GAUSS-KRUGER PROJEKSİYON YÖNTEMİ İLE YAPILMIŞ FARKLI ÖLÇEKLERDEKİ HARİTALARDA KOORDİNAT DÖNÜŞÜMÜ

Dr. Feyza AKYÜZ[1]

Kısa Özet

Türkiye'de 1/25000 ölçekli haritalar ile 1/5000 ölçekli haritalar aynı yöntemle yapılmış olmasına karşın, dilim eksenleri farklı olduğundan bir nirengi noktasının her iki paftada farklı koordinatları bulunmaktadır. Uygulamada, 1/25000 lik nirengi koordinatlarından, 1/5000 lik nirengi koordinatlarına dönüşümün yapılabilmesi için matematiksel kartoğrafya dalında bilgi gerekmektedir. Artık ormancılık çalışmalarında ülke nirengi ağına bağlanmak koşulu arandığından, bu sorunla orman kadastrosunda çalışanlar da sık sık karşılaşmaktadırlar. Bu çalışmada sorunun çözümüne örneklerle açıklık getirilmeye çalışılmıştır.

GİRİŞ

Çeşitli ormancılık çalışmaları için, ormanlarda ölçü yapan ve poligon kuran elemanlar kurdukları poligonları, bulabildikleri nirengi noktalarına bağlamaktadırlar. Bağlandıkları nirengi noktalarının hepsinin koordinatları 1/25000 ölçekli haritaya göre verilmiş ise, koordinat hesabı kolaylıkla yapılmaktadır.

Aynı şekilde nirengi noktalarının tamamının koordinatları 1/5000 ölçekli haritaya göre verilmiş ise, poligon hesabı yine kolaylıkla yapılmaktadır. Fakat bağlanılan nirengi noktalarının bir kısmının koordinatları 1/25000'e göre diğer kısmının koordinatları da 1/5000'e göre verilmiş ise, büyük güçlüklerle karşılaşılmaktadır. Bu durumda verilen koordinatların tamamının aynı eksenlere göre dönüştürülmesi gerekir. Bu dönüştürme işlemi yapılmadan poligon hesabına başlanılmaz.

Aşağıdaki yazıda bu dönüştürme işleminin nasıl yapılabileceği örnek verilerek açıklanmaya çalışılmıştır.

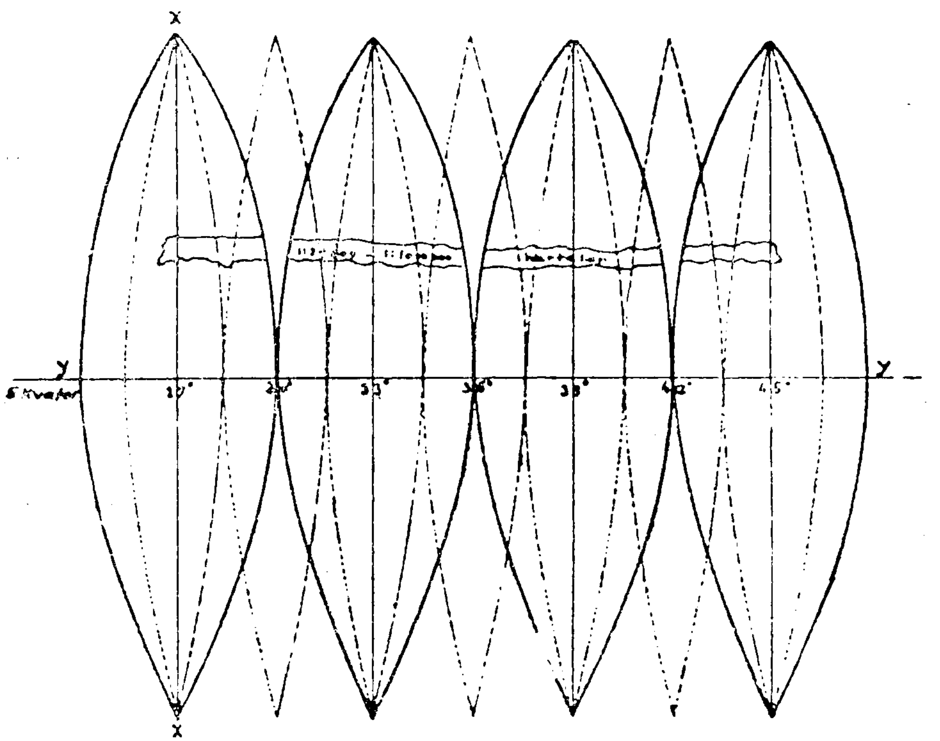
1. GAUSS — KRUGER PROJEKSİYON SİSTEMİ :

Gauss-Kruger Projeksiyon sistemi, açı koruyan (konform) bir projeksiyon sistemidir. Bu sistemin açıları değiştirmemesi ve oldukça geniş sahaların hesaplarının düzlem üzerinde yapılmasını sağlamıştır. Harita sahasındaki uzunluk deformasyonunu sınırlı bir şe-

1 İ.Ü. Orman Fakültesi Geodezi ve Fotogrametri Bilim Dalı.

