

SERBEST UYARTIMLI BİR DC MOTORUN $PI^{\lambda}D^{\mu}$ HIZ DENETİMİ VE KESİR DERECELİ DENETLEYİCİLERİN PERFORMANS ANALİZİ

Özkan ATAN¹, Mustafa TÜRK², Remzi TUNTAŞ¹

¹ Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Erciş MYO Van

² Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü Elazığ
oatan@yyu.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada, serbest uyarımlı bir doğru akım motorun kesir dereceli PI ve PID denetleyiciler ile kapalı çevrim hız denetimi MATLAB/SIMULINK ortamında gerçekleştirilerek kesir dereceli sistem yaklaşımlarının performans analizleri incelenmiştir. PI^{λ} ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ denetleyici davranışları farklı, tamsayı olmayan integral ve türev dereceleri için incelendi. Elde edilen benzetim sonuçları incelendiğinde aşma miktarı açısından oldukça iyi değerler elde edildiği gözlemlendi ve kesir dereceli sistemlerin analiz yöntemleri açısından en iyi performansı sağlayan yöntemin Crone yöntemi olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Serbest uyarımlı dc motor, Kesir dereceli sistemler, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ denetleyiciler.

$PI^{\lambda}D^{\mu}$ SPEED CONTROL OF A FREE-EXCITED DC MOTOR AND PERFORMANCE ANALYSIS OF THE FRACTIONAL ORDER CONTROLLERS

ABSTRACT

In this study, the closed loop control of a free-excited dc motor with fractional order PI and PID controllers are simulated in MATLAB/SIMULINK environment and the performance analysis of fractional order approaches are investigated. Behaviours of the PI^{λ} and $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controllers are investigated for different non-integer integral and derivate degrees. After analyzing the obtained simulated results, considerably good results has been observed in terms of overlapping. In contrast to fractional order analysis methods it has been observed that the Crone method was the best performance.

Keywords: DC motor, Fractional order systems, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Controllers.

1. GİRİŞ

Kontrol sistemlerinde, klasik tam sayı dereceli hesaplama yerine kesir dereceli durumların incelenmesi yeni bir fikir olmamakla beraber mühendislik uygulamalarında incelenmesi son yıllarda üzerinde oldukça fazla çalışılan konulardan birisi olmuştur [1, 2]. Özellikle otomatik kontrol uygulamalarında, klasik tam sayı dereceli denetleyicilerin geliştirilmiş şekli olan kesir dereceli denetleyici kullanımıyla hem kusursuz hem de yüksek kontrol performansları elde edilmiştir [3, 4]. Kesir

dereceli denetleyicilerin kullanımıyla daha az kontrol parametresi ile daha iyi sonuçlar elde etmek mümkündür.

Bu da kesir dereceli denetleyicileri kontrol uygulamalarında oldukça güçlü bir araç haline getirmiştir.

Birkaç temel kesir dereceli denetleyici olmakla beraber bunlardan en çok kullanılanı ve tercih edileni kesir dereceli PID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) tipi denetleyicilerdir [5, 6].

Kesir dereceli türev ve integral kavramı, 1695 yılında Leibniz ve L'Hospital tarafından ortaya atılmıştır. Bu kadar eski olmasına rağmen ilk çalışmalar, 19. yüzyılın ortalarında Liouville, Riemann ve Holmgren tarafından yapılmıştır [7]. Kesir dereceli sistemlerin hesabı için doğrudan bir model mevcut olmadığı için çeşitli yaklaşım yöntemleri vardır. Bu yöntemler, Grünwald-Letnikov (GL) ve Riemann-Liouville (RL) tarafından ortaya konulan yöntemlerdir [8]. Diğer bir önemli yöntem ise Laplace dönüşümdür [9]. Laplace dönüşümü yapılan sistemin çözümü sayısal yöntemlerle gerçekleştirilir [10]. Laplace dönüşümü yapılan sistemin analizi için çeşitli yaklaşımlar vardır. Bunlar Crone, Carlson, Matsuda, Tustin ve Simpson yaklaşımlarıdır [11-13]. Bu yaklaşımlar, Laplace operatörünün seri açılımı mantığına dayanır. Aynı şekilde bu yöntemlerle sayısal olarak kesir dereceli sistemlerin uygulaması yapılabilir ve bu prensibe dayalı denetleyiciler rahatlıkla tasarlanabilir.

Bu çalışmada, serbest uyarımlı bir DC motorun hız denetim işlemi $PI^{\lambda}D^{\mu}$ denetleyicilerle gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, PI tipi denetleyiciyle serbest uyarımlı DC motorun hız denetimi gerçekleştirilerek iki denetleyici arasındaki fark, özellikle kesir derecesinin değişiminin etkisi ile farklı sayısal analiz yöntemleri kullanılarak çözülmüş ve bu yöntemler arasındaki farklar karşılaştırılmıştır.

