



Publication of Association Esprit, Société et Rencontre
Strasbourg/France



The Journal of Academic Social Science Studies

JASSS

Volume 5 Issue 8, p. 397-413, December 2012

**İLKÖĞRETİM 8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖZDEŞLİK
VE DENKLEM KAVRAMLARINI ALGILAMA
DÜZEYLERİ VE ÖĞRENME GÜÇLÜKLERİ**

*PERCEPTION LEVELS OF THE CONCEPTS OF IDENTIFICATION
AND EQUATION OF THE ELEMENTARY GRADE EIGHT
STUDENTS AND THEIR LEARNING DIFFICULTIES*

Yrd. Doç. Dr. Arif DANE

*Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Öğretmenliği
Programı*

Hasan BAŞKURT

MEB, Karaman Milli Eğitim Müdürlüğü

Abstract

The aims of this study was to definite the eighth grades of the students both of the concepts of identity and equations, provide a sample, to investigate come across the problems experienced while the relationship between these concepts was being inquired. Survey model was used in this study. The data was obtained by using Concept Information Sheet (CIS) in fall semester of 2011-2012 academic year, primary schools 242 students attending in the grade eighth class, a mid-sized cities in terms of population in the Central Anatolia Region. The data was analyzed by descriptive method. It is determined that students have difficulties on "definition of identity ", " definition of equation", "giving an example on the identity and the equation", and " Is there a relationship between the equation and the identity?". The key role of the concepts of identity and equation on mathematics especially on analysis and algebra was emphasized.

As a result, the students have been identified some difficulties on which the comprehension of the basic mathematics concepts such as identity and equation. In addition, these concepts are confused with each other and they have some misconceptions.

Key words: equation, identity, perception, learning difficulties, misconception.

Öz

Bu çalışmanın amacı İlköğretim 8. sınıflarında öğrenim gören öğrencilerin özdeşlik ve denklem kavramlarını tanımlamaları, birer örnek vermeleri ve bu kavramlar arasında ilişkiyi sorgulamada ne tür problemler yaşadıklarını araştırmaktır. Çalışmada tarama modeli kullanılmıştır. Veriler, 2011-2012 eğitim-öğretim yılı güz yarıyılında İç Anadolu Bölgesi'nin nüfus açısından orta ölçekli bir ilinde bulunan İlköğretim okullarının 8.sınıfında öğrenim gören 242 öğrenciden Kavram Bilgi Formu (KBF) kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Öğrencilerin "özdeşlik tanımı", "denklem tanımı" "özdeşlik ve denklem e birer örnek verme" ve "özdeşlik ile denklem arasında ilişki var mıdır" sorularına dair güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Özdeşlik ve denklem kavramlarının matematikte özellikle analiz ve cebirde oynadığı anahtar rol üzerinde durulmuştur.

Araştırmanın sonucunda öğrencilerin matematiğin temel kavramları olan özdeşlik ve denklemi anlamlandırmada zorlandıkları bu kavramları birbiri ile karıştırdıkları ve bu kavramları anlamada öğrenme güçlükler yaşadıkları ve çeşitli kavram yanlışlarına sahip oldukları ortaya çıkarılmıştır.

Anahtar kelimeler: denklem, özdeşlik, algı, öğrenme güçlükleri, kavram yanlışlığı.

Giriş

De Corte (2004)' e göre, matematik en sade sekliyle “yaşamın soyutlanmış biçimi” olarak tanımlanmaktadır. Skemp (1986)' e göre de, insan yaşamak, yaşamayı garanti ettikten sonra da kaliteli yaşamak istemektedir. Bundan dolayı matematik öğretimi daima önemsenmiş ve gerek içerik gerek öğretim yöntemleri itibariyle gelişmelere açık olmuştur. Matematik öğretimindeki yöntemler ve içerik birçok alandaki gelişmelerden, özelliklede çocukta zihin gelişimi ve öğrenme kuramlarındaki gelişmelerden çok etkilenmiştir (Altun, 2006).

John Dewey problemi, insan zihnini karıştıran, ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren her şey olarak tanımlamaktadır. Problem, bu şekilde, zihni karıştıran ve inancı belirsizleştiren şeyler olarak alındığında problemin çözümü, belirsizliklerin ortadan kaldırılması demek olur. Bir problemle karşı karşıya kalındığında problemi çözmek için durumun analiz edilmesi, gerekli bilgilerin toplanması, bunlardan çözüme götürücü olanların seçilmesi ve seçilen bilgilerin uygun biçimde düzenlenerek kullanılması gerekir

Cebir ve cebirsel düşünce, günümüz eğitim anlayışı, amaç ve beklentileri bakımından, matematik okuryazarlığının vazgeçilmez ve ayrılmaz bir parçası, temel bilgiler demeti ve birleştirici ögesidir (Erbaş ve Ersoy, 2002). Sağladığı soyut düşünce yapısıyla cebir, birçok açıdan, matematiğin alt alanları ve diğer bilim dallarının öğeleri arasında kavramsal ve kuramsal açılardan ortak bir köprü ve dil görevi üstlenmektedir. Bu bağlamda cebir, eğitim ve iş yaşamında bireylerin edinecekleri temel bilgiler ve beceriler arasında önemli bir yapıtaş, bağlayıcı harç ve yapılandırıcı öge olarak düşünülmelidir. Yapılan çalışmalar, değişik okul ve sınıf düzeylerinde öğrencilerin denklem kurma ve çözüme, eşitsizlik kavramı, değişken kavramı, cebirsel ifadelerin kullanımı ve cebirsel problem çözme gibi birçok cebirsel kavram ve yöntemle ilgili güçlükleri, ortak hataları ve temel yanlışlarının olduğunu göstermektedir (Baki, 1999; Baki ve Kartal, 2004; Booth, 1984, 1988; Dede ve Peker, 2007; English ve Halford, 1995; Herscovics, 1989).

