

Membran model kullanılarak grafen tabakaların titreşim hesabı Vibration analysis of graphene sheets using membrane model

Çiğdem DEMİR¹, Kadir MERCAN¹, Hakan ERSOY¹, Ömer CİVALEK^{1*}

¹İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, Türkiye.
cigdemdemir@akdeniz.edu.tr, mercankadir@akdeniz.edu.tr, hakanersoy@akdeniz.edu.tr, civalek@yahoo.com

Geliş Tarihi/Received: 03.05.2016, Kabul Tarihi/Accepted: 20.07.2016

* Yazışılan yazar/Corresponding author

doi: 10.5505/pajes.2016.43789

Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Bu çalışmada grafen tabakaların membran gibi modellenerek serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Membranlar eğilmeye ya da burkulmaya karşı rijitliği olmayan ince plaklardır. Yanal güçleri aksel ve merkezi kesme kuvvetleri ile taşırlar. Böyle yük taşımaları, aşırı incelikleri ve moment taşıma kapasitelerinin ihmal edilebilir olmasından dolayı gergin kablo ağlarına benzetilebilirler. Grafen tabakalar dikdörtgen ve kare geometriye sahip olmak üzere değişik boyutlarda modellenmiştir. Elde edilen denklemin çözümünde hem ayrık tekil konvolüsyon yöntemi ve hem de analitik yöntem kullanılmıştır. Literatürde bulunan plak modeli ile ilk defa yapılan membran modelinin sonuçları karşılaştırılmıştır. Bulunan değerler grafik ve tablo halinde sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Membran, Grafen, Titreşim, Modal analiz, Mod şekli

Abstract

In this present study vibration analysis of graphene sheets have been carried out by modeling as membrane model. Membranes are thin plates without the stiffness against bending and buckling. They carry lateral forces with axial and central shear forces. This specification, its extreme thinness and negligible moment capacity of membranes can be likened to the tense cable network. Graphene sheets are modeled in square and rectangular geometry. The resulting equation have been solved both analytically and the method of discrete singular convolution. The firstly obtained membrane results have been compared with results obtained by plate models in the literature. Results are given in graphics and tables.

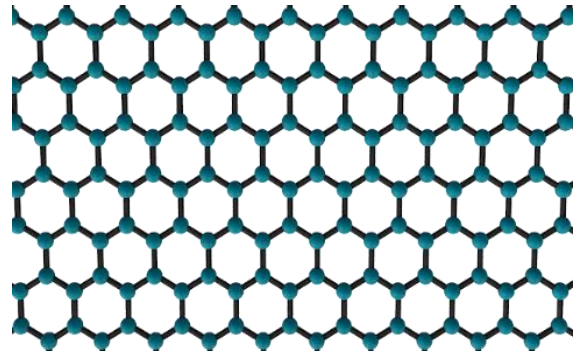
Keywords: Membrane, Graphene, Vibration, Modal analysis, Mode shape

1 Giriş

Yunanca 'nannos' kelimesinden türetilen nano kelimesinin anlamı cüce ya da yaşlı adam demektir. Nano ile tanımlanan ifadeler, hangi ölçü birimi kullanılıyorsa o ölçü biriminin milyarda birini ifade etmektedir. 1 nm içinde yan yana en fazla 2-3 atom dizilebilir. Yaklaşık olarak 100 ila 1000 atom bir araya gelerek nano ölçeklerde bir nesne oluşturabilir [1],[2]. Nanoteknolojinin ortaya çıkışı, 1959 yılında tanınmış fizikçi Richard Feynman'ın bir konferans esnasında "There is plenty of room at the bottom" (Aşağıda daha çok yer var) başlıklı konuşmasına dayanmaktadır. Bu konuşmada malzeme ve cihazların moleküler boyutlarda üretilmesi ile yeni keşiflerin olabileceğini, bunun için de öncelikli olarak nano ölçekte ölçme ve üretim yöntemlerinin geliştirilmesi gerektiğinden bahsetmiştir. 1980'li yılların başında nano boyutta malzeme üretmek ve ölçmek için taramalı tünellemeli mikroskoplar, atom kuvveti mikroskopları gibi bazı yöntemler ve aygıtlar üretilmiştir [3].

Karbon, doğada büyük bir öneme sahiptir. Karbon atomlarının karmaşık yapılar oluşturma yeteneği organik kimyanın temel bir gerçeği olup, yaşamın varlığı için de büyük önem teşkil eder. Çok sayıda farklı yapının oluşumuyla karbon atomları çok farklı, karmaşık davranışlar gösterirler. Karbonun grafit ve elmas gibi gündelik hayattan çok iyi bilinen allotroplarının yanında nanotüp ve fulleren gibi yeni sentezlenen formları da mevcuttur [4]. Özellikle karbon nanotüpler ve C60 (fulleren) molekülleri ilk sentezlendikleri yıllardan beri günümüze kadar katı hal fiziğinin en aktif araştırma alanları arasına girmiştir. Bal peteği kristal yapısında, sp² melezleşmesi yapan; grafitin, nanotübün ve C60'ın ana yapıtaşı olan grafen ise ancak 2004 yılında sentezlenebilmiştir [5]. Grafen, karbon atomunun iki boyutlu allotrop yapısıdır. Şekil 1'de tipik bir grafen yapısı,

