

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Kümelerle İlgili Kavramsal Bilgilerinin Analizi

An Analysis of Elementary School Teacher Candidates' Conceptual Knowledge in Sets

Lütfi İNCİKABI 1*, Abdulkadir TUNA 2**, A. Çağrı BİBER 3***

Özet

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının küme kavramıyla ilgili algılarını kümenin tanımı, küme gösterim yöntemleri, bu yöntemler arasındaki bağlantılar, eleman ve altküme kavramları üzerinden değerlendirmektir. Bu çalışmanın yöntemi durum çalışması niteliğindedir. Araştırmacılar tarafından alan uzmanlarının da görüşlerine başvurulmuş hazırlanan “Küme Kavramı Bilgi Testi” katılımcılara uygulanmıştır. Araştırmanın sonuçları arasında, öğretmen adaylarının küme örneği verirken gösterdikleri başarıyı kümenin tanımlamasında gösteremedikleri bulunmuştur. Araştırmanın diğer bir sonucu da, öğretmen adaylarının küme gösterimlerinde ortak özellik yöntemi ile ilgili sıkıntılar yaşadıkları tespitidir ve bu sıkıntıların matematiksel işlem hatalarının yanı sıra ortak özellik yöntemi ile alakalı bulunan kavram yanlışlarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Anahtar Sözcük: matematik eğitimi, matematik öğretmeni adayları, kümeler, kavramsal bilgi.

Abstract

The purpose of this study was to evaluate mathematics teacher candidates' conception of sets based on definition of a set, representations of sets, relationship between these representations, showing elements of a set, and concept of subset. The methodology of the current study is case study. By taking opinions of the experts from the field of mathematics education, “Sets Knowledge Test” was developed by the researchers and applied to all participants. Among the results of the study, teacher candidates were found more successful in providing an example for sets than in defining sets. Another result of the study was that teacher candidates had difficulty in using rule method and that this difficulty resulted from teacher candidates' misconceptions of rule method as well as errors in mathematical operations.

Keywords: mathematics education, mathematics teacher candidates, sets, conceptual knowledge.

*. Yrd. Doç Dr., Kastamonu Üniversitesi, lincikabi@kastamonu.edu.tr

** Yrd. Doç Dr., Kastamonu Üniversitesi, atuna@kastamonu.edu.tr

*** Yrd. Doç Dr., Kastamonu Üniversitesi, acbiber@kastamonu.edu.tr

Giriş

Matematik öğretiminde hem işlemsel bilgi hem de kavramsal bilgi önemli rol oynamaktadır. Ancak okullardaki matematik öğretimine bakıldığında daha çok işlemsel bilgi üzerinde durulmaktadır. İşlemsel bilgi ile kavramsal bilgi arasındaki ilişkiyi oluşturamayan öğrenciler matematiksel kavramları yanlış algılamakta ve matematik öğretiminde çeşitli güçlükler yaşamaktadır (Ersoy & Erbaş, 2003). Öğrencilerin yaşadıkları bu güçlükler ve kavramları algılamalarında yaptıkları sistematik yanlışlar, genel olarak "kavram yanlışları" olarak nitelendirilir. İngilizce'de yaygın olarak "misconception" şeklinde isimlendirilen "kavram yanlışlığı" terimi genellikle literatürde bir konuda uzmanların (expert) üzerinde hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış (conception) olarak kullanılmaktadır. (Zembar, 2008, s. 2) Diğer bir deyişle bir alan ya da konudaki uzman algıdan uzaklaşan algılar (Hammer, 1996) olarak ele alınmaktadır. Dolayısıyla kavram yanlışlığı denildiğinde uzmanlarla öğrenciler arasındaki temel algı farkları düşünülmektedir (Smith, diSessa, & Roschelle, 1993).

Kaynaklarda "kavram yanlışlığı" ile "hata" kavramının sıkça bir arada kullanılması, bazen bu iki kavramın birbiri ile karıştırılmasına sebebiyet verebilmektedir. Hata (error), kavram yanlışlığının bir sonucudur. Buradan hareketle kavram yanlışlığı sistemli bir biçimde hata üreten algı biçimi (Smith, diSessa, & Roschelle, 1993) olarak da tarif edilebilir ki bu da önceki tanımda belirtildiği gibi öğrenci algısının uzman algısından uzaklaştığına işaret eder. Yani kavram yanlışlığına sahip bir öğrenci bunun sonucu olarak problem çözümünde veya belli konularda hatalı yaklaşımlar kullanabilmekte ve hatalı sonuçlara ulaşabilmektedir. Kavram yanlışlığı bir hata veya bilgi eksikliğinden dolayı yanlış verilen cevap değildir. Kavram yanlışlığı birer hatadır ama bütün hatalar birer kavram yanlışlığı değildir (Eryılmaz, 2002).