Yayın Komisyonuna Sunulduğu Tarih : 15.3.1985

kilde tutabilmek için elipsoid yüzü meridyen dilimlerine ayrılır. Gauss-Kruger koordinat sistemlerinin genişliği orta meridyenden (x ekseninden) itibaren doğu ve batı yönlerinde 1/25000 ölçekli haritalar için 3° olmak üzere 6°, 1/5000'lik haritalarda ise 1,5° olmak üzere 3° alınmıştır. Her dilimde dilimi ortalayan meridyen başlangıç meridyeni olarak alınır ve ayrı ayrı projeksiyonu yapılır. Dilim orta meridyeninden itibaren 1.5° uzaklık 130 km.'ye, 3° uzaklık 260 km.'ye karşılık gelir.



Şekil 1
Türkiye'de 6° ve 3° lik Gauss-Kruger Dilimleri

Şekil 1'de görüldüğü gibi Türkiye'de 6°'lik dilim orta meridyenleri 27°, 33°, 39°, 45° olarak alınmıştır. Türkiye'de 3°'lik 7 dilim vardır. Dilim orta meridyenleri 27°, 30°, 33°, 36°, 39°, 42°, 45° olan dilimlerdir. 6°'lik dilimlerin dilim numaraları 35, 36, 37, 38 olmaktadır. Bunlar uluslararası numaralardır. Türkiye'de dilim numaraları, 1, 2, 3, 4 olarak alınmıştır.

İkinci Dünya Savaşından sonra bütün dünya milletleri için ortak bir harita projeksiyonunun geliştirilmesi düşüncesi ortaya atılmış, uygulanacak projeksiyonda şu noktaların bulunması ileri sürülmüştür :

a — Doğrultu deformasyonlarının en az olması için konformluk, b — Az sayıda projeksiyon yüzeyinin kullanılması ve yüzeyler arasında dönüşümlerin mümkün olması,

c — Ölçek deformasyonunun belirtilecek sınırlar içinde kalabilmesi,

d — Dik koordinat sisteminde beraberliğin sağlanması,

e — Meridyen yakınsamasının 5 dereceden küçük olması.

Yukarıdaki koşulların en uyumlu olarak bir arada bulunacağı projeksiyon Gauss-Kruger projeksiyonu olduğu saptanmış, ancak bu projeksiyonda bazı değişiklikler yapılmış, sonuçta UTM (Universal Transvers Mercator) projeksiyonu ortaya çıkmıştır.

Gauss-Kruger projeksiyonunda teğet meridyen boyunca uzunluk deformasyonu $m_o = 1$ dir. Bu değer teğet meridyenden uzaklaştıkça büyür. Ölçek faktörü,

$$m = \frac{dS}{ds} = 1 + \frac{Y^2}{2R^2} + \frac{}{24R^4} Y^4 + \ldots\ldots \qquad (1)$$

$$R = \sqrt{MN}$$

bağlantıyla hesaplanır. Y teğet meridyenden olan uzaklığı gösterdiğine göre uzunluklar projeksiyona aktarıldıklarında Y değerine bağlı olarak büyüyeceklerdir. Gauss-Kruger Projeksiyonundaki bu düzensiz büyüme UTM projeksiyonunda uygun biçimde dağıtılmaya çalışılmıştır. UTM projeksiyonunda uzunlukların anormal büyümesini önlemek amacıyla Gauss-Kruger projeksiyonunda hesaplanan X_g, Y_g değerleri mo ölçek faktörü ile çarpılarak küçültülür. 6 derecelik dilim için $m_o = 0{,}0006$ olarak hesaplanmıştır.

Koordinatlar hepaslanırken dilim ekseninin solunda kalan noktaların Y değerleri (—) işaretli, sağında kalanlar ise (+) işaretlidir. Koordinatlarda (—) işaretlerden kaçınmak için m_0 ile küçültülen tüm Y_g değerlerine 500.000 metre eklenir. Hangi dilimde olduğunu göstermek üzere o dilimin numarası (DN) tanıtıcı rakam olarak baştarafına eklenir ve «Sağa Değer» adını alır. X_g değerleri kuzey yarıkürede olduğundan sabit bir değerin eklenmesine gerek yoktur, m_0 ile küçültülen X_g değerleri «Yukarı Değer» adını alır.