grafenin bal peteğine benzeyen yapısı gösterilmiştir. Burada mavi küre şeklinde görünen cisimler karbon (C) elementidir. Grafenin benzersiz özellikleri birçok araştırmacının da dikkatini çekmiş ve yeni bir çalışma alanı sağlamıştır [6]-[10]. Karbonun bal peteğine benzeyen örgülü yapısı olan grafen, grafit, karbon nanotüp ve fulleren sp² melezleşmesinin ürünüyken elmas ise sp³ melezleşmesiyle dört yüzlü ağ örgüsüne sahiptir. Grafen, iki boyutlu düzlemsel yapıların en ender örneklerinden birisidir. Bu kapsamda benzersiz özelliklere sahip olan grafenin membran olarak modellenerek enine titreşim analizleri yapılmıştır. Membran, diğer iki boyutla karşılaştırıldığında ince ve düz bir yapı elemanıdır. Bu sayede kendi düzleminde gerilebilir ve gerilmelere karşı direnç gösterir [11]. Kesme ve eğilme kuvvetlerine karşı direnci yok denebilir [12].



Şekil 1: Tipik bir grafen yapısı.

Membranlar sicimlerin iki boyutlusu olarak düşünülebilir. İkisi arasındaki en önemli fark sicimler tek uzay değişkenine bağlıyken membranlarda iki uzay değişkeni (x ve y) vardır. Membranda oluşan gerilmelerin hesabında, Newton Yasaları

ve Hooke Kanunu temel teşkil eder. Fiziksel bilimlerde, membranlar iki boyutlu dalga mekaniği ve yayılımı incelemek için kullanılırlar. İki boyutlu dalga yayılımının temel denklemleri ile membranların titreşim denklemleri aynıdır.

Membranın çeşitli alanlarda birçok uygulaması vardır. Müzik ve akustikte, membranlar birçok müzik aletinin önemli birleşenlerini oluştururlar. Membranlar, hoparlörlerin, mikrofonların, davulların ve bunlar gibi daha birçok müzik aletinin yüzey elemanlarını teşkil ederler. Biyomühendislikte, araştırmacılar birçok insan dokusunu membran yapısına benzetmektedirler. Örneğin; kulak zarının titreşim özellikleri işitme açısından büyük önem teşkil eder. Buna dayanarak işitme cihazlarının tasarımı yapılırken, onları birleştiren membranların tasarımını da içermektedir. Uygulama amacına göre bu yapılar dikdörtgen, kare, dairesel veya bunlardan farklı geometriye sahip olabilirler. Günümüze kadar; sonlu elemanlar, sonlu farklar, Ritz, Galerkin, sınır elemanlar, diferansiyel kuadratür yöntemleri ya da bazı analitik yöntemler ile klasik ya da yüksek mertebeden elastisite teorileri ile membran, kiriş, plak, çubuk gibi sistemlerin statik hesabı ya da serbest ve zorlanmış titreşim hesabı yapılmıştır [13]-[25].

2 Titreşim denklemi

Membranların titreşim hareketlerinin irdelenmesinde enine titreşim hareket denklemleri bir başlangıç teşkil eder. Membranın klasik denge denklemi aşağıdaki gibidir [26].

$$T_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2T_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + T_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + q = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

Bu formda T_x , T_y ve T_{xy} değerlerinin x ve y 'nin fonksiyonları olduğuna dikkat etmek oldukça önemlidir. T_x ve T_y normal gerilmeleri, T_{xy} ise kayma gerilmesini ifade etmektedir. $T_x = \sigma_x h$ ve $T_{xy} = \tau_{xy} h$ şeklinde tanımlanabilir. Ayrıca yoğunluk (ρ) ve membran kalınlığı (h), x ve y 'nin fonksiyonlarıdır. Düzlem içi kayma gerilmesi sıfır olup, kalan çekme gerilmeleri her yönde ve aynı olduğundan ($T_x = T_y = T$) aşağıdaki denklem elde edilir:

$$T \nabla^2 w + q = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

Burada; ∇^2 , Laplace operatörüdür. $T_x = T_y = T$ sabit olduğu gerilme durumunda, elastik düzlemde tüm denklemlerde bu şekilde kabul yapılabilir. Bu yüzden, membran içeren birçok pratik uygulamada durum bu şekildedir. Ayrıca, ρ ve h da denklem (2)'de her zaman sabit olarak kabul edilir. Bu irdellemeler sonucunda, serbest ve sönümsüz titreşimler için, şu şekilde bir denklem elde edilir:

$$T \nabla^2 w = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3)$$

(3) ile ifade edilen denklem, iki boyutta klasik bir titreşim denklemidir. Çözüm için ilk olarak kullanılacak dönüşüm zamana bağlı olan türevi yok etmek amacıyla [11],[12];

$$w(x, y, t) = W(x, y)e^{i\omega t} \quad (4)$$

dönüşümü kullanılabilir. Burada, $W(x, y)$ öz fonksiyonu, ω ise açısal frekansı ifade etmektedir. Dönüşümün denklem (3)'te kullanılmasıyla elde edilen özdeğer problemine Helmholtz denklemi denebilir.