Matematiğin en önemli kavramlarından ve matematiksel düşünmenin de en önemli bileşenlerinden biri olmasına rağmen öğrencilerin denklem (Lima ve Tall, 2006) ve fonksiyon (O'callaghan, 1998; NCTM 2000; Harrell, 2001; Karataş ve Güven, 2003) kavramlarını anlamakta zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin matematiksel hesaplamalarda zorluk çekmelerinin başlıca sebeplerinden biri olarak denklem (Lima ve Tall, 2006) ve fonksiyon (Pinzka, 1999) kavramlarıyla ilgili kavramsal anlamalarının zayıf olmasına bağlanmakta ve bu durumun öğrencilerin problem çözme yeteneklerini de zayıflatabileceği (Vinner ve Dreyfus, 1989) belirtilmektedir.

Denklem ve fonksiyon kavramlarıyla ilgili kavram yanlışları, fonksiyon kavramının kalıcılığı, farklı öğrenim düzeyinde olan öğrencilerdeki gelişimi, çekirdek fonksiyon kavramı, fonksiyonların çoğul temsilleri ile fonksiyon tanımının kullanımı arasındaki ilişki; öğrencilerin denklemleri yorumlarken ve çözerken kullandıkları stratejiler, denklem kavramı ve denklemlerin farklı öğrenme etkinlikleri ile öğretimi gibi konularda literatürde birçok çalışmaya rastlamak mümkündür (Vinner ve Dreyfus, 1989; O'callaghan, 1998; Pinzka, 1999; Dede, 2004; Güveli ve Güveli 2002; Kandemir 2004; Ertekin ve Sulak 2005; Lima ve Tall, 2006).

Cebir öğrenme alanındaki cebirsel ifadeler alt öğrenme alanında yer alan konulardan biri olan özdeşlikler ve denklem konusunun öğretimine gelindiğinde ise durum daha da belirginleşmektedir. Çünkü özdeşlik ifadelerini kavramak matematik okur-yazarlığına

gerektirir. Özdeşlik, bilinmeyenlerin her değeri için gerçekleşen eşitliktir. "bir dikdörtgende kenarlardan birinin uzunluğu 1 birim artırılsa dikdörtgensel bölgenin alanı ne kadar değişir?" sorusu, özdeşlik kavramında kendine yer bulmaktadır. Bu soruya cevap verilirken elde edilen genel geçer bir eşitlik, tüm uzunluklar için geçerli olması nedeniyle özdeşlik olarak adlandırılabilir ($x \cdot y + y \cdot 1 = y \cdot (x+1)$). Özdeşliklerin görseller ile yapılacak öğretimi, tüm bu özellikleriyle matematik öğretiminin amaçlarından olan matematik okur-yazarlığının kazandırılmasında kullanılabilir (Şan,2008).

Denklem ve özdeşlik kavramları İlköğretim ve orta öğretim müfredatında önemli bir yer tutmaktadır. Örneğin bir bağıntı veya fonksiyonun grafiğinin çiziminde, türevinin köklerinin bulunması ve birinci veya ikinci türevinin geometrik anlamlarının incelenmesi gibi konularda denklem ve özdeşlik oldukça önem arz etmektedir. Bu iki konuda yaşanan öğrenme güçlükleri bu kavramların daha derinlemesine araştırılması düşüncesine götürmüştür. Araştırma bu gerekçelerle tasarlanmış ve yapılmıştır.

Çalışmanın Amacı

Bu çalışmada, İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin özdeşlik ve denklem kavramlarını ne düzeyde tanımlayabildiklerini ve bu iki kavram arasında nasıl bir ilişki olduğuna dair algılarını ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

Bu amaç doğrultusunda çalışmanın temel problemi şu soru cümlesi ile ifade edilebilir: "İlköğretim 8. sınıf öğrencileri, özdeşlik ve denklem kavramlarını ne düzeyde tanımlayabilmekte ve nasıl ilişkilendirmektedirler?". Bu temel problem kapsamında aşağıdaki alt problemlere de cevap aranmıştır:

1. İlköğretim 8. sınıf öğrencileri özdeşlik kavramını tanımlayabilmekte midirler?
2. İlköğretim 8. sınıf öğrencileri özdeşliğe bir örnek verebilmekte midirler?
3. İlköğretim 8. sınıf öğrencileri denklem kavramını tanımlayabilmekte midirler?
4. İlköğretim 8. sınıf öğrencileri denkleme bir örnek verebilmekte midirler?
5. İlköğretim 8. sınıf öğrencileri denklem ve özdeşlik kavramları arasındaki ilişkiyi nasıl algılamaktadırlar?

Yöntem

Çalışma betimsel türde bir araştırma olup, ilköğretim 8.sınıf öğrencilerinin özdeşlik ve denklem kavramlarını nasıl algıladıkları ve bu iki kavram arasındaki ilişkiyi nasıl tanımladıkları ile ilgili görüşlerini derinlemesine incelemek amacıyla yapılan bir özel durum çalışmasıdır. Özel durum çalışmaları, araştırılan bir problemin bir yönünün derinlemesine ve kısa sürede araştırılmasına imkân verdiği için, özellikle bireysel yürütülen çalışmalar için uygundur. Bu tür çalışmalarda genelleme amacı olmamasına rağmen çalışmanın sonuçları genele ışık tutabilir (Çepni, 2007). Çalışmada öncelikle, özdeşlik ve denklem kavramları ve bu iki kavram arasındaki ilişkilere dair öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesinde kullanılacak ölçüt aşağıda verildiği gibidir.