Kathleen (1994) yaptığı çalışmada kavram yanlışlıklarını, günlük hayattaki deneyimler ile kazanılan yanlış kavramlar ve öğretim boyunca kazanılan kavram yanlışlıkları olarak iki temel sınıfa ayırmaktadır. Deneyimlerle kazanılan kavram yanlışlıkları öğrencilerin önceki bilgilerinin kullanarak mantıksal yorumlar yapmalarından

kaynaklanmaktadır. Öğretim boyunca kazanılan kavram yanlışlarının temelinde ise öğrencilerin önceki bilgilerinin yetersiz oluşu, yeni öğrendikleri kavramların, formüllerin ve terimlerin benzerliği, öğretim yöntemlerinin konuya uygun olmaması yatmaktadır (Bilgin & Geban, 2001).

Fishbein (1987) üç çeşit matematiksel bilgiden bahsetmektedir. (1) Biçimsel (bir bilginin öyle olduğunu bilme [knowing that]-'iki tek sayının toplamı çifttir' gibi), (2) algoritmik (bir bilginin ya da kuralın nasıl işlediğini bilme, aşamalarını açıklama [knowing how] - iki tek sayının toplamını iki tane $2n+1$ sayısının toplamı şeklinde ele alıp sonucu değerlendirebilme), (3) sezgisel bilgi (matematiksel çokluklarla ilgili ilkel anlamda fikir ve görüşlerimiz, zihinsel modeller - 'çarpma daima çarpılandan büyük sonuç verir').

Fischbein'e (1993) göre bu üç bilgi arasındaki uyumsuzluk kavram yanlışlarının oluşumuna sebebiyet vermektedir. Bu noktadan hareketle bilgi çeşitleri arasındaki uyumsuzluğun ya da bu uyumsuzluğa eklenmeye çalışılan yeni bilginin kavram yanlışlarına sebebiyet verdiğini göz önünde tuttuğumuzda, bu uyumsuzlukları tetikleyen ya da bunlara sebep olan öğretim stillerinin benimsenmemesi gerektiği sonucuna varılabilir. Matematikğin birikimli bir bilim dalı oluşu, başka bir deyişle daha önceden edinilmiş bilgilerin kullanılması matematik eğitiminin başarıyla yürütülmesi için kavram yanlışlarının saptanması ve giderilmesi gereğini doğurmaktadır. Yanlışlar, bireyin yanlış inançları ve deneyimleri sonucu ortaya çıkan davranışlardır. Doğal olarak yeni bilgiler, yanlışların üzerine inşa edilirler ve daha önceden sahip olunan ön birikimler yeni kavramların da yanlış öğrenilmesine neden olabilirler (Baki, 1998). Bu çalışmada "kavram yanlışlığı" bilimsel olarak doğru kabul edilmeyen ancak öğrencilerin kendilerine has biçimde anlamlaştırdıkları kavramlar tanımı olarak kullanılacaktır.

Küme kavramının matematiğe ilk kez Georg Cantor (1845-1918) tarafından kazandırıldığı kabul edilir. Cantor'dan önce de matematikçiler kümeleri kullanıyorlardı fakat kullandıkları kavrama hep farklı isimler ve farklı anlamlar yükleyebiliyorlardı. Bu manada bir ortak dil geliştiren Cantor, kümeler kuramının temellerini ortaya koyan matematikçidir. Bu sayede matematikte yepyeni ufuklar açılmış ve matematiğin her alanında kullanılmaya başlanmıştır. Küme kuramı şüphesiz matematik ve matematik öğretimin temelini oluşturur (Gava-

las, 2005). Matematik dilinde birlik sağlama çabalarının bir ürünü olan kümeler, modern matematik olarak adlandırılan alanın ilerlemesine, mantık ve bilgisayar bilimlerin gelişiminde de önemli katkılar sağlamıştır (Dönmez, 2002). Kümeler konusu günümüzde pek çok ülkenin ortaöğretim düzeyinde öğretilen matematik konuları içerisinde yer almaktadır ve matematikteki temel ve önemli konulardan biri olarak görülmektedir. Hem matematik, hem de matematik eğitimi için bu denli öneme sahip bir konu olan kümelerle ilgili öğrencilerin kavramsal ve işlemsel düzeydeki öğrenme durumlarının incelenmesi ve öğrencilerde var olan yanlış ve hataların belirlenmesi hem kümeler konusunun hem de matematik öğretiminin daha nitelikli kılınmasında katkı sağlayacağı düşünülmektedir (Moralı & Uğurel, 2010).