Örnek olarak, UTM koordinatları

$$\text{SAĞA} = (\text{DN})\ (500.000 + Y_g \cdot m_0) \qquad (2)$$

$$\text{YUKARI} = X_g \cdot m_0$$

olarak hesaplanır. Sağa ve yukarı değerler UTM projeksiyonunun dik koordinat sistemindeki değerleridir. Bu değerlerle sadece çizim yapılır. Noktalar arasında uzunluk, alan, açı gibi büyüklüklerin hesaplanması gerektiğinde sağa ve yukarı değerlerden geri gidilerek söz konusu noktalar için X_g, Y_g ile tanımlanan Gauss-Kruger koordinatlarının bulunup bu değerlerle hesaplarının yapılması gerekir.

2. 6 DERECELİK DİLİME GÖRE HESAPLANMIŞ GAUSS - KRUGER KOORDINATLARININ 3 DERECELİK DİLİM SİSTEMİNE DÖNÜŞÜMÜ

2.1. 6 Derecelik Sistemde Verilen Gauss - Kruger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların (B, L) Hesaplanması :

3.1. 6 Derecelik Sistemde Verilen Gauss-Kruger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların (B, L) Hesaplanması :

Birinci adım olarak Gauss-Kruger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesaplanması :

$\Delta X = X - X_0$ ve Y, 100 km. biriminde alınır.

$$B - B_0 = \Delta B'' = b_{10}\,\Delta X + b_{20}\,\Delta X^2 + b_{30}\,\Delta X^3 + b_{12}\,\Delta XY^2 + b_{22}\,\Delta X^2Y^2 + b_{04}Y^4 + b_{14}\Delta XY^4 + \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (3)$$

$\underline{B = B_0 + \Delta B}$ olarak, (4)

B Enlem değeri hesaplanır.

$$l = L - L_0 = b_{10}Y + {}_{11}\Delta XY + b_{21}\,\Delta X^2Y + b_{03}Y^3 + b_{31}\,\Delta X^3Y + b_{13}\,\Delta XY^3 + b_{23}\,\Delta X^2Y^3 + b_{05}Y^5 \qquad (5)$$

$\underline{L = L_0 + l}$

bağıntılarıyla da L boylam değeri hesaplanır. (6)

Elde edilen coğrafi koordinatlardan L boylam değeri 3 derecelik dilimlerden hangisine giriyor ise ters dönüşüm için seçilecek L_0 değeri ona göre alınır. 2. adımda Coğrafi koordinatlardan 3 derecelik sistemdeki Gauss - Kruger koordinatlarına geçilir.

2.2. Coğrafi Koordinatlardan 3 Derecelik Dilimde Gauss - Kruger Koordinatlarının Hesaplanması :

İkinci adım olarak,

$\Delta B = B - B_0$, $l = L - L_0$ (her ikisi 1000" biriminde) alınır. (7)

$$\Delta X = a_{10}\,\Delta B + a_{20}\,\Delta B^2 + a_{02}l^2 + a_{30}\,\Delta B^3 + a_{12}\,\Delta Bl^2 + a_{22}\,\Delta B^2l^2 + a_{04}l^4 + a_{14}\,\Delta Bl^4 \qquad (8)$$

$\underline{X = X_0 + \Delta X}$ (9)

değeri hesaplanır.

$$Y = a_{10}l + a_{11}\,\Delta Bl + a_{21}\,\Delta B^2 l + a_{03}\,l^3 + a_{13}\,\Delta Bl^3 + a_{23}\,\Delta B^2l^3 + a_{05}l^5 + \ldots\ldots \qquad (10)$$

Y değeri l değerine bağlı olarak dilim ekseninin solunda ise (—), sağında ise (+) işaretlidir. Bağıntılarla ilgli tablolar ekte verilmiştir.

Sonuç olarak, Türkiyede 1/25 000 ve 1/5 000 ölçekli haritaların nirengileri birlikte kullanıldığı sürece bu dönüşümlerin her zaman yapılması zorunlu olacaktır. Ve bu sorunla her zaman karşılaşılacaktır.

1. Örnek :

A noktasının 36 numaralı dilimde hesaplanan Gauss-Kruger koordinatları verilmiştir.

Nokta	Y_g	X_g
A	— 231 385.49 m.	4 392 403.56 m.

A noktasının 3° lik dilimdeki koordinatları nedir?

Çözüm :

1. adımda : 6° lik dilimde verilen Gauss-Kruger koordinatlarından coğrafi koordinatların hesaplanması :

$\Delta X = X_g - X_0$, Y, 100 km. biriminde alınır. A noktası için (AKSOY, GÜNEŞ, 1980. s. 240) 1a no.lu tablodan X_g ye en yakın X_0 seçilir.

$$\begin{array}{l} X_g = 4\,392\,403.56 \\ \underline{X_0 = 4\,374\,088.473} \\ \Delta X = 18\,315.087/100\,000 = 0.18\,315\,087 \\ Y = 2.3138549 \text{ olarak alınır.} \end{array}$$