2. KESİR DERECELİ SİSTEMLER VE $PI^{\lambda}D^{\mu}$ DENETLEYİCİLER

Kesir dereceli hesaplama, integrallerin ve türevlerin derecelerini reel ya da karmaşık sayı olarak keyfi bir biçimde kabul eden bir matematik dalıdır. Fizikte birçok sistem kesir dereceli olarak bilinir (elektromanyetik dalgalar, viskoelastisite v.s.). Kesir dereceli sistemlerin hesaplanmasında genel olarak kullanılan iki tür yaklaşım vardır. Bunlar Grünwald-Letnikov (GL) ve Riemann-Liouville (RL) yaklaşımlarıdır. GL yaklaşımının genel ifadesi ise Denklem (1)'deki gibidir.

$${}_a D_t^{\alpha} f(t) = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h^{\alpha}} \sum_{k=0}^{[(t-a)/h]} \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(k+1)} f(x-kh) \quad (1)$$

RL yaklaşımının genel ifadesi ise Denklem (2)'de verildiği gibidir [14]. Burada $m-1 < \alpha < m$ olup Γ ise Gama fonksiyonudur.

$${}_a D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \left(\frac{d}{dt} \right)^m \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-(m-\alpha)}} d\tau \quad (2)$$

Burada, h zaman artım oranı, $[(t-a)/h]$ işlemi ise bu oranın tam kısmını temsil eder. Denklem (1) ve (2)'den görüldüğü üzere, kesir dereceli operatörler daha önce olan olayları saklayabilme ya da hafızasında tutabilme özelliğine sahip olduklarından, kalıtsallık ve hafıza etkilerinin modellenmesine uygundur. Diğer bir önemli

yaklaşım ise Denklem (3)'de verilen Laplace dönüşüm yöntemidir.

$$L\{D^{\alpha} f(t)\} = s^{\alpha} F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k D^{\alpha-k-1} F(t) \Big|_{t=0} \quad (3)$$

Başlangıç şartları gözönüne alınmazsa Denklem (3)'teki ifade daha basit bir formda Denklem (4)'teki şekilde elde edilebilir.

$$L\{D^{\alpha} f(t)\} = s^{\alpha} F(s) \quad (4)$$

Laplace dönüşümü kesir dereceli kontrol sistemlerinin analizinde ve sentezinde oldukça önemli bir dönüşüm olarak kullanılmaktadır. Burada, doğrudan fonksiyonun Laplace dönüşümü alınarak kesir dereceli s-Laplace değişkeni ile çarpımından elde edilir.

Genel olarak kesir dereceli sistemler, Denklem (5)'teki gibi doğrusal zamanla değişmeyen kesir dereceli fark denklemleri formunda ya da Denklem (6)'daki gibi sürekli transfer fonksiyonu formunda tanımlanır.

$$a_n D_t^{\beta_n} y(t) + a_{n-1} D_t^{\beta_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 D_t^{\beta_0} y(t) = b_m D_t^{\alpha_m} u(t) + b_{m-1} D_t^{\alpha_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 D_t^{\alpha_0} u(t) \quad (5)$$

$$G(s) = \frac{a_1 s^{\alpha_1} + a_2 s^{\alpha_2} + \dots + a_{m_A} s^{\alpha_{m_A}}}{b_1 s^{\beta_1} + b_2 s^{\beta_2} + \dots + b_{m_B} s^{\beta_{m_B}}} \quad (6)$$

Burada $(a_m, b_m) \in \mathfrak{R}$, $(\alpha_m, \beta_m) \in \mathfrak{R}$ ve $m \in \mathbb{N}$ 'dir.

Laplace dönüşümünden faydalanılarak kesir dereceli işlemleri sayısal olarak analiz edebilmek için bazı Z-dönüşüm yöntemleri vardır [11-13]. Bu dönüşümler kullanılarak kesir dereceli sistemlere dayalı denetleyiciler tasarlanabilir.

Crone yöntemi, kesir dereceli ifadelerin çözümünde en geniş kullanılan olan yaklaşımlardan biridir. Bu yaklaşımına göre, kesir dereceli sistemin s domenindeki dönüşümü Denklem (7)'deki gibidir.

$$C_r(s) = s^r \approx C_0 \left(\frac{1+s/\omega_l}{1+s/\omega_h} \right)^r \quad 0 < \omega_l < \omega_h \quad C_0 > 0 \quad (7)$$

$r \in (0,1)$

Crone yönteminde kesir dereceli ifadenin Z-dönüşümü Denklem (8)'deki gibidir.

$$C_r(s) = s^r \approx C_0 \left(\frac{1 + \left(\frac{1-z^{-1}}{T} \right) / \omega_l}{1 + \left(\frac{1-z^{-1}}{T} \right) / \omega_h} \right)^r \quad (8)$$

