

# Paketimsi ve Kırınmayan Işınlarda Atmosferde Bir Engel Tarafından Kırınması

Mustafa Kara

*Ordu Üniversitesi M.Y.O, Elektronik Haberleşme Bölümü, 52200 Ordu, Türkiye  
mustafa.kara@odu.edu.tr*

---

**Özet.** Bu çalışma homojen dalga denkleminin iki çözümünü incelemektedir. Bu çözümler paketimsi çözüm ve kırınmayan ışın olarak adlandırılabilir. İlk olarak bu dalgaların atmosferdeki yayılımı incelenmiştir. İkinci adımda bir engel (bıçak sırtı) ışının yayılım yoluna yerleştirilip kırılma etkileri incelenmiştir. Sonuçlar sayısal olarak MATLAB yardımıyla çizilmiştir.

**Anahtar Kelimeler.** Kırılma, paketimsi dalga, Gauss ışını.

**Abstract.** This study takes two different solutions of homogenous wave equation into consideration. These solutions are named as packet-like solution and non-diffracting beam. First of all the propagation of these waves in the atmosphere is investigated. As a second step, an obstacle (a knife edge) is located on the propagation path of the diffracting beam and the diffraction effects are examined. The results are plotted numerically by using MATLAB.

**Keywords.** Diffraction, packet-like wave, Gaussian beam.

---

## 1. Giriş

Farklı frekanslardaki dalgaların toplamı olarak ifade edilebilen bir dalga paketi dalga hareketinin özel bir durumudur [1]. Bu tip dalga yayılımının ışın ve parçacık optiği, elektromanyetik ve kuantum mekaniğinde geniş uygulama alanları vardır. Schrödinger denkleminin de dalga paketleri formunda çözümleri vardır. Bir dalga paketi lokalize olmuş bir dalgaformu biçiminde modüle edilmiş yüksek frekanslı bir dalga olarak ifade edilebilir. Daha önce Bélanger tarafından belirtildiği

---

Received October 22, 2010; accepted May 21, 2011.

Bu makale, 30 Nisan-1 Mayıs 2009 tarihlerinde Çankaya Üniversitesi'nin Ankara yerleşkesinde yapılmış olan 2. Çankaya Üniversitesi Mühendislik ve Teknoloji Sempozyumu'nda sunulan ve sadece geniş bildiri özeti bölümü hakem sürecinden geçerek bu sempozyum kitapçığında yayımlanan bir makalenin revize edilmiş şekli olup Sempozyum Değerlendirme Komitesi tarafından yayımlanmak üzere Çankaya University Journal of Science and Engineering dergisine gönderilmesi önerilmiş ve derginin bağımsız hakem değerlendirmeleri sonucunda yayıma kabul edilmiştir.

gibi belirli paketimsi ışınlar homojen Maxwell denklemlerinin çözümleridir. Brittingham bu çözümlerin homojen Maxwell denklemlerini sağlayan özel elektromanyetik darbeler olduğunu ortaya atmıştır. Bunlar yayılım yolunda her zaman belli alanlarda yoğunlaşmış ışınlar olarak bilinirler. Bu özellikleri yüzünden Brittingham bunları “focus wave modes” (odaklı dalga modları) olarak adlandırarak bazı matematiksel formülasyonlarla bunların sürekli, tekil olmayan, saçılmayan ve üç boyutlu yapıda doğrusal olarak ışık hızında ilerleyen özellikte oldukları sonucuna varmıştır [2,3]. Sonraki çalışmalarda bazı yazarlar Maxwell denklemleri veya kompleks kaynak kavramını kullanarak bu modlar için kesin ifadeler elde etmeye çalışmışlardır [4,5]. İlk olarak Brittingham tarafından öne sürülen dalga denkleminin odaklı dalga mod çözümü uzayda lokalize olmuş bir dalgayı temsil eder [6]. Bu dalga zıt yönde yayılan iki dalgadan oluşur. Brittingham odaklı dalga modu yapısına dayalı bir formül önererek paraksiyel dalgaformuyla aynı bir denklem çıkarmıştır. Ayrıca paraksiyel dalga denkleminin çözümünün kendisinin çıkardığı diferansiyel denklem için de geçerli olduğunu göstermiştir. Literatürdeki bütün bu çalışmalar ışık hızında ilerleyen elektromanyetik ve optik dalgalar için yürütülmüştür [7-9]. Odaklı dalga modları Gauss ışını biçimindedir. Fakat bunların ışın parametreleri uzay ve zamana bağlıyken Gauss ışınının parametreleri sadece uzaya bağlıdır. Gauss ışınları paraksiyel dalga denkleminin çözümüyken, odaklı dalga modları dalga denkleminin çözümüne sahiptir [10]. Odaklı dalga modları uzay ve zamana bağlı olarak distorsiyonsuz profile sahip oldukları için sonsuz enerjili ve bozulmadan ilerleyen düzlem dalgaları andırırlar. Paketimsi (odaklı) dalgalar belirli zaman aralıklarında odaklanmış olarak kalırlar ve bunların zarfı Gauss ışınıdır.