Öğrenme kuramcıları bilişsel gelişimin büyük bir oranda sınıflama becerisine dayandığını savunurlar. Sınıflama becerisi ise küme kavramını temel alır (Olkun & Toluk, 2003). Linchevski ve Vinner (1988) sınıf öğretmenlerinin küme kavramı ile ilgili kavram yanlışlarını;

- i) Bir kümenin elemanlarının belirli veya açık bir özelliğe sahip olması gerektiği
- ii) Bir kümenin birden fazla eleman içerme gerekliliği
- iii) Bir kümedeki tekrarlı elemanların farklı elemanlar olarak göz önüne alınması
- iv) Bir kümenin elemanının başka bir kümenin elemanı olamayacağı
- v) Aynı sayıda elemana sahip olan kümelerin eşit küme olarak ifade edilmesi

şeklinde beş grupta toplamışlardır. Bu yanlışların genel olarak küme kavramı ile ilgili olarak yaşanan temel sıkıntılar olduğu söylenebilir. Önemi ve yaşanan sıkıntılara rağmen küme kavramının öğretimiyle ilgili çalışmaların yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Öğrenciler için küme kavramı ile ilgili temel sıkıntı matematik derslerinde bu kavramın nokta veya doğru gibi tanımsız kabul edilmesinde yatmaktadır (Fiscbein & Baltsan, 1999). İpek, Albayrak ve Işık (2009) yürüttükleri bir çalışma sonucunda, küme kavramının matematikteki anlamı ile günlük yaşamdaki kullanımı arasındaki farklılıkların sınıf öğretmeni adayları tarafından eksik algılandığını savunmuşlardır.

Yukarıda belirtilen alan yazın bilgileri ışığı altında, bu çalışma adaylarının küme kavramıyla ilgili algılarını, kümenin tanımı, küme gösterim yöntemleri, bu yöntemler arasındaki bağlantılar, eleman ve altküme kavramları üzerinden değerlendirmeyi amaçlamıştır. Dolayısıyla, “adaylar küme kavramı özelinde, küme gösterim yöntemleri, eleman ve altküme kavramları arasındaki ilişkileri ne ölçüde kurabilmektedirler?” şeklinde oluşturulan temel problem aşağıdaki alt problemler yardımıyla irdelenmiştir.

- i) İlköğretim matematik öğretmeni adayları kümenin elemanlarının genel bir özelliikle ilgili olmasının gerekliliğini biliyorlar mı?
- ii) İlköğretim matematik öğretmeni adayları kümelerin gösterimleri arasındaki ilişkileri ve bu gösterimleri doğru bir şekilde kullanabilmeyi biliyorlar mı?
- iii) İlköğretim matematik öğretmeni adayları elemanı olma ve alt kümesi olma arasındaki ilişkiyi kavrayabilmişler mi?

Yöntem

Bu çalışma, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel bilgilerinin bir parçasını oluşturan küme kavramıyla ilgili olduğundan durum çalışması niteliğindedir.

Araştırma Grubu

Araştırmanın katılımcıları, 2011-2012 öğretim yılı bahar yarıyılında Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı 3. sınıfında öğrenim gören toplam 72 adaydan oluşmaktadır. Testin uygulandığı grup üniversitede matematik alanıyla ilgili olarak kümeler konusunu içeren Analiz I-II ve Soyut Matematik derslerini almışlardır. İlk ve orta öğrenimleri de göz önüne alındığında küme kavramı ile ilgili ön ve detaylı bilgilere sahip olduklarını söylemek mümkündür.

