

CEBİRSEL İFADE, GEOMETRİK ŞEKİL VE GEOMETRİK YER ARASINDAKİ İLİŞKİLER: DOĞRU PARÇASI VE İŞİN ÖRNEĞİ*

The Relationships Among Algebraic Expression, Geometric Shape and Geometric Location: Example of Line Segment And Ray

Arif DANE¹

Ömer Faruk ÇETİN²

Meryem ÖZTURAN SAĞIRLI³

Fatih BAŞ⁴

Öz

Bu çalışmanın amacı; doğru parçası-ışın kavramlarını temel alarak birinci sınıf ilköğretim matematik eğitimi öğrencilerinin verilen bir cebirsel ifadeye karşılık gelen geometrik şekil-yer ve verilen geometrik şekil-yere karşılık gelen cebirsel ifadeyi bulmadaki başarı düzeylerini tespit etmektir. Araştırma durum çalışması yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Veriler 130 İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümü birinci sınıf öğrencisinden hazırlanan beş açılı soruyla toplanmış ve “doğru”, “yanlış” ve “cevap vermeme” kodları temel alınarak betimsel analize tabi tutulmuştur. Çalışmanın sonucunda katılımcıların cebirsel ifadelerin çözüm kümelerini, çözüm kümelerine karşılık gelen sembolik gösterimleri ve çözüm kümelerinin geometrik şekli/yerini bulmada problemler yaşamalarına rağmen cebirsel ifadesi verilen kümelerin adlandırması ve adı-geometrik şekli verilen cebirsel ifadelerin bulunmasına kıyasla daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca katılımcılar incelenen ilişkilendirmeler açısından ışın kavramında doğru parçası kavramına kıyasla daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: geometri, cebirsel ifade, geometrik şekil, geometrik yer, geometri cebir ilişkisi.

DOI: 10.14582/DUZGEF.575

* Bu çalışma XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi’nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

¹ Doç. Dr., Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı, Erzincan, adane@erzincan.edu.tr

² Yrd. Doç. Dr., Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı, Erzincan, ofaruk@erzincan.edu.tr

³ Yrd. Doç. Dr., Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı, Erzincan, msagirli@erzincan.edu.tr

⁴ Yrd. Doç. Dr., Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı, Erzincan, fbas@erzincan.edu.tr

Abstract

This study aims to determine freshman students' achievement levels in finding geometric shape and location of a given algebraic expression, and algebraic expression of a given geometric shape and location based on the line segment and half-line. A case study was conducted for fulfilling this aim. The data were gathered with five open-ended questions from 130 freshman students of elementary mathematics teacher training department. The data was descriptively analyzed by being coded as 'True', 'False' and 'No Answer'. Findings showed that the participants could not show much achievement in solution sets of algebraic expressions, symbolic representations of solution sets and finding geometric shape and location of solution sets. In spite of these findings, they showed less achievement in naming the sets of given algebraic expression and finding algebraic expressions of given geometric shapes. In addition, the participants gave less right answers to the questions of line segment comparing to half-line.

Key Words: *geometry, algebraic expressions, geometric shapes, geometric location, connections between geometry and algebra.*

GİRİŞ

Geometri ortaokul matematik öğretim programlarının önemli bir parçası olmasına rağmen, uluslararası sınav sonuçları göz önüne alındığında istenilen düzeyde başarının sağlanamadığı görülmektedir. (Olkun ve Aydoğdu, 2003; Yücel, Karadağ ve Turan, 2013). Geometride istenilen düzeyde başarının sağlanamamasına birçok neden gösterilebilir. Bunlardan biri geometrinin öğretim sürecinde sosyal hayat ve yaşanan çevre ile yeterince ilişkilendirilmemesidir (Başer, Köröglü, Özbellek ve Tezcan, 2002). Bunun için geometrinin görsel boyutu olan şekillerin etkin kullanımı önemlidir.

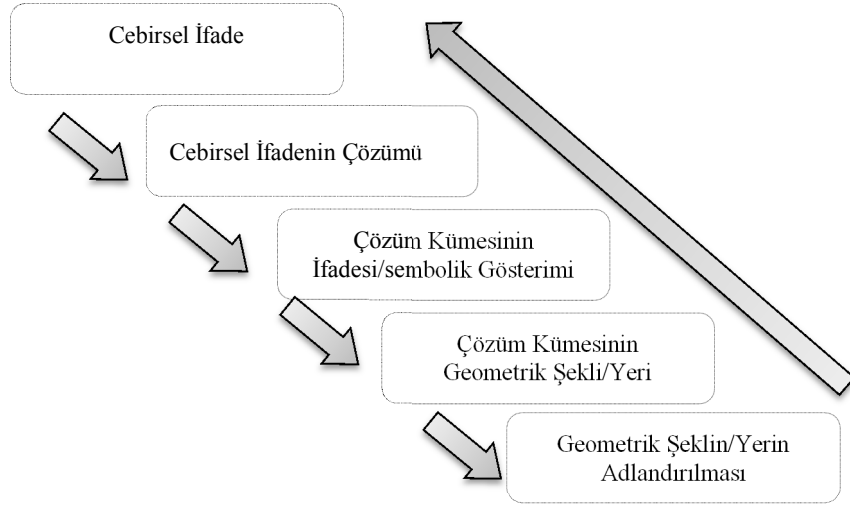
Geometri kavramlarının anlamlı öğrenilmesinde temel araçlardan biri, geometri problemlerinin sunumunda kullanılan görsel öğelerdir (Delice ve Sevimli 2010). Geometrik şekillere yönelik problemlerde görsel desteğin başarıyı olumlu yönde etkilemesi, kavrama yönelik zihinsel temsillerin görsel temsillere dönüşmesi sürecinin önemini ortaya çıkmaktadır (Dreyfus, 1991). Ayrıca öğrencilerin geometrik şekillerle ilgili kavram imajı zenginliğinin, şekil-matematik bilgisi arasındaki etkileşimlerinin, uzamsal beceri gelişimini olumlu etkileyebileceği düşünülmektedir (Yakimanskaya, 1991; Arcavi, 2003). Öğrencilerin bir kısmının geometrik bilgi ve becerilerini anlatımlara dönüştürmeden, yani hiçbir açıklama yapmadan bir sayısal değere ulaştıkları gözlenmiştir. Buna neden olarak okullarımızda her sınıf düzeyinde sürekli uygulanan çoktan seçmeli sınavların bilgiyi ifade edememe ya da aritmetik işlem alışkanlıklarıyla sonuca odaklanma gibi süreci önemsemeyen davranışlara yol açması gösterilmiştir. Görsel imajları kullanan öğrencilerin bir kısmının imajları kâğıt üzerine geçirmede problem yaşamaları ve gerçek yaşam ile ilişkilendirememelerine sebep olarak; zihinsel-görsel temsiller arasındaki bağlantının sağlanamaması (Delice, 2003) ve öğrencilerin birbirini tamamlayan iki disiplin 'geometri-cebir' arasında bağlantı kurma ve geçiş sağlamada zorluklar yaşamaları verilebilir (Delice ve Sevimli, 2010; Şandır, Ubuz ve Argün, 2007).