$$\nabla^2 W = \frac{\rho h \omega^2}{T} W \quad (5)$$

Elde edilen diferansiyel denklemin genel çözümü için:

$$W(x, y) = B^{i(k_x x + k_y y)} \quad (6)$$

dönüşümü kullanılacaktır. (5)'de (6) dönüşümü kullanıldığı takdirde:

$$-k_x^2 - k_y^2 + \frac{\rho h \omega^2}{T} = 0 \quad (7)$$

elde edilmiş olur. Burada $k_x = \mp \alpha$ ve $k_y = \mp \beta$ olarak ifade edilebilir. Bu durumda denklem (7)'nin,

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{\rho h \omega^2}{T} \quad (8)$$

şeklinde ifade edilmesi mümkündür. Ayrıca denklem (6):

$$W(x, y) = B e^{i((\pm \alpha)x + (\pm \beta)y)} \quad (9)$$

halini alır. Bu denklem tekrar düzenlenirse:

$$W(x, y) = (B_1 e^{i\alpha x} + B_2 e^{-i\alpha x})(B_3 e^{i\beta y} + B_4 e^{-i\beta y}) \quad (10)$$

olur. Aşağıdaki verilen Euler formülleri denklem (10)'da kullanılırsa [12],[26]:

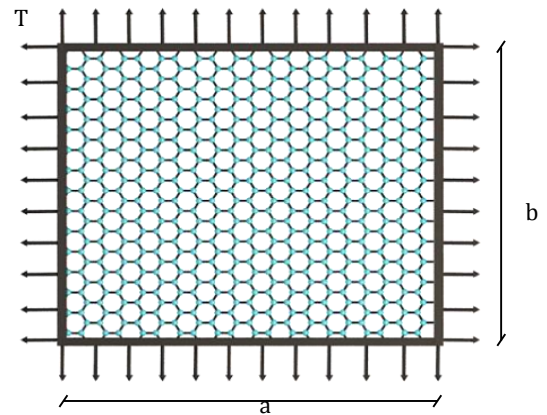
$$\begin{aligned} e^{i\alpha x} &= \cos \alpha x + i \sin \alpha x = \lambda_1 \cos \alpha x + \lambda_2 \sin \alpha x \\ e^{-i\alpha x} &= \cos \alpha x - i \sin \alpha x = \chi_1 \cos \alpha x + \chi_2 \sin \alpha x \end{aligned} \quad (11)$$

$$W(x, y) = A_1 (\cos \alpha x \cos \beta y) + A_2 (\cos \alpha x \sin \beta y) + A_3 (\sin \alpha x \cos \beta y) + A_4 (\sin \alpha x \sin \beta y) \quad (12)$$

şeklinde nihai denkleme ulaşılmış olur.

2.1 Dikdörtgen membranların serbest titreşimi

Platform boyutları a ve b olan bir dikdörtgen membran Şekil 2'de gösterilmiştir. Tüm yönlerde uygulanan gerilmelerin eşit olduğu kabul edildiğinde, serbest titreşim hareket denklemi, denklem (12)'ye tabidir. Doğal frekansları ve mod şekillerini belirlemek için, denklem (12)'ilk çözüm olarak kullanılır ve daha sonra sınır koşulları uygulanır.



Şekil 2: Boyutları a ve b olan dikdörtgen membran.

Dört tarafı ankastre mesnetlenmiş membran için sınır koşulları her dört sınırdaki deplasman değeri sıfır şeklindedir.

$$W(0, y) = 0, \quad W(x, 0) = 0, \quad W(a, y) = 0, \quad W(x, b) = 0 \quad (13)$$

Analitik olarak hesaplanan açıl frekans değeri de [6]-[8]:

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{T}{\rho h}\right) \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]}, \quad m, n=1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

şeklinde bulunur. Aynı denklemin boyutsuz hali ise,

$$\Omega = \omega a \sqrt{\frac{\rho h}{T}} = \pi \sqrt{m^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 n^2}, \quad m, n=1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

3 Ayırık tekil konvolüsyon (ATK) metodu

Ayrık tekil konvolüsyon (ATK) yöntemi ilk olarak Wei [27] tarafından ortaya atılmıştır. Wei'nin de belirttiği gibi [28],[29] çeşitli fen bilimleri ve mühendislik problemlerinde görülen tekil konvolüsyonlar (TK), Hilbert, Abel ve Radon dönüşümleri gibi, matematik dönüşümlerinin özel bir sınıfını oluşturur. Gerçekten de çoğu pratik uygulamada bu dönüşümlerin kullanılması gerekir. Wei ve diğ. ATK algoritmasını ilk olarak katı ve akışkanlar mekaniği problemlerinin çözümünde uyguladı [28]-[35]. Bundan başka, ATK algoritmasının mekanikte uygulanan türevsel eşitliklerin çözümünde esneklik sağlayan özelliklere sahip olduğu ortaya çıkmaktadır [36]-[43]. Diğer sayısal yöntemlerde olduğu gibi ayırık tekil konvolüsyon yönteminde de sürekli model kerneller kullanılarak ayrıştırılır. Kernel olarak Shannon kernel, Shannon delta kernel, Dirichlet kernel, de la Vallee kernel vb. kullanılır. Eşitlikteki T ve $\eta(t)$ test fonksiyonundaki elaman değerleridir. Tekil konvolüsyon [27].

$$F(t) = (T * \eta)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} T(t-x)\eta(x)dx \quad (16)$$

olarak ifade edilebilir, $T(t-x)$ tekil kernel olarak ifade edilir ve aşağıdaki formda yazılır

$$T(x) = \delta^{(n)}(x), \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (17)$$

