

## Deforme $^{166}\text{Gd}$ Çekirdeğinde Sözdespin Çiftlerinin Özellikleri

Tuncay BAYRAM<sup>1,2,\*</sup>, A. Hakan YILMAZ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Sinop Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, 57000 Sinop*

<sup>2</sup>*Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü, 61080 Trabzon*

Received: 17.11.2012, Accepted: 12.12.2012

**Özet.** Sözdespin simetrisi küresel çekirdeklerde elli yıl kadar önce gözlenmiştir. Uzun yıllar kaynağı anlaşılamayan bu simetrinin on yıl kadar önce çekirdek içerisinde eşit büyüklükte ancak zıt işaretli çekici skaler ve itici vektör potansiyeller varlığında ortaya çıktığı anlaşılmıştır. Bu durum yaklaşık bir biçimde bu tür potansiyelleri içeren ve çekirdeklerin birçok taban-durum özelliklerinin ortaya çıkarılmasında başarılı bir biçimde kullanılan relativistik ortalama alan (RMF) teorisinin sözdespin simetrisi incelemelerinde kullanılmasını mümkün kılmaktadır. Bu simetri çerçevesinde tek-parçacık enerji seviyelerinin kuantum sayılarına göre yerleşimlerinin gösterimi klasik gösterimden farklılık göstermektedir. Bu bağlamda sözdespin simetrisi çerçevesinde tek-parçacık enerji seviyelerinin çekirdek deformasyonuna bağlı olarak değişiminin incelenmesi ilginç olabilir. Bu nedenle bu çalışmada RMF teorisi çerçevesinde deforme olduğu deneysel olarak iyi bilinen  $^{166}\text{Gd}$  çekirdeğinin nötron ve proton tek-parçacık enerji seviyelerindeki sözdespin çiftlerinin kuadropol deformasyon parametresine göre değişimi incelenmiştir. Ayrıca sözdespin kavramı ve RMF teorisi detaylıca irdelenmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Sözdespin simetrisi, relativistik ortalama alan teorisi, kuadropol deformasyon

## Properties of Pseudospin Partners in Deformed $^{166}\text{Gd}$ Nucleus

**Abstract.** Pseudospin symmetry was observed in spherical nuclei about fifty years ago. Origin of the symmetry has been not found until the last decade. In recent decade, it was understood that this symmetry appears when there are equal in magnitude attractive scalar and repulsive vector potentials (but they have opposite sign) in nuclei. This situation can provide possibility to investigate pseudospin symmetry within the relativistic mean field (RMF) theory which has been used to carry out many ground-state properties of nuclei successfully, because RMF theory includes the near equality in magnitude attractive scalar and repulsive vector potentials. Restoration of the single-particle energy levels within the framework of the pseudospin symmetry is different from usual restoration of single-particle energy levels. Because of this reason, an investigation of how change the single-particle spectra according to the deformation of nuclei can be interesting. In this study, the change of pseudospin partners according to quadrupole deformation parameter in the neutron and proton single-particle spectrum of the  $^{166}\text{Gd}$  nucleus which is known well deformed experimentally are investigated within the RMF theory. Also, the concepts of pseudospin symmetry and RMF theory are given in detail.

**Keywords:** Pseudospin symmetry, relativistic mean field, quadrupole deformation

\* Corresponding author. *Email address:* t.bayram@ymail.com

## 1. GİRİŞ

Sözdespin simetrisi yaklaşık elli yıl kadar önce küresel çekirdeklerde Arima vd. [1] ve Hecht vd. [2] tarafından gözlenmiştir. Daha sonra sözdespin simetrisinin deforme çekirdekler için de iyi bir yaklaşım olduğu gösterilmiştir [3-4]. Bu simetri süper deformasyonları [5] ve özdeş bantları da [6-8] içeren nükleer yapı fiziği ile ilişkili birçok konunun açıklamasında kullanılmıştır. Çekirdekte sözdespin simetrisinin gözlemlenmesinden bugüne kadar bu simetrisinin kaynağını anlamak amacıyla birçok çalışma ortaya konmuştur [9-13]. Uzun yıllar kaynağı anlaşılamayan sözdespin simetrisi ve çekirdek taban-durum özelliklerinin hesabında oldukça başarılı olan relativistik ortalama alan (RMF) teorisi [14-20] arasındaki ilişki ilk olarak Bahri vd. [10] tarafından ortaya konmuştur. Daha sonra Ginocchio [12] tarafından bu simetrisinin kaynağının çekirdek içinde zıt işaretli ancak eşit şiddete sahip çekici skaler alanın ve itici vektör alanın olması durumunda gerçekleştiği gösterilmiştir. 3. Bölümde genel formalizmi verilecek olan RMF teorisinin yaklaşık bir biçimde bu tür potansiyelleri içermesinden dolayı, teori sözdespin simetrisi incelemelerinde önemli bir araç durumundadır [21].