Geometrinin diğer alanlarla ilişkili bir şekilde öğretilmesi de ayrı bir yeterlik gerektirir. Bu ilişkilendirme yeterliği kapsamında “geometri kavramlarının ne olduğu bilgisi” ve “kavramların niçin, neden ve nasıl öyle olduğu” bilgisi (Tuluk, 2014) oldukça önemlidir. Ayrıca bu kavramların etkili bir şekilde öğretilmesi sürecinde sadece bir dil olarak değil, bir problem çözme aracı ve bir düşünme aracı olarak da çok farklı işlevlere sahip olan cebir (Dede ve Argün, 2003) de önemli bir yer tutmaktadır. Bu bakımdan, matematiğin bir soyutlama yapma bilimi oluşu cebirsel ifadelerde tam anlamını bulur (Altun, 2005). Buradan hareketle geometri ve matematiğin diğer disiplinleri arasında sıkı bir ilişki bulunduğunu (Dindyal, 2003, 2004; Oral, İlhan, ve Kınay, 2013), matematiksel bir dil ile ifade edilen durumları yorumlayabilmek için çeşitli geometrik bilgi ve becerilerin gerektiği söylenebilir (Delice ve Sevimli, 2010). MEB (2008, s.141)’in de özel alan yeterlikleri kapsamında matematik öğretmenlerinden beklentisi bu yönde olup öğretmenlerden geometrinin matematiğin diğer öğrenme alanlarıyla, farklı disiplinlerle ve günlük hayatla ilişkilerini kurarak üst düzey düşünme becerilerini kullanmayı gerektiren öğrenme ortamları düzenlemelerini beklemektedir. Dolayısıyla öğretmenlerin geometri ve cebir ilişkisini bilmesi ve etkili bir şekilde kullanabilmeleri gereklidir. Öğretmenlerdeki bilgi eksikliği, öğrencilerin öğrenmesinde olumsuz bir etkiye sahip olduğundan (Ball, 1990) ve öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi ve becerilerin çoğunun hizmet öncesi eğitimlerinde kazandıkları göz önüne alındığında; Öğretmen adaylarının geometri ve cebir ilişkisi konusundaki bilgi düzeylerinin tespit edilmesi ve eğitim öğretim faaliyetlerinin bu şekilde düzenlenmesi önem arz etmektedir.

İlgili literatür incelendiğinde öğretmen adaylarına yönelik geometri konusunda yapılan çalışmaların; van Hiele geometrik düşünme düzeyleri (Bal, 2012), geometrik kavramlara karşı tutumları (Gürefe ve Kan, 2013), uzaysal yeteneklerinin incelenmesi (Bulut ve Köroğlu, 2000), geometrik yapılarla ilişkin çizim becerileri (Paksu, 2013), geometrik bilgilere erişim düzeyleri (Çetin ve Dane, 2004), geometrinin alt konularına ilişkin yeterlik düzeyleri (Gürbüz ve Durmuş, 2009; Durmuş, Olkun ve Toluk, 2002), dinamik geometri yazılımları ve bilgisayar destekli uygulamalar odaklı çalışmalar (Çiftçi ve Tatar, 2014; Ersoy, 2009; İpek, 2010; Açıkgül, 2012; Karadeniz ve Akar, 2014; Kutluca, 2013; Öz, 2012) gibi çeşitli alanlara yayıldığı görülmektedir. Ancak geometriyi anlamada cebirin ilişkisini nitel bir perspektifler derinlemesine inceleyen bir çalışmaya rastlanamamıştır. Bunun için öncelikli olarak bu iki alan arasında geçişin hangi basamaklar izlenerek sağlanacağını ortaya koyan bir yapının belirlenmesi önemlidir. Çalışmanın bu anlamda önemli olduğu düşünülmektedir.

Bu çalışmanın amacı; doğru parçası-ışın kavramlarını temel alarak birinci sınıf öğrencilerinin verilen bir cebirsel ifadeye karşılık gelen geometrik şekil-yer ve verilen geometrik şekil-yere karşılık gelen cebirsel ifadeyi bulmada başarı düzeylerini tespit etmektir. Bu amaçla araştırma grubu tarafından cebir geometri ilişkisi kapsamında; verilen bir cebirsel ifadeden

onun geometrik şeklinin/yerinin adlandırılmasına kadar geçen süreç için dört adımlı bir yapı oluşturulmuştur. Bu yapı alanyazın incelemeleri ve cebir ve geometri alanında iki uzmanın görüşleri doğrultusunda hazırlanmıştır. Başarı Şekil 1’de sunulan bu yapıdaki geçişler aracılığıyla açıklanmaya çalışılmıştır.



Şekil 1. Cebirsel İfade Geometrik Şekil/Yer Arasındaki Geçişleri Gösteren Temsili Yapı

Bu amaç doğrultusunda;

1. Öğrencilerin verilen cebirsel ifadelerin çözüm kümelerini bulmada başarı düzeyleri nedir?
 2. Öğrencilerin verilen cebirsel ifadelerin çözüm kümelerine karşılık gelen sembolik gösterimleri bulmada başarı düzeyleri nedir?
 3. Öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yeri bulmada başarı düzeyleri nedir?
 4. Öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yerini adlandırmada başarı düzeyleri nedir?
 5. Öğrencilerin adı ve şekli verilen geometrik yapının cebirsel ifadelerini bulmada başarı düzeyleri nedir?
- sorularına cevap aranmıştır.