Buradaki ayırık kernel of delta tiptir. Kernel $T(x) = \delta(x)$ eşitliği yüzeysel ve eğrisel interpolasyon için önemlidir ve $T(x) = \delta^{(n)}(x)$ eşitliği $n > 1$ için türevsel eşitliklerin sayısal çözümünde gereklidir. Yeterli düzgün yaklaşımla, ayırık tekil konvolüsyon yönteminin dikkate alınması son derece etkili olur [28].

$$F_{\alpha}(t) = \sum_k T_{\alpha}(t-x_k)f(x_k) \quad (18)$$

Yakın geçmişte, bazı yeni kernellerin kullanımı [29]-[35] mekanik ve uygulamalı matematik problemlerinin çözümünde önerilmiştir. Shannon kernel [29]:

$$\delta_{\Delta, \sigma}(x-x_k) = \frac{\sin[(\pi/\Delta)(x-x_k)]}{(\pi/\Delta)(x-x_k)} \exp\left[-\frac{(x-x_k)^2}{2\sigma^2}\right]; \quad (19)$$

$\sigma > 0$

şeklinde düzenlenmiştir. Burada, $\Delta = \frac{\pi}{N-1}$ iki düğüm arası uzaklık, N ise düğüm nokta sayısını ifade eder. Ayrıca σ parametresi Gauss zarfı (Gaussian envelope) genişliği olarak tanımlanır ve $\sigma = rh$ formülasyonu ile hesaplanır. Burada r hesaplamaların başında seçilecek olan bir parametredir. Denklem (19) tekil konvolüsyon kernellerinin (delta tipi)

ayırık yaklaşımlar sağlaması için kullanılabilir. Örneğin bir fonksiyon için herhangi bir mertebeden türev,

$$f^{(n)}(x) \approx \sum_{k=-M}^M \delta_{\Delta}(x-x_k)f(x_k) \quad (20)$$

olarak belirtilmiştir ve (n) türevin mertebesini göstermektedir. $(2M+1), x$ çevresinde konumlanan ve genellikle toplam değerinden daha küçük toplam hesap genişliğidir. ATK yönteminde herhangi bir $f(x)$ fonksiyonunun x_i noktası için x koordinat yönündeki türevi aşağıdaki toplam ile verilir.

$$\left. \frac{d^n f(x)}{dx^n} \right|_{x=x_i} = f^{(n)}(x) \approx \sum_{k=-M}^M \delta_{\Delta, \sigma}^{(n)}(x_i-x_k)f(x_k) \quad (21)$$

$(n = 0, 1, 2, \dots)$

Örneğin ATK kernellerinin $x = x_i$ deki ikinci mertebeden türevi aşağıdaki gibidir.

$$\delta_{\Delta, \sigma}^{(2)}(x-x_j) = \frac{d^2}{dx^2} [\delta_{\Delta, \sigma}(x-x_j)] \Big|_{x=x_i} \quad (22)$$

Ayrık formda denklem (22) deki bu türev,

$$f^{(2)}(x) = \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x=x_i} \approx \sum_{k=-M}^M \delta_{\Delta, \sigma}^{(2)}(k\Delta_{x_N}) f_{i+k, j} \quad (23)$$

olarak formüle edilebilir.

4 Sayısal örnekler

Yukarıda verilen yöntemler kullanılarak dört kenar ankastre mesnetlenmiş grafen için bazı uygulamalar yapılmıştır. Grafen tabakanın ilk on modundaki açıl frekans (ω) ve frekans (f) değerleri bulunmuştur. Membran boyutlarında çeşitli değişikliklere gidilmiş ve farklı boyutlar için farklı sonuçlar elde edilmiştir. Sonuçlar grafikler ve tablolar ile özetlenmiştir. Çalışmanın asıl amacı grafenin membran modeli ile titreşim hesabının yapılması ve çözümün ATK yöntemi ile elde edilmesidir.

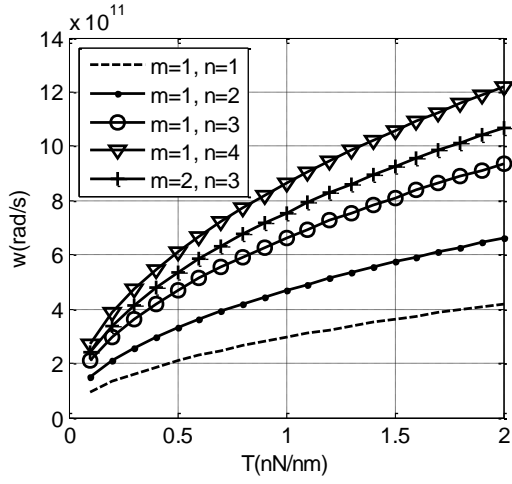
ATK yönteminin doğruluğu ve yakınsaması için ise analitik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Analitik ifadeler bir membran'ın titreşim hesabı olarak literatürde mevcuttur [11],[12].

Tablo 1'de elde edilen sonuçlar hem analitik olarak hesaplanmış hem de ATK yönteminin hangi sayıda düğüm noktası için uygun sonuçlar verdiği test edilmiştir.