1. Özdeşlikler, çözüm kümesi reel sayılar olan denklemlerdir.
2. Bir özdeşlik bir görseli ifade edebilir tersi de doğrudur.
3. İçinde bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenin bazı değerleri için doğruluğu sağlanan eşitliklere denklem denir (Tortumlu ve Kılıç, 2000)

4. Aralarında eşit işareti bulunan matematiksel iki ifadeden oluşmuş bir önermedir. Bilinmeyenlerden yararlanarak soruya aranan cevap veya cevapların bulunmasında yararlanılır (Demirtaş, 1986).
5. Matematikte en az bir değişken içeren ve bu değişkenlerin ancak belirli değerleri için gerçekleşen eşitliktir (Dönmez, 2002).
6. İçerisinde en az bir bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenlerin belirli değerleri için sağlanan eşitliklere denir.
7. Bilinmeyen ya da bilinmeyenlerin özel değerleri için gerçekleşen eşitliklere denklem denir.
8. Her özdeşlik aynı zamanda bir denklemdir ama tersi her zaman doğru değildir.

Çalışma Grubu

Çalışma grubunu, İç Anadolu Bölgesi'nin nüfus açısından orta ölçekli bir ilinde bulunan ve rastgele seçilen İlköğretim okullarının 8.sınıfında öğrenim gören ve gönüllülük esasına dayalı olarak seçilen 242 öğrenciye uygulanmıştır. Özdeşlik ve denklem kavramları ağırlıklı olarak İlköğretim 8. sınıfı müfredatında yer almaktadır. Bunun sonucunda, özdeşlik ve denklem kavramları ve bu iki kavram arasında nasıl bir ilişkinin olduğu hakkındaki öğrencilerin görüşlerinin belirlenmesi araştırılması gereken bir konu olmuştur.

Verilerin Toplanma Aracı

Bu çalışmada veriler, içeriği üç alan uzmanı tarafından hazırlanmış olan Kavram Bilgi Testi (KBT) yardımı ile toplanmıştır. KBT' nin pilot çalışması bir İlköğretim okulunun 8.sınıfta okuyan 20 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Hazırlanan bu KBT alan uzmanlarına tekrar gösterilerek kapsam geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır. KBT denklem ve özdeşlik kavramlarıyla ilgili beş açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Buna göre KBT'nin birinci ve ikinci sorusu "Özdeşlik nedir? Kısaca açıklayınız, Özdeşlikle ilgili bir örnek veriniz.", üçüncü ve dördüncü soruları "Denklem nedir? Kısaca açıklayınız, Denklemle ilgili bir örnek veriniz.", şeklinde özdeşlik ve denklemi tanımlama ve örnek vermeye yönelik iken beşinci soru "Özdeşlik ile denklem arasında ilişki var mıdır? Eğer var ise açıklayınız." şeklinde özdeşlik ve denklem kavramları arasındaki ilişkileri belirlemeye yönelik açık uçlu sorulardan oluşmaktadır.

Veri Toplama ve Analizi

Bir ders saatinde öğrencilerden KBT formu üzerindeki soruları bireysel ve yazılı olarak cevaplamaları istenmiştir. Cevaplama sürecinde öğrencilerin birbirlerini etkilemeleri engellenmiştir. Çalışmanın verileri betimsel olarak analiz edilmiştir. Betimsel analizde veriler araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre düzenlenebileceği gibi görüşmede kullanılan sorular dikkate alınarak sunulabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Her bir öğrenciden alınan KBT formları numaralandırılmış ve veriler bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Betimsel olarak analiz yapılabilmesi için tüm cevap kâğıtları okunmuş ve "özdeşlik ve denklem" kavramlarının tanımları alan uzmanları tarafından belirlenmiş ve sınıflandırılmıştır. Okuyucu güvenirliliğini sağlamak için öğrencilerin cevap kâğıtları bu sınıflandırmalar göre üç araştırmacının ortak kararlarıyla temalara ve düzeylere ayrılmıştır. Buna göre, KBT' nin birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü sorusunun cevapları "doğru", "kısmen doğru", "yanlış" ve "yanıt vermeme" şeklindeki temalara göre değerlendirilmiş ve doğrudan alıntılarla yorumlanmıştır.

Benzer şekilde beşinci sorunun cevabı da “evet”, “hayır”, “yanıt vermeme” şeklindeki temalara ve “evet” diye yanıtlayanlar gerekçelerine göre temalarına ayrılıp değerlendirilerek doğrudan alıntılarla yorumlanmıştır.

Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın “Öğrencilerin özdeşlik kavramını doğru tanımlama oranları nedir?” şeklindeki birinci alt problemine ilişkin bulgular;

“Özdeşlik nedir? Kısaca açıklayınız.” sorusuna verilen yanıtların temalara göre dağılımı tablo1 de verilmiştir.

Tablo 1. “Özdeşlik nedir? Kısaca açıklayınız” Sorusuna Verilen Yanıtların Temalara Göre Dağılımı.

Temalar	f	%
Doğru yanıt verenler	44	18
Kısmen doğru yanıt verenler	100	41
Yanlış yanıt verenler	95	39
Yanıt vermeyenler	4	2
Toplam	242	100

Tablo 1’e göre çalışmaya katılan ilköğretim 8.sınıf öğrencileri “Özdeşlik nedir? Kısaca açıklayınız” sorusuna % 19(44) u doğru, % 41 (100) i kısmen doğru, % 39 (95) u yanlış ve % 2 (4) i de yanıt vermemişlerdir.

Kısmen doğru yanıt veren öğrencilerden İ24, K1, K7 ve Ş18 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

İ24:Verilen ifade x için doğru oluyorsa buna özdeşlik denir.

K1:Özdeşlik: Hangi değeri verirsen ver eşitlik bozulmaz.

K7: Bir denklemin iki tarafının da aynı olması

Ş18:x ve y bilinmeyenlerinden oluşan denklemlerde bilinmeyenlere verdiğimiz değerlerin hepsi denklemi doğruluyorsa bu özdeşliktir.

Yanlış yanıt veren öğrencilerden A4, A22, B8, F13, H6, İ11, K12, M14 ve Z25 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

A4:Verilen iki sayının eşit olmasıdır.