YÖNTEM

Araştırmada öğrencilerin cebirsel ifade - geometrik şekil - geometrik yer kavramları arasındaki karşılıklı var olan dönüşümleri yapabilme durumları detaylıca incelenmeye çalışılmıştır. Bu amaçtan hareketle araştırma McMillan (2000)'nin ifadesi ile bir olayın derinlemesine incelemesine imkan tanıyan durum çalışması yöntemi temel alınarak tasarlanmıştır.

Çalışma Grubu

Çalışma grubu, 2013–2014 öğretim yılı bahar yarıyılında Doğu Anadolu Bölgesi'nde yer alan Eğitim Fakültesinin İlköğretim Bölümü,

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı'nda öğrenim gören toplam 130 birinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Çalışma grubunun belirlenmesinde örnekleme birimi üniversiteler olmak üzere, amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ve özellikle zaman ve işgücü önlemek amacıyla tercih edilen (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2010) uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Grubunun birinci sınıf öğrencilerinden oluşturulmasının nedeni çalışma konusunu kapsayan Genel Matematik ve Geometri derslerini bu sınıf düzeyindeki öğrencilerin yeni tamamlamış olmaları ve bu sayede araştırma konuları hakkında yeterli düzeyde bilgi sahibi oldukları düşüncesidir.

Veri Toplama Aracı

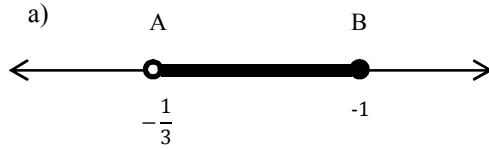
Araştırmada veriler katılımcıların sınavlarda bilgi ve düşüncelerini detaylıca ifade edeceği düşüncesiyle 2013-2014 öğretim yılında geometri dersi ara ve dönem sonu sınavları kapsamında toplanmıştır.

Veri toplama sürecinde konuların müfredat içerisindeki dağılımları göz önüne alınarak sırasıyla ara sınavda;

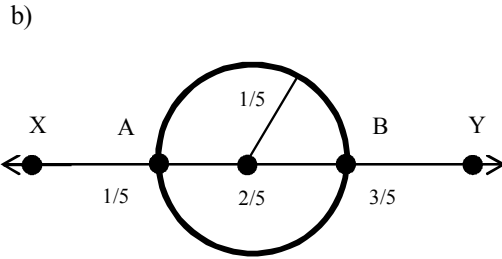
Soru 1. “ $|-5x+2| \geq 1$ ve $|-2x+1|=3$ kümelerinin geometrik yerini çiziniz ne anlama geldiğini belirtiniz.”

ve dönem sonu sınavlarda sırasıyla şu iki soru sorulmuştur.

Soru 2: Aşağıda çözümleri verilen geometrik şekillerle verilen cebirsel ifadeleri yazınız.



(AB) doğru parçasına karşılık gelen cebirsel ifadeyi belirleyiniz.



[AX ile [BY ışınlarının birleşimlerine karşılık gelen cebirsel ifadeyi yazınız.

şeklindedir.

Soruların belirlenme sürecinde biri geometri eğitimi diğeri analiz alanında iki uzmanın görüşleri doğrultusunda hazırlanmıştır. Soruların öğrenciler tarafından paylaşılacağı ihtimalinden hareketle çalışmanın güvenilirliğini sağlayabilmek düşüncesiyle format aynı kalmak şartıyla sadece sayı değerleri değiştirilerek araştırmanın pilot çalışması 2012-2013 öğretim yılı güz döneminde geometri dersinin ara ve dönem sonu sınavlarında Eğitim

Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim görmekte olan 30 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar incelenerek soruların içerik ve anlaşılabilirlik açısından uygun olduğuna karar verilmiş; soruların sayı değerleri değiştirilerek veri toplama aracı son şekline getirilmiştir.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Öğrencilerden ara sınav ve dönem sonu sınavlarında soruları cevaplama süreleri sırasıyla 50 ve 100 dakikadır. Cevaplama sürecinde öğrenciler sınav kurallarına uymuşlardır. Her bir öğrenciden alınan sınav kâğıtları ara sınav için Ö-1 den Ö-128 kadar ve dönem sonu sınavı aynı adlı öğrenciler aynı kodlarla numaralandırılmış ve bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Elde edilen verilerin analizi ara sınav için “verilen cebirsel ifadenin çözümü, çözümünün sembolik gösterimi, çözüme karşılık gelen geometrik şeklin çizimi ve geometrik şeklin adı” şeklinde ve dönem sonu sınavı için de “geometrik şekle karşılık gelen cebirsel ifadenin belirlenmesi” başlıkları altında gerçekleştirilmiştir. Her bir başlık için veriler geometri ve nitel araştırma konusunda iki uzman tarafından “doğru”, “yanlış” ve “cevap vermeme” kodları temel alınarak kavramsal yapının önceden belirli olduğu durumlarda kullanılan (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 224) betimsel analize tabi tutulmuştur. Burada cevapların sadece “doğru”, “yanlış” ve “cevap vermeme” kodlarına göre analiz edilmesinin nedeni çalışma kapsamında katılımcıların cebirsel ifade - geometrik şekil - geometrik yer kavramları arasındaki karşılıklı var olan dönüşümlerin yapısı gereği yalnızca sonuç bağlamında değerlendirilmesidir. Uzmanların bir arada gerçekleştirdiği analiz süreci ortak fikirler doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Ayrıca bu süreçte bulguların sunumunda kullanılacak olan katılımcı ifadeleri de belirlenmiştir.

BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine ilişkin bulgular sunulmuştur.