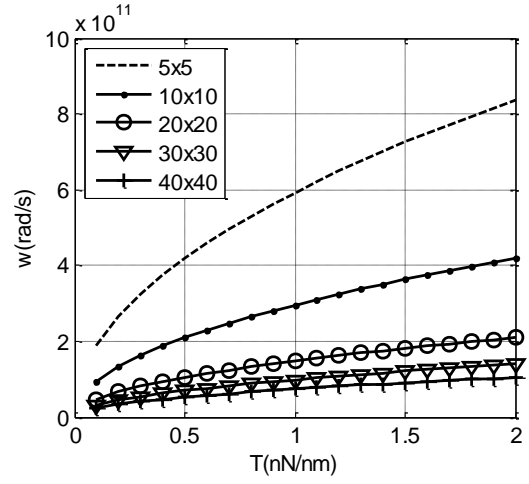
Tablo 1: Grafen membran için frekans değerleri
 $(m = 1; a = b = 5 \text{ nm})$.

n	Analitik değer*10 ¹¹ (rad/s)	ATK Sonucu			
		9*9	11*11	13*13	15*15
1	5.92	5.95	5.94	5.94	5.94
2	9.37	9.40	9.38	9.38	9.38
3	13.25	13.31	13.29	13.29	13.29

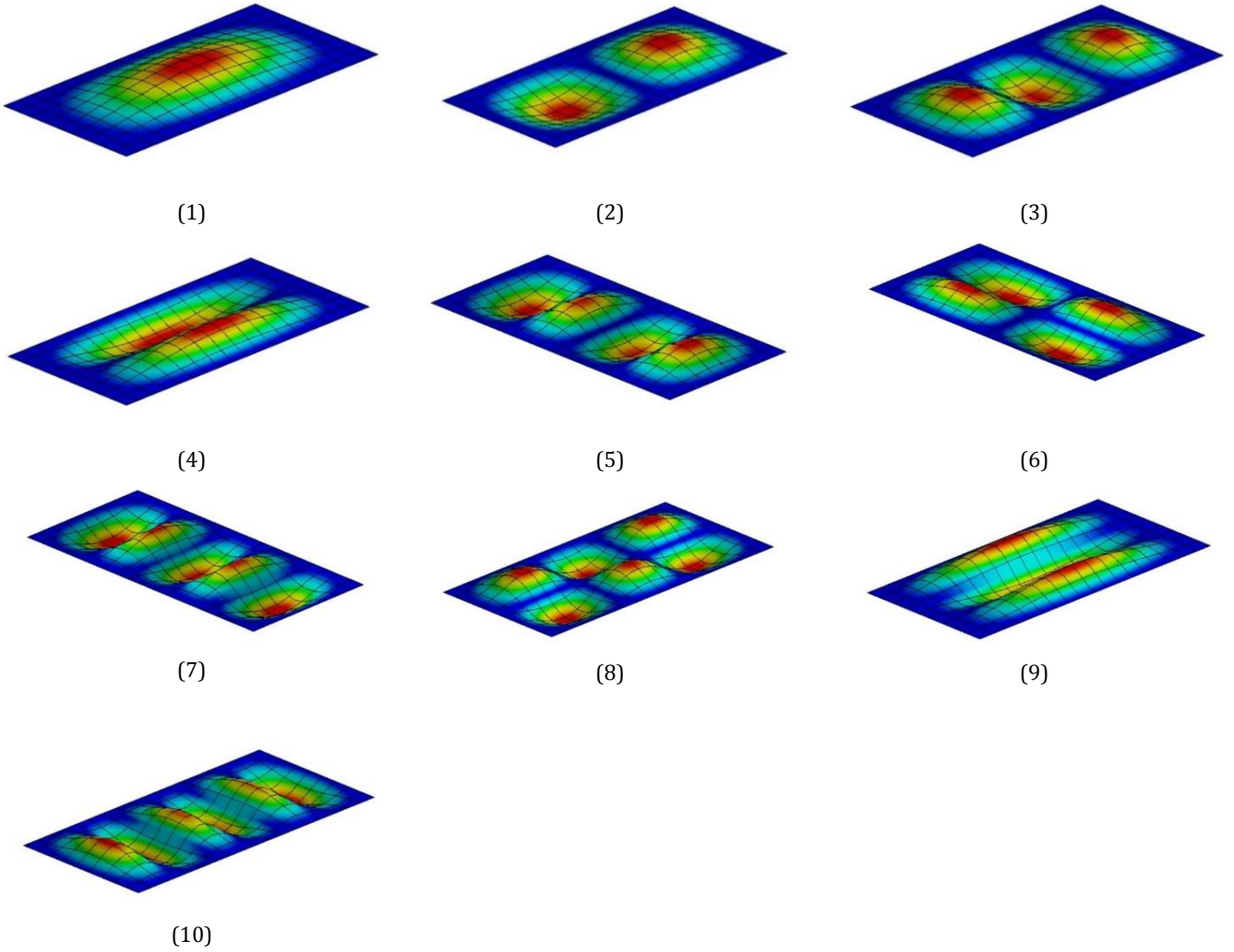
ATK yöntemi 11 düğüm noktası için analitik değerlere çok yakın sonuçlar vermiştir. Bu karşılaştırmadan sonra ATK yöntemi için hep 11*11 düğüm noktası kullanılmıştır ve ATK ile elde edilen sonuçlar aşağıdaki şekillerde (Şekil 3-5) gösterilmiştir. Diğer tablo sonuçları ise (Tablo 2-4) analitik olarak bulunmuştur.