## 2. Dalga Paketlerinin Diferansiyel Denklemi

**2.1. Teori.** Bu bölümde paraksiyel yaklaşım ve Bélanger [2] yöntemini kullanarak odaklı dalga modları için bir diferansiyel denklem çıkaracağız. Bunun için grup ve faz hızları eşit olan bir dalga yayılımını varsayacağız. Bu dalganın zarfının odaklı dalga modu olması beklenir. Taşıyıcı dalganın homojen dalga denklemi Eş.1'deki gibi verilebilir:

$$\nabla^2 G(x, y, \eta) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2}(x, y, \eta) = 0. \quad (1)$$

Burada  $\nabla_T$  enine koordinatlara bağlı Laplace operatörüdür ve  $\eta = z - ct$ . Bu denklemin paketimsi çözümlerini elde etmek için aşağıdaki formülasyon ile başlayabiliriz

[3]:

$$G(x, y, \eta) = U(x, y, \eta)e^{-j\frac{k}{2}(\eta+ct)}. \quad (2)$$

Bu denklem, zarfı  $U(x, y, \eta)$  fonksiyonuyla belirlenen bir dalga paketini temsil eder ve bunu Eş.1'de yerine yazarsak aşağıda verilen paraksiyel dalga denklemine benzer bir ifade elde ederiz:

$$\nabla_T^2 U - 2jk \frac{\partial U}{\partial \eta} = 0. \quad (3)$$

Burada  $\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} = 0$  bağıntısını paraksiyel yaklaşıklık olarak düşünüyoruz.

**2.2. Paraksiyel dalga paketi denkleminin spektral çözümü.** Fourier dönüşümüyle Eş.3'teki diferansiyel denklemi çözebiliriz ve konvolüsyon özelliğini kullanarak saçılma integralini elde edebiliriz.  $U(x, y, \eta)$  fonksiyonu

$$U(x, y, \eta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(\alpha, \beta, \eta) \exp[-j(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \quad (4)$$

olarak tanımlanabilir ve bu  $W(\alpha, \beta, \eta)$ 'nın ters Fourier integral dönüşümüdür. Eş.4'ü Eş.3'te yerine yazarsak

$$\frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ -(\alpha^2 + \beta^2)W - 2jk \frac{\partial W}{\partial \eta} \right] e^{-j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta = 0 \quad (5)$$

elde ederiz. Eş.5 aşağıdaki sonucu verir:

$$\frac{\partial W}{\partial \eta} - j \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{2k} W = 0. \quad (6)$$

Eş.6'daki diferansiyel denklemi çözmek için

$$W = C(\alpha, \beta) \exp(r\eta) \quad (7)$$

yazabiliriz. Eş.7'yi Eş.6'da yerine yazarsak

$$r = \frac{j(\alpha^2 + \beta^2)}{2k} \quad (8)$$

elde ederiz. Sonuç olarak  $W$  aşağıdaki gibi elde edilir:

$$W = C(\alpha, \beta) e^{r\eta} = C(\alpha, \beta) e^{j\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2k}\eta}. \quad (9)$$