Öğrencilerin verilen cebirsel ifadelerin çözüm kümelerini bulmada başarı düzeyleri nedir? Şeklindeki Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Birinci alt problem kapsamında; öğrencilerin verilen cebirsel denklemlerin çözüm kümelerini ifade edilebilme durumları incelenmiştir. Doğru veya yanlış yapma ve cevap vermeme kategorileri temel alınarak yapılan analiz sonucunda elde edilen bulgular Tablo 1’de sunulmuştur.

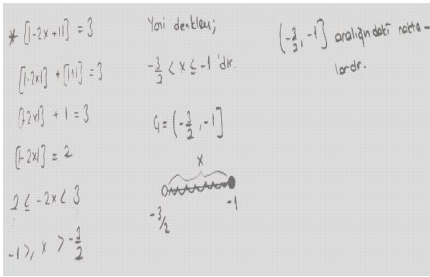
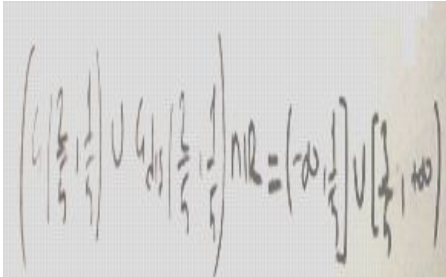
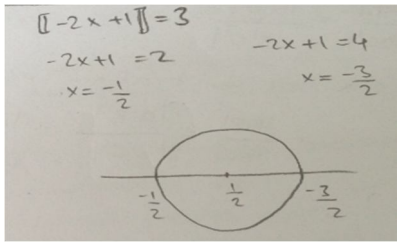
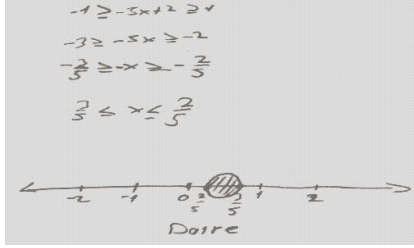
Tablo 1. Öğrencilerin cebirsel bir denklemin çözüm kümelerini ifade edebilme durumlarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri

Geometrik Şekil	Temalar	Verilen Cebirsel İfadenin Çözümü	
		f	%
Doğru parçası	Doğru	72	56
	Yanlış	51	40
	Cevap Vermeme	5	4
	Toplam	128	100
Işın	Doğru	100	78
	Yanlış	24	19
	Cevap Vermeme	4	3
	Toplam	128	100

Tablo 1’de sunulduğu üzere geometrik şekli doğru parçası olan cebirsel ifadenin çözüm kümesi öğrencilerin % 56’sını tarafından doğru, %40’ını tarafından da yanlış olarak ifade edilmiş ve %4’ü de cevap vermemiştir. Geometrik şekli ışın olan cebirsel ifade için ise bu oranlar sırasıyla %78, % 19 ve %3 olarak belirlenmiştir.

Bu alt problem kapsamında doğru ve ışın için doğru ve yanlış cevap temaları altında yer alan birer örnek katılımcı cevabı Tablo 2’de sunulmuştur

Tablo 2. Birinci alt probleme ilişkin örnek katılımcı cevapları

Doğru Parçası için Ö-9 kodlu Doğru Kategorisi Örneği	Işın için Ö-42 kodlu Doğru Kategorisi Örneği
	
Doğru parçası için Ö-55 kodlu Yanlış Kategorisi Örneği	Işın için Ö-55 kodlu Yanlış Kategorisi Örneği
	

Öğrencilerin verilen cebirsel ifadelerin çözüm kümelerine karşılık gelen sembolik gösterimleri bulmada başarı düzeyleri nedir? Şeklindeki İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

İkinci alt problem kapsamında; öğrencilerin verilen cebirsel denklemlerin çözüm kümelerine karşılık gelen sembolik gösterimleri ifade edilebilme durumları incelenmiştir. Doğru, yanlış yapma ve cevap vermeme kategorileri temel alınarak yapılan analiz sonucunda edilen bulgular Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Öğrencilerin cebirsel bir denklemin çözüm kümelerine karşılık gelen sembolik gösterimleri ifade edebilme durumlarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri

Geometrik Şekil	Temalar	Çözümünün Sembolik Gösterimi	
		F	%
Doğru parçası	Doğru	72	56
	Yanlış	50	40
	Cevap Vermeme	6	4
	<i>Toplam</i>	128	100
Işın	Doğru	80	63
	Yanlış	43	33
	Cevap Vermeme	5	4
	<i>Toplam</i>	128	100

Tablo 3'de sunulduğu üzere geometrik şekli doğru parçası olan cebirsel ifadenin çözüm kümelerine karşılık gelen sembolik gösterimleri öğrencilerin %56'sı tarafından doğru, %40'ı tarafından da yanlış olarak ifade edilmiş ve %4'ü de cevap vermemiştir. Geometrik şekli ışın olan cebirsel ifade için ise bu oranlar sırasıyla %63, %33 ve %4 olarak belirlenmiştir.

Bu alt problem kapsamında doğru ve ışın için doğru ve yanlış cevap temaları altında yer alan birer örnek katılımcı cevabı Tablo 4'de sunulmuştur.

Tablo 4. İkinci alt probleme ilişkin örnek katılımcı cevapları

Doğru Parçası için Ö-94 kodlu Doğru Kategorisi Örneği	Işın için Ö-20 kodlu Doğru Kategorisi Örneği
---	--

$[-2x+1] = 3 \Rightarrow 3 \leq -2x+1 \leq 3$
 $3-1 \leq -2x \leq 3-1$
 $2 \leq -2x \leq 2$
 $\frac{2}{-2} \leq \frac{-2x}{-2} \leq \frac{2}{-2}$
 $-1 \geq x \geq -1$
 $x \in [-1, -1]$ ✓

$1-9x+21 >= 1$
 $-9x+2 >= 1$
 $-9x >= -1$
 $9x <= 1$
 $x <= \frac{1}{9}$
 $x \in (-\infty, \frac{1}{9}]$

Doğru parçası için Ö-21 kodlu Yanlış Kategorisi Örneği

İşm için Ö-99 kodlu Yanlış Kategorisi Örneği

$[-2x+1] = 3$
 $3 \leq -2x+1 \leq 3$
 $2 \leq -2x \leq 2$
 $-1 \geq x \geq -1$
 $D (-\frac{1}{2}, -1] \cap R$ olur.