A22:İki sayının özdeşini bulmak

B8:Birkaç değer verildiğinde o birkaçını kapsıyorsa o özdeşliktir, kapsamıyorsa denklemdir.

F13:Bilinmeyen sayıların eşitliğine özdeşlik denir.

H6:Değişkenin bütün değerlerinin eşit olması

İ11:2 eşitsizliğin birbirini sağlaması

K12: Bir karenin iki yanının çarpımı

M14:Bilinmeyen 0 ve 1 değerlerini sağlamasıdır.

Z25:Özdeşlik: Herhangi bir cismin başka bir cisim ile aynı özelliklere sahip olandır.

Araştırmanın “İlköğretim 8. sınıf öğrencileri özdeşliğe örnek verebilmekte midirler??” şeklindeki ikinci alt problemine ilişkin bulgular;

“Özdeşlikle ilgili bir örnek veriniz.” sorusuna verilen yanıtların temalara göre dağılımı tablo 2 de verilmiştir.

Tablo 2. “Özdeşlikle ilgili bir örnek veriniz.” Sorusuna Verilen Yanıtların Temalara Göre Dağılımı.

Temalar	f	%
Doğru yanıt verenler	142	58
Yanlış yanıt verenler	86	36
Yanıt vermeyenler	14	6
Toplam	242	100

Tablo 2’ e göre çalışmaya katılan ilköğretim 8.sınıf öğrencileri “Özdeşlikle ilgili bir örnek veriniz” sorusuna % 58(142) i doğru, % 36 (86) sı yanlış ve % 6 (14) sı da yanıt vermemişlerdir.

Yanlış yanıt veren öğrencilerden A17, B3, B10, F14, F19, H9, İ11, Z23, ve Z20 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

$$A17: 2x + 3x = 5x, \quad x + 2 = 5$$

$$B3: 2x + 5 = 7$$

$$B10: (x + y) \cdot (x - y)$$

$$F14: 2x + 4 \leq y$$

$$F19: x^2 - y^2 = 0 \quad x \text{ ve } y = 0 \text{ olsun sonuç } 0 \text{ olur. } \quad x \text{ ve } y = 2 \text{ olsun sonuç yine } 0 \text{ olur.}$$

$$H9: 5x = 5x$$

$$İ11: (5-3)^2 = 5^2 - 15 + 3^2$$

$$M16: x + 8 = 2y \quad (\text{değer bulunamaz})$$

Z23: Karenin kenarları, eş iki üçgen vb.

Z20: Aşağıdakilerden hangisi $12ab$ ifadesinin özdeşi değildir.

- a) $12+a+b$ b) $12.a.b$ c) $12a.b$ d) $4a.3b$

Tablo 3. “Denklem nedir? Kısaca açıklayınız” Sorusuna Verilen Yanıtların Temalara Göre Dağılımı.

Temalar	f	%
Doğru yanıt verenler	25	10
Kısmen doğru yanıt verenler	116	48
Yanlış yanıt verenler	93	39
Yanıt vermeyenler	8	3
Toplam	242	100

Tablo 3’e göre çalışmaya katılan ilköğretim 8.sınıf öğrencileri “Denklem nedir? Kısaca açıklayınız” sorusuna % 10(25) u doğru, % 48 (116) zi kısmen doğru, % 39 (93) u yanlış ve % 3 (8) ü de yanıt vermemişlerdir.

Kısmen doğru yanıt veren öğrencilerden A2, B6, F1, F6, H6, İ3, İ9, İ13, İ19, K21, M11, M18, Ş5, Ş27 ve Y9 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

A2: İçinde bilinmeyen bulunan cebirsel ifadelere denklem denir.

B6: Bir bilinmeyenli eşitliklere denklem denir.

F1: Denklemde sadece birini sağlar. Mesela ‘‘x’’ yerine ‘‘1’’ gelebilir, y yerine ‘‘5’’ gelebilir.

F6: Denklem = Özdeşlikten farkı tüm reel sayıları içermeyendir.

H6: Değişkenin sadece bir veya birkaç değerinin eşit olması

İ3: Denklemler bazı gerçek sayı ve ya sayılar için doğrudur.

İ9: Cebirsel ifadelerin yanına ‘‘ =’’ işareti gelirse denklem denir. Bilinenler bir tarafa bilinmeyenler öbür tarafa toplanır.

İ13: İçinde bilinmeyenlerin bulunduğu eşitliklere denir.

İ19: Cebirsel ifadelerin arasına eşittir(=) işareti konuluyor. Çözerek bir tane çözüm kümesi bulunur.

K21: Bir bilinmeyen vardır. Çözülerek bilinmeyen bulunur. x’in bir değeri vardır.

M11: Denklem bilinmeyen sayıyı yalnız bırakarak bulunan işlemdir.

M18: İki tane denklem vardır. Bir bilinmeyenli ve iki bilinmeyenli denklem, Bir bilinmeyenli denklemde bir tane bilinmeyen olur, onu bulmamızı ister. İki bilinmeyenli denklemde iki tane bilinmeyen olur, onlara değer vererek değerlerini buluruz.

Ş5: Denklemi bir teraziye benzetirsek her iki tarafı da eşitlemek için yapılan matematiksel işlemdir.

Ş27: Değişkene verdiğimiz her değer için eşitlik sağlanmıyorsa denklemidir.

Y9: Tüm değerleri sağlamayandır.

Yanlış yanıt veren öğrencilerden A10, A14, A22, F10, H1, H3, İ11, M12, Y10 ve Z27 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

A10: İçinde bilinmeyen bulunan cebirsel işaretlere denklem denir.

A14: Bir bilinmeyenli eşitlik

A22: Bir problemin sonucuna denk olan

F10: Bilinmeyen sayıyı bulmaya denir.