(3) numaralı bağıntıdan $\Delta B''$ değeri,

$$\begin{array}{rl} b_{10}\ \Delta X = & 593.85195 \\ -\ b_{20}\ \Delta X^2 = - & 0.00848 \\ -\ b_{02}\ Y^2 = - & 112.02468 \\ -\ b_{30}\ \Delta X^3 = - & 0.0000031 \\ -\ b_{12}\ \Delta XY^2 = - & 0.65286 \\ -\ b_{22}\ \Delta X^2Y^2 = - & 0.00152 \\ b_{04}\ Y^4 = & 0.08599 \\ b_{14}\ \Delta XY^4 = & 0.00079 \\ \hline \Delta B'' = & 481''.25118 = 8'\ 01''.25 \end{array}$$

olarak hesaplanır. Tablodaki seçilen X_0'ın yanındaki B_0 değerine ΔB değeri (4) numaralı bağıntı gereğince eklenir.

$$\begin{array}{rl} B_0 = & 39°\ 30' \\ \Delta B = & 8'\ 01''.25 \\ \hline B = & 39°\ 38'\ 01''.25 \end{array}$$

noktanın enlemi hesaplanmış olur.

(5) numaralı bağıntıda ΔX ve Y değerleri yerine konarak, tablo 1b den,

$$\begin{array}{rl} b_{01}\ Y = - & 9683.95560 \\ b_{11}\ \Delta XY = - & 22.89090 \\ -\ b_{21}\ \Delta X^2Y = + & 0.09408 \\ -\ b_{03}\ Y^3 = + & 0.00553 \\ -\ b_{31}\ \Delta X^3Y = + & 0.00028 \\ -\ b_{13}\ \Delta XY^3 = + & 0.04546 \\ -\ b_{23}.\Delta X^2Y^3 = + & 0.0003\text{[illegible]} \\ b_{05}\ Y^5 = - & 0.00491 \\ \hline l = - & 9701''.7065 = 2°\ 41'\ 41''.71 \end{array}$$

değeri hesaplanır.

36 numaralı dilimin orta meridyeni $L_0 = 33°$ dir.

(6) numaralı bağıntıya göre :

$$\begin{array}{rl} L_0 = & 33° \\ l = & -2°\ 41'\ 41''.71 \\ \hline L = & 30°\ 18'\ 18''.29 \end{array}$$

olarak noktanın boylamı hesaplanmış olur.

2. adım : Hesaplanan coğrafi koordinatlarda 3°'lik dilimde Gauss-Kruger koordinatlarına dönüşüm :

Verilen :

B = 39° 38' 01".25

L = 30° 18' 18".29

2a numaralı tabloda :

B değerine (AKSOY-GÜNEŞ, 1980. s. 236) en yakın B_0 değeri seçilir. Şekil 1'den L_0 olarak 30° boylamı seçilmesi gerektiği görülür.

$B_0 = 39°\ 30'$
$L_0 = 30°$ olarak alınır.

(7) numaralı bağıntıya göre.

$$\begin{array}{rl} B = & 39°\ 38'\ 01''.25 \\ B_0 = & 39°\ 30' \\ \hline \Delta B = & 8'\ 01''.25 = 481''.25118/1000 = 0.48125118 \end{array}$$

ΔB bir önceki adımda zaten hesaplanmış olarak elde vardır.

$$\begin{array}{l} L = 30°\ 18'\ 18''.29 \\ L_0 = 30° \\ \hline l = \quad 18'\ 18''.29 = 1098/1000 = 1.09829 \end{array}$$

l, 3°'lik dilimdeki dilim orta meridyenine göre hesaplanır.

ΔB, l değerleri (8) numaralı bağıntıda yerlerine konur,

$$\begin{array}{rrcr} a_{10} & \Delta B & = & 14842.343 \\ a_{20} & \Delta B^2 & = & 0.17185 \\ a_{02} & l^2 & = & 44.43987 \\ a_{30} & \Delta B^3 & = & 0.00005 \\ a_{12} & \Delta Bl & = & 0.03701 \\ -a_{22} & \Delta B^2 l^2 & = - & 0.00048 \\ a_{04} & l^4 & = & 0.00027 \\ -a_{14} & \Delta B l^4 & = - & 0.00000 \\ \hline & \Delta X & = & 14886.992 \text{ m.} \end{array}$$

(9) numaralı bağıntıya göre,

$$\begin{array}{rcl} X_0 & = & 4\ 374\ 088.473 \\ \Delta X & = & 14\ 886.992 \\ \hline X & = & 4\ 388\ 975.465 \text{ m.} \end{array}$$

olarak X değeri hesaplanır.