$1-5x+11 >= 1$
 $-5x >= -1$
 $5x <= 1$
 $x <= \frac{1}{5}$
 $D (\frac{1}{5}, 5) \cap R = (-\frac{24}{5}, \frac{26}{5})$

Öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yeri bulmada başarı düzeyleri nedir? Şeklindeki Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Üçüncü alt problem kapsamında; öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yerini çizebilme durumları incelenmiştir. Doğru, yanlış yapma ve cevap vermeme kategorileri temel alınarak yapılan analiz sonucunda edilen bulgular Tablo 5'de sunulmuştur.

Tablo 5. Öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yerini çizebilme durumlarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri

Geometrik Şekil	Temalar	Geometrik Şekil /Yer Çizimi	
		F	%
Doğru parçası	Doğru	67	52
	Yanlış	42	33
	Cevap Vermeme	19	15

	<i>Toplam</i>	128	100
<i>Işın</i>	Doğru	90	70
	Yanlış	32	25
	Cevap Vermeme	6	5
	<i>Toplam</i>	128	100

Tablo 5’de yer verildiği üzere cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yeri öğrencilerin %52’si tarafından doğru, %33’ü tarafından da yanlış olarak çizilmiştir ve %4’ü de cevap herhangi bir çizim yapmamıştır. Geometrik şekli ışın olan cebirsel ifade için ise bu oranlar sırasıyla %70, %25 ve %5 olarak belirlenmiştir.

Bu alt problem kapsamında doğru ve ışın için doğru ve yanlış cevap temaları altında yer alan birer örnek katılımcı cevabı Tablo 6’da sunulmuştur.

Tablo 6. Üçüncü alt probleme ilişkin örnek katılımcı cevapları

Doğru Parçası için Ö-94 kodlu Doğru Kategorisi Örneği	Işın için Ö-94 kodlu Doğru Kategorisi Örneği
<p>$3 < -2x+1 < 4 \Rightarrow 2 < -2x < 3$ $\Rightarrow 1 < -x < \frac{3}{2}$ $= -1 > x > -\frac{3}{2} = -\frac{1}{2} < x < -1$</p> <p>$C_1 = (-\frac{1}{2}, -1]$</p>	<p>$1-5x+2 > 1$ $1-5(x-\frac{2}{5}) > 1$ $1-1 > 1-\frac{2}{5} > 1$ $1 > \frac{2}{5}$ $1-\frac{2}{5} > \frac{1}{5}$ $1-\frac{2}{5} > \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} > x > \frac{1}{5}$ $C_2 = (\frac{1}{5}, \frac{3}{5})$</p>
Doğru parçası için Ö-99 kodlu Yanlış Kategorisi Örneği	Işın için Ö-99 kodlu Yanlış Kategorisi Örneği
<p>$\frac{3}{2} < x < -1$ Vardı doğru</p>	<p>$[Ax \cap By] = [xy] / C(\frac{2}{5}, \frac{1}{5})$ $[xy] / (\frac{1}{5}, \frac{3}{5})$</p>

Öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yerini adlandırmada başarı düzeyleri nedir? Şeklindeki Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Dördüncü alt problem kapsamında; öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yerini adlandırabilme durumları incelenmiştir. Doğru, yanlış yapma ve cevap vermeme kategorileri temel alınarak yapılan analiz sonucunda edilen bulgular Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 7. Öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yerini adlandırabilme durumlarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri

Geometrik Şekil	Temalar	Geometrik Şekil/Yer Adı	
		F	%
Doğru parçası	Doğru	11	8
	Yanlış	19	15
	Cevap Vermeme	98	77
	<i>Toplam</i>	128	100
Işın	Doğru	12	9
	Yanlış	16	13
	Cevap Vermeme	100	78
	<i>Toplam</i>	128	100

Tablo 7’de sunulduğu üzere cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yeri öğrencilerin %52’si tarafından doğru, %33’ü tarafından da yanlış olarak adlandırılmış ve %4’ü de herhangi bir adlandırma yapmamıştır. Geometrik şekli ışın olan cebirsel ifade için ise bu oranlar sırasıyla %70, %25 ve %5 olarak belirlenmiştir.

Öğrencilerin adı ve şekli verilen geometrik yapının cebirsel ifadelerini bulmada başarı düzeyleri nedir? Şeklindeki Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Beşinci alt problem kapsamında; öğrencilerin verilen geometrik şekillere karşılık gelen cebirsel ifadeleri bulabilme durumları incelenmiştir. Doğru, yanlış yapma, cevap vermeme ve işlem hatası kategorileri temel alınarak yapılan analiz sonucunda edilen bulgular Tablo 8’de sunulmuştur.

Tablo 8. Öğrencilerin verilen geometrik şekillere karşılık gelen cebirsel ifadeleri bulabilme durumlarına ilişkin yüzde ve frekans değerleri

Geometrik Şekil	Temalar	Adı ve Geometrik Şekli Verilen Cebirsel İfadenin Bulunması	
		F	%
Doğru parçası	Doğru	0	0
	Yanlış	108	84
	Cevap Vermeme	20	16