Carlson yaklaşımına göre kesir dereceli sistem, Denklem (9)'daki gibi ifade edilir.

$$C_i(s) = s^r = C_{i-1}(s) \left(\frac{(q-m)(C_{i-1}(s))^2 + (q+m)s}{(q-m)(C_{i-1}(s))^2 + (q-m)s} \right) \quad (9)$$

Denklem (9)'daki C' nin başlangıç iterasyonu değerleriyle q ve m değerleri Denklem (10)'da verilmiştir.

$$q = \frac{1}{r}, \quad m = \frac{q}{2}, \quad C_0(s) = 1 \quad (10)$$

Matsuda yöntemine göre kesir dereceli ifadeler Denklem (11) ve Denklem (12)'deki yaklaşımlarla çözülür [15].

$$C(s) = a_0 + \frac{s-s_0}{a_1} + \frac{s-s_1}{a_2} + \frac{s-s_2}{a_2} + \dots \quad (11)$$

$$a_i = v_i(s_i) \quad v_0(s) = H(s) \quad v_{i+1}(s) = \frac{s-s_i}{v_i(s)-a_i} \quad (12)$$

Tustin yöntemiyle Laplace ifadesi $s^{\pm q}$ olan bir kesir dereceli sistemin Z dönüşümü, Denklem (13)'teki gibidir.

$$(s)^{\pm q} = (\omega(z^{-1}))^{\pm q} = \left(\frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^{\pm q} \quad (13)$$

Denklem (13)' de $0 < q < 1$ olup çözüm için Denklem (14)'teki yaklaşımdan faydalanılır.

$$s^q \approx \left(\frac{2}{T} \right)^q \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n(z^{-1}, q)}{A_n(z^{-1}, -q)} \quad q \in [-1, 1] \quad (14)$$

Denklem (14)'daki ifadede verilen A_n değerleri Denklem (15) ve (16) ile hesaplanır.

$$A_n = A_{n-1}(z^{-1}, r) + c_n z^n A_{n-1}(z^{-1}, r)$$

$$A_0(z^{-1}, r) = 1 \quad (15)$$

$$c_n = \begin{cases} r/n, & n; \text{tek} \\ 0, & n; \text{çift} \end{cases} \quad (16)$$

Simpson yönteminde, kesir dereceli ifadenin Z-dönüşümü yapılarak Taylor serisine açılır. Böylece kesir dereceli

sistem analiz edilir. Kesir dereceli bir ifadenin Simpson yöntemine göre çözümü Denklem (17) verilmiştir.

$$C(s) = s^r = \left(\frac{3}{T} \frac{(1-z^{-1})(1+z^{-1})}{1+4z^{-1}+z^{-2}} \right)^r \quad (17)$$

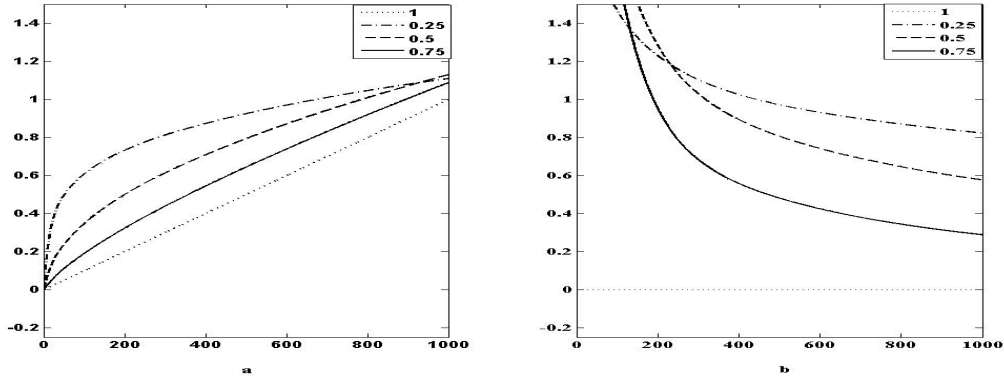
Kesir dereceli türev ve integral ifadelerinin birim basamak girişine karşı verdiği cevap Şekil 1'de gösterilmektedir. Integral operatörünün birim basamak girişine karşı gösterdiği cevap Şekil 1a' da, türev operatörünün basamak girişine karşı verdiği cevap eğrileri ise Şekil 1b' de sunulmuştur. Türev operatöründen anlaşıldığı üzere kesir derecesi arttıkça cevap hızı artmaktadır.

$PI^\lambda D^\mu$ denetleyicilerin analizi için kullanılan yaklaşımlar, benzer sonuçlar verse bile tam anlamıyla birbirinin aynısı değildir. Farklı yaklaşımların birim basamak girişine karşı gösterdiği cevaplar Şekil 2. de toplanmıştır.