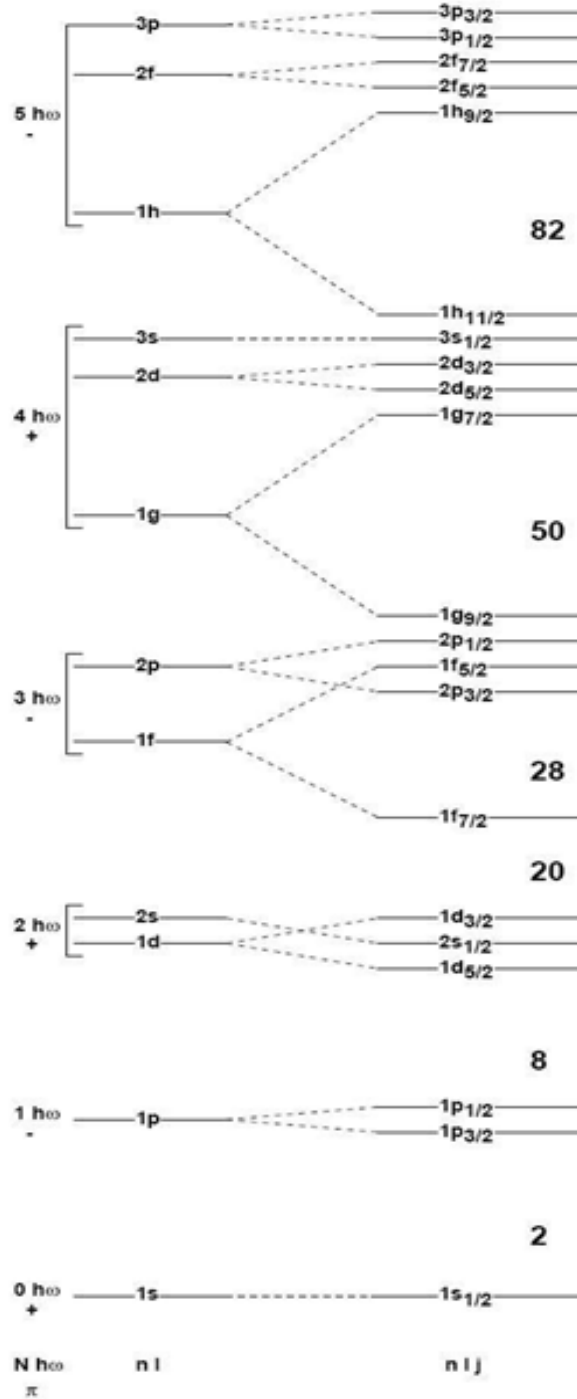
Bu çalışmada deneysel olarak iyi deforme olduğu bilinen ve nadir elementler bölgesinde olan  $^{166}\text{Gd}$  çekirdeğinin hem nötron hem de proton tek-parçacık enerji seviyelerindeki sözdespin çiftlerinin kuadropol deformasyon parametresine göre değişimleri relativistik ortalama alan teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Bu bağlamda 2. Bölümde sözdespin kavramı, 3. Bölümde RMF teorisinin formalizmi ve 4. Bölümde yapılan hesaplar üzerine sayısal ayrıntılar verilmiştir. Son olarak 5. Bölümde bu çalışmanın sonuçları sunulmuş ve tartışılmıştır.

## 2. SÖZDESPİN KAVRAMI

Sözdespin kavramı, yörünge ve spin kısmından oluşan ve  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  şeklinde ifade edilen toplam parçacık açısal momentumu yerine sözde açısal momentumunun ( $\tilde{\mathbf{J}} = \tilde{\mathbf{L}} + \tilde{\mathbf{S}}$ ) dikkate alınması şeklinde açıklanabilir. Sözdespin kavramı relativistik olmayan kuantum sayıları  $(n, l, j = l + 1/2)$  ve  $(n-1, l+2, j = l + 3/2)$  ile ifade edilen tek-parçacık seviyelerinin çok yakın enerjiye sahip olduğunu gösteren deneysel gözlemlerle de uyum içerisindedir. Bu tek-parçacık enerji seviyelerinin sözdespin

Deforme  $^{166}\text{Gd}$  Çekirdeğinde Sözdespin Çiftlerinin Özellikleri

çiftleri gösterimi:  $(\tilde{n}=n-1, \tilde{l}=l+1, \tilde{j}=l\pm 1/2)$  şeklindedir.  $n=1$  ve  $j=l+1/2$  durumları ise gerçek çekirdekte sözdespin çiftine sahip olmayan izinsiz yörünge durumlarına karşılık gelir.



Şekil 2.1 Nötronlar ve protonlar için tek-parçacık enerji seviyeleri

Sözdespin çifti kavramını daha detaylı bir irdeleme için Şekil 2.1’de verilen Nükleer Kabuk Modelinin küresel çekirdek için öngördüğü tek-parçacık spektrumunun sembolik gösterimi incelenebilir. Şekil 2.1’deki önemli noktalardan bir tanesi  $N$  harmonik osilatör baş kuantum sayısı ve  $\hbar\omega \approx 41A^{-1/3}$  olmak üzere  $N\hbar\omega$  ile etiketlenen ana kabuklar arasındaki büyük enerji farklılığıdır. Diğer önemli nokta ise  $1p_{1/2}$  ile  $1p_{3/2}$ ,  $1d_{3/2}$  ile  $1d_{5/2}$ ,  $1f_{5/2}$  ile  $1f_{7/2}$ ,  $1g_{7/2}$  ile  $1g_{9/2}$  seviyeleri gibi spin-yörünge çiftlerinin arasındaki büyük enerji farklılıklarıdır. Yörünge açısal momentumunun büyümesi ile artan ve  $1g_{9/2}$  seviyesine yol açan spin-yörünge ayrışmasındaki artış,  $1g_{9/2}$  seviyesinin bir alt ana kabuğun seviyesi olması için aşağı doğru iter. Böylece  $1g_{7/2}$  seviyesi aynı ana kabukta kalırken,  $1g_{9/2}$  seviyesi bir alt ana kabuğun seviyesi olur ve işgalci (intruder) seviye olarak adlandırılır. Bu nedenle  $1d_{3/2}$  ile  $2s_{1/2}$ ,  $1f_{5/2}$  ile  $2p_{3/2}$ ,  $1g_{7/2}$  ile  $2d_{5/2}$  gibi seviyeler kümelenir. Bu seviyeler sözdespin çiftleri olarak adlandırılır.

Bahri vd. [10] sözdespin simetrisi ve RMF teorisi arasındaki ilişkiyi sözdespin simetrisi için relativistik olmayan hesaplarda spin-yörünge ve yörünge-yörünge etkileşme kuvvetlerinin özel oranın yaklaşık bir biçimde RMF teorisi ile açıklanabildiğini göstererek ortaya koymuştur. Ginocchio [12-13] tarafından sözdespin simetrisinin eşit büyüklüklere sahip ancak zıt işaretli skaler potansiyel  $V_s(r)$  ile vektör potansiyeli  $V_v(r)$  arasındaki ilişki kuruluncaya kadar bu konuda bir ilerleme olmamıştır. Sözdespin simetrisi için eşit büyüklüklere sahip ancak zıt işaretli çekici skaler potansiyel  $V_s(r)$  ile itici vektör potansiyeli  $V_v(r)$  gerekliliği RMF teorisi ile yakın bir ilişkiye sahiptir. Çünkü relativistik ortalama alan teorisinin en temel sürümü olan  $\omega$ - $\sigma$  modelinde nükleer doyma mekanizması kaynağı  $\sigma$ -mezonu olan çekici izoskaler skaler ( $V_s(r)$ ) ve kaynağı  $\omega$ -mezonu olan izoskaler vektör ( $V_v(r)$ ) potansiyelleri ile açıklanmaktadır. Bu durum yaklaşık bir biçimde sözdespin simetrisi ile uyum içerisindedir [22].