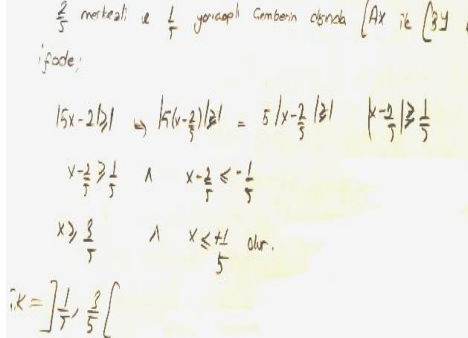
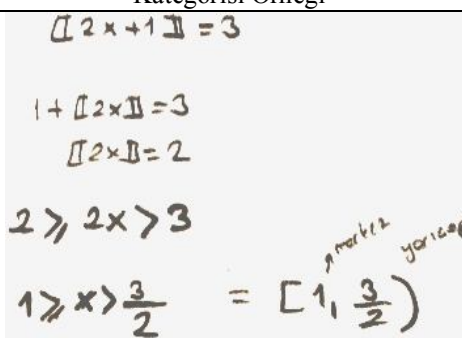
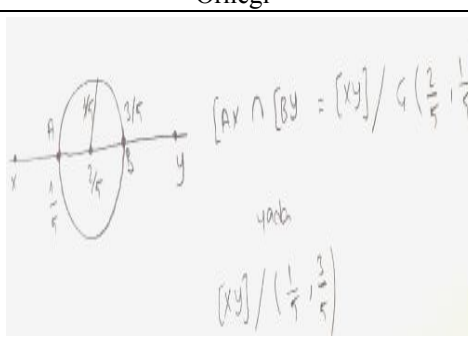
	<i>Toplam</i>	128	100
<i>Işın</i>	Doğru	28	22
	Yanlış	73	57
	Cevap Vermeme	27	21
	<i>Toplam</i>	128	100

Tablo 8’de sunulduğu üzere verilen bir doğru parçasına karşılık gelen cebirsel ifadesi hiçbir öğrenci tarafından doğru olarak ifade edilememiştir. Öğrencilerin %84’si ilgili cebirsel ifadeyi yanlış olarak ifade ederken %16’si cevap vermemiştir.

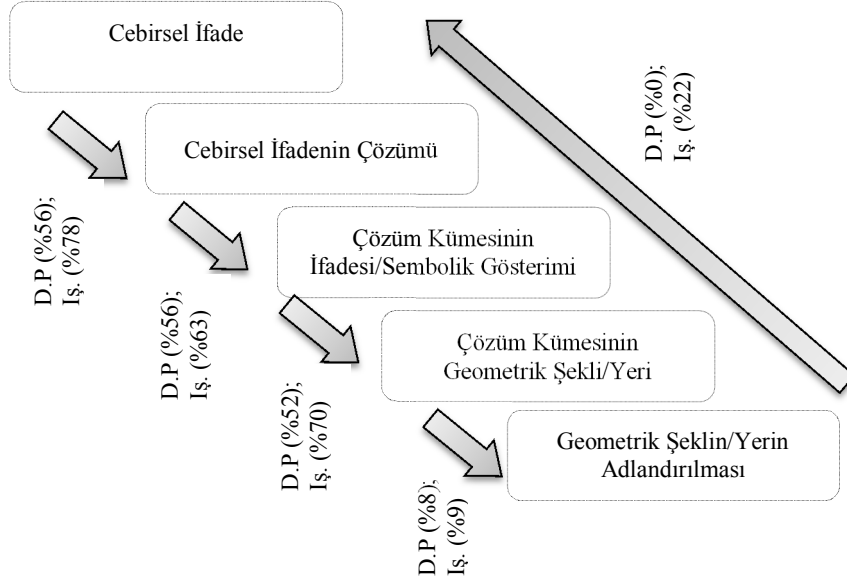
Verilen bir ışına karşılık gelen cebirsel ifade ise öğrencilerin; %22’si tarafından doğru, %57’si tarafından da yanlış olarak ifade edilmiştir. Yine öğrencilerin %21’i ilgili soruya cevap vermemiştir.

Bu alt problem kapsamında doğru ve ışın için doğru ve yanlış cevap temaları altında yer alan birer örnek katılımcı cevabı Tablo 9’da sunulmuştur.

Tablo 9. Beşinci alt probleme ilişkin örnek katılımcı cevapları

Doğru Parçası kodlu Doğru Kategorisi Örneği	Işın için Ö-83 kodlu Doğru Kategorisi Örneği
-----	 <p> $\frac{2}{5}$ merkezi ve $\frac{1}{5}$ yarıçaplı Çemberin denklemi $Ax + B = C$ ifadesi: $5x - 2 \Rightarrow 5(x - \frac{2}{5}) = 5 x - \frac{2}{5} \Rightarrow x - \frac{2}{5} \geq \frac{1}{5}$ $x - \frac{2}{5} \geq \frac{1}{5} \quad \vee \quad x - \frac{2}{5} \leq -\frac{1}{5}$ $x \geq \frac{3}{5} \quad \vee \quad x \leq \frac{1}{5}$ olur. $\therefore K =]\frac{1}{5}, \frac{3}{5}[$ </p>
Doğru parçası için Ö-122 kodlu Yanlış Kategorisi Örneği	Işın için Ö-81 kodlu Yanlış Kategorisi Örneği
 <p> $2x + 1 = 3$ $1 + 2x = 3$ $2x = 2$ $2 \geq 2x \geq 3$ $1 \geq x \geq \frac{3}{2} = [1, \frac{3}{2})$ </p>	 <p> $[Ax \cap [By = [xy] / G(\frac{2}{5}, \frac{1}{5})$ yanıt $[xy] / (\frac{1}{5}, \frac{3}{5})$ </p>

Beş alt problem kapsamında elde edilen bulguların tamamı incelenerek derlenmiş ve Şekil 2’de sunulmuştur.



Şekil 2. Yapıdaki başarı yüzdeleri (Doğru Parçası: D.P. ve Işın: Iş.)

Şekil 2’de sunulduğu üzere cebirsel ifadeden cebirsel ifadenin çözümüne, cebirsel ifadenin çözümünden çözüm kümesinin sembolik gösterimine ve çözüm kümesinin sembolik gösteriminden çözüm kümesine karşılık gelen geometrik şekil-yer geçişlerinde başarı yüzdeleri doğru parçası için 52-56 arasında değişim gösterirken ışın için 68-73 arasında değişim göstermiştir. Cebirsel ifadenin çözüm kümesine karşılık gelen geometrik şekil-yerden geometrik şeklin adlandırılmasına ve geometrik şeklin-yerin adlandırılmasından cebirsel ifadeye geçişlerde ise başarı yüzdeleri doğru parçası için 0-8 arasında değişim gösterirken ışın için 9-22 arasında değişim göstermiştir.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Doğru parçası-ışın kavramlarını temel alarak birinci sınıf öğrencilerinin verilen bir cebirsel ifadeye karşılık gelen geometrik şekil-yer ve verilen geometrik şekil-yere karşılık gelen cebirsel ifadeyi bulmada başarı düzeylerini tespit etmek amacıyla yapılan bu çalışmada sırasıyla alt problemler bazında şu sonuçlara ulaşılmıştır.