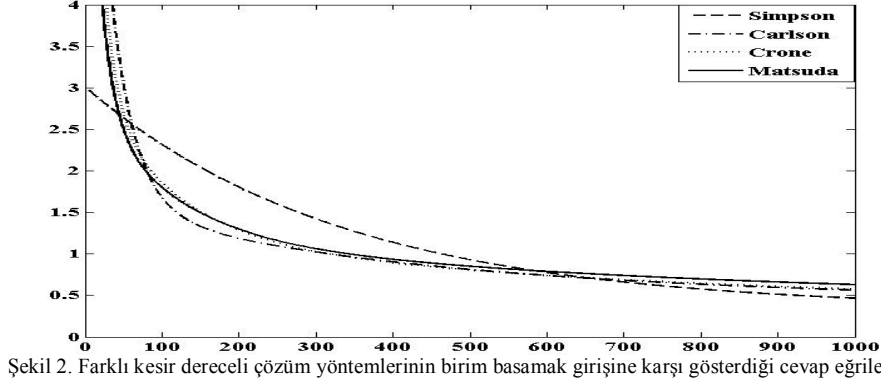
$PI^\lambda D^\mu$ tipi denetleyiciler oransal, integral ve türev operatörlerinin birlikte kullanılmasıyla elde edilir. Bu denetleyicilerde türev ve integral dereceleri tamsayıdan farklı reel sayılardan oluşur. Böyle bir denetleyiciye ait genel matematiksel ifade denklem (18)'de verilmiştir [16].

$$PI^\lambda D^\mu = K_p E(s) + K_i s^{-\lambda} E(s) + K_D s^\mu E(s) \quad (18)$$

$$\lambda, \mu \notin N, \quad \lambda, \mu \in \mathfrak{R}$$



Şekil 1. a) Farklı kesir derecesine sahip sistemlerin a) integral, b) türev cevapları



Şekil 2. Farklı kesir dereceli çözüm yöntemlerinin birim basamak girişine karşı gösterdiği cevap eğrileri

$PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi denetleyicide K_p , K_i ve K_d katsayıları Ziegler-Nichols yöntemiyle belirlenmiştir [17]. Denetim sistemlerinde kesir dereceli türev ve integral kullanılması, daha üstün performans ve dayanım sağladığı son yıllardaki araştırmalarda ortaya çıkmıştır. Bunun üzerine Oransal-integral türev denetleyicilerin de kesir dereceli sistemlere uygulanmasına çalışılmıştır [4-6].

3. SERBEST UYARTIMLI DC MOTOR

Serbest uyarımlı DC motorlar endüstride hız denetim uygulamalarında en çok kullanılan motorların başında gelir. Serbest uyarımlı DC motorlara ilişkin matematiksel model denklem (18) ve (19) da verilmiştir.

$$V_{DC}(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e(t) \quad (18)$$

$$e(t) = K_e \omega \quad (19)$$

DC motorun ürettiği moment ve döndürme momenti ile açısal hız arasındaki bağıntı denklem (20) ve denklem (21) de verilmiştir [18].

$$T_m = K_m i_a(t) \quad (20)$$

$$T_m = J \frac{d\omega}{dt} + B \omega + T_L \quad (21)$$

4. SERBEST UYARTIMLI BİR DC MOTORUNUN $PI^{\lambda}D^{\mu}$ HIZ DENETİMİ

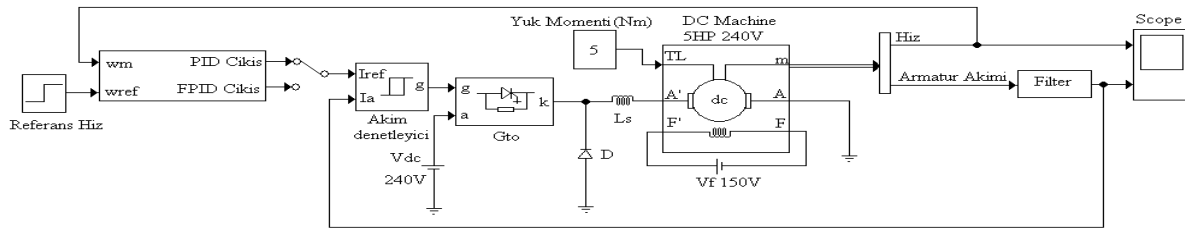
$PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi bir hız denetleyicisiyle serbest uyarımlı bir DC motorun hız denetiminde referans hız girişiyle gerçek hız değeri arasındaki fark, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ denetleyicinin girişine uygulanmaktadır. Bu şekilde, hız hatasına göre

denetleyici, çıkış değeri üretmektedir. $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi bir denetleyicisinin Matlab/Simulink ortamında oluşturulan modeli Şekil 3' de sunulmuştur.