Çekici  $V_s(\mathbf{r})$  skaler potansiyeli ve itici  $V_v(\mathbf{r})$  vektör potansiyelinde hareket eden  $M$  kütleli bir nükleon için Dirac denklemi

Deforme  $^{166}\text{Gd}$  Çekirdeğinde Sözdespin Çiftlerinin Özellikleri

$$\left[ \alpha \cdot \hat{\mathbf{p}} + \beta (M + V_s) + V_v \right] \psi_i = E_i \psi_i \quad (2.1)$$

ile verilir. Küresel çekirdek için, çekirdek açısasal momentumu  $\hat{J}$  ve  $\hat{\kappa} = -\hat{\beta}(\hat{\sigma} \cdot \hat{L} + 1)$  Dirac Hamiltoniyeni ile sıra değişim bağıntısına uyarlar. Burada,  $\hat{\beta}$ ,  $\sigma$  ve  $L$  sırasıyla Dirac matrisi, Pauli matrisi ve yörünge açısasal momentumunu temsil etmektedir. Dalga fonksiyonları  $n$  ışınsal (radyal) kuantum sayısı ve  $m$  de açısasal momentumun z-ekseni üzerindeki izdüşümü olmak üzere  $j$  ve  $\kappa$  açısasal momentumlarına göre,

$$\psi_{n\kappa}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} f_{n\kappa} \\ g_{n\kappa} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F_{n\kappa}}{r} Y_{jm}^l(\theta, \phi) \\ \frac{iG_{n\kappa}}{r} Y_{jm}^{\tilde{l}}(\theta, \phi) \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

şeklindedir.  $\hat{\kappa}$  nın özdeğerleri  $\kappa = \pm(j+1/2)$  olur. Burada  $(-)$  işareti  $s_{1/2}$ ,  $p_{3/2}$  vb. aynı yönelimli (aligned) spinleri temsil ederken  $(+)$  işareti  $p_{1/2}$ ,  $d_{3/2}$  vb. aynı yönelimde olmayan (unaligned) spinleri temsil eder. Verilen bir  $\kappa = \pm 1, \pm 2, \dots$ , değeri için  $j = |\kappa| - 1/2$ ,  $l = |\kappa + 1/2|$  ve  $\tilde{l} = |\kappa - 1/2| - 1/2$  olur ve burada,

$$\kappa(\kappa + 1) = l(l + 1) \quad (2.3)$$

$$\kappa(\kappa - 1) = \tilde{l}(\tilde{l} + 1) \quad (2.4)$$

$\Delta = V_v - V_s$  ve  $V = V_v + V_s$  olmak üzere radyal spin yukarı bileşen  $F_{n\kappa}(r)$  ve radyal spin aşağı bileşen  $G_{n\kappa}(r)$  cinsinden Denklem (2.1) ile verilen Dirac denklemi

$$\left( \frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \right) F_{n\kappa}(r) = (M + E_{n\kappa} - \Delta) G_{n\kappa}(r) \quad (2.5)$$

$$\left( \frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) G_{n\kappa}(r) = (M - E_{n\kappa} + V) F_{n\kappa}(r) \quad (2.6)$$

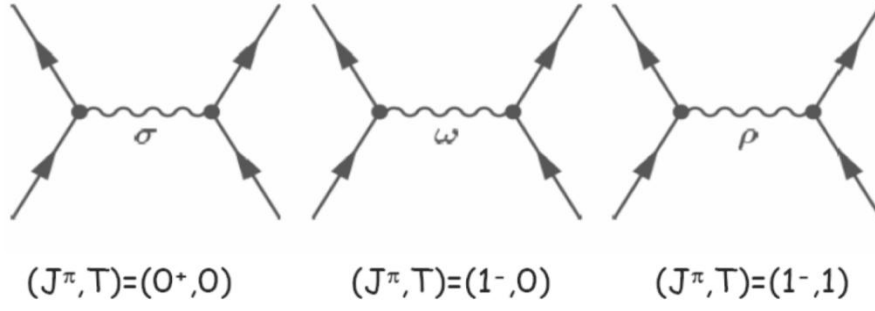
şeklını alır.  $V = 0$  veya  $dV/dr = 0$  olduğunda  $F_{n\kappa}(r)$ 'nin yukarıda verilen denklemler arasında yok edilmesiyle radyal spin aşağı bileşen  $G_{n\kappa}(r)$  için

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{\tilde{l}(\tilde{l}+1)}{r^2} \right] G_{nk}(r) = [(M + E_{nk} - \Delta)(M - E_{nk} + V)] G_{nk}(r) \quad (2.7)$$

şeklinde Schrödinger türü bir denklem elde etmek mümkündür. Bu denklemin özdeğerleri olan  $E_{nk} = E(n, \tilde{l}(\tilde{l}+1))$  sadece  $n$  ve  $\tilde{l}$ 'ye bağlıdır.  $\tilde{l} \neq 0$  için  $j = \tilde{l} \pm 1/2$ 'ye sahip durum dejeneredir ve bu sözdespin simetrisinin açık bir göstergesidir. Bu simetride  $\tilde{l} = 0$ 'a karşılık gelen sözdespin tekli durumları hariç izinsiz yörünge durumları da dahil olmak üzere her aynı yönelimli durum ( $j = l + 1/2 = \tilde{l} - 1/2$ ) dejenerer aynı yönelimli olmayan bir çiftine ( $j = l - 1/2 = \tilde{l} + 1/2$ ) sahip olabilir. Ginocchio [12] aynı zamanda sözde-yörünge açısal momentumundan daha ziyade Dirac spinorunun spin aşağı bileşeninin yörünge açısal momentumunun sözdespin simetrisi için önemli bir rol oynadığını göstermiştir. Bu olgunun daha iyi anlaşılması açısından Lisboa vd. [23] tarafından yapılan çalışma incelenebilir.

