin birbirine yakın olması, düşük Reynolds sayılarında daralmış kesit bölgesinde gözlemlenmiş olan iki ayrı jet profilli hız vektörlerine nazaran, sadece tek merkezli bir jet akıma dönüştüğü saptanmıştır. Şekil 5'te I ve III nolu konstrüksiyonların karşılaştırılmasından, daralmış bölgenin sınır tarafına yakın olan alanlarında aşırı ters akışa rastlandığı elde edilen sonuçlar arasındadır. Hız profili beklendiği gibi gelişmesini tamamlamakta olup, dar bölgeler arası mesafeyle orantılı olarak ayrılma noktasında birtakım sapmalar görülmektedir.

Reynolds sayısı arttıkça gelişen jet profiline bir sonucu olarak daralmış kesitten ayrılan akımın, ayrılma noktası aşağıya doğru kaymaktadır ( $Re=1000$ ). Bunun sonucu olarak da, ölü bölgede bulunan, yani yoğun negatif hız vektörleriyle çevrili girdap hareketinde artış gözlenmiştir. Jet hızında gözlemlenen bu artış, girdap hareketinde de aynı oranda artış ile sonuçlanmıştır. Bunu en belirgin olarak, 2 boyutlu hızların lokal olduğu bölgeleri içeren vektörel gösterimlerini Şekil 6'da izlemek mümkündür. Girdap çapındaki artış daralan kesit çapı ile doğru orantılı olarak değiştiği tespit edilmekle birlikte, iki dar kesit arasındaki mesafenin negatif hız oranlarındaki değişime etki ettiği görülmektedir. Benzer daralma oranına sahip olan fakat dar kesitler arası mesafenin farklı olduğu iki değişik konstrüksiyonda (yapıda) oluşan girdap'ın büyüklüğünde belirgin değişim olmakla birlikte, oluşan girdap'ın merkezinde de farklılıklar izlenmektedir. Bunu da doğal olarak cidarlarda oluşan gerilmenin mertebesinin büyüklüğü ile birleştirmek mümkündür.

Viskoz sınır tabakasının gelişimi teorisine paralel olarak Reynolds sayısının artışı vasküler (damarsal) tüp cidarlarında akışkanın viskoz etkileşiminin neticesi olarak yapışkanlığına etki göstermekte, bunun sonucu olarak kesitteki aktif çapın daralmasında negatif rol oynamaktadır. Reynolds sayısının 25 ile 1000 arasındaki elde edilen hız değerleri genel olarak karşılaştırıldığında, oluşan jet uzunluğu, viskoz tabakanın artışı ile paralellik göstermektedir. Jet kalınlığının artışı ise bu uygulamada görüldüğü gibi karmaşık geometrilere ters akım hareketleriyle sonuçlanmaktadır.

#### 4. SONUÇ

Dört farklı daralma geometrisi baz alınarak nümerik incelemesi yapılan vasküler tüp içerisindeki akış Reynolds sayısının 25 ile 1000 arasındaki değerleri için detaylı olarak incelenmiştir. Daralma kesitleri arasındaki mesafenin, akışın fiziğine fazla bir etkisinin olmadığı ancak viskoz tabaka gelişiminde olumlu etkisi belirlenmiştir. Reynolds sayısının artışı ile özellikle daralma bölgeleri arasında ters akışlarda belirgin bir yükselme gözlemlenmekte olup, bunun da ilgili bölgelerdeki kütleli debideki azalma ile sonuçlandığı, yani vasküler tüp akış hareketleri ile ilgili literatürde belirtilmiş olan birinci görüşe paralel sonuçlar elde edilmiştir.

#### KAYNAKLAR

- Ahmad S.A., Giddens D.P. (1984): "Pulsatile Poststenotic Flow Studies with Laser Doppler Anemometry", *Journal of Biomechanics*, Vol.17, pp. 695-705.
- Back L.H., Radbill J.R., Cho Y.I., Crawford D.W. (1986): "Measurement and Prediction of Flow Through A Replica Segment of A Mildly Atherosclerotic Coronary artery of Man", *Journal of Biomechanics*, Vol.19, pp. 1-17.
- Despande M.D., Giddens D.P., Mabon R.F. (1976): "Steady Laminar Flow Through Modelled Vascular Stenoses", *Journal of Biomechanics*, Vol.9, pp. 165-174.
- Huang H., Modi V.J., Seymour B.R. (1995): "Fluid Mechanics of Stenosed Arteries", *Int. J. Engng Sci*, Vol.33, pp 815-828.
- Krams R., Wentzel J.J., Cespedes I., Vinke R., Carlier S., Van Der Steen A.F.W., Lancee C.T., Slager C.J. (1999): "Effect of Catheter Placement on 3-D Velocity Profiles in Curved Tubes Resembling The Human Coronary System", *Ultrasound in Med & Biol.*, Vol. 25, pp. 803-810.
- Lee T.S. (1994): "Steady Laminar Fluid Flow Through Variable Constrictions in Vascular Tube", *Transactions of The ASME*, Vol.116, pp. 66-71.
- Siouffi, M., Pelissier R., Farahifar D., Rieu R. (1984): "The Effect of Unsteadiness on The Flow Through Stenoses and Bifurcations", *Journal of Biomechanics*, Vol.19, pp. 299-315.
- Young D.F., Tsai F.Y. (1973): "Flow Characteristics In Models of Arterial Stenoses", *Journal of Biomechanics*, Vol.6, pp. 395-410.