Öğrencilerin verilen cebirsel ifadelerin çözüm kümelerini bulabilme düzeylerine ilişkin ulaşılan sonuçlar şu şekilde özetlenebilir. Çalışmaya katılan öğrencilerin doğru parçasına karşılık gelen cebirsel ifadenin çözümünde, ışına karşılık gelen cebirsel ifadenin çözümüne göre daha büyük oranda zorluk yaşadıkları görülmüştür. Benzer şekilde ışına karşılık gelen cebirsel ifadenin

çözümünün yanlış ve cevap vermeme oranları, doğru parçasına karşılık gelen cebirsel ifadenin çözümünün yanlış ve cevap vermeme oranları arasındaki dikkat çeken farklılık doğru cevaplama oranları ile benzerlik göstermektedir. Bu zorlukların nedeni yarı-açık (doğru parçasına karşılık gelen) reel sayı aralıklarının tam değer (Akkoç, 2006; Altun ve Yılmaz, 2008; Çiltaş, 2011) ile açık, kapalı ve alttan veya üstten sınırsız reel sayı aralıklarının (ışın, yarı doğruya karşılık gelen) mutlak değer (Yenilmez ve Avcu, 2009; Baştürk, 2009) ile gösterildiğinden tam değer ve mutlak değer kavramlarının öğretiminde bu kavramlar arasında ilişkilerin yeteri kadar kurulmamasından kaynaklı olabilir.

Öğrencilerin verilen cebirsel ifadelerin çözüm kümelerine karşılık gelen sembolik gösterimleri bulabilme düzeylerine ilişkin ulaşılan sonuçlar şu şekilde özetlenebilir. Doğru parçasına karşılık gelen cebirsel ifadeyi doğru çözebilen katılımcıların tamamı çözümlerini sembolik olarak da doğru bir şekilde göstermiştir. Fakat ışına karşılık gelen cebirsel ifadeyi doğru çözebilen katılımcıların tamamı çözümlerini sembolik olarak da doğru bir şekilde gösterememiştir. Bunun nedeni mutlak değerli eşitsizliklerin çözüm kümelerinin sembolik gösteriminin fazla kullanılmamış olmasından kaynaklı olabilir.

Öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik şekli/yeri doğru olarak çizibilme düzeylerine ilişkin ulaşılan sonuçlar şu şekilde özetlenebilir. Çalışmaya katılan öğrencilerin doğru parçasına karşılık gelen cebirsel ifadenin geometrik çiziminin doğru yapılma oranı, ışına karşılık gelen cebirsel ifadenin geometrik çizimine kıyasla daha düşüktür. Bu sonuca etki eden nedenlerin araştırılması önerilir.

Öğrencilerin cebirsel ifadesi verilen kümelerin geometrik yerini doğru olarak adlandırabilme düzeylerine ilişkin ulaşılan sonuçlar şu şekilde özetlenebilir. Çalışmaya katılan öğrencilerin doğru parçası ve ışına karşılık gelen cebirsel ifadenin geometrik adının bulunmasında da çok büyük oranda zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Bunun nedeni cebirsel ifadenin geometrik çiziminde öğrencilerin zorluklar yaşaması olabilir.

Öğrenciler, adı ve geometrik şekli verilen cebirsel ifadeleri ne oranda doğru olarak bulabilme düzeylerine ilişkin ulaşılan sonuçlar şu şekilde özetlenebilir. Çalışmaya katılan öğrencilerin hiçbiri adı ve şekli verilen doğru parçasına karşılık gelen cebirsel ifadeyi bulamamışlardır. Ama az sayıda öğrenci adı ve şekli verilen ışına karşılık gelen cebirsel ifadeyi bulmuşlardır. Bunun nedeni geometrik şekle karşılık gelen tanımlamada geçen matematiksel bilgilerin (örneğin matematik cümlesi “sayı doğrusu üzerinde sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların kümesi” doğru parçası tanımına karşılık gelen cebirsel ifadenin bulunamaması gibi) cebirsel olarak ifade edilememesi olabilir.

Çalışmada ulaşılan sonuçlardan hareketle; Delice ve Sevimli (2010) ve Şandır ve diğerleri (2007) tarafından ulaşılan sonuçlara paralel olarak geometri ve cebir arasındaki ilişkilendirmelerde sorunlar yaşanabildiği söylenebilir. Daha özel olarak verilen bir geometrik şekle karşılık gelen cebirsel ifadeyi belirleme, verilen bir cebirsel ifadeye karşılık gelen geometrik şekli

belirlemeden daha güç olduğu ifade edilebilir. Ayrıca genel olarak ele alındığında katılımcılar ışın kavramında; *cebirsal ifadelerin çözüm kümelerini, cebirsal ifadelerin çözüm kümelerine karşılık gelen sembolik gösterimleri, cebirsal ifadesi verilen kümelerin geometrik yeri, adı - şekli verilen geometrik yapının cebirsal ifadelerini bulmada ve cebirsal ifadesi verilen kümelerin geometrik yerini adlandırma* doğru parçası kavramına kıyasla daha fazla başarı gösterdikleri belirlenmiştir. Bunlarla birlikte katılımcılar çok yüksek olmasa da verilen bir cebirsal ifadenin çözüm kümesinin sembolik gösteriminden geometrik şekil-yere geçişlerde başarı göstermişlerdir. Bu sonuç Oral ve diğerleri (2013)'ün geometri ve cebirsal düşünmenin birbirinden bağımsız olmadığı sonucunu destekler niteliktedir.