Şekil 3: Farklı ' m, n ' değerlerine sahip dört kenarı ankastre mesnetlenmiş grafen tabakanın $T(nN/nm)$ 'ye göre ATK ile hesaplanan açısıl frekans değerleri ($a = b = 10nm$).



Şekil 4: Farklı boyutlardaki dört kenarı ankastre mesnetlenmiş grafen tabakanın $T(nN/nm)$ 'ye göre ATK ile hesaplanan açısıl frekans değerleri ($m = n = 1$).



Şekil 5: Membran olarak modellenen grafenin ATK ile hesaplanan ilk 10 mod şekli.

Plak ve membran modellerin karşılaştırılması için yeni değerler Tablo 4 özetlenmiştir. 1. mod için membran ile plak modelinin aynı değeri vermesi için uygulanan gerilmenin $T = 7.1 \text{ nN/nm}$, benzer olarak 2. ve 3. modlar için membran ile plak modelinin aynı değeri vermesi için $T = 11.9 \text{ nN/nm}$

alınmalıdır. Membran ve plak elamanlar farklı mekanik davranışlara sahip olup (plakların eğilme rijitliği olduğundan) frekans değerleri doğal olarak farklı çıkmaktadır. Literatürde plak modeli ile grafenlerin çözümü mevcuttur [44]. Ancak membran model ilk defa yapılmıştır.

Tablo 2: Dört kenarı ankastre mesnetlenmiş kare membranın analitik olarak hesaplanmış ilk on moddaki açılal frekans değerleri

$$(T = 1 \frac{\text{nN}}{\text{nm}}, \rho = 2250 * \frac{10^{-27} \text{kg}}{\text{nm}^3}, h = 1 \text{nm}).$$

Mod (m,n)	a=5, b=5		a=10, b=10		a=20, b=20		a=30, b=30		a=40, b=40	
	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	5.92	94.28	2.96	47.14	1.48	23.57	9.87	15.71	0.74	11.79
(1,2)	9.37	149.07	4.68	74.54	2.34	37.27	1.56	24.85	1.17	18.63
(2,1)	9.36	149.07	4.68	74.54	2.34	37.27	1.56	24.85	1.17	18.63
(2,2)	11.85	188.56	5.92	94.28	2.96	47.14	1.97	31.43	1.48	23.57
(3,1)	13.25	210.82	6.62	105.41	3.31	52.71	2.21	35.14	1.66	26.35
(1,3)	13.25	210.82	6.62	105.41	3.31	52.71	2.21	35.14	1.66	26.35
(3,2)	15.10	240.37	7.55	120.19	3.78	60.09	2.52	40.06	1.89	30.05
(2,3)	15.10	240.37	7.55	120.19	3.78	60.09	2.52	40.06	1.89	30.05
(3,3)	17.77	282.84	8.89	141.42	4.44	70.71	2.96	47.14	2.22	35.36
(4,1)	17.27	274.87	8.64	137.44	4.32	68.72	2.88	45.81	2.16	34.36

Tablo 3: Dört kenarı ankastre mesnetlenmiş dikdörtgen membran'ın analitik olarak hesaplanmış ilk on moddaki açılal frekans

$$\text{değerleri } (T = 1 \frac{\text{nN}}{\text{nm}}, \rho = 2250 * \frac{10^{-27} \text{kg}}{\text{nm}^3}, h = 1 \text{nm})$$

Mod (m,n)	a=10, b=20		a=10, b=30		a=10, b=40	
	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2.34	37.27	2.21	35.14	2.16	34.36
(1,2)	2.96	47.14	2.52	40.06	2.34	37.27
(2,1)	4.32	68.72	4.25	67.59	4.22	67.19
(2,2)	4.68	74.54	4.42	70.27	4.32	68.72
(3,1)	6.37	101.38	6.32	100.62	6.31	100.35
(1,3)	3.78	60.09	2.96	47.14	2.62	41.67
(3,2)	6.62	105.41	6.44	102.44	6.37	101.38
(2,3)	5.24	83.33	4.68	74.54	4.47	71.20
(3,3)	7.03	111.80	6.62	105.41	6.48	103.08
(4,1)	8.44	134.37	8.41	133.80	8.39	133.59

Tablo 4: Grafenin analitik olarak hesaplanmış ilk üç frekans (GHz) değerleri ($a = b = 10 \text{ nm}, \rho = 2250 * \frac{10^{-27} \text{kg}}{\text{nm}^3}, h = 1 \text{ nm}$) ve plak modeli ile karşılaştırılması.

Mod (m,n)	Referans [44]	Grafen Model					
		T=1	T=2	T=3	T=6	T=7.1	T=8
(1,1)	125.6	47.14	66.67	81.65	115.47	125.61	133.33
(1,2)	257.7	74.54	105.41	129.10	182.57	198.61	210.82
(1,3)	257.7	74.54	105.41	129.10	182.57	198.61	210.82

5 Sonuç

Grafen tabakalar gelişen teknolojiye paralel olarak pek çok disiplinde kullanılmaktadır. Bu çalışmada grafen tabakaların titreşim hesabında membranlar ilk defa kullanılmıştır ve çalışmanın esas amacı da budur. Sadece analitik çözüm ile yetinilmemiş ve sayısal bir analiz yöntemi de kullanılmıştır. Literatürde boyut etkisini dikkate alan ve plak modeli ile grafenler analiz edilmiştir [44]-[48]. Bu çalışmalarda T gerilmesi ayarlanarak moleküler simülasyon sonucuna yakın değerleri veren gerilme değerleri bulunmuştur. Plak şeklinde modellenerek yapılan titreşim hesabı yada moleküler dinamik

simülasyon yöntemleri kullanılarak titreşim hesabı literatürde pek çok kez grafen için çözülmüştür.