### 3. RELATİVİSTİK ORTALAMA ALAN (RMF) TEORİSİ

RMF teorisi Walecka'nın [24] önerdiği relativistik kuantum alan teorisi olup bu modelde Dirac spinoru ile betimlenen nükleonlar mezonların değiş-tokuşu ile etkileşirler. Bu modelde, skaler  $\sigma$ -mezonu ile nükleonlar ( $\psi$ ), Yukawa terimi ( $\bar{\psi}\sigma\psi$ ) şeklinde çiftlenmekte olup, çekirdek içerisindeki güçlü çekici alan kaynağıdır. İzoskaler vektör  $\omega$ -mezonu korunumlu nükleon akımı ( $\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\omega^\mu$ ) ile nükleonlarla çiftlenip, çekirdek içerisindeki güçlü itici alanı üretir. Bunlara ek olarak elektromanyetik etkileşmeyi üretmek için izovektör akımı ve fotonlarla çiftlenmiş izovektör  $\rho$ -mezonu vardır.

Deforme  $^{166}\text{Gd}$  Çekirdeğinde Sözdespin Çiftlerinin Özellikleri

Şekil 3.1 RMF modelinde dikkate alınan mezonlar ve ilişkili kuantum sayıları

$J$ ,  $\pi$  ve  $T$  sırası ile toplam açısal momentum, parite ve izospin kuantum sayılarını temsil etmek üzere dikkate alınan mezonlar ve bunlar ile ilgili kuantum sayıları Şekil 3.1’de gösterilmektedir. Bu modelde Slater determinantı formundaki  $\psi_i$  ( $i=1, \dots, A$ ) tek-parçacık spinoru ile temsil edilen  $A$  tane nükleonun bu mezon alanları içerisinde bağımsız bir şekilde (Hartree formalizmi) hareket ettiği varsayımından yola çıkıldığı için, modelin başlangıç noktası bir Lagranjiyen yoğunluğudur.  $M$ ,  $m_\sigma$ ,  $m_\omega$  ve  $m_\rho$  sırasıyla nükleon,  $\sigma$ -,  $\omega$ - ve  $\rho$ -mezonun kütesini;  $g_\sigma$ ,  $g_\omega$ ,  $g_\rho$  ve  $e^2/4\pi=1/137$  ise sırasıyla  $\sigma$ -,  $\omega$ -,  $\rho$ -mezonu ve foton için çiftlenim sabitleri olmak üzere Lagranjiyen yoğunluğu

$$\begin{aligned}
L \equiv & \bar{\psi}_i \left\{ i\gamma^\mu \partial_\mu - M \right\} \psi_i \\
& + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) - g_\sigma \bar{\psi}_i \psi_i \sigma \\
& - \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - g_\omega \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i \omega_\mu \\
& - \frac{1}{4} \vec{R}^{\mu\nu} \vec{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}^\mu \vec{\rho}_\mu - g_\rho \bar{\psi}_i \gamma^\mu \vec{\tau} \psi_i \vec{\rho}_\mu \\
& - \frac{1}{4} \mathbf{F}^{\mu\nu} \mathbf{F}_{\mu\nu} - e \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{(1-\tau_3)}{2} \psi_i \mathbf{A}_\mu
\end{aligned} \tag{3.1}$$

dür. Standart Walecka modeli sadece  $\sigma$  ve  $\omega$  mezonlarını dikkate alır ve çizgisel bir modeldir. Denklem (3.1) ile verilen Lagranjiyen ifadesinde yer alan  $\rho$ -mezonu ile ilişkili terimler asimetrik çekirdeğin daha iyi bir tanımı için ilave edilir. Ayrıca standart Walecka modelinde sıkıştırılmazlık (K) çok büyük olduğundan çekirdek yüzey

özelliklerinin iyi bir biçimde betimlenebilmesi için  $\sigma$ -mezonunun çizgisel olmayan bir potansiyel içerisinde hareket ettiği varsayımından yola çıkılarak türetilmiş olan  $U(\sigma)$  terimi

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 \quad (3.2)$$

ile verilir [25]. Bu haliyle model çizgisel olmayan Walecka modeli olarak adlandırılmaktadır. Denklem (3.2) ile verilen ifadede  $g_2$  ve  $g_3$  çiftlenim sabitleri etkin bir yoğunluk bağımlılığı olup nükleer yüzeyin uygun tanımı için deneysel verilerden ayarlanır. Vektör mezonlar ve elektromanyetik alan için alan tensörleri,

$$\begin{aligned} \Omega^{\mu\nu} &= \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu \\ \vec{R}_{\mu\nu} &= \partial^\mu \vec{\rho}^\nu - \partial^\nu \vec{\rho}^\mu - g_\rho (\vec{\rho}^\mu \times \vec{\rho}^\nu) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$$

şeklindedir.

Klasik relativistik alan teorisi çerçevesinde alanlar,  $q_i = \phi, V, \psi$  kuantum sayıları ile temsil edilirler. Alanların dinamiği, Lagranjiyen yoğunluğu  $L(q, \partial_\mu q, t)$  olmak üzere varyasyon ilkesi,

$$\delta \int dt L = \delta \int d^4 x L(q_i, \partial_\mu q_i, t) = 0 \quad (3.4)$$

ile verilir. Alanların Euler-Lagrange denklemleri

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu q_i)} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (3.5)$$

ile verilir. Denklem (3.1) ile verilen Lagranjiyen yoğunluğu denklem (3.5) ile verilen Euler-Lagrange denkleminde kullanıldığında, alanlar ile ilişkili hareket denklemleri elde edilir. Bu hareket denklemleri, nükleonları betimleyen Dirac denklemi