(10) numaralı bağıntıya göre, tablo 2b den,

$$\begin{array}{rrcr} a_{10} & l & = & 26\ 242.205 \\ a_{11} & \Delta Bl & = & 50.26954 \\ a_{21} & \Delta B^2 l & = - & 0.07172 \\ a_{03} & l^3 & = & 0.02396 \\ a_{31} & \Delta B^3 l & = & 0.00005 \\ a_{13} & \Delta B l^3 & = - & 0.00062 \\ a_{23} & \Delta B^2 l^3 & = & 0.00000 \\ a_{05} & l^5 & = & 0.00000 \\ \hline & Y & = & 26191.887 \text{ m.} \end{array}$$

olarak A noktasının 3°'lik dilimdeki Gauss - Kruger koordinatları.

$$\begin{array}{rcl} X & = & 4\ 388\ 975.465 \text{ m.} \\ Y & = & 26\ 191.887 \text{ m.} \end{array}$$

olarak bulunmuş olur.

2. ÖRNEK :

TERS DÖNÜŞÜM

3° 'lik dilimden (yani 1/5000'lik paftadaki koordinatların) 6°'lik dilimde (yani 1/25 000' lik paftadaki) Gauss-Kruger koordinatlarının hesaplanması.

Verilen : 3°'lik dilimdeki (1/5000'lik paftadaki) Gauss-Kruger Koordinatı

Nokta	Y_g	X_g
A	26 191.887 m.	4 388 975.465 m.

İstenen : 6°'lik dilimdeki (1/25 000'lik paftadaki) Gauss-Kruger koordinatı.

Çözüm :

1. adım : 3°'lik dilimde coğrafi keordinatlarının hesaplanması :

$\Delta X = X - X_0$ A noktası için 1a nolu tabloda X'e en yakın X_0 seçilir.

$$\begin{array}{rcl} X_g & = & 4\ 388\ 975.465 \\ X_0 & = & 4\ 374\ 088.473 \\ \hline \Delta X & = & 14\ 886.992/100\ 000 = 0.14886992 \\ Y & = & 0.26\ 191\ 887 \end{array}$$

olarak alınır.

(3) numaralı bağıntıdan $\Delta B''$ değeri,

$$\begin{array}{rrcr} b_{10} & \Delta X & = & 482.69885 \\ -b_{20} & \Delta X^2 & = - & 0.00561 \\ -b_{02} & Y^2 & = - & 1.43541 \\ -b_{30} & \Delta X^3 & = - & 0.000002 \\ -b_{12} & \Delta XY^2 & = - & 0.00679 \\ -b_{22} & \Delta X^2Y^2 & = - & 0.00001 \\ b_{04} & Y^4 & = & 0.00001 \\ b_{14} & \Delta XY^4 & = & 0.00000 \\ \hline & \Delta B'' & = & 481''.26225 = 8'\ 01''.26 \end{array}$$

olarak hesaplanır. Tablodaki X_0'ın yanındaki B_0 değerine $\triangle B$ değeri eklenir.

$B = B_0 + \triangle B$

$$\begin{array}{rl} B_0 = & 39^\circ\ 30' \\ \triangle B = & \quad 8'\ 01''.26 \\ \hline B = & 39^\circ\ 38'\ 01''.26 \end{array}$$

noktanın 3°'lik dilimde enlemi hesaplanmış olur.

(5) numaralı bağıntıda X ve Y değerleri yerlerine konularak, tablo 1b den,

$$\begin{array}{rrcl} b_{10} & Y & = & 1096.18380 \\ b_{11} & \triangle YY & = & 2.10616 \\ -\ b_{21} & \triangle X^2Y & = - & 0.00704 \\ -\ b_{03} & Y^3 & = - & 0.00726 \\ -\ b_{31} & \triangle X^3Y & = - & 0.00002 \\ -\ b_{13} & \triangle XY^3 & = - & 0.00005 \\ -\ b_{23} & \triangle X^2Y^3 & = - & 0.00000 \\ b_{05} & Y^5 & = & 0.00000 \\ \hline & l & = & 1098''.29 = 18'\ 18''.29 \end{array}$$

$L = L_0 + l$

$$\begin{array}{rl} L_0 = & 30^\circ\ 00'\ 00'' \\ l = & \quad 18'\ 18''.29 \\ \hline L = & 30^\circ\ 18'\ 18''.29 \end{array}$$

olarak 3° lik dilimde noktanın boylamı hesaplanmış olur.

Bir önceki hesaba bakıldığında bir noktanın coğrafi koordinatlarının 3° lik ve 6° lik dilimlerde aynı olduğu görülür. Böylece 1. adımın kontrolü de yapılmış olur.

2. adım :

Verilen : Bir önceki adımda hesaplanan 3° lik dilimdeki coğrafi koordinatlar

$B = 39^\circ\ 38,\ 01''.26$
$L = 30^\circ\ 18'\ 18''.29$

İstenen : 6° lik dilimdeki Gauss-Kruger koordinatları.