Ancak membran olarak modellenmesi bu çalışmada ilk olup, diğer geometrik şekiller içinde membran modellemesi yapılması planlanan çalışmalarımız arasındadır. Bu çalışmada plak ve membran modelin hangi T değeri için elde edilen frekans değerlerinin eşitleneceği hakkında bir sayısal analiz ve buna ait sonuçlar $a = b = 10 \text{ nm}$ için sunulmuştur. Diğer boyutlar ve mod sayıları içinde benzer hesaplar sunmak mümkündür. Grafen tabakaların membran modeli ile boyut etkisine bağlı yapılan modellerde (lokal olmayan elastisite yada diğer yüksek mertebeden teoriler) hangi T değeri için

hesapların örtüşeceği şeklinde detaylı bir irdeleme yapılacak çalışmalarımız arasındadır. Etkiyen çekme kuvveti arttıkça titreşim değeri artmakta, grafen boyutları artınca frekans değeri azalmaktadır. Plak model ile uyum için daha büyük T değerleri gerekeceği aşıkardır. Benzer bir irdeleme lokal olmayan elastisite teorisi ve membran model arasında yapılacaktır. Bu çalışmanın en önemli bulgusu, grafenlerin membran olarak modellendiğinde elde edilen titreşim değerleri plak modeline göre daha düşük olmasıdır. Aradaki fark plağın eğilme rijitliğinin olmasında kaynaklanmaktadır. Grafenlerin tekstil, optik yada biyomedikal gibi alanlarda kullanımında bazı özellikleri korunurken rijitliği azaltılabileceğinden mekanik modelinde membran teorisi bir alternatif olabilecektir.

6 Teşekkür

Akdeniz Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü'ne katkılarından dolayı teşekkür ederiz.

7 Kaynaklar

- [1] Güneşoğlu C. "Nanoteknoloji ve tekstil sektöründeki uygulamaları". *Mühendis ve Makina*, 50(591), 25-34, 2009.
- [2] Kutucu B. Nanoteknoloji ve Çift Duvarlı Karbon Nanotüplerin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye, 2010.
- [3] Erkoç Ş. *Nanobilim ve Nanoteknoloji*. Üçüncü Baskı, Ankara, Türkiye, ODTÜ Yayıncılık, 2008.
- [4] Moğulkoç A. Grafende Kütlesiz Dirac Fermiyonları Gazı. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye, 2008.
- [5] Wikipedia. "Graphene". <https://en.wikipedia.org/wiki/Graphene> (20.12.2015).
- [6] Geim AK, Novoselov KS. "The rise of graphene". *Nature Materials*, 6(3), 183-191, 2007.
- [7] Novoselov KSA, et al. "Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene". *Nature*, 438(7065), 197-200, 2005.
- [8] Portugal R, Golebiowski L, Frenkel D. "Oscillation of membranes using computer algebra". *American Journal of Physics*, 67(6), 534-537, 1999.
- [9] Young AF, Kim P. "Quantum interference and Klein tunnelling in graphene heterojunctions". *Nature Physics*, 5, 222-226, 2009.
- [10] Zhang Y, Tan YW, Stormer HL, Kim P. "Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene". *Nature*, 438, 201-204, 2005.
- [11] Rao SS. *Vibration of Continuous Systems*. 1st ed. Hoboken, New Jersey, USA, John Wiley & Sons, 2007.
- [12] Leissa AW, Qatu MS. *Vibration of Continuous Systems*. 1st ed. New York, McGraw-Hill Education, 2011.
- [13] Akgöz B, Civalek O. "Frequency response of skew and trapezoidal shaped mono-layer graphene sheets via discrete singular convolution". *Scientia Iranica, Transaction F- Nanotechnology*, 21(3), 1197-1207, 2014.
- [14] Demir Ç, Civalek O. "Tek Katmanlı Grafen Tabakaların Eğilme Ve Titreşimi". *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 4(3), 173-183, 2016.
- [15] Akgöz B, Civalek O. "Shear deformation beam models for functionally graded microbeams with new shear correction factors". *Composite Structures*, 112, 214-225, 2014.
- [16] Akgöz B, Civalek O. "Thermo-mechanical buckling behavior of functionally graded microbeams embedded in elastic medium". *International Journal of Engineering Science*, 85, 90-104, 2014.
- [17] Aksencer T, Aydogdu M. "Levy type solution method for vibration and buckling of nanoplates using nonlocal elasticity theory". *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 43(4), 954-959, 2011.
- [18] Civalek O, Demir Ç. "Buckling and bending analyses of cantilever carbon nanotubes using the euler-bernoulli beam theory based on non-local continuum model". *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*, 12 (5), 651-661, 2011.
- [19] Civalek O, Demir Ç, Akgöz B. "Static analysis of single walled carbon nanotubes (SWCNT) based on Eringen's nonlocal elasticity theory". *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, 1(2), 47-56, 2009.
- [20] Mercan K, Demir Ç, Akgöz B, Civalek O. "Coordinate Transformation for Sector and Annular Sector Shaped Graphene Sheets on Silicone Matrix". *International Journal of Engineering & Applied Sciences*, 7(2), 56-73, 2015.
- [21] Demir Ç, Mercan K, Civalek O. "Determination of critical buckling loads of isotropic, FGM and laminated truncated conical panel". *Composites Part B: Engineering*, 94, 1-10, 2016.
- [22] Demir Ç. Bending and Free Vibration Analysis of Nano and Micro Structures Based on Nonlocal Elasticity Theory. MSc Thesis, Graduate School of Natural and Applied Sciences, Akdeniz University, Antalya, Turkey, 2012.
- [23] Demir Ç, Civalek O. "Nonlocal deflection of microtubules under point load". *International Journal of Engineering & Applied Sciences*, 7(3), 33-38, 2015.
- [24] Emsen E, Mercan K, Akgöz B, Civalek O. "Modal analysis of tapered beam-column embedded in Winkler elastic foundation". *International Journal of Engineering & Applied Sciences*, 7(2), 56-73, 2015.
- [25] Peddieson J, Buchanan GR, McNitt RP. "Application of nonlocal continuum models to nanotechnology". *International Journal of Engineering Science*, 41(3-5), 305-312, 2003.
- [26] Kharagpur IIT. "Module 4: Vibrations of membranes, Lecture32-The Rectangular Membrane", Course Note, 2012.
- [27] Wei GW. "Discrete singular convolution for the solution of the Fokker-Planck equations". *Journal of Chemical Physics*, 110(18), 8930-8942, 1999.
- [28] Wei GW. "Solving quantum eigenvalue problems by discrete singular convolution". *Journal of Physics B: At. Mol. Opt. Physics*, 33(3), 343-352, 2000.
- [29] Wei GW. "Discrete singular convolution for the Sine-Gordon equation". *Physica D*, 137(3-4), 247-259, 2000.
- [30] Wei GW. "A unified approach for the solution of the fokker-planck equation". *Journal of Physics A: Math. Gen.*, 33(27), 4935-4953, 2000.
- [31] Wei GW. "Wavelets generated by using discrete singular convolution kernels". *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 33(47), 8577-8596, 2000.
- [32] Wei GW, Zhao YB, Xiang Y. "Discrete singular convolution and its application to the analysis of plates with internal supports; Part 1: Theory and algorithm". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 55(8), 913-946, 2002.