Deforme  $^{166}\text{Gd}$  Çekirdeğinde Sözdespin Çiftlerinin Özellikleri

$$\left\{ \gamma^\mu \left( i\partial_\mu + g_\omega \omega_\mu + g_\rho \bar{\tau} \bar{\rho}_\mu + e \frac{(1-\tau_3)}{2} A_\mu \right) + (M + g_\sigma \sigma) \right\} \psi_i = 0 \quad (3.6)$$

ve mezonları betimleyen Klein-Gordon denklemleri,

$$\begin{aligned} \left\{ \partial^\nu \partial_\nu + \partial_\sigma U(\sigma) \right\} \sigma &= -g_\sigma \rho_s \\ \left\{ \partial^\nu \partial_\nu + m_\omega^2 \right\} \omega^\mu &= g_\omega J^\mu \\ \left\{ \partial^\nu \partial_\nu + m_\rho^2 \right\} \bar{\rho}^\mu &= g_\rho \bar{J}^\mu \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\partial^\nu \partial_\nu A^\mu = e J_p^\mu$$

şeklindedir. Mezon alanlarının kaynakları, baryonların Slater determinantındaki tüm dolu (işgal edilmiş) seviyelerin toplanması ile elde edilir.  $\sigma$ -mezonu alanı için skaler yoğunluk;

$$\rho_s(x) = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(x) \psi_i(x) \quad (3.8a)$$

$\omega$ -mezon alanı için akım yoğunluğu;

$$J^\mu(x) = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(x) \gamma^\mu \psi_i(x) \quad (3.8b)$$

$\rho$ -mezon alanı için izovektör akım yoğunluğu;

$$\bar{J}^\mu(x) = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(x) \gamma^\mu \bar{\tau} \psi_i(x) \quad (3.8c)$$

ve foton alanı için proton akım yoğunluğu;

$$J_p^\mu(x) = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(x) \gamma^\mu \frac{(1-\tau_3)}{2} \psi_i(x) \quad (3.8d)$$

ile verilir. RMF teorisinin uygulamalarında karşıt parçacık katkısı ihmal edilir (no-sea approach). RMF modelinin tam anlamıyla kuantum alan teorisi çerçevesinde ele alınması durumunda vakum polarizasyonunun ihmal edilmesinin ciddi bir problem teşkil edeceğinin bilinmesinde fayda vardır. Bu çalışmada, boşluk kutuplanmasının göz ardı edildiği ve buna bağlı olarak negatif enerjili durumların yoğunluk ve akımlara katkı sağlamadığı RMF modeli sadece olgusal bir araç olarak kullanılmaktadır.

#### 4. HESAPLAR ÜZERİNE SAYISAL DETAYLAR

Çekirdeklerin taban durum özelliklerini tanımlayabilmek için ortalama alan yaklaşımı çerçevesinde mezon alan operatörleri beklenen değerleri ile yer değiştirirler. Böylece A tane nükleon, klasik mezon alanlarında bağımsız bir şekilde hareket eden tek-parçacık spinorlarının  $(\psi_i)$  Slater determinantı  $|\phi\rangle$  ile tanımlanır ve mezon alanlarının kaynakları nükleon akım ve yoğunlukları ile tanımlanır.

Denklem (3.6)'nın durağan çözümleri için nükleon spinorları  $\varepsilon_i$  özdeğerli

$$\{\boldsymbol{\alpha}(-i\nabla - \mathbf{V}(\mathbf{r})) + \beta M^*(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})\} \psi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i \psi_i(\mathbf{r}) \quad (4.1)$$

durağan Dirac denkleminin öz-vektörü olurlar. Bu denklemde etkin kütle,

$$M^*(\mathbf{r}) = M + g_\sigma \sigma(\mathbf{r}) \quad (4.2)$$

$\sigma(\mathbf{r})$  skaler alanı ile belirlenir. Denklem (3.6)'daki vektör potansiyeli  $\omega^\mu$ ,  $\boldsymbol{\rho}^\mu$  ve  $A^\mu$  Lorentz vektörlerinin zamansal kısmını içerecek

$$V(\mathbf{r}) = g_\omega \omega^0(\mathbf{r}) + g_\rho \vec{\tau} \vec{\rho}^0(\mathbf{r}) + e \frac{(1-\tau_3)}{2} A^0(\mathbf{r}) \quad (4.3)$$

şeklinde ve uzaysal bileşenlerini içerecek

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = g_\omega \boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}) + g_\rho \vec{\tau} \vec{\boldsymbol{\rho}}(\mathbf{r}) + e \frac{(1-\tau_3)}{2} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (4.4)$$

Deforme <sup>166</sup>Gd Çekirdeğinde Sözdespin Çiftlerinin Özellikleri

şekilde yazılabilir. Bu alanlar, Denklem (4.5) ile verilen Klein-Gordon denklemlerinin çözümleridirler.

$$\begin{aligned} \{-\nabla^2 + m_\sigma^2\} \sigma(\mathbf{r}) &= -g_\sigma \rho_s(\mathbf{r}) - g_2 \sigma^2(\mathbf{r}) - g_3 \sigma^3(\mathbf{r}) \\ \{-\nabla^2 + m_\omega^2\} \omega^\mu(\mathbf{r}) &= g_\omega J^\mu(\mathbf{r}) \\ \{-\nabla^2 + m_\rho^2\} \bar{\rho}^\mu(\mathbf{r}) &= g_\rho \bar{J}^\mu(\mathbf{r}) \\ -\nabla^2 A^\mu(\mathbf{r}) &= e J_p^\mu(\mathbf{r}) \end{aligned} \tag{4.5}$$

Denklem (4.1) ve (4.5) birlikte kapalı bir denklem seti oluştururlar. Bu denklemler çözümü için iteratif bir yöntemle önce mezon alanlarının makul tahminleri ile Dirac denklemi çözülerek nükleonları betimleyen spinorlar ile yoğunluklar ve akımlar elde edilir. Denklem (4.5) ile verilen Klein-Gordon denklemleri bu kaynakların kullanılması ile yeni mezon alanları ve elektromanyetik alanı verir. Bu alanlar  $V^\mu(\mathbf{r})$  potansiyellerinin ve etkin kütlelerin hesaplanması için kullanılır. Bir sonraki iterasyon için, bu hesaplanan nicelikler Denklem (4.1) ile verilen Dirac denkleminde kullanılarak yeni spinorlar elde edilir. Bu iteratif yöntem öz-uyum sağlanıncaya kadar sürdürülerek Dirac ve Klein-Gordon denklemlerinden oluşan kapalı denklem setinin çözümü öz-uyumlu bir şekilde elde edilmiş olur [15, 26].