Veri Toplama Aracı

Araştırmanın katılımcılarına, alt problemlerin irdelenebilmesi amacıyla hazırlanan ve 9 sorudan oluşan “Küme Kavramı Bilgi Testi” uygulanmıştır. Testteki her bir soru yukarıda ifade edilen alt problem-

lerin biri ile ilgili olacak şekilde düzenlenmiştir. Problemlerin oluşturulması ve değerlendirilmesi aşamasında matematik eğitim alanından altı uzmanın görüşüne başvurulmuştur. Ölçme aracının geçerliliği, maddelerin alan yazında sıkça kullanılanlardan seçilmesiyle artırılmıştır (Fiscbein ve Baltsan, 1999).

Verilerin Analizi

Elde edilen veriler “doğru,” “yanlış” ve “cevapsız” olmak üzere üç kategoride değerlendirilmiştir. Verilerin analizinde, matematik eğitimi alanından iki uzman kodlama listesini kullanarak verileri bağımsız olarak kodlamışlardır. Kodlayıcılar arası güvenilirlik çalışması yapılmış olup, iki kodlayıcı arasında uyum yüzdesi Miles ve Huberman’ ın (1994) formülüne göre %92 olarak hesaplanmıştır. Anlaşmazlığa düşülen maddeler tekrardan gözden geçirilerek karar birliği sağlanmıştır. İlgili testten elde edilen verilerin analizinde betimsel istatistik teknikleri (yüzde/frekans) kullanılmıştır. Ayrıca uzmanlar tarafından öğrencilerin yazılı cevapları içerik analizine tabii tutulup en çok rastlanılan cevaplar ve hatalar kodlanmıştır.

Bulgular

Bu kısımda küme testinden elde edilen bulgular soru bazında frekans ve yüzde dağılımları olarak verilmiştir. Tablo 1 de kümenin kavramsal anlamı ile ilgili öğrencilerin cevaplarının dağılımları (yüzde olarak) verilmiştir. Bu soruda öğrencilerin kümeyi tanımlamaları ve bu tanım doğrultusunda bir örnek vermeleri istemektedir. Ayrıca Tablo 1’ de sorunun maddelerinin birbiriyle ilişkisini ortaya çıkarmak için “her ikisine doğru,” “her ikisi yanlış,” “1 doğru 2 yanlış” ve “1 yanlış 2 doğru” gibi karşılaştırmalar yapılmıştır.

Tablo 1. Küme Kavramı İle İlgili Verilerin Yüzdesel Dağılımı

Sorular	Doğru	Yanlış	Cevapsız
1. Küme nedir?	68	21	11
2. Küme örneği veriniz.	76	3	21

İlköğretim matematik öğretmenliği adaylarının “Küme nedir?” sorusuna verdiği cevapların %68’ i doğru ve %21’ i yanlış veya eksik bulunmuştur. Ayrıca, öğretmen adaylarının %11’ i bu maddeye cevap vermemiştir. Doğru cevap veren adayların küme kavramının tanımlamalarının analizinde öne çıkan ifadeler “iyi tanımlanmış nesnelere topluluğu” (n=21), “belirli bir özellik taşıyan nesne grupları” (n=11), “hiç elemanı olmayan veya en az bir eleman içeren ortak özellik taşıyan nesnelere topluluğudur” (n=8). Yanlış olan cevaplardan tanımlaması eksik bulunanlar arasında “nesnelere topluluğudur” (n=5) ve “nesnelere sınıflandıran gruplardır” (n=3) ifadeleri göze çarpmaktadır. Yanlış olan tanımlamalar arasında “nesnelere içeren kapalı bir eğridir” ve “eleman içeren ve sayılabilen topluluktur” ifadeleri belirtilmiştir.

“Küme örneği veriniz.” ifadesine ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının verdiği cevapların %76’ sı doğru , %3’ ü yanlış olarak nitelendirilmiştir. Burada adayların %21’ i ise herhangi bir küme örneği vermemiştir. Bu maddeye cevap veren adaylardan %63’ ü Venn şeması gösterimini tercih etmiş, %30’ u liste biçimi ile gösterimde bulunmuştur. Adaylardan sadece %7’ si ortak özellik yöntemini kullanmış ve bunlardan iki tanesi yanlış olarak değerlendirilmiştir. “Küme nedir?” ifadesini doğru veya yanlış tanımlayan adayların hepsi küme örneği gösteriminde doğru cevap vermişlerdir. Bu durumun, öğretmen adaylarının ezberci bir davranış göstererek konuyu tam olarak özümsemediklerini, uygulamasını bildikleri matematiksel kavramların ifadelerinde güçlük çektiklerini veya yaptıkları uygulamaların günlük hayattaki karşılıklarının ne olduğunu tam olarak bilmediklerini gösterdiği söylenebilir.