Burada  $C(\alpha, \beta)$ ,  $\eta$ 'ye göre sabittir. Sonuçta,  $U(x, y, \eta)$  aşağıdaki biçime dönüşür:

$$U(x, y, \eta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\alpha, \beta) e^{j\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2k}\eta} e^{-j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (10)$$

$C(\alpha, \beta)$ 'nin değeri  $\eta$ 'ye bağlı şartlarla belirlenebilir.  $\eta = 0$ 'da  $U(x, y, \eta)$ 'nin değeri  $U(x, y, 0) = U_0(x, y)$  olarak kabul edilirse  $U_0(x, y)$

$$U_0(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\alpha, \beta) e^{-j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta, \quad (11)$$

$\eta = 0$  için Eş.10'dan elde edilir. Eş.11'deki denklem, kendisinden Eş.12'nin elde edildiği ters Fourier dönüşümü ve Eş.12,  $U_0(x, y)$ 'nin Fourier dönüşümüdür.

$$C(\alpha, \beta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x, y) e^{-j(\alpha x + \beta y)} dx dy. \quad (12)$$

**2.3. Kırılma integrali.** Şimdi dalga paketi çözümü için bir kırılma integrali elde etmemiz gerekiyor. [11]'dekine benzer bir yaklaşım kullanacağız. Eş.10'daki ifade Eş.13'teki ifadenin ters Fourier dönüşümüdür.

$$C(\alpha, \beta) e^{j \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2k} \eta}. \quad (13)$$

Bu yüzden  $U(x, y, \eta)$  Eş.14'teki gibi yazılabilir:

$$U(x, y, \eta) = F^{-1} \left\{ C(\alpha, \beta) e^{j \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2k} \eta} \right\}. \quad (14)$$

Burada  $F^{-1}\{\}$  ters Fourier dönüşümünü ifade etmektedir. Eş.14 konvolüsyon işlemine yol açar:

$$U(x, y, \eta) = F^{-1} \{ C(\alpha, \beta) \} * F^{-1} \left\{ e^{j \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2k} \eta} \right\}. \quad (15)$$

$C(\alpha, \beta)$ 'nin ters Fourier dönüşümü Eş.11'de  $U_0(x, y)$  olarak elde edilmiştir. Eş.15'teki üslü terimin ters Fourier dönüşümünü bulmak için Eş.16'daki ifadeyi yazabiliriz:

$$M(x, y, \eta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2k} \eta} e^{-j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (16)$$

Eş.16'daki bu ifade Eş.17'deki gibi ayrıştırılabilir:

$$M(x, y, \eta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\frac{\eta}{2k}\alpha^2 - \alpha x)} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\frac{\eta}{2k}\beta^2 - \beta y)} d\beta. \quad (17)$$

Eş.17'deki integraller aynı formdadır. İlk integrali düzenlemek için

$$\frac{\eta}{2k} \alpha^2 - \alpha x = \frac{\eta}{2k} \alpha^2 - \alpha x + A^2 - A^2 \quad (18)$$

$$= \left( \sqrt{\frac{\eta}{2k}} \alpha - A \right)^2 - A^2 \quad (19)$$

$$= \left( \sqrt{\frac{\eta}{2k}} \alpha \right)^2 - 2\sqrt{\frac{\eta}{2k}} \alpha A + A^2 - A^2 \quad (20)$$

$$= \frac{\eta}{2k} \alpha^2 - 2\sqrt{\frac{\eta}{2k}} \alpha A \quad (21)$$

işlemleri yapılarak

$$A = \frac{x}{2} \sqrt{\frac{2k}{\eta}} \quad (22)$$

elde edilir. İkinci integral için de benzer şekilde

$$\frac{\eta}{2k} \beta^2 - \beta x + B^2 - B^2 = \left( \sqrt{\frac{\eta}{2k}} \beta - B \right)^2 - B^2 \quad (23)$$

eşitliği kullanılırsa

$$B = \frac{y}{2} \sqrt{\frac{2k}{\eta}} \quad (24)$$

elde edilir. Bu düzenlemelerle Eş.17'yi tekrar yazarsak Eş.26'daki ifadeyi elde ederiz:

$$M(x, y, \eta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\sqrt{\frac{\eta}{2k}} \alpha - A)^2 - A^2} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\sqrt{\frac{\eta}{2k}} \beta - B)^2 - B^2} d\beta \right] \quad (25)$$

$$= \frac{e^{-j(A^2+B^2)}}{(2\pi)^2} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\sqrt{\frac{\eta}{2k}} \alpha - A)^2} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\sqrt{\frac{\eta}{2k}} \beta - B)^2} d\beta \right]. \quad (26)$$

Eş.26'da benzer formdaki integraller için değişken dönüşümü yapacağız. İlk integral için,

$$j \left( \sqrt{\frac{\eta}{2k}} \alpha - A \right)^2 = -\frac{t^2}{2}, \quad (27)$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} \left( \sqrt{\frac{\eta}{2k}} \alpha - A \right)^2 = e^{j\pi} \frac{t^2}{2}, \quad (28)$$

ve sonuçta

$$d\alpha = e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{k}{\eta}} dt \quad (29)$$

elde ederiz. Aynı yolla ikinci integral için,

$$j \left( \sqrt{\frac{\eta}{2k}} \beta - B \right)^2 = -\frac{q^2}{2} \quad (30)$$

dönüşümünü kullanarak

$$d\beta = e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{k}{\eta}} dq \quad (31)$$

buluruz. Bu sonuçları Eş.26'da yerine yazarak Eş.32'deki ifadeye ulaşırız:

$$M(x, y, \eta) = \frac{e^{-j(A^2+B^2)}}{(2\pi)^2} e^{j\frac{\pi}{2}} \frac{k}{\eta} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{q^2}{2}} dq \right]. \quad (32)$$

Burada

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{p^2}{2}} dp = \sqrt{2\pi} \quad (33)$$

bilinen integral bağıntısını kullanarak Eş.32, Eş.34'teki gibi yazılabilir:

$$M(x, y, \eta) = \frac{jk}{2\pi} \frac{e^{-jk\frac{x^2+y^2}{2\eta}}}{\eta}. \quad (34)$$

Eş.34'teki

$$A^2 + B^2 = \frac{k}{2\eta}(x^2 + y^2) \quad (35)$$

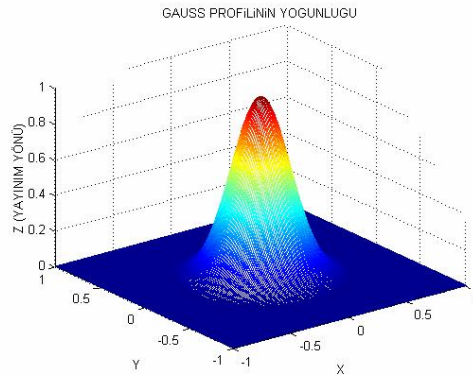
ifadesi Eş.22 ve Eş.24 kullanılarak elde edilir. Eş.34'ü Eş.15'te yerine yazarsak

$$U(x, y, \eta) = U_0(x, y) \frac{jk}{2\pi} \frac{e^{-jk\frac{x^2+y^2}{2\eta}}}{\eta} \quad (36)$$

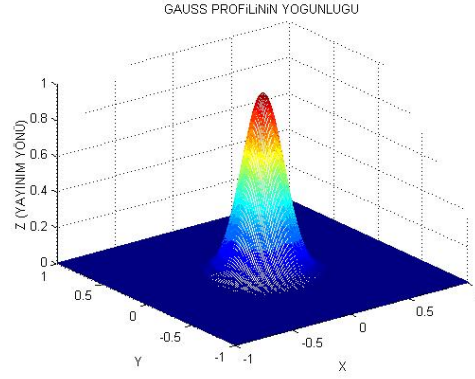
ifadesini elde ederiz ki bu Bélanger [2] tarafından aşağıdaki biçimde belirtilen Gauss profilidir:

$$F_{0,0} = \frac{z_0}{z_c + jz_0} e^{-j\frac{k}{2} \frac{\rho^2}{z_c + jz_0}}. \quad (37)$$