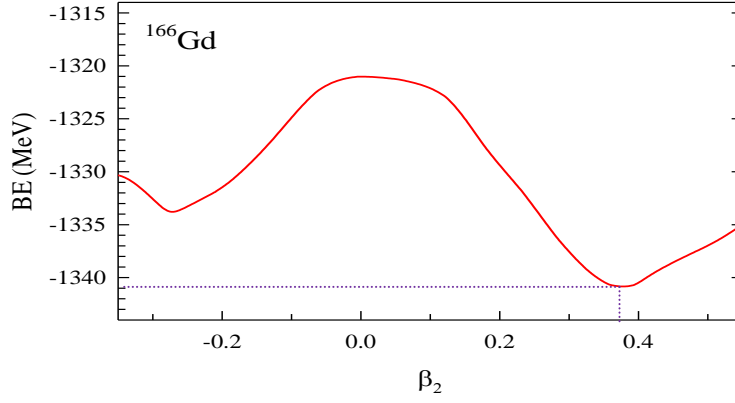
RMF teorisi Denklem (3.1) ile verilen fenomenolojik Lagranjiyen yoğunluğundan hareketle çekirdekler için hareket denklemlerini verir. Bundan dolayı bu Lagranjiyen yoğunluğunda yer alan ve  $m_\sigma$ ,  $m_\omega$  ve  $m_\rho$  ile temsil edilen  $\sigma$ -,  $\omega$ - ve  $\rho$ -mezonu kütleleri ile ve mezon alanlarının çizgisel olmayan çiftlenim sabitleri  $g_\sigma$ ,  $g_\omega$  ve  $g_\rho$  ile Denklem (3.2)'de açık formu verilen çizgisel olmayan potansiyel içerisinde yer alan  $g_2$  ve  $g_3$  sabitleri, nükleer madde özellikleri dikkate alınarak bazı çift sihirli sayıda nükleona sahip çekirdeklerin deneysel verilerine göre belirlenmektedir. Bu sabitlerden nükleon kütlesi ve mezon kütleleri deneysel sonuçlardan alınmakta ve geriye deneysel sonuçlara göre ayarlanması için sadece beş parametre kalmaktadır. Bu şekilde belirlenen parametreler seti Lagranjiyen parametre

seti veya etkin etkileşme seti olarak adlandırılmaktadır. Bu çalışmada, oldukça yaygın bir biçimde kullanılan NL3 [27] parametre setinin yeni gözden geçirilmiş sürümü olan NL3\* [28] kullanılmıştır.

Ayrıca, bu çalışmada iyi deforme oldukları bilinen nadir-toprak izotopları arasından seçilmiş  $^{166}\text{Gd}$  çekirdeği ile yapılan kuadrupol moment kısıtlanmalı hesaplarda bozonlar için 20, fermiyonlar için 18 osilatör kabuk sayısı dikkate alındı. Açık kabuklu deforme çekirdeklerin tanımlanması için önemli bir faktör olan çiftlenim, *Bardeen-Cooper-Schieffer* (BCS) formalizmi ile hesaba katılmış olup proton ve nötronlar için boşluk (gap) parametreleri ( $\Delta$ ), sırasıyla  $\Delta_p = 4.8/Z^{1/3}$  ve  $\Delta_n = 4.8/N^{1/3}$  şeklinde seçilmiştir (bkz. [17]). Burada  $Z$  proton sayısı ve  $N$  nötron sayısıdır.