Ulaşılan sonuçlar ışığında geometri öğretim sürecinde cebirsal ve geometri ilişkisine özellikle de geometriden cebire geçiş ilişkisine daha fazla vurgu yapılması ve geometrik çizimlere daha fazla yer verilmesi önerilmektedir. Bu çalışmada en temel geometrik şekiller olan doğru parçası ve ışın ele alınmıştır. Buna ek olarak incelen ilişkilendirmelerin yeni araştırmalarla diğer geometrik şekiller için de yapılması bu konuyla ilgili mevcut durumun daha net bir şekilde ortaya konmasına katkı sağlayacaktır.

KAYNAKLAR

- Açıkgül, K. (2012). *Öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımı kullanarak geometrik yer problemlerini çözüm süreçlerinin ve bu süreçlere ilişkin görüşlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İnönü Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, , Malatya.
- Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 1-10.
- Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademedeki matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Altun, M. ve Yılmaz, A. (2008). High school students' process of construction of the knowledge of the greatest integer function. *Ankara University, Journal of Faculty of Educational Sciences*, 41 (2), 237-271.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241
- Bal, P. A. (2012). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik tutumları. *Eğitim Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 2(1), 17-34.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal For Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.
- Başer, N., Köroğlu, H., Özbellek, S. G. ve Tezcan, C. (2002). İlköğretim geometri öğretiminde karşılaşılan güçlükler ve giderme yolları. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 38-47.

- Baştürk, S. (2009). Mutlak değer kavramı örneğinde öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yaklaşımları. *Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(1), 174-194.
- Bulut, S. ve Köroğlu, S. (2000). Onbirinci sınıf öğrencilerinin ve matematik öğretmen adaylarının uzaysal yeteneklerinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18, 56 -61.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2010). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (5.bs). Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Çetin, Ö. F. ve Dane, A. (2004). Sınıf öğretmenliği III. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgilere erişim düzeyleri üzerine. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(2), 427-436.
- Çiftçi, O. ve Tatar, E. (2014). Pergel-cetvel ve dinamik bir yazılım kullanımının başarıya etkilerinin karşılaştırılması. *Journal of Computer and Education Research*, 2(4), 111-133.
- Çiltaş, A. (2011). Mutlak değer içeren denklem ve eşitsizliklerin öğretiminde grafik kullanımının etkinliği. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(3), 39-53.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Delice, A. (2003). *A Comparative study of students' understanding of trigonometry in the United Kingdom and the Turkish Republic*. Unpublished doctoral dissertation, University of Leeds, İngiltere.
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Geometri problemlerinin çözüm süreçlerinde görselleme becerilerinin incelenmesi: ek çizimler. *M.Ü. Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 31, 83-102.
- Dindyal, J. (2003). *Algebraic thinking in geometry at high school level*. Unpublished Doctoral Dissertations, Illinois State University.
- Dindyal, J. (2004). Algebraic thinking in geometry at high school level: students' use of variables and unknowns. In I. Putt, R. Faragher, ve M. Mclean (Eds.) *Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Group of Australasia* (pp. 183-190). Townsville: MERGA.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. *Advanced mathematical thinking*, 25-41.
- Durmuş, S. Olkun, S. ve Toluk, Z. (2002). *Matematik öğretmenliği I. sınıf öğrencilerinin geometri alan bilgi düzeylerinin tespiti, düzeylerin geliştirilmesi için yapılan araştırma ve sonuçları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Ersoy, M. (2009). *Bilgisayar destekli ders uygulamalarının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometri başarılarına etkisi ve öğrenme ve öğretmeye yönelik görüşleri*. Yayınlanmamış yüksek

- lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Gürbüz, K. ve Durmuş, S. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterlikleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Dergisi*, 9(1), 1-22.
- Gürefe, N. ve Kan, A. (2013). Öğretmen adayları için geometrik cisimler konusuna yönelik tutum ölçeği geliştirme geçerlik ve güvenilirlik çalışması. *İlköğretim Online*, 12(2), 356-366.
- İpek, S. (2010). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımları kullanarak gerçekleştirdikleri geometrik ve cebirsel ispat süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Karadeniz, M.H. ve Akar, Ü. (2014). Dinamik geometri yazılımının açıortay ve kenarortay öğretiminde meslek lisesi öğrencilerinin başarılarına etkisi. *Journal of Computer and Education Research*, 2(4), 74-90.
- Kutluca T. (2013). The effect of geometry instruction with dynamic geometry software; geogebra on van hiele geometry understanding levels of students. *Educational Research and Reviews*, 8(17), 1509-1518.
- McMillan, J.H. (2000). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (3 th ed.). Newyork: Longman.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2008. *Milli eğitim bakanlığı öğretmen yetiştirme ve eğitimi genel müdürlüğü. öğretmen yeterlikleri öğretmenlik mesleği genel ve özel alan yeterlikleri*. Devlet Kitapları Müdürlüğü, Ankara.
- Olkun, S. ve Aydoğdu, T. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMSS) nedir? neyi sorgular? örnek geometri soruları ve etkinlikler. *İlköğretim Online*, 2(1), 28-35.
- Oral, B., İlhan, M ve Kınay, İ. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(34), 33-46.
- Öz, A. (2012). *Somut materyallerin ve geometer's sketchpad yazılımının derslerde kullanımının öğretmen adaylarının geometri başarılarına etkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Gaziantep.
- Paksu, A. D. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik yapılara ilişkin çizim becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(3), 827-840.
- Şandır, H., Ubuz, B., Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32, 274-281.

- Tuluk, G. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının nokta, çizgi, yüzey ve uzay bilgileri ve çoklu temsilleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(1) ,361-384.
- Yakimanskaya, I. S. (1991). *The development of spatial thinking in schoolchildren. soviet studies in mathematics education. Volume 3.* National Council of Mathematics, 1906 Association Drive, Reston, VA 22091.
- Yenilmez, K., Avcu, T. (2009). İlköğretim öğrencilerinin mutlak değer konusunda karşılaştıkları zorluklar. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 80-88.
- Yıldırım A. ve Şimşek H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (7. bs.). Ankara: Seçkin Yayıncılık
- Yücel, C., Karadağ, E. ve Turan, S. (2013, Şubat). *TIMSS 2011 ulusal ön değerlendirme raporu*. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitimde Politika Analizi Raporlar Serisi I, Eskişehir.