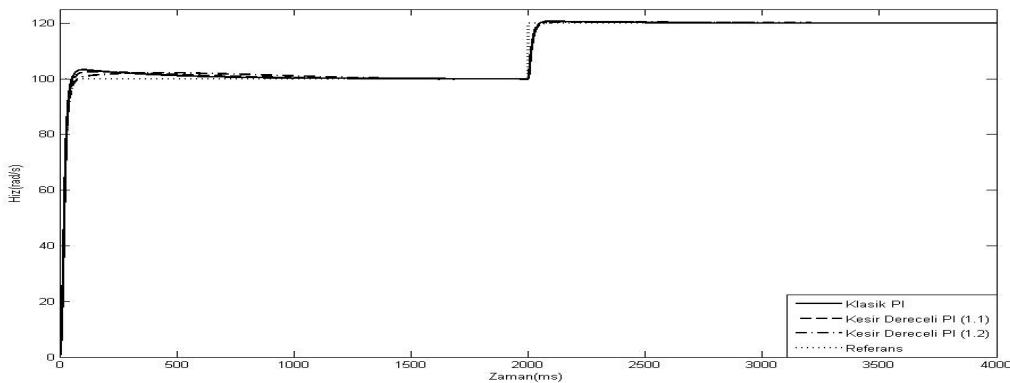
Bu modelde kullanılan akım kontrolörü histeressiz akım kontrolü olup ölü bant değeri $2A$ 'dir. DC motorun çektiği akımdaki dalgalanmaları azaltmak için filtre kullanılmıştır.

$PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi denetleyicilerle yapılan hız denetim işleminde; farklı kesir derecesine sahip $PI^{\lambda}D^{\mu}$ denetleyiciler aşma miktarı açısından, klasik PID denetleyicilerle yapılan hız denetleyicilerine göre daha iyi performans sergiler. Serbest uyarımlı DC motorun hız zaman eğrisi Şekil 4' de görüldüğü gibi; hız ilk anda referans değeri olan $100rad/s$ değerine hızla yükselmekte, yaklaşık olarak $3.25rad/s$ lik bir aşmadan sonra istenen değere doğru azalma yapmaktadır. Farklı kesir derecesine sahip $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi denetleyici kullanılmasıyla aşma miktarı $2.1rad/s$ değerine kadar azalmaktadır. Ayrıca; motor çalışma esnasında referans hız $100rad/s$ den $120rad/s$ değerine çıkarıldığında, PI^{λ} tipi denetleyicinin aşma miktarı klasik PI yöntemine göre daha az olduğu gözlenmektedir.

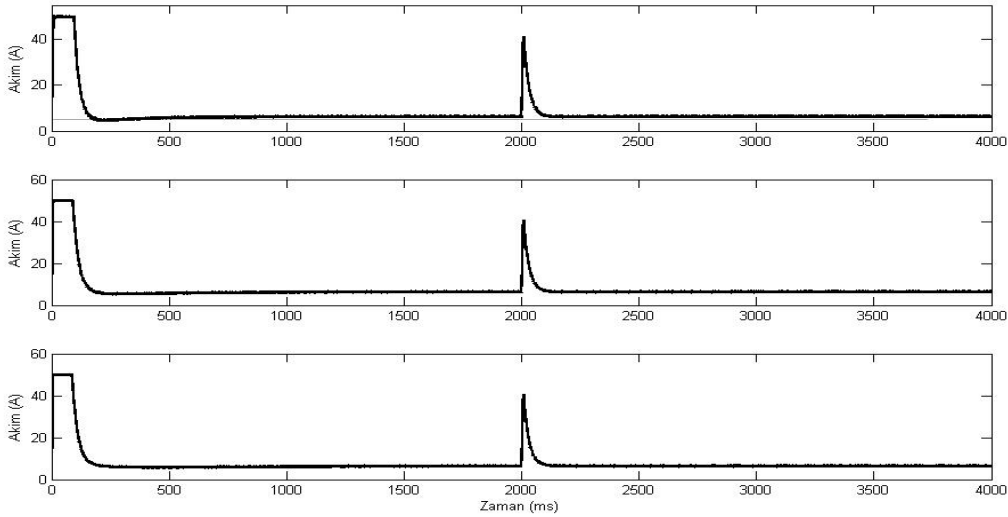
Farklı kesir derecesine sahip olan denetleyicinin akım zaman grafiği Şekil 5' de verilmiştir. Bu grafikte akımın kesir derecesinin artmasıyla kalkınma anındaki değerden (maksimum değer), sürekli durumdaki akım değerine geçişte dalgalanma (sıfır değerine doğru düşüş) olmadığı görülmektedir. Moment değişimi Şekil 6' da görüldüğü gibi akım değişimine benzer yapıdadır. Burada $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi denetleyici Crone yöntemine göre analiz edilmiştir.