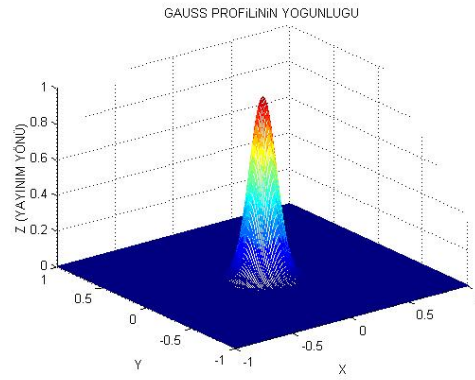
Eş.37'deki  $\rho$ , enine silindirik koordinattır ve  $(x^2 + y^2)^{1/2}$ 'ye eşittir.  $z_0 = k\omega_0^2/2$  ve  $\omega_0$  ve ışının  $z_c = z - ct = 0$  noktasındaki bel kısmıdır.  $U$ 'daki  $\eta$ ,  $\eta_1$  ve  $\eta_0$  parametrelerini içerir ve bunlar sırasıyla  $F_{0,0}$ 'daki  $z_c$  and  $z_0$ 'a karşılık gelir. Aşağıdaki şekiller  $U$ 'nun değişik parametre değerleri için elde edilmiştir ve dalgaboyu 0,1 metre olarak alınmıştır ( $k = 2\pi/\lambda$ ):



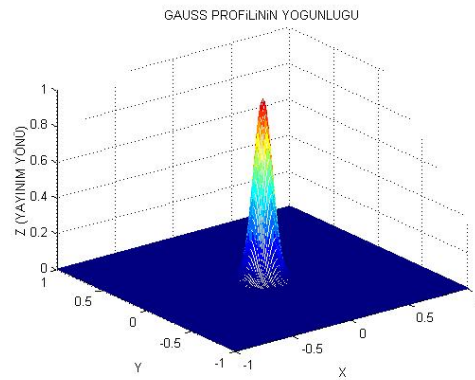
ŞEKİL 1. Gauss ışını;  $k$ ,  $\eta_1 = -5$  ve  $\eta_0 = -1$ .



ŞEKİL 2. Gauss ışını;  $k_1 = 2k$ ,  $\eta_1 = -5$  ve  $\eta_0 = -1$ .

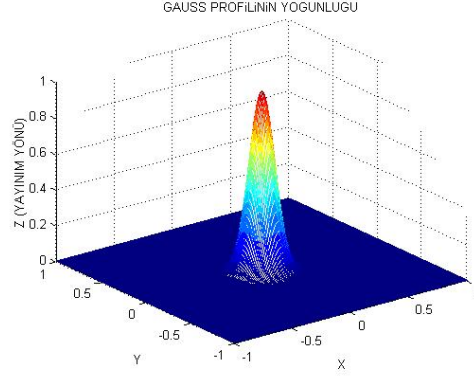


ŞEKİL 3. Gauss ışını;  $k_2 = 5k$ ,  $\eta_1 = -5$  ve  $\eta_0 = -1$ .

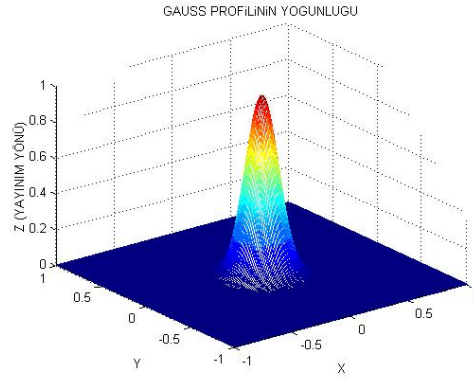


ŞEKİL 4. Gauss ışını;  $k_3 = 10k$ ,  $\eta_1 = -5$  ve  $\eta_0 = -1$ .

Yukarıdaki şekillerden “ $k$ ” değeri arttıkça Gauss profiline keskinleştiğini görmekteyiz.