Çözüm : Şekil 1 de görüldüğü gibi 6° lik dilimlerin dilim orta meridyenleri 27°, 33°, 39°, 45° dir. Yukarıda verilen noktanın boylamı $L = 30^\circ\ 18'\ 18''.29$ olduğunda 6° lik dilimlerin 2. sine girmektedir. Yani $L_0 = 33^\circ$ olmaktadır.

$B_0 = 39^\circ\ 30'$
$L_0 = 33^\circ$

$$\begin{array}{rl} B = & 39^\circ\ 38'\ 01''.26 \\ B_0 = & 39\ \ 30 \\ \hline \triangle B'' = & \quad 8'\ 01.26 = 481''.26/1000 = 0.48126 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} L = & 30^\circ\ 18'\ 18''.29 \\ L_0 = & 33^\circ \\ \hline l = & 2^\circ\ 41'\ 41''.71 = -9701.71/1000 = -9.70171 \end{array}$$

$\triangle B$, l değerleri 8 numaralı bağıntıya göre tablo 2a da yerlerine konur,

$$\begin{array}{rrcl} a_{10} & \triangle B & = & 14842.34300 \\ a_{20} & \triangle B^2 & = & 0.17185 \\ a_{02} & l^2 & = & 3467.64780 \\ a_{30} & \triangle B^3 & = & 0.00005 \\ a_{12} & \triangle Bl^2 & = & 3.17080 \\ -\ a_{22} & \triangle B^2l^2 & = & 0.03772 \\ a_{04} & l^4 & = & 1.68755 \\ -\ a_{14} & \triangle Bl^4 & = & 0.00725 \\ \hline & \triangle X & = & 18314.946 \text{ m.} \end{array}$$

(9) numaralı bağıntıya göre,

$$\begin{array}{rl} X_0 = & 4\ 374\ 088.473 \\ \triangle X = & \quad 18\ 314.946 \\ \hline X = & 4\ 392\ 403.419 \text{ m.} \end{array}$$

olarak 6° lik dilimdeki X değeri hesaplanır.

(10) numaralı bağıntıya göre tablo 2b den,

$$\begin{array}{rrcl} a_{10} & l & = - & 231\ 809.61000 \\ -\ a_{11} & \triangle Bl & = + & 440.05423 \\ -\ a_{21} & \triangle B^2l & = + & 0.63355 \\ a_{03} & l^3 & = - & 16.91394 \\ a_{31} & \triangle B^3l & = - & 0.00041 \\ -\ a_{13} & \triangle Bl^3 & = + & 0.42469 \\ a_{23} & \triangle B^2l^3 & = - & 0.00053 \\ -\ a_{05} & l^5 & = + & 0.01719 \\ \hline & Y & = - & 231\ 385.39 \text{ m.} \end{array}$$

olarak 6° lik dilimdeki Y değeri hesaplanır.

A noktasının 6° lik dilimdeki yeri 1/25 000 lik paftadaki koordinatları

$$Y = -\ 231\ 385.39 \text{ m.}$$

$$X = 4\ 392\ 403.42 \text{ m.}$$

olarak bulunur. 1. örnekteki verilen değerlere çok yakın değerler tekrar hesaplanır.

1. örnekde 1/25 000 lik paftadaki Gauss - Kruger koordinatlarından 1/5000 lik paftadaki Gauss-Kruger koordinatları hesaplanmıştır.

2. örnekde ise yukardakinin tersi olarak 1/5000 lik paftadan 1/25 000 liğe geçiş hesaplanmıştır. Böylece tüm hesabın kontrolü de yapılmış olur.

KAYNAKLAR

AKSOY, A.; GÜNEŞ, İ. 1980 : Jeodezi II. İTÜ., Jeodezi Kürsüsü Yayın No. 5.

ARAN, M.; 1951 : Gauss-Kruger Projeksiyonu ve Tatbikatı Harita Dergisi Özel Yayın No. 1.

KOÇAK, E.; 1977 : Harita Projeksiyonları KTÜ, Jeodezi Bölümü.

SONGU, G; 1975 : Ölçme Bilgisi I-II S. 430-441 Ankara.

Tablo : 1a

Gauss-Kruger koordinatlarından coğrafi koordinatların hesabı için yakınsak seriler

$\Delta X = X - X_0$ ve Y, 100 km biriminde,

$$B - B_0 = \Delta B'' = b_{10}\Delta X + b_{20}\Delta X^2 + b_{02}Y^2 + b_{30}\Delta X^3 + b_{12}\Delta XY^2 + b_{22}\Delta X^2Y^2 + b_{04}Y^4 + b_{14}\Delta XY^4 + \ldots\ldots$$