H1: İki taraf birbirine eşit olmadığı zaman denklem olur.

H3: Denklem ise özdeşliğin zıttıdır. Yani işlemin sonucunda çıkan iki sayı birbirine eş olması

İ11: İki eşitsizliğin birbirine denk olmaması

M12: Bütün nicelikleri birbirine eşit olan.

Y10: İki tarafı farklı

Z27: Birbirine denkleşebilen sayılara denklem denir.

Tablo 4. “Denklemlerle ilgili bir örnek veriniz.” Sorusuna Verilen Yanıtların Temalara Göre Dağılımı.

Temalar	f	%
Doğru yanıt verenler	208	86
Yanlış yanıt verenler	23	9
Yanıt vermeyenler	11	5
Toplam	242	100

Tablo 4’e göre çalışmaya katılan ilköğretim 8.sınıf öğrencileri “Denklemlerle ilgili bir örnek veriniz” sorusuna % 86(208) sı doğru, % 9 (23) u yanlış ve % 5 (11) i de yanıt vermemişlerdir.

Yanlış yanıt veren öğrencilerden A11, B7, F6, F7, F12, İ4, İ15, K10 ve Z17 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

$$A11: (x-1)^2 = (x-1).(x+1)$$

$$B7: 3x + 2$$

$$F6: 3x - 3x = 0$$

$$F7: 4x + 12 = ?$$

$$12/4 = x4/4 = 3x$$

$$F12: 3x + x + 4y = ?$$

$$x + y = ?$$

$$İ4: a^2 - b^2 = (a-b).(a+b)$$

$$İ15: \frac{a}{0} + \frac{a}{2} = 1$$

$$K10: \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = -10$$

$$Z17: x+y \leq 0 \quad x-y \geq 2 \quad x < 2 + y \quad y > 3 + x$$

Tablo 5. “Özdeşlik ile denklem arasında ilişki var mıdır?.” Sorusuna Verilen Yanıtların Temalara Göre Dağılımı.

Temalar	f	%
Evet, yanıt verenler	142	59
Hayır, yanıt verenler	70	29
Yanıt vermeyenler	30	12
Toplam	242	100

Tablo 5'e göre çalışmaya katılan ilköğretim 8.sınıf öğrencileri “Özdeşlik ile denklem arasında ilişki var mıdır” sorusuna % 59(142) su evet, % 29 (70) u hayır ve % 12 (30) si de yanıt vermemişlerdir.

Evet, yanıt veren öğrencilerden A14, A17, B6, F1, F5, H7, İ3, M5 ve Ş10 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

A14: İkisinde de bilinmeyen vardır. Özdeşlikte bu değer bütün sayılar için geçerlidir. Fakat denklemde böyle değildir.

A17: Denklem özel bir özdeşliktir. İkisinde de bilinmeyen vardır.

B6: Özdeşlikte bilinmeyenlerin yerine birçok sayı gelebilirken, denklemde bilinmeyenlerin bir değeri vardır.

F1: Denklem sadece bir değer sağlar. Özdeşlik çözüm kümesi tüm reel sayıları sağlar.

F5: Özdeşlik tüm reel sayıları içerir denklem ise tüm reel sayıları içermez.

H7:Özdeşlik = eşitlik vardır, Denklem = Eşitlik vardır.

İ3: Özdeşlik ve denklem arasında ilişki vardır, çünkü özdeşliklerde denklem türüne girer.

M5: Özdeşlik ve denklem arasında ilişki vardır. Özdeşlikte verilen bütün değerler “ = ” den sonraki işlemde de aynı sonucu verir. Fakat denklemde farklı değerler verdiğimizde eşitliği sağlamaz.

Ş10: Vardır. Özdeşliğin kendisi zaten bir denklemdir.

Hayır, yanıt veren öğrencilerden A4, A12, B14, F18, H5, İ6, İ7, K6, K19, M7 ve Z35 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

A4: Özdeşlik eşitliktir. Denklem ise içinde bilinmeyen vardır.

A12: Biri bilinen, biri bilinmeyen

B14:Özdeşin bilinmeyeni yoktur. Denklemde bilinmeyeni vardır.

F18: Yoktur. Çünkü denklem ve özdeşlik birbirinden farklı iki konudur.

H5: Özdeşlik = eşitlik yoktur Denklem = eşitlik vardır.

İ6: Özdeşlikte büyük, küçük, büyük eşit, küçük eşit kavramları kullanılır. Denklemde eşitlik vardır.

$$2x + 4 \geq 8, 2x + 4 = 8 \text{ gibi}$$

İ7: Özdeşlikte x' e hangi değeri verirsen sonuçlar birbirine hep eşit çıkar, Ama denklemde X' e verdiğimiz er zaman eşit çıkmaz.

K6: Yoktur. Çünkü özdeşlikte bilinmeyenine yerine her sayı gelebilir. Denklemde ise işlem yaparak bulunur.

K19: Özdeşlikler bazı çokgenlerden yararlanır. Denklemde ise sayılardan faydalanılır. Bu yüzden aralarında ilişki yoktur.

M7: Özdeşlikte iki denklemin eşit olup olmadığı öğrenilir. Eşit değilse bu bir denklemdir.

Z35: Yoktur ikisi de denklemdir.

Tablo 5. “Özdeşlik ile denklem arasında ilişki vardır?” yanıtını Veren Öğrencilerin Gereçeklerine Göre Dağılımı.