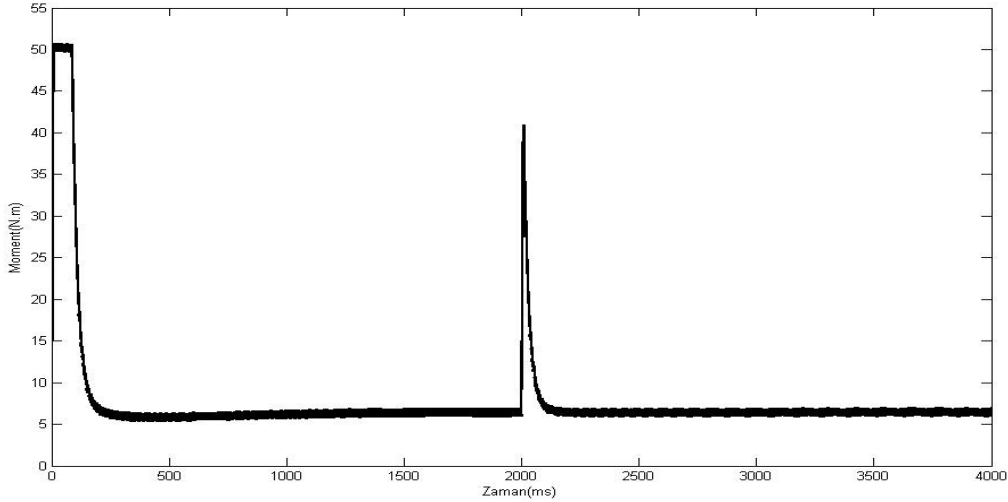
Şekil 3. Serbest uyarımlı DC Motorun PID/ $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi denetleyici ile hız kontrolünün Matlab/Simulink modeli.



Şekil 4. PI ve farklı kesir derecesine sahip ($\lambda=1.1$ ve 1.2 için) PI^{λ} denetleyiciler



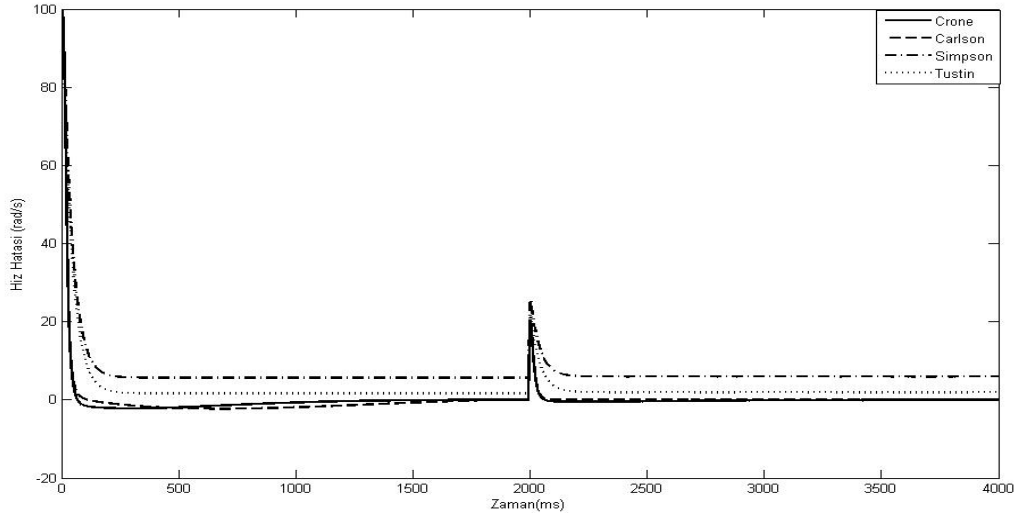
Şekil 5. Farklı denetleyicilerin akım zaman değişim eğrisi a) klasik PI, b) PI^λ ($\lambda=1.1$) c) PI^λ ($\lambda=1.2$)



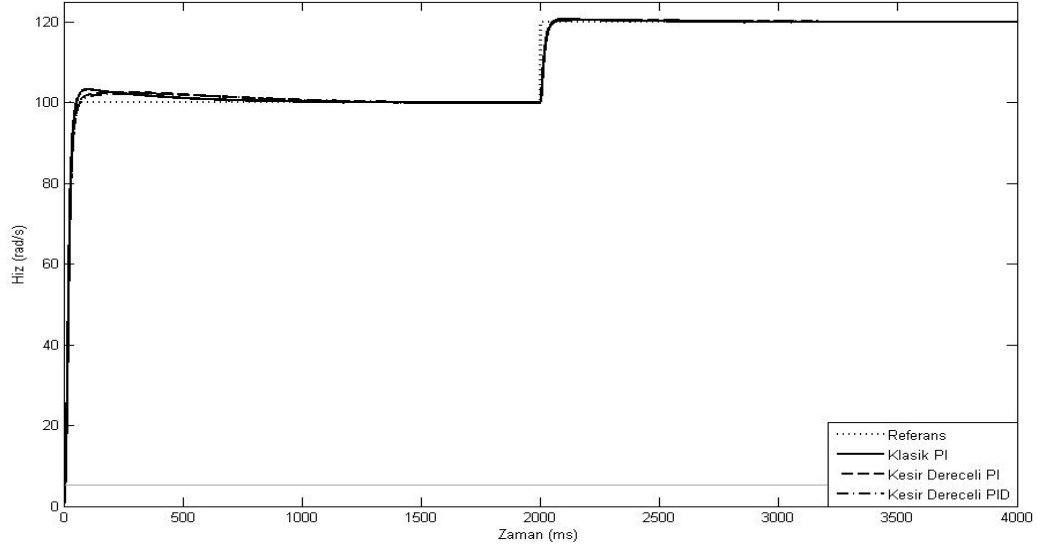
Şekil 6 Farklı denetleyicilerin moment zaman değişim eğrisi (PI^λ , $\lambda=1.2$)