Tablo 2’ de küme gösterimleri ile ilgili sorulara adayların verdikleri cevaplar irdelenmiştir. “Herhangi bir kümeyi bu gösterimlerin her biriyle ifade edebilir miyiz?” sorusuna öğrencilerin büyük çoğunluğu (toplam %80) yanlış cevap vermişler veya soruyu cevapsız bırakmışlardır. İlginç bir sonuç olarak; yanlış cevap veren adayların çoğu herhangi bir kümenin liste ve Venn şeması yöntemleri ile gösterilebileceğini savunmuştur. Böyle bir tanımlama doğal sayılar kümesi üzerinde doğru kabul edilebilir olmasına rağmen rasyonel sayılar kümesi gibi kümelerin liste veya Venn şeması ile gösterimi mümkün değildir.

Tablo 2. Kümelerin Gösterimi İle İlgili Verilerin Yüzdesel Dağılımı

Sorular	Doğru	Yanlış	Cevapsız
3. Kümeleri listeleme, Venn Şeması veya ortak özellik yöntemleriyle ifade edebiliriz. Herhangi bir kümeyi bu gösterimlerin her biriyle ifade edebilir miyiz? Açıklayınız.	20	60	20
4. Aşağıdaki kümeyi diğer küme gösterimleriyle ifade ediniz. A	55	45	0
5. $A = \{3, 4, 5, 6\}$ kümesini diğer küme gösterimleriyle ifade ediniz.	56	30	14
6. $A = \{x \in N : 2 \leq x \leq 10\}$ kümesini diğer küme gösterimleriyle ifade ediniz.	85	15	0

Soru 4' teki Venn şeması ile gösterimin diğer küme gösterimleriyle ifade edilmesi sorusuna öğrencilerin %55' i doğru cevap verirken, %45' i soruya yanlış cevap vermiştir. Katılan öğrencilerin hepsi bu soruda liste gösteriminde başarılı olurken, yanlış cevap verenler ortak özellik gösteriminde sıkıntı yaşamışlardır. Ortak özellik gösterimlerinde genel olarak; sayılar arasında ki ilişkiyi kavrayamama (örnek öğrenci cevabı; $A = \{Ardardasıraluteksayılar\}$), ortak özellik yönteminin matematiksel ifadesinde hata yapma (örnek öğrenci cevabı, $A = \{x \in [2, 4]\}$) ve ortak özellik kavramının yanlış ifadesi (örnek öğrenci cevabı, A= Bazı sayılar) şeklindeki hatalar kaydedilmiştir. Bunun üzerine öğrencilere sorulan “ortak özellik yönteminin özellikleri nelerdir?” sorusuna öğrenciler “kümelerin kelimelerle ifade edilmesi” ve “elemanların ortak özellik taşıması” şeklinde cevaplar vermişlerdir. Bu ifadeler özellik yöntemi ile ilgili kavram yanılgılarına

işaret etmektedir. Küme, bilinen genel yanlış algılama ile rastgele bir *nesne topluluğu* değildir. Verilen bir nesnenin bu *nesne topluluğuna* ait olup olmadığı konusunda herkes hemfikir olmalıdır (Skemp, 1993). Ayrıca kümenin bir kural, liste veya formül ile tanımlanır ve elemanları açık ve net olarak bilinen bir biçimde ortaya konması gereklidir (Baki & Mandacı Şahin; 2004). Bu nedenle kümenin elemanlarının, matematiksel olarak (tümünün bilinen olması zorunlu olmadan) belirlenebilir olmasını sağlayan özelliğin ifade edilmesi gerekmektedir ve dolayısıyla ortak özellik sadece bir kümenin elemanlarının belli bir yönden sahip olduğu genel bir karakteristik değil, o kümenin hangi elemanlardan oluştuğuna yönelik verilmesi gereken kesin cevaba bir gönderim olarak algılanmalıdır.

Liste biçimiyle verilen kümenin ortak özellik ve Venn şeması yöntemleriyle göstermelerinin istenildiği Soru 5' e verilen cevaplardan %56' sı doğru, %30' u yanlış olarak değerlendirilmiş, adayların %14' ü ise soruyu cevapsız bırakmıştır. Bir önceki soruda olduğu gibi öğrencilerin hepsi kümenin Venn şeması ile gösteriminde başarılı olurlarken, yanlış cevapların hepsi ortak özellik gösterimiyle alakalı olmuştur.