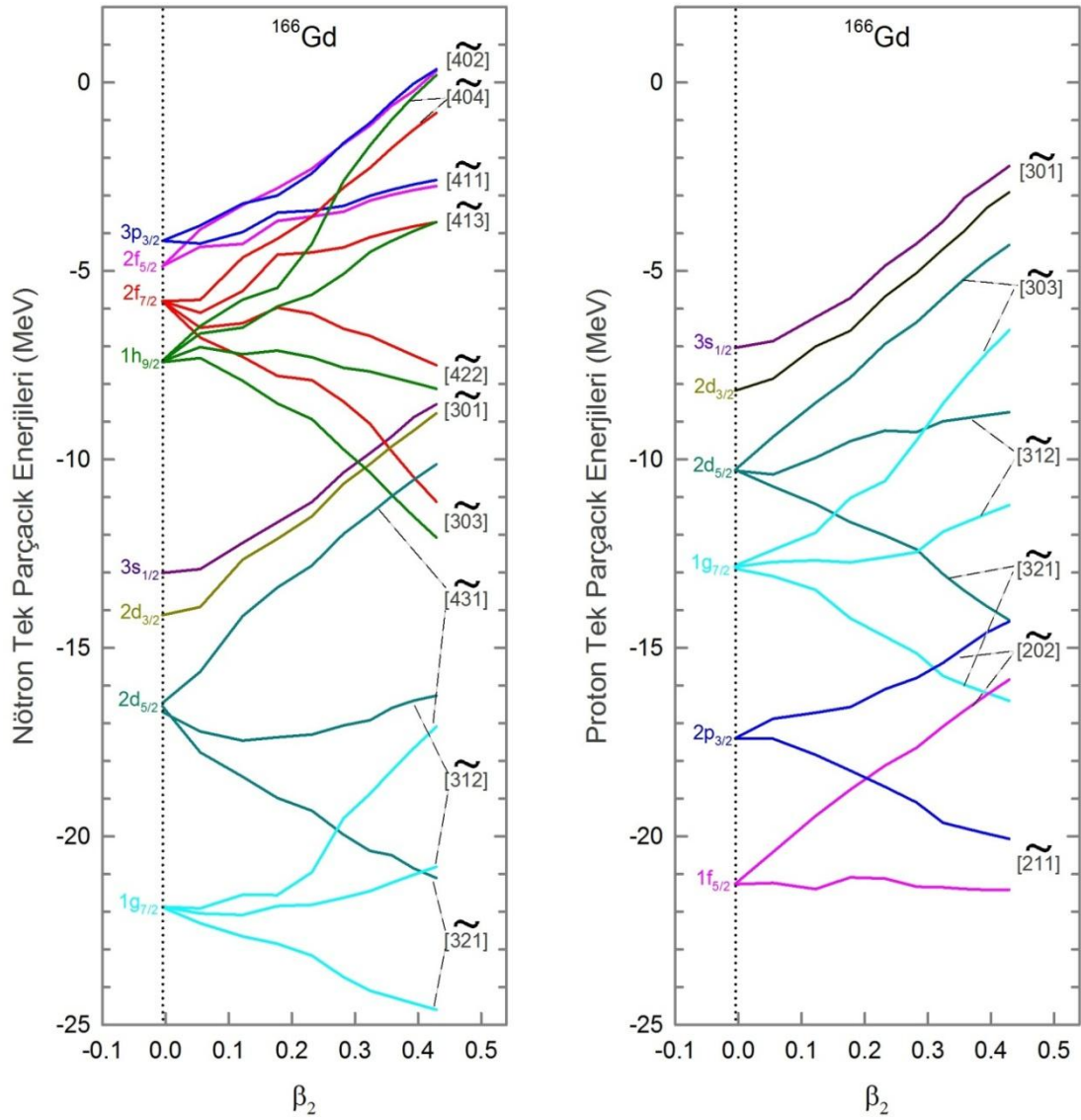
## 5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Şekil 5.1'de  $^{166}\text{Gd}$  çekirdeği için RMF teorisi çerçevesinde NL3\* etkileşme seti kullanılarak kuadrupol momentin kısıtlanması ile elde edilmiş potansiyel enerji eğrisi (PEC) kuadrupol deformasyon parametresi  $\beta_2$  nin bir fonksiyonu olarak gösterilmektedir. Şekilden de görüleceği üzere  $^{166}\text{Gd}$  çekirdeği için en büyük bağlanma enerjisi (taban-durum)  $\beta_2 \cong 0,365$  değerinde prolate şekil için elde edilmektedir. Bu değer deneysel bağlanma enerji değeri olan 1344,102 MeV [29] değerine oldukça yakın olup fark sadece 2 MeV civarındadır. Yaklaşık % 0,1'lik bu hata payı aynı zamanda 5 terimin 10 tane küresel çekirdeğin deneysel değeri yardımı ile ayarlanması sonucu elde edilen parametre seti (NL3\*) ile RMF teorisinin bağlanma enerjisinin belirlenmesinde ne kadar etkin olduğunu göstermektedir.

Deforme  $^{166}\text{Gd}$  Çekirdeğinde Sözdespin Çiftlerinin Özellikleri

Şekil 5.1  $^{166}\text{Gd}$  çekirdeği için toplam bağlanma enerjisinin kuadrupol deformasyon parametresi  $\beta_2$  ye göre değişimi

Şekil 5.2’de sözdespin çiftlerinin RMF teorisi çerçevesinde NL3\* parametre seti ile hesaplanmış bağlı nötron ve proton tek-parçacık enerji seviyeleri deformasyon parametresi  $\beta_2$ ’nin bir fonksiyonu olarak gösteriliyor. Şekilde hem proton hem de nötron tek-parçacık enerji seviyeleri küresel durum  $\beta_2 = 0$ ’da (deformasyonun olmadığı durum) orbital kuantum sayıları ile temsil edilirken, deformasyonun sıfırdan farklı olduğu sağ bölümde sözdespin çiftleri asimptotik Nilsson kuantum sayıları  $[\tilde{N}, \tilde{n}_3, \tilde{\Lambda}]$  ile temsil edilmektedir. Nötron ve protonlar için hesaplanan Fermi enerjisi sırası ile -5,5 MeV ve -10 MeV değerleri civarında küçük değişimler göstermiştir.



Şekil 5.2  $^{166}\text{Gd}$  için nötron ve proton tek-parçacık enerji seviyelerinde sözdespin çiftlerinin kuadrupol deformasyon parametresine ( $\beta_2$ ) göre değişimleri

Şekil 5.2’de gösterilen nötron ve proton sözdespin çiftlerinin deformasyona bağlı değişimleri incelendiğinde:

- a. Fermi düzeyinin hemen altında veya üstünde sözdespin çiftleri arasındaki enerji farklılığı küçüktür. Büyük sözdespin açısıl momentum kuantum sayısına sahip sözdespin çiftleri arasındaki enerji farklılığı göreceli olarak daha büyüktür.

## Deforme $^{166}\text{Gd}$ Çekirdeğinde Sözdespin Çiftlerinin Özellikleri

- b. Yaklaşık olarak  $\beta_2 = 0,25$  değerinden sonra sözdespin çiftleri arasındaki enerji farklılığı sabit kalıp deformasyonun büyümesi ile değişmemektedir.
- c. Sözdespin çiftleri arasındaki enerji farkının işareti deformasyona bağlı olarak değişmemekle beraber  $[4\bar{0}4]$  Nilsson kuantum sayısına sahip sözdespin çiftleri için bir istisna söz konusudur. Benzer bir durum Bohr vd. [9] ve Lalazissis vd. [21] tarafından  $^{154}\text{Dy}$  çekirdeği üzerine yapılan hesaplarda da gözlemlenmiştir.

Bu çalışmada sunulan tek-parçacık enerji seviyeleri ile ilişkilendirilmiş sözdespin çiftlerinin deformasyona bağlı değişim durumları hem nötron ve hem de proton için benzerlik göstermektedir. Bir diğer vurgulanması gereken nokta ise Fermi düzeyi civarına doğru gidildikçe sözdespin çiftlerinin oldukça iyi bir şekilde yerleşiyor olmasıdır. Bu durum Ginocchio ve Leviatan'ın [13] bulguları ve  $^{168}\text{Er}$  için yapılmış hesap [22] ile uyum içerisindedir.