Temalar	f	%
Birbirinin aynıdır	21	19
Denklem özel bir özdeşliktir	6	4
Özdeşlik bir denklemdir ama denklem özdeşlik değildir.	5	4
Her ikisinde de bilinmeyen vardır	52	37
İkisi birbirine her konuda zıttır	11	7
Özdeşliğin birçok çözüm kümesi vardır, denklemin bir tane çözüm kümesi vardır	31	22
Sadece ilişki vardır deyip gerekçe belirtmeyenler	10	7
Toplam	142	100

Tablo 6'ya göre “Özdeşlik ile denklem arasında ilişki vardır” yanıtını veren ilköğretim 8.sınıf öğrencilerinin gerekçelerinin % 37(52) si her ikisinde de bilinmeyen vardır, % 22 (31) si özdeşliğin birçok çözüm kümesi vardır, denklemin bir tane çözüm kümesi vardır, % 19 (21) u birbirinin aynıdır yanıt vermişlerdir. Aynı şekilde yine gerekçelerinde % 7(10) si ikisi birbirine her konuda zıttırlar, % 7(10) si gerekçe belirtmeden ilişki vardır, % 4 (5) ü denklem

özel bir özdeşliktir ve % 4 (5) ü özdeşlik bir denklemdir ama denklem özdeşlik değildir şeklinde yanıtlamışlardır.

Her ikisinde de bilinmeyen vardır, yanıtı veren öğrencilerden H10, İ22, M4, M20 ve Ş3 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

H10: İkisinde de bilinmeyenler var

İ22: Özdeşlik ve denklemlerde bilinmeyen vardır.(x, y vs.)

M4: Evet, vardır ikisin de de x ve y vardır. Ama birinde x ve y'nin değeri bulunur diğerinde bulunmaz.

M20: İkinin de de bilinmeyen vardırıama denklemde sonuç bulunuyor. Ama özdeşlikte bulunmuyor.

Ş3: İkisinde de bilinmeyen vardır, bu yüzden arasında ilişki vardır.

Özdeşliğin birçok çözüm kümesi vardır, denklemin bir tane çözüm kümesi vardır, yanıtı veren öğrencilerden B3, B6, F1, F15, H15 ve Ş21 kodlu öğrencilerin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

B3: Vardır. Biri verilen değerden 1'den fazlasını sağlar, 1'i ise sağlamaz.

B6: Özdeşlikte bilinmeyenlerin yerine birçok sayı gelebilirken, denklemde bilinmeyenlerin bir değeri vardır.

F1: Denklem sadece bir değer sağlar. Özdeşlik çözüm kümesi tüm reel sayıları sağlar.

F15: Özdeşlik tüm reel sayıları ile çözüm kümesini içine alır. Denklem bir bilinmeyenli x değerleri içindir.

H15:Değişkenleri tüm olan doğallar için doğru olan eşitliklere özdeşlik, bir veya birkaç değeri için doğru olan eşitliklere ise denklem denir. Arasındaki fark budur.

Ş21: Verdiğimiz her değer için eşitlik sağlanıyorsa özdeşlik, sağlanmıyorsa denklem denir.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Araştırmanın “8. sınıf öğrencilerin özdeşlik kavramını doğru tanımlama oranları nedir?” şeklindeki birinci alt problemine ilişkin sonuçlar;

Çalışmaya katılan İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğu“Özdeşlik” kavramını birbirine yakın olarak kısmen doğru ve yanlış yanıt yaklaşık beşte biride doğru yanıt vererek tanımlamışlardır. Bu sonuç, “Matematiksel modeller, öğrenme sürecinde bilişsel yapıların oluşmasını kolaylaştırıp, öğrencilerin gerekli matematiksel bilgi ve becerilerini gerçek hayat problemlerine uygulayabilme davranışını kazanmalarını hızlandırır (M.E.B, 2005, 6)”ve “kavramlar yeterli düzeyde öğrenilir ve öğretilirse bireylerin matematik başarısı buna paralel olarak artar (Baki, 1998)” sonuçları ile paralellik göstermektedir. “Özdeşlik”, denklem ve denklemle ilgili kavramların temelini oluşturduğundan, bu kavramın yeterince öğrenilmemesi denklem ve diğer kavramlarda yaşanan güçlük ve yanlışların nedeni olabilir. Bu durumun araştırılması önerilmektedir.

Araştırmanın “8. sınıf öğrencilerin özdeşlik kavramına doğru örnek verme oranları nedir?” şeklindeki ikinci alt problemine ilişkin sonuçlar;

Çalışmaya katılan İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin yarısından fazlası“Özdeşlik” kavramına doğru birer örnek vermiştir. Az da olsa yanıt vermeyen öğrenciler olmuştur. Öğrencilerin beşte ikisine yakını da “özdeşliğe” yanlış örnek vermiştir. Öğrencilerin beşte

birine yakını “Özdeşlik “ kavramını tanımlayamamasına rağmen büyük çoğunluğu bu kavrama örneği doğru olarak vermiştir. Bu sonuç, araştırmalarda ortaya konan “Matematiksel öğrenme işlemsel değil, işlem ve kavram bilgisine dengeli bir şekilde yer veren kavramsal öğrenme ile gerçekleşebilir” (Baki, 1998; Baki ve Kartal, 2004; Olkun ve Uçar, 2006, Baykul,2009; Bekdemir ve Işık,2007; Kaya ve Keşan, 2012) sonucu ile paralellik göstermektedir.

Araştırmanın “8. sınıf öğrencilerin denklem kavramını doğru tanımlama oranları nedir?” şeklindeki üçüncü alt problemine ilişkin sonuçlar;

Çalışmaya katılan İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğu “Denklem” kavramını doğru tanımlayamamışlardır. Yarıya yakını bu kavramı kısmen doğru ve yine bu orana yakını da yanlış yanıt vermişlerdir. Bu sonuç, araştırmalarda “Değişik okul ve sınıf düzeylerinde öğrencilerin denklem kurma ve çözüme, eşitsizlik kavramı, değişken kavramı, cebirsel ifadelerin kullanımı ve cebirsel problem çözüme gibi birçok cebirsel kavram ve yöntemle ilgili güçlükleri, ortak hataları ve temel yanlışlarının olduğu” (Baki, 1999; Baki ve Kartal, 2004; Booth, 1984, 1988; Dede ve Peker, 2007; English ve Halford, 1995; Herscovics, 1989) sonucu ile paralellik göstermektedir.