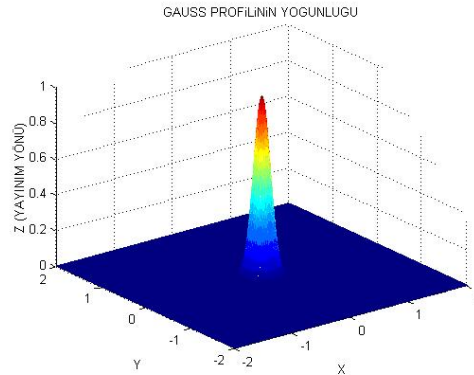


ŞEKİL 5. Gauss ışını;  $k_4 = 10k$ ,  $\eta_1 = -7$  ve  $\eta_0 = -1$ .



ŞEKİL 6. Gauss ışını;  $k_5 = 10k$ ,  $\eta_1 = -9$  ve  $\eta_0 = -1$ .

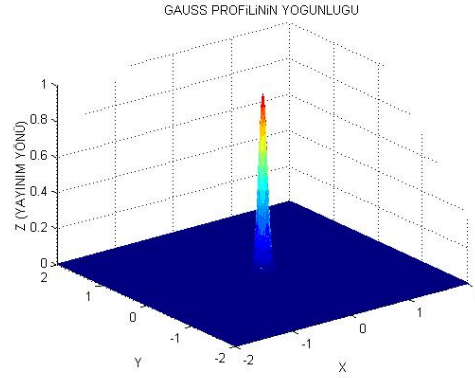
Şekil 5 ve Şekil 6'da görüldüğü gibi, diğer parametrelerin sabit tutulup,  $\eta$ 'in arttırılması durumunda Gauss profili genişlemektedir.



ŞEKİL 7. Gauss ışını;  $k_6 = 10k$ ,  $\eta_1 = -9$  ve  $\eta_0 = -1$ .

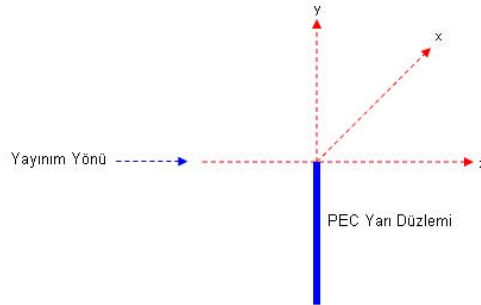


Şekil 7,  $x$  ve  $y$  aralıklarının artması durumunda Gauss profiline keskinliğinin arttığını göstermektedir. Bu değişim apartür alanının artışından kaynaklanır ve bunun sonucu Gauss profilinde daha az dispersiyon gözlenir.



ŞEKİL 8. Gauss ışını;  $k_7 = 10k$ ,  $\eta_1 = -9$  ve  $\eta_0 = -5$ .

Şekil 8, bir önceki şekilde  $\eta_0 = -5$  yapılarak elde edilmiştir. Bu durumda, profilin tekrar keskinleştiği görülmektedir.



ŞEKİL 9.  $y$ -ekseninde yerleştirilmiş bir PEC (mükemmel elektriksel iletken) yarı düzlemi.

Problemimiz için kırılma integrali Eş.38'deki gibi yazılabilir:

$$U(x, y, \eta) = \frac{jk}{2\pi\eta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 U_0(x', y') e^{-j\frac{k}{2\eta}[(x-x')^2 + (y-y')^2]} dy' dx'. \quad (38)$$

Burada  $U_0(x', y')$  birim genliklidir. Alan yarı düzlemde üniform olarak dağılmıştır. Paraksial kırılma integrali, herhangi bir  $z$  düzlemindeki alan genliklerinin  $z = 0$  düzlemindekilerle doğrusal, ötelemeden bağımsız, Eş.34'te bulduğumuz  $M(x, y, \eta)$  impuls tepkisi olan filtreleme işlemiyle ilişkilendirilebileceğini ifade eder. Bu impuls

tepkisinin orijindeki kaynaktan  $z$  kadar uzakta olan bir düzlemdeki genliği verdiği anlamına gelir. Eş.2'ye dönersek, bunu şu şekilde tekrar yazabiliriz:

$$G(x, y, \eta) = \frac{jk}{2\pi\eta} e^{-j\frac{k}{2}(z-ct)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 e^{-j\frac{k}{2\eta}[(x-x')^2+(y-y')^2]} dy' dx'. \quad (39)$$