Öğretmen adayları, ortak özellik ile ilgili verilen sorunun (Soru 6) diğer yöntemlerle gösteriminde büyük çoğunlukla (%85) başarılı olmuşlardır. Soruyu yanlış yapanların cevapları incelendiğinde, yanlışlıkların işlem hatasından (örneğin, $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$) kaynaklandığı ve bu hatayı yapan öğretmen adaylarının diğer sorularda benzer gösterimlerde başarılı olmaları, adayların bu konu ile ilgili kavram yanlışlığına sahip olmaları ihtimalini ortadan kaldırmaktadır.

Tablo 1 ve Tablo 2' den elde edilen bulguların ışığı altında;

- öğretmen adaylarının küme örneği seçiminde ortak özellik gösterimini nadiren tercih etmeleri,
- verilen farklı gösterimlerin ortak özellik yöntemi ile gösteriminde zorluk yaşamaları,
- ortak özellik yöntemi gösterimini kümelerin kelimelerle yazımı şeklinde ifade etmeleri,

gibi sebeplerden dolayı adayların kümelerin ortak özellik yöntemiyle gösteriminde kavramsal yanlışlara sahip olduklarını söylemek mümkündür.

Öğretmen adaylarının alt küme ve eleman olma arasındaki ayrımı yapabilme becerilerini ölçmeye yönelik hazırlanmış Soru 7' ye verilen doğruluk değerleri Tablo 3' de verilmiştir. Eleman gösterimi ile ilgili olan a, c ve f maddelerine verilen cevaplara bakıldığında, öğretmen adaylarının a maddesinde büyük oranda (%84) doğru cevap verdikleri ancak c ve f maddelerinde (%47 doğru c için ve %31 doğru f için) aynı başarıyı yakalayamadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarına “Bir küme diğer kümenin elemanı olabilir mi? Açıklayınız.” sorusu sorulduğunda, öğretmen adaylarının %82' si olabileceğini söylemelerine rağmen bu soruya doğru cevap verenlerden bazıları ve yanlış cevap verenlerin çoğunluğu “A kümesinin elemanları B kümesinde de varsa A kümesi, B kümesini içerir” şeklinde açıklama getirmişlerdir. Ayrıca bu açıklama sahiplerinin Soru 7' deki elemanı bulma ile ilgili maddelere de yanlış cevap vermeleri, bu öğretmen adaylarının kümenin elemanlarını göstermeleri konusunda kavram yanlışlarına sahip olduklarını düşündürmektedir. Soru 7' nin eleman gösterme ile ilgili sadece c ve f maddelerine yanlış cevap veren öğretmen adaylarının Soru 8' e getirdikleri açıklamalar “kümeler başka kümelerde eleman olamaz” doğrultusundadır. [Soru 8' e doğru cevap verenlerin açıklamaların geneli “kümenin elemanı olması için o kümede bulunması gerekir” ifadesiyle örtüşmektedir.]

Tablo 3. Alt Küme Ve Eleman Gösterimi İle İlgili Verilerin Yüzdesel Dağılımı

7. $A = \{a, b, c, d\}$ için aşağıdaki ifadelerin doğruluk değerlerini bulunuz.	Doğru	Yanlış	Cevapsız
a) $\emptyset \in A$	84	16	0
b) $\emptyset \subseteq A$	66	34	0
c) $\{a, b\} \in A$	47	53	0
d) $a, c, d \subseteq A$	74	26	0
e) $\{a, b, c\} \subseteq A$	72	28	0

f) $\{a\} \in A$	31	69	0
8. Bir küme diğer kümenin elemanı olabilir mi? Açıklayınız.	82	16	0
9. Alt küme nedir?	77	14	9