Yine bu sonuç, “Öğrencilerin denklem ve fonksiyon kavramlarını anlamakta zorlandıkları (O’callaghan, 1998; NCTM 2000; Harrell, 2001; Karataş ve Güven, 2003; Lima ve Tall, 2006), ”Öğrencilerin matematiksel hesaplamalarda zorluk çekmelerinin başlıca sebeplerinden biri olarak denklem ve fonksiyon kavramlarıyla ilgili kavramsal anlamalarının zayıf olması (Lima ve Tall, 2006; Pinzka, 1999) ve bu durumun “Öğrencilerin problem çözüme yeteneklerini de zayıflatabileceği “(Vinner ve Dreyfus, 1989) sonucu ile örtüşmektedir.

“Denklem”, bağıntı ve fonksiyonla ilgili kavramların temelini oluşturduğundan, bu kavramın yeterince öğrenilmemesi fonksiyon ve diğer kavramlarda yaşanan güçlük ve yanlışların nedeni olabilir.

Araştırmanın “8. sınıf öğrencilerin denklem kavramına doğru örnek verme oranları nedir?” şeklindeki dördüncü alt problemine ilişkin sonuçlar;

Çalışmaya katılan İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğu “Denklem” kavramına doğru örnek vermişlerdir. Yaklaşık onda biri denkleme yanlış örneklendirmiştir. Görüldüğü gibi öğrencilerin büyük çoğunluğu denklem kavramının tanımlayamadıkları halde denkleme örnek vermektedirler. Bu sonuç yine özdeşlik kavramına örneklendirmedeki çalışmalarla örtüşmektedir.

Araştırmanın 8. sınıf öğrencilerinin “özdeşlik ile denklem arasında ilişki var mıdır ?” şeklindeki beşinci alt problemine ilişkin sonuçlar;

Çalışmaya katılan İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğu “özdeşlik ile denklem arasında ilişki var mıdır ” sorusuna yaklaşık beşte üçü evet ilişki vardır, üçte biri hayır ilişki yoktur ve beşte biri de bu soruya yanıt vermemişlerdir. Bu sonuç, hem özdeşliğe hem de denkleme birer örnek veriniz bulgusu ile örtüşmektedir. Verdikleri örneklerin cebirsel ifadelerine bakarak ilişki olabileceği kanısına varmış olabilirler. Bu konunun araştırılması önerilir.

Araştırmanın “8. sınıf öğrencilerinin özdeşlik ile denklem arasında ilişki vardır ?” yanıtını verenlerin gerekçelerinin oranları nelerdir şeklindeki altıncı alt problemine ilişkin sonuçlar;

Çalışmaya katılan “özdeşlik ile denklem arasında ilişki vardır “ diyen İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin gerekçelerine bakılırsa beşte ikisine yakını her ikisinde de bilinmeyen vardır, beşte birine yakını da özdeşlik ile denklem birbirinin aynıdır ve yine beşte birinden biraz fazlası da özdeşliğin birçok çözüm kümesi vardır ama denklemin bir tane çözüm kümesinin olabileceğini ifade etmişlerdir. Benzer şekilde öğrencilerin az bir kısmı da denklemin özel bir özdeşlik olduğu, özdeşlik bir denklemdir ama denklem özdeşlik değildir, her iki kavram birbirinden farklıdır ve bazıları da gerekçe göstermeden sadece ilişki vardır demişlerdir.

Öncelikle küme kavramı, bu küme üzerinde kurulan işlem kavramı, daha sonra cebirsel ifade kavramındaki yaşanan güçlükler ve yanlışlar özdeşlik ve denklem kavramının öğretimini güçleştirmektedir.

Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin sıklıkla karşılaştıkları özdeşlik ve denklem kavramlarını algılamalarında sıkıntıların olduğu ama bu kavramlara örnek vermede pek sıkıntı yaşamadıkları görülmüştür. Bu bağlamda kritik özelliklerinin değerlendirildiği, günlük yaşantısıyla ilişkilendirildiği, diğer üst öğrenmelerle ilişkilendirildiği ve farklı örneklerle desteklenen bir öğrenim metodunun benimsenmesinin bu kavramların daha iyi yapılandırılmasına olumlu katkı sağlayacaktır. Öğretmenlerin öğrencilerdeki kavram yanlışlarının oluşmaması için öncelikle bu yanlışların farkına varmaları gerekir (Eisen ve Stavy,1992; Koray, Özdemir ve Tatar, 2005).

Sonuç olarak öğretmenlerin anlatılan her konunun sonunda, öğrencilerin eksik bilgilerini, yanlışlarını tespit etmek amacıyla notla değerlendirilmeyecek sınavlar yaparak eksiklikler ve yanlışlar belirlenmeli ve giderilmeye çalışılmalıdır. Bu tarzda yapılan sınavlar o konu ile ilgili kavramları ve uygulanabilir örnekleri kapsamalıdır.

KAYNAKÇA

- AKIN, M. F.(2007). Özdeşlik Konusunun Öğretiminde Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğrenme Ürünlerine Etkileri, Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi, Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- AKIN, M. F ve PESEN, C.(2010). Özdeşliklerin Elde Edilmesinde Tam Küp Modelinin Öğrenme Ürünlerine Etkileri, Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 14 (2010), 86-102,Diyarbakır.
- ALTUN, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler, Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 20 (2).223-238.
- BAKİ, A.ve KARTAL, T., “Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu”, Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2(1),27-46, (2004).
- BAKİ, A (1998). "Matematik Öğretiminde İşlemsel ve Kavramsal Bilginin Dengelenmesi" Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu, Özel Sayı, Erzurum, 259 – 263.
- BAKİ, A. (1999). Cebirle İlgili İşlem Yanlışlarının Değerlendirilmesi, III. Ulusal Fen Eğitimi Sempozyumu Bildirileri Kitabı, 46-49. Ankara: MEB Yayınları.