Eş.39'u şöyle ayrıştırabiliriz:

$$G(x, y, \eta) = \frac{jk}{2\pi\eta} e^{-j\frac{k}{2}(z-ct)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{k}{2\eta}(x-x')^2} dx' \int_{-\infty}^0 e^{-j\frac{k}{2\eta}(y-y')^2} dy'. \quad (40)$$

Eş.40'taki birinci integrali çözmek için

$$-j\frac{k}{2\eta}(x-x')^2 = -\frac{t^2}{2} \quad (41)$$

dönüşümünü yaparsak

$$dx' = e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{\eta}{k}} dt \quad (42)$$

elde ederiz. Eş.41 ve Eş.42'yi kullanarak birinci integral için Eş.43'teki sonucu buluruz:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{k}{2\eta}(x-x')^2} dx' = e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\pi\eta}{k}}. \quad (43)$$

Eş.40'taki ikinci integral için de

$$\frac{k}{2\eta}(y'-y)^2 = t^2, \quad (44)$$

$$dy' = \sqrt{\frac{2\eta}{k}} dt \quad (45)$$

ifadelerini yazarak bu ifadeyi Eş.46'daki biçime dönüştürürüz:

$$\int_{-\infty}^0 e^{-j\frac{k}{2\eta}(y-y')} dy' = \int_{-\infty}^{-y\sqrt{\frac{k}{2\eta}}} e^{-jt^2} dt. \quad (46)$$

Bu ifade aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$\int_{y\sqrt{\frac{k}{2\eta}}}^{\infty} e^{-jt^2} dt. \quad (47)$$

Fresnel integrali Eş.48'deki gibi tanımlanmıştır:

$$F[x] = \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-jq^2} dq. \quad (48)$$

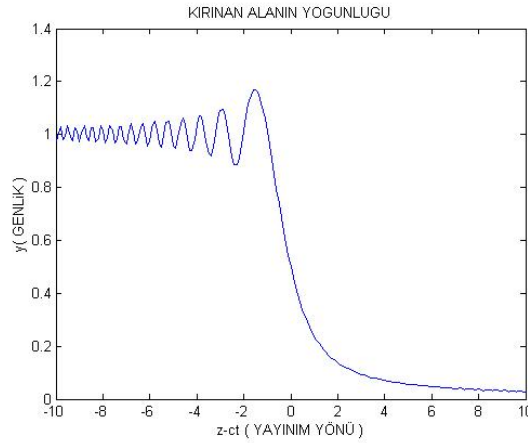
Bundan dolayı Eş.47'deki ifade Fresnel integrali cinsinden Eş.49'daki gibi yazılabilir:

$$\sqrt{\pi}e^{-j\frac{\pi}{4}}F\left[y\sqrt{\frac{k}{2\eta}}\right]. \quad (49)$$

Eş.49 ve Eş.43'ü Eş.40'ta yerlerine yazarsak  $G(x, y, \eta)$ 'yi aşağıdaki biçime dönüştürmüş oluruz:

$$G(x, y, \eta) = \sqrt{\frac{k}{2\pi\eta}}e^{-j\frac{k}{2}(z-ct)}F\left[y\sqrt{\frac{k}{2\eta}}\right]. \quad (50)$$

Eş.50, saçılan alanın nihai ifadesi olarak kabul edilebilir. Kırılan alan Şekil 10'da gösterilmiştir. Bu şekil Bessel fonksiyonu [12] yardımıyla da elde edilebilir. Şunu belirtmek gerekir ki kırılan alanın biçimi Mohinsky [13] tarafından geliştirilen kırılma fonksiyonuyla benzerlik taşımaktadır.