B_0	$X_0 = G_0$	b_{10}	$-b_{20}$	$-b_{02}$	$-b_{30}$	$-b_{12}$	$-b_{22}$	b_{04}	b_{14}
					0.000			0.00	0.000
34 0	3763719.865	3245.434150	0.239223	17.142034	998	0.578431	0 005997	2225	107
34 30	3819184.672	3245.167873	0.240847	17.464723	954	0.585187	0 006185	2285	110
35 0	3874654.045	3244.899813	0.242397	17 791245	909	0.592155	0.006380	2347	114
35 30	3930128.014	3244.630053	0.243873	18 121721	864	0.599343	0.006581	2411	117
36 0	3985606.611	3244.358674	0 245274	18.456274	819	0.606759	0.006789	2477	121
36 30	4041089.861	3244.085759	0.246600	18 795036	774	0.614411	0.007005	2545	124
37 0	4096577 792	3243 811391	0 247850	19 138139	728	0.622308	0.007229	2615	128
37 30	4152070.428	3243 535655	0.249025	19.485724	683	0.630459	0.007461	2687	132
38 0	4207567.792	3243.258635	0.250123	19.837935	637	0.638873	0.007702	2761	137
38 30	4263069.908	3242 980414	0.251144	20.194920	591	0.647559	0.007952	2838	141
39 0	4318576.795	3242 701077	0.252089	20 556836	544	0 656529	0.008211	2918	146
39 30	4374088 473	3242 420711	0.252957	20 923844	498	0 665793	0.008480	3000	151
40 0	4429604.959	3242.139400	0 253747	21 296110	451	0 675362	0.008760	3085	156
40 30	4485126.270	3241.857230	0 254460	21 673810	405	0 685249	0.009051	3173	162
41 0	4540652.420	3241 574287	0.255095	22 057123	358	0.695466	0.009353	3264	167
41 30	4596183.424	3241.290657	0 255652	22 446239	311	0 706027	0.009668	3358	174
42 0	4651719.292	3241 006427	0.256130	22 841352	264	0.716945	0.009995	3456	180
42 30	4707260.035	3240 721684	0.256531	23 242667	217	0.728236	0.010337	3557	187

Tablolar (AKSOY, GÜNEŞ, 1980 S. 236, 237, 240, 241)'den alınmıştır.

Tablo : 1b

Gauss-Kruger koordinatlarından coğrafi koordinatların hesabı için yakınsak seriler

$$l = L - L_0 = b_{01}Y + b_{11}\Delta XY + b_{21}\Delta X^2Y + b_{03}Y^3 + b_{31}\Delta X^3Y + b_{13}\Delta XY^3 + b_{23}\Delta X^2Y^3 + b_{05}Y^5 + \ldots\ldots$$

B_o	b_{01}	b_{11}	$-b_{21}$	$-b_{03}$	$-b_{31}$	$-b_{13}$	$-b_{23}$	b_{05}
							0.000	0.000
34 0	3896.574891	41.162579	0.914934	0.304978	0.013015	0.013015	444	044
34 30	3919 689342	42.189676	0.937006	0.312335	0.013519	0.013519	463	046
35 0	3943 382323	43.241817	0.959937	0.319979	0.014045	0.014045	484	048
35 30	3967.668104	44.319982	0.983766	0.327922	0.014596	0.014596	506	051
36 0	3992 561515	45.425193	1.008534	0.336178	0.015171	0.015171	530	053
36 30	4018.077972	46.558522	1.034283	0.344761	0.015773	0.015773	554	055
37 0	4044.233500	47.721088	1.061061	0.353687	0.016404	0.016404	580	058
37 30	4071.044767	48.914064	1.088915	0.362972	0.017064	0.017064	608	061
38 0	4098.529111	50.138680	1.117896	0.372632	0.017756	0.017756	637	064
38 30	4126.704571	51.396221	1.148060	0.382687	0.018481	0.018481	668	067
39 0	4155.589926	52.688040	1.179463	0.393154	0.019242	0.019242	701	070
39 30	4185.204722	54.015550	1.212167	0.404056	0.020040	0.020040	736	074
40 0	4215.569322	55.380240	1.246236	0.415412	0.020879	0.020879	773	077
40 30	4246.704934	56.783670	1.281740	0.427247	0.021760	0.021760	812	081
41 0	4278.633665	58.227480	1.318751	0.439584	0.022685	0.022685	854	085
41 30	4311.378556	59.713394	1.357347	0.452449	0.023659	0.023659	898	090
42 0	4344.963641	61.243225	1.397611	0.465870	0.024684	0.024684	945	095
42 30	4379.413989	62.818884	1.439630	0.479877	0.025762	0.025762	996	100

Not: $-b_{23} = b_{41}$

Tablo : 2a

Gauss-Kruger koordinatlarından coğrafi koordinatların hesabı için yakınsak seriler

$\Delta B = B - B_0$, $l = L - L_0$ (her ikisi 1000" biriminde); $x = G_0 + \Delta x$ olur.

$$\Delta X = a_{10}\Delta B + a_{20}\Delta B^2 + a_{02}l^2 + a_{30}\Delta B^3 + a_{12}\Delta Bl^2 + a_{22}\Delta B^2l^2 + a_{04}l^4 + a_{14}\Delta Bl^4 + \ldots\ldots$$