- BAYKUL, Y. (2009). "İlköğretimde Matematik Öğretimi 6-8.Sınıflar", Pegem Akademi Yayınları, Ankara,
- BEKDEMİR, M ve IŞIK, A. (2007). Evaluation of conceptual knowledge and procedural knowledge on algebra area of elementary school students. *The Eurasian Journal of Educational Research*, 28, 9-18.
- BOOTH, L. R. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors*. Windsor, UK: NFER Nelson.
- BOOTH, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The Ideas of Algebra, K-12* (pp. 20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- ÇEPNİ, S. (2007). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş, Genişletilmiş 3. Baskı, Celepler Matbaacılık, Trabzon.*
- DEDE, Y ve PEKER, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: Matematik öğretmen adaylarının bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35- 49.
- DEDE, Y. (2004). Denklemlerin Yorumlanması: Eğitim Fakültesi 1. Sınıf Öğrencileri Üzerine Bir Çalışma, VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, İstanbul.
- DEMİRTAŞ, A. (1986). *Ansiklopedik Matematik Sözlüğü, Bilim Teknik Kültür Yayınları, Ankara.*
- DÖNMEZ, A. (2002). *Matematiğin Öyküsü ve Serüveni, Toplumsal Dönüşüm Yayınları, İstanbul.*
- EİSEN, Y., STAVY, R. (1992). Material Cycles in Nature, A New Approach to Teaching Photosynthesis in Junieur High School, *The American Biology Teacher*, 54,6, 339-342.
- ENGLISH, L. D. ve HALFORD, G. S. (1995). *Mathematics Education: Models and Processes*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- ERBAŞ, A. K ve ERSOY, Y. (2002). Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları, <http://www.fedu.metu.edu.tr/ufbmek> Ankara.
- ERBAŞ, A. K ve ÇETİNKAYA, B ve ERSOY, Y. (2009). Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler ve Kavram Yanılgıları, *Eğitim ve Bilim*, Cilt 34, Sayı 152, Ankara.
- ERTEKİN, E ve SULAK, H. (2005). Denklemlerin Çözümündeki Hata Ve Yanılgıların Teşhisi Ve Alınması Gereken Tedbirler, *SÜ Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı:19, 369- 387.
- GÜVELİ, H. ve GÜVELİ, E. (2002). Bağın, Fonksiyon Tanımı, Bire-Bir Fonksiyon ve Örten Fonksiyon Konularında Lise-1 Düzeyinde Kavram Yanılgılarını Tespiti, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTÜ, Ankara.
- HARRELL, G.K. (2001). *The Effects of Two Technologies on College Algebra Students' Understanding of The Concept of Function*, Unpublished Dissertation, Universty of Florida.

- HERSCOVICS, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra* (pp. 60-86). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- KANDEMİR, M. (2004). Matematikte Kavram Kalıcılığı, *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 397-416.
- KARATAŞ, İ. ve GÜVEN, B. (2003). Fonksiyon kavramının farklı öğrenim düzeyinde olan öğrencilerdeki gelişimi, *Eurasian Journal of educational Research*, 4(16), 64- 73.
- KAYA, D ve KEŞAN, C.(2012). Üniversite Adayı Sayısal Bölümü Öğrencilerine Yönelik Kavramsal Ve İşlemsel Uygulamalar, *Eğitim ve Öğretim araştırmaları Dergisi*, Cilt 1 sayı 3.
- KORAY, O., ÖZDEMİR, M. TATAR, N. (2005). İlköğretim Öğrencilerinin Birimler Hakkında Sahip Oldukları Kavram Yanılgıları: kütle ve ağırlık örneği, *ilköğretim – Online*, 4(2), 24-31.
- LİMA, R.N. ve TALL, D. (2006). What does equation mean? A brainstorm of the concept, Presented at the Third International Conference on the Teaching of Mathematics, Istanbul.
- MEB (Millî Eğitim Bakanlığı). (2005). TTKB (Talim ve Terbiye kurul Başkanlığı). İlköğretim Matematik Dersi (6-7-8) Öğretim Programı Devlet Kitapları Müd. Bas. Evi, Ankara.
- NCTM (2000). *Principles and Standarts for School Mathematics*, Reston, Virginia.
- O'CALLAGHAN, B. (1998). Computer-Intensive Algebra And Students' conceptual Knowledge of Functions, *Journal For Research In Mathematics Education*, (29), 21-40.
- OLKUN, S. ve TOLUK UÇAR, Z. (2006). “İlköğretim Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar”, Ekinoks Yayınları, Ankara.
- PİNZKA, M.K. (1999). The Relationship Between College Calculus Students' Understanding of Function and Their Understanding of Derivate, Unpublished Dissertation, University of Minnesota.
- SONGUR, A. (2006). Harfli İfadeler Ve Denklemler Konusunun Oyun Ve Bulmacalarla Öğrenilmesinin Öğrencilerin Matematik Başarı Düzeylerine Etkisi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İstanbul.
- ŞAN, İ. (2008). Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlik Konusu Erişilerine Görselleştirmenin Etkisi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü-Eskişehir.
- ŞİŞMAN, M. (2007). İlköğretim 8. Sınıf Matematik Dersi Çarpanlara Ayırma Ve Özdeşlikler Konusunun Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Uygun Olarak Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- TORTUMLU, F. ve KILIÇ, A. (2000). İlköğretim Matematik Ders Kitabı, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul.
- YILDIRIM, A. ve ŞİMŞEK, H. (2005). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, Seçkin Yayınevi Ankara.

VINNER, S., ve DREYFUS, T., (1989). Image and Definitions for The Concept of Function, *Journal for Research in Mathematics Education*, (20), 356-366.