### KAYNAKLAR

- [1] A. Arima, M. Harvey ve K. Shimizu, 1969. Pseudo LS Coupling and Pseudo SU3 Coupling Schemes, Phys. Lett. B 30, 517-522.
- [2] K.T. Hecht ve A. Adler, 1969. Generalized seniority for favored  $J \neq 0$  pairs in mixed configurations. Nucl. Phys. A 137, 129-143.
- [3] R.D. Ratna, J.P. Draayer ve K.T. Hecht, 1973. Search for a coupling scheme in heavy deformed nuclei: The pseudo SU(3) model. Nucl. Phys. A 202, 433-466.
- [4] A.L. Blokhin, T. Beuschel, J.P. Draayer ve C. Bahri, 1997. Pseudospin and Nuclear Deformation. Nucl. Phys. A 612, 163-203.
- [5] J. Dudek, W. Nazarewicz, Z. Szymanski ve G.A. Leander, 1987. Abundance and systematics of nuclear superdeformed states; relation to the pseudospin and pseudo-SU(3) symmetries. Phys. Rev. Lett. 59, 1405-1408.
- [6] W. Nazarewicz, P.J. Twin, P. Fallon ve J.D. Garrett, 1990. Natural-parity States in Superdeformed Bands and Pseudo SU(3) Symmetry at Extreme Conditions. Phys. Rev. Lett. 64, 1654-1657.

- [7] B. Mottelson, 1991. Some Themes in the Study of Very Deformed Rotating Nuclei. Nucl. Phys. A 522, 1-12.
- [8] J.Y. Zeng, J. Meng, C.S. Wu, E.G. Zhao, Z. Xing ve X.Q. Chen, 1991. Spin Determination and Quantized Alignment in the Superdeformed Bands in  $^{152}\text{Dy}$ ,  $^{151}\text{Tb}$ , and  $^{150}\text{Gd}$ . Phys. Rev. C 44, 1745-1748.
- [9] A. Bohr, I. Hamamoto ve B.R. Mottelson, 1982. Pseudospin in Rotating Nuclear Potentials. Physica Scripta 26, 267-272.
- [10] C. Bahri, J. P. Draayer ve S.A. Moszkowski, 1992. Pseudospin Symmetry in Nuclear Physics. Phys. Rev. Lett, 64, 2133-2136.
- [11] O. Castanos, M. Moshinsky ve C. Quesne, 1992. Transformation to Pseudo-SU (3) in Heavy Deformed Nuclei. Phys. Lett. B 277, 238-242.
- [12] J.N. Ginocchio, 1997. Pseudospin as a Relativistic Symmetry. Phys. Rev. Lett. 78, 436-439.
- [13] J.N. Ginocchio ve A. Leviatan, 1998. On the Relativistic Foundations of Pseudospin Symmetry in Nuclei. Phys. Lett. B 425, 1-5.
- [14] B.D. Serot ve J.D. Walecka, 1986. The relativistic nuclear many-body problem. Adv. Nucl. Phys. 16, 1-320.
- [15] Y.K. Gambhir, P. Ring ve A. Thimet, 1990. Relativistic mean field-theory for finite nuclei. Ann. Phys. 198, 132-179.
- [16] J. Meng, H. Toki, S.G. Zhou, S.Q. Zhang, W.H. Long ve L.S. Geng, 2006. Relativistic continuum Hartree Bogoliubov theory for ground-state properties of exotic nuclei. Prog. Part. Nucl. Phys. 57, 470-563.
- [17] T. Bayram, 2012. Relativistik Ortalama Alan Modelinde Çekirdek Taban Durum Özellikleri. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- [18] A.H. Yılmaz ve T. Bayram, 2011. A Detailed Investigation on the Ground-state Nuclear Properties of Even-even Mo Isotopes by Using the Relativistic Mean Field Approach. Journal of the Korean Physical Society 59, 3329-3336.
- [19] A. H. Yılmaz, T. Bayram, M. Demirci ve B. Engin, 2010. Ground-State Properties of Some Rare Earth Nuclei in Relativistic Mean Field Theory. Azerbaijan Journal of Physics: Fizika 16, 544-546.



- [20] A. H. Yılmaz ve T. Bayram, 2011. Axially Deformed Relativistic Mean Field Calculations on the Properties of Isotopic Chain of Superheavy Nuclei. *Balkan Physics Letters* 19, 85-94.
- [21] G.A. Lalazissis, Y.K. Gambhir, J.P. Maharana, C.S. Warke ve P. Ring, 1998. Relativistic Mean Field Approach and the Pseudospin Symmetry. *Phys. Rev. C* 58, 45-48.
- [22] J.N. Ginocchio, 2005. Relativistic Symmetries in Nuclei and Hadrons. *Physics Reports* 414, 165-261.
- [23] R. Lisboa, M. Malherio, A.S. de Casto, P. Alberto ve M. Fiolhais, 2004. Pseudospin Symmetry and the Relativistic Harmonic Oscillator. *Phys. Rev. C* 69, 024319.
- [24] J.D. Walecka, 1974. A Theory of Highly Condensed Matter. *Annals of Physics* 83, 491-529.
- [25] J. Boguta ve A.R. Bodmer, 1977. Relativistic Calculation of Nuclear Matter and the Nuclear Surface. *Nucl. Phys. A* 292, 413-428.
- [26] P. Ring, Y.K. Gambhir ve G.A. Lalazissis, 1997. Computer Program for Relativistic Mean Field Description of the Ground-State Properties of Even-Even Axially Deformed Nuclei. *Comput. Phys. Commun.* 105, 77-97.
- [27] G.A. Lalazissis, J. König ve P. Ring, 1997. New parametrization for the Lagrangian density of relativistic mean field theory. *Phys. Rev. C* 55, 540-543.
- [28] G.A. Lalazissis, S. Karatzikos, R. Fossion, A.D. Pena, A.V. Afanasjev ve P. Ring, 2009. The Effective Force NL3 revisited. *Phys. Lett. B* 671, 36-41.
- [29] G. Audi, A.H. Wapstra ve C. Thibault, 2003. The AME2003 Atomic Mass Evaluation. *Nucl. Phys. A* 729, 337-676.