Alt küme genel olarak, bir “A kümesinin her elemanı aynı zamanda B kümesinin de elemanı ise A kümesi B’nin alt kümesidir” (Kadıoğlu, & Kamali, 2011, s. 6) şeklinde ifade edilebilir. Soru 7’deki b, d ve e maddelerinde öğretmen adayları genellikle (%66 ile %74 arasında değişen oranlarda) başarılı olmuşlardır. Soru 9’ a verilen cevaplar arasında “bir küme diğer kümede içerilirse onun alt kümesidir”, “A kümesinin elemanları B kümesinde varsa A kümesi, B kümesinin alt kümesidir” şeklinde doğru ifadelerin yanında “A kümesinin elemanlarından herhangi birini içeren küme A kümesinin alt kümesidir” şeklinde tanımlamalar kullanılmıştır. Bu son tanımlama ilk bakışta doğru gibi algılsa da boş kümeyi kapsamamaktadır. Öğretmen adaylarının alt küme konusunda gösterdikleri başarıyı elemanlarla ilgili sorularda gösterememelerinin, adayların bu iki kavram arasındaki bağlantıyı tam olarak kuramamalarından kaynaklandığı söylenebilir.

Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışmada öğretmen adaylarının küme kavramı, küme gösterimleri, alt küme ve küme elemanlarının belirlenmesine yönelik işlemsel ve kavramsal bilgileri araştırılmıştır. Araştırmada, öğretmen adaylarının küme örneği verirken gösterdikleri performansı kümenin tanımlamasında gösteremedikleri gözlemlenmiştir. Fischein ve Baltsan’ a (1999) göre küme kavramı ile ilgili temel sıkıntı matematik derslerinde bu kavramın nokta veya doğru gibi tanımsız kabul edilmesinde yatmaktadır. Öğretmen adayları küme kavramı tanımlarken “topluluk” terimini çok sık kullanmışlardır. Matematiksel küme kavramı ve topluluk terimi tam olarak birbiriyle örtüşmemektedir. Herhangi bir kümenin benzer elemanların topluluğu olma ya da bu kümenin elemanları arasında bir ilişkinin olması gerekliliği yoktur.

Ancak bir kümeyi tanımlarken elemanlarının kesin olarak bilinmesi gereklidir. Bu anlamıyla küme, iyi tanımlanmış, tekrar etmeyen nesnelerin bir topluluğudur (Kadioğlu, & Kamali, 2011). İpek, Albayrak ve Işık (2009) tarafından sınıf öğretmen adaylarıyla yaptıkları çalışmada da öğretmen adaylarının küme kavramını tanımlamada ciddi sıkıntılar yaşadıkları bulunmuştur. Ayrıca öğretmen adayları kümelerin matematiksel anlamı ve gerçek hayattaki karşılıkları arasındaki ilişkiyi kurmadaki problemleri de yine aynı çalışmada vurgulanmıştır.

Araştırmanın diğer bir sonucu da, öğretmen adaylarının küme gösterimlerinde ortak özellik yöntemi ile ilgili sıkıntılar yaşadıkları tespitidir ve bu sıkıntıların matematiksel işlem hatalarının yanı sıra ortak özellik yöntemi ile alakalı bulunan kavram yanlışlarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Ayrıca adaylar herhangi bir kümenin gösterim türlerinin hepsi ile ifade edilebileceği konusunda kavram yanlışlığına düşmüşlerdir. Bu sorunun temel sebeplerinden birisi öğretmen adaylarının geçmiş deneyimleri olarak düşünülebilir. Genelde matematik kitaplarında küme örnekleri tüm yöntemler kullanılarak verildiğinden, bu durumun öğrencilerde söz konusu yanlışlığın oluşumuna katkıda bulunduğunu düşünülmektedir. Ortak özellik yöntemi ile gösterimde cebirsel ifadeye odaklanılırken o ifadeyi sağlayan elemanların bulunduğu yer (küme) ikinci planda düşünüldüğünden hataya sebep olmaktadır.

Bu çalışmanın örnekleminde genel olarak var olan hata ve yanlışlardan bir tanesi de bir kümenin hangi elemanlara sahip olduğunun açık ve net olarak belirlenememesidir. Bu sonuç aynı zamanda alt kümelerin belirlenmesinde de sıkıntılara yol açmıştır. Benzer bir sonuç Uğurel ve Moralı' nın (2010) çalışmasında da göze çarpmaktadır. Bu tür bir eğilimin dikkatsizlik ya da kümenin kavramsal olarak neyi ifade ettiği ya da etmediğine yönelik bilgi eksikliklerinden de kaynaklanması olasıdır. Bu tür hataların oluşmasını önlemenin bir yolu matematiksel olarak gösterilmiş bir kümenin (özellikle iyi tanımlılık altında) nasıl anlamlandırılması gerektiğinin daha açık ve net bir şekilde ortaya konmasının sağlanması olabilir (Uğurel, & Moralı, 2010).