Kesir dereceli ifadelerin, tam çözüm yöntemi olmadığı için analiz farklı yaklaşımlar kullanılarak gerçekleştirilir. PI^λ tipi denetleyicide bu yaklaşımların kullanılmasıyla elde edilen çıktılar farklı olur. Bu yaklaşımların kullanılmasıyla elde edilen PI^λ denetleyicisinin hız hatasının zamanla değişimi Şekil 7’de gözlenmektedir. Burada en çok kullanılan beş farklı yöntem (Crone, Carlson, Matsuda, Tustin ve Simpson) karşılaştırılmıştır. Şekil 7’de görüldüğü gibi Crone ve Carlson yaklaşımlarında, sürekli durum hatası oluşmazken Tustin ve Simpson yönteminde, sürekli durum hatası oluşmaktadır. Crone yönteminde ise Carlson yöntemine göre, sürekli duruma daha hızlı geçtiği Carlson yönteminde ise aşma miktarının daha az olduğu

gözlenmektedir. En iyi performans ise Crone ve Carlson yaklaşımlarında sağlanmıştır. En iyi sonuç kesir derecesinin değeri 1.2’ de olması durumunda elde edilmiştir. Burada $PI^\lambda D^\mu$ denetleyicisine kesir dereceli türev operatörü eklenmesiyle $PI^\lambda D^\mu$ tipi denetleyici elde edilir. $PI^\lambda D^\mu$ denetleyicisinde iki farklı kesir derecesi vardır. Bunlardan biri türev operatörünün kesir derecesi (μ), diğeri ise integral operatörünün kesir derecesi (λ)’ dir. λ değeri 1.2 ve μ değeri 0.1 iken $PI^\lambda D^\mu$ denetleyicisi ile PI^λ denetleyicisinin hız zaman değişim eğrisi Şekil 8’da ki gibidir. Tablo 1de farklı yöntemlerin aşma miktarı ve oturma zamanı açısından karşılaştırılmıştır.



Şekil 7. Farklı yaklaşımlara göre PI^λ denetleyicisinin referans hızı ile gerçek hız arasındaki farkın zamana göre değişim eğrisi.



Şekil 8. Klasik PI, PI^λ ve $PI^\lambda D^\mu$ tipi denetleyicilerin hız değişim eğrileri

Tablo 1. $PI^\lambda D^\mu$ için referans klasik PID olarak alındığında elde edilen aşma miktarı ve oturma zamanı

YÖNTE M	AŞMA MİKTARI (%)			OTURMA ZAMANI (MS)		
	$\mu=\lambda=0.9$	$\mu=\lambda=1.1$	$\mu=\lambda=1.2$	$\mu=\lambda=0.9$	$\mu=\lambda=1.1$	$\mu=\lambda=1.2$
Crone	3.5	2.45	2.1	1800	1500	1400
Carlson	3.7	2.3	2	1900	2000	2200
Matsuda	3.7	2.6	2.3	1700	1600	1500
Tustin	3.6*	2.2*	2*	90	86	85
Simpson	3.25*	2.1*	2*	98	84	82

* sürekli durum hatası oluşuyor.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada, klasik PI denetleyicisi ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi denetleyici kullanılarak serbest uyarımlı bir DC motorun hız denetim benzetimi Matlab/Simulink'te modellenerek yapılmıştır. Bu şekilde bu iki farklı denetleyici arasındaki fark gözlemlendi. $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi denetleyicinin kesir derecesi değiştirilerek farklı değerlerde göstermiş olduğu performanslar karşılaştırılmış ve denetleyicinin performans üzerine farklı çözüm yöntemlerinin etkisi araştırılmıştır.