- [33] Wei GW, Zhao YB, Xiang Y. "A novel approach for the analysis of high-frequency vibrations". *Journal of Sound and Vibration*, 257(2), 207-246, 2002.
- [34] Wei GW. "Vibration analysis by discrete singular convolution". *Journal of Sound and Vibration*, 244(3), 535-553, 2001.
- [35] Wei GW. "Discrete singular convolution for beam analysis". *Engineering Structures*, 23, 1045-1053, 2001b.
- [36] Civalek O, Gürses M. "Free vibration analysis of rotating cylindrical shells using discrete singular convolution technique". *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 86(10), 677-683, 2009.
- [37] Wei GW, Zhao YB, Xiang Y. "The determination of natural frequencies of rectangular plates with mixed boundary conditions by discrete singular convolution". *International Journal of Mechanical Sciences*, 43, 1731-1746, 2001.
- [38] Civalek O. "The determination of frequencies of laminated conical shells via the discrete singular convolution method". *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 1(1), 163-182, 2006.
- [39] Yunshan H, Wei GW, Xiang Y. "DSC-Ritz method for the free vibration analysis of Mindlin plates". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 62(2), 262-288, 2005.
- [40] Lim CW, Li ZR, Wei GW. "DSC-Ritz method for high-mode frequency analysis of thick shallow shells". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 62(2), 205-232, 2005.
- [41] Civalek O. "Free vibration and buckling analysis of composite plates with straight-sided quadrilateral domain based on DSC approach". *Finite Elements in Analysis and Design*, 43(13), 1013-1022, 2007.
- [42] Civalek O. "Fundamental frequency of isotropic and orthotropic rectangular plates with linearly varying thickness by discrete singular convolution method". *Applied Mathematical Modelling*, 33(10), 3825-3835, 2009.
- [43] Zhao S, Wei GW, Xiang Y. "DSC analysis of free-edged beams by an iteratively matched boundary method". *Journal of Sound Vibration*, 284(1-2), 487-493, 2005.
- [44] Ansari R, Sahmani S, Arash B. "Nonlocal plate model for free vibrations of single-layered graphene sheets". *Physics Letters A*, 375(1), 53-62, 2010.
- [45] Civalek O, Akgöz B. "Vibration analysis of micro-scaled sector shaped graphene surrounded by an elastic matrix". 77, 295-303, 2013.
- [46] Akgöz B, Civalek O. "Free vibration analysis for single-layered graphene sheets in an elastic matrix via modified couple stress theory". *Materials & Design*, 42, 164-171, 2012.
- [47] Shen ZB, Tang HL, Li DK, Tang GJ. "Vibration of single-layered graphene sheet-based nanomechanical sensor via nonlocal kirchhoff plate theory". *Computational Materials Sciences*, 61, 200-205, 2012.
- [48] Behfar K, Naghdabadi N. "Nanoscale vibrational analysis of a multi-layered graphene sheet embedded in an elastic medium". *Composite Sciences and Technology*, 65(7-8), 1159-1164, 2005.