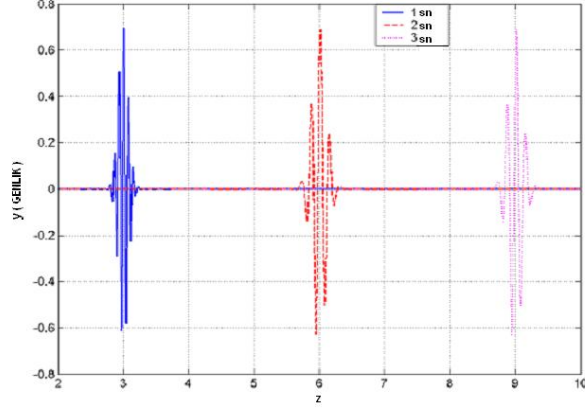


ŞEKİL 10. Kırılan alan.

Paket dalgayı tekrar yazmak için  $U_0(x, y) = 1$  alarak Eş.36'yı Eş.2'de yerine yazarsak Eş.51'deki ifadeyi elde ederiz ve bu ifadeden Şekil 11'deki paket dalgayı çizebiliriz.

$$G(x, y, \eta) = \frac{jk}{2\pi} \frac{e^{-jk\frac{x^2+y^2}{2\eta}}}{\eta} e^{-j\frac{k}{2}(z-ct)}. \quad (51)$$

Burada,  $\eta = z - ct - jb$  ve Gauss ışınının beli  $2b$ 'dir. Şekil 11'de  $t = 1$  sn.,  $t = 2$  sn. olarak zaman ( $t$  parametresi) değıştikçe dalganın  $z$  ekseninde bulunduğu konumlar görülmektedir.



ŞEKİL 11. Paket dalga.

### 3. Sonuç

Bu çalışmada dalga denkleminin odaklı dalga mod çözümünün paraksial yaklaşıklıkla birlikte düşünülmesiyle bir diferansiyel denklem elde edilmiştir. Denklem Fourier integral dönüşümüyle ve paket dalgaların bir PEC yarım düzlemi tarafından saçılmasının araştırılmasına imkan sağlayan kırılma integraliyle spektral tanım alanında çözülmüştür. Sonuçların teori ile uyumluluk taşıdığı gözlenmiştir.

### Kaynaklar

- [1] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1962.
- [2] P. A. Bélanger, Packetlike solutions of the homogeneous-wave equation, *Journal of the Optical Society of America A* **1** (1984), 723–724.
- [3] P. A. Bélanger, Lorentz transformation of packetlike solutions of the homogeneous-wave equation, *Journal of the Optical Society of America A* **3** (1986), 541–542.
- [4] A. Sezginer, A general formulation of focus wave modes, *Journal of Applied Physics* **57** (1985), 678–683.
- [5] R. W. Ziolkowski, Exact solutions of the wave equation with complex source locations, *Journal of Mathematical Physics* **26** (1985), 861–863.
- [6] J. N. Brittingham, Focus waves modes in homogeneous Maxwell's equations: Transverse electric mode, *Journal of Applied Physics* **54** (1983), 1179–1189.
- [7] P. Hillion, Focus wave modes and diffraction of plane waves, *Journal of Optics* **23** (1992), 233–235.
- [8] M. R. Palmer and R. Donnelly, Focused waves and the scalar wave equation, *Journal of Mathematical Physics* **34** (1993), 4007–4013.
- [9] T. T. Wu and R. W. P. King, Comment on “Focus wave modes in homogeneous Maxwell's equations: Transverse electric mode”, *Journal of Applied Physics* **56** (1984), 2587–2588.

- [10] P. Hillion, Diffraction of focus wave modes at a perfectly conducting screen, *Optics Communications* **123** (1996), 215–224.
- [11] G. C. Sherman and H. J. Bremermann, Generalization of the angular spectrum of plane waves and the diffraction transform, *Journal of the Optical Society of America* **59** (1969), 146–156.
- [12] J. Durnin, Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory, *Journal of the Optical Society of America A* **4** (1987), 651–654.
- [13] M. Moshinsky, Diffraction in time, *Physical Review* **88** (1952), 625–631.