Sonuç olarak, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi denetleyicilerin PI ve PI^{λ} tipi denetleyicilere göre aşma değeri açısından oldukça iyi performans gösterdiği görülmektedir. $PI^{\lambda}D^{\mu}$ tipi denetleyicilerin türev derecesinin 0.1, integral derecesinin 1.2 olduğunda en iyi sonuç elde edildiği bulunmuştur. Kesir dereceli sistemlerin analizi için farklı yaklaşımlar var olduğu (Crone, Carlson, Matsuda, Tustin ve Simpson) ve bu yöntemler içerisinde en iyi sonuca Crone yöntemi ile yaklaşıldığı görülmüştür. Bu yöntemle göre analiz edilen, integral derecesi 1.2 ve türev derecesi 0.1 olan bir $PI^{\lambda}D^{\mu}$ denetleyicisinin performansı oldukça iyidir

Bu çalışmadan da görüldüğü üzere en iyi yaklaşımı bulabilmek için henüz ortaya konulmuş bir yöntem yoktur. Bu nedenle ileriki çalışmalarda, amaçlanan hedeflere ulaşabilmek için yapay sinir ağları ile karmaşık kesir derecelerin hesaplanması ve genetik algoritma yaklaşımı en iyi ya da optimum sonuçların alınabileceği bir yöntem üzerinde çalışılması düşünülmektedir.

SERBEST UYARTIMLI DC MOTORUN PARAMETRELERİ

$R_a=0.5\Omega$, $L_a=10\text{mH}$, $R_f=240\Omega$, $L_f=120\text{H}$, $L_m=1.976\text{H}$,
 $L_s=10\text{mH}$
 $J=0.02215\text{kg.m}^2$, $B=0.002953\text{ N.m.s.}$, $V_{DC}=240\text{V}$

KAYNAKLAR

- [1]. Jun-Yi Cao, Bing-Gang Cao., Design of Fractional order Controller Based on Particle Swarm Optimization, International Journal of Control, Automation, and Systems, 4(6), 775–781, 2006.
- [2]. A. Kilbas, H.M. Srivastava ve J.J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Netherlands, Elsevier, ss.525, 2006.
- [3]. Y.Q. Chen, D. Xue ve H. Dou, Fractional calculus and biomimetic control, IEEE Int. Conf. On Robotics and Biomimetics (ROBIO 04), China, 2004.
- [4]. M. Axtell, M.E. Bise, Fractional Calculus Applications in Control Systems. Aerospace and

Electronics Conference, NAECON'90, Proceedings of the IEEE, 2, 563-566, 1990.

[5]. H. Fan, Y. Sun ve X. Zhang, Research on Fractional Order Controller in Servo Press, International Conference on Control System Mechatronics and Automation, ICMA'07, 2934-2938, 2007.

[6]. D.Xue, C. Zhao ve Y.Chen, Fractional order PID control of a DC-motor with elastic shaft: a case study, American Control Conference, 3182-3187, 2006.

[7]. K. B. Oldham ve J. Spanier, The fractional calculus, Academic Press, USA, 1974.

[8]. D. Xue ve YangQuan Chen, A comparative introduction of four fractional order controllers, Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, 3228- 3235, 2002.

[9]. I. Podlubny, Fractional-order Systems and Fractional-order Controllers, The Academy of Sciences Institute of Experimental Physics, UEF03-94, Kosice, Slovak Republic, 1994.

[10]. T. T. Hartley, C. F. Lorenzo, ve H. K. Qammer, Chaos in a Fractional Order Chua's System, IEEE Transactions On Circuits And Systems-1: Fundamental Theory And Applications, 42 (8), 485-490, 1995.

[11]. D. Valerio, J. S. Costa, Time-Domain Implementation of Fractional Order Controllers, Control Theory and Applications, IEE Proceedings 152 (5), 539–552, 2005.

[12]. Vinagre, B., Podlubny, I., Hernandez, A., ve Feliu, V., Some Approximations of Fractional Order Operators Used in Control Theory and Applications, Fract. Calc. Appl. Anal. 3 (3), 231–248, 2000.

[13]. M. Aoun, R. Malti, F. Levron ve A.Oustaloup, Numerical simulation of fractional systems, ASME 2003 Design Engineering Technical Conference Chicago, Illinois, USA, 2003.

[14]. B.M. Vinagre, I. Petráš, I. Podlubny ve Y.Q. Chen, Using Fractional Order Adjustment Rules and Fractional Order Reference Models in Model-Reference Adaptive Control, Nonlinear Dynamics, 29, 269–279, 2002.

[15]. I. Podlubny, I. Petras, B. M. Vinagre, P. O'Leary, L. Dorcak, Analogue Realizations of Fractional-Order Controllers, Nonlinear Dynamics, 29, 281–296, 2002.

[16]. I. Podlubny, Fractional-Order Systems and $P^{\lambda}D^{\mu}$ Controllers, IEEE Transactions On Automatic Control 44 (1), 208–214, 1999.

[17]. J.G. Ziegler ve N. B. Nichols, Optimum Settings for Automatic Controllers, Transactions of the ASME 64, 759–765, 1942.

[18]. N.N. Hancock, Matrix Analysis of Electrical Machinery, Elsevier, USA, 1974.