B_o	$G_o = X_o$	a_{10}	a_{20}	a_{02}	a_{30}	a_{12}	$-a_{22}$	a_{04}	$-a_{14}$
					0.000		0.00	0.000	0.00000
34 0	3763719.865	30812.51855	0.69977	34.7875221	932	0.1368085	16322	21481	10039
34 30	3819184.672	30815.04683	0.70470	35.0284766	892	0.1309118	16437	21291	10779
35 0	3874654.045	30817.59244	0.70941	35.2587805	853	0.1249748	16546	21088	11502
35 30	3930128.014	30820.15464	0.71391	35.4783629	813	0.1189993	16650	20872	12207
36 0	3985606.611	30822.73263	0.71819	35.6871561	773	0.1129871	16750	20643	12892
36 30	4041089.861	30825.32565	0.72226	35.8850957	733	0.1069401	16844	20402	13558
37 0	4096577.792	30827.93292	0.72610	36.0721206	692	0.1008600	16933	20149	14203
37 30	4152070.428	30830.55363	0.72973	36.2481729	651	0.0947487	17017	19884	14828
38 0	4207567.792	30833.18700	0.73314	36.4131983	610	0.0886081	17096	19608	15431
38 30	4263069.908	30835.83223	0.73632	36.5671454	569	0.0824399	17170	19322	16012
39 0	4318576.795	30838.48853	0.73928	36.7099667	528	0.0762462	17239	19025	16571
39 30	4374088.473	30841.15508	0.74202	36.8416175	486	0.0700287	17302	18719	17107
40 0	4429604.959	30843.83108	0.74453	36.9620570	445	0.0637894	17360	18403	17619
40 30	4485126.270	30846.51572	0.74682	37.0712475	403	0.0575301	17413	18078	18108
41 0	4540652.420	30849.20817	0.74888	37.1691547	361	0.0512528	17460	17744	18573
41 30	4596183.424	30851.90764	0.75072	37.2557479	318	0.0449593	17503	17402	19014
42 0	4651719.292	30854.61329	0.75232	37.3309997	276	0.0386516	17540	17053	19429
42 30	4707260.035	30857.32431	0.75370	37.3948862	234	0.0323315	17571	16696	19820

Tablo : 2b

Gauss-Kruger koordinatlarından coğrafi koordinatların hesabı için yakınsak seriler

$$Y = a_{01}l + a_{11}\Delta Bl + a_{21}\Delta B^2 l + a_{03}l^3 + a_{31}\Delta B^3 l + a_{13}\Delta Bl^3 + a_{23}\Delta B^2 l^3 + a_{05}l^5 + \ldots\ldots$$

B_o	a_{01}	$-a_{11}$	$-a_{21}$	a_{03}	a_{31}	$-a_{13}$	a_{23}	$-a_{05}$
					0.000		0.0000	0.00000
34 0	25663.56423	83.534093	0.3021044	0.0379823	3308	0.00103167	0074	01665
34 30	25512.22591	84.618587	0.3003884	0.0361279	3352	0.00102869	0091	01777
35 0	25358.94108	85.696861	0.2986491	0.0342794	3395	0.00102510	0108	01884
35 30	25203.72102	86.768833	0.2968867	0.0324379	3438	0.00102092	0124	01988
36 0	25046.57714	87.834418	0.2951012	0.0306045	3480	0.00101615	0141	02086
36 30	24887.52102	88.893534	0.2932928	0.0287802	3523	0.00101078	0157	02180
37 0	24726.56438	89.946099	0.2914614	0.0269660	3565	0.00100483	0173	02269
37 30	24563.71907	90.992030	0.2896073	0.0251631	3607	0.00099830	0189	02353
38 0	24398.99713	92.031244	0.2877305	0.0233725	3648	0.00099119	0205	02432
38 30	24232.41070	93.063662	0.2858311	0.0215952	3630	0.00098351	0220	02506
39 0	24063.97209	94.089202	0.2839093	0.0198322	3731	0.00097528	0236	02576
39 30	23893.69377	95.107782	0.2819651	0.0189845	3772	0.00096649	0251	02640
40 0	23721.58832	96.119324	0.279986	0.0163532	3812	0.00095715	0266	02699
40 30	23547.66850	97.123746	0.2780100	0.0146392	3852	0.00094727	0281	02754
41 0	23371.94718	98.120969	0.2759993	0.0129434	3892	0.00093686	0296	02803
41 30	23194.43739	99.110915	0.2739667	0.0112668	3932	0.00092592	0310	02848
42 0	23015.15232	100.093504	0.2719124	0.0096104	3972	0.00091447	0324	02888
42 30	22834.10526	101.068658	0.2698363	0.0079750	4011	0.00090252	0338	02923