Kaynaklar

- Baki, A. (1998). *Cebirle ilgili işlem yanlışlarının değerlendirilmesi*. 3.Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu sunulmuş bildiri, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi, Trabzon.
- Baki, A., & Mandacı Şahin, S. (2004). Bilgisayar destekli kavram haritası yöntemiyle öğretmen adaylarının matematiksel öğrenmelerinin değerlendirilmesi. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 3(2), 91-104.
- Bilgin, İ., & Geban, Ö. (2001). Benzeşim (analoji) yöntemi kullanarak lise 2. sınıf öğrencilerinin kimyasal denge konusundaki kavram yanlışlarının giderilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 29-32.
- Dönmez, A. (2002). Matematiğin öyküsü ve serüveni. *Dünya matematik tarihi ansiklopedisi, Matematik sözlüğü, Cilt 1*. İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.
- Erbaş, K., & Ersoy, Y. (2002). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTÜ, Ankara.
- Eryılmaz, A., & Sürmeli, E. (2002). *Üç-aşamalı sorularla öğrencilerin ısı ve sıcaklık konularındaki kavram yanlışlarının ölçülmesi*. V. Ulusal Fen ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTÜ, Ankara.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Fischbein, E. (1993). The interaction between the formal and the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straser ve B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 231-345). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Fischbein, E., & Baltsan M. (1999). The mathematical concept of set and the collection model. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 1-22.
- Gavalas, D. (2005). Conceptual mathematics: An application to education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(5), 497-516.
- Hammer, D. (1996). More than misconceptions: Multiple perspectives on student knowledge and reasoning, and an appropriate role for education research. *American Journal of Physics*, 64(10), 1316-1325.
- İpek, A., Albayrak, M., & Işık C. (2009). Sınıf öğretmeni adaylarının küme kavramıyla ilgili algıları. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(1).221-230.
- Kadıoğlu, E., & Kamali, M. (2011). *Genel matematik*. Erzurum: Kültür Eğitim Vakfı Yayinevi

- Kathleen, M.S. (1994). *The development and validation of a categorization of misconceptions in the learning of chemistry*. Doctoral Thesis, University of Massachusetts Lowell, USA.
- Linchevski, L., & Vinner, Sh. (1988). The naive concept of sets in elementary teachers. *Proceedings of the 12th International Conference, Psychology of Mathematics Education, 11*, 471-478.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.), London & Thousand Oaks, California: Sage.
- Moralı, S., & Uğurel, I. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusundaki öğrenmelerinin değerlendirilmesi-I. *Akademik Bakış Dergisi, 22* (1), 1-25.
- Olkun, S., & Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Anı Yayıncılık, Ankara.
- Skemp, R.R., (1993). *The psychology of learning mathematics*. Penguin Books, England.
- Smith, J. P., diSessa, A. A., & Roscheile, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of know/ledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences, 3*(2), 115-163.
- Zembat, İ. Ö. (2008). Kavram Yanılgısı Nedir? In Ed. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H.Akkoç, *Matematiksel kavram yanılguları ve çözüm önerileri*, (s. 1-8), Ankara: Pegem Akademi Yayınevi, s. 1-8.

Extended Abstract

Purpose of The Study

The current study aimed to evaluate mathematics teacher candidates' conception of sets based on definition of a set, representations of sets, relationship among these representations, elements of a set, and the concept of subset. Toward this aim, the main research question was "to what extent can teacher candidates provide the relationships among the representations of sets, elements of a set and concept of subset?" and was detailed by the following sub-problems.

- 1) Do elementary school mathematics teacher candidates have the conception that elements of a set relate to a general property?
- 2) Do elementary school mathematics teacher candidates have an understanding of the relationship among the representations of sets, and do they know how to use these representations?
- 3) Do elementary school mathematics teacher candidates detect the interrelationship between being an element of a set and being subset of a set?

Methodology

Being qualitative in nature, this study is a case study. The sampling of the study consisted of a total of 72 third-grade college students who were studying in the department of elementary mathematics education at Kastamonu University during the spring semester of 2011-2012 academic year. Based of the comments and opinions of the six experts from the field of mathematics education, "Sets Knowledge Test" was developed by the researchers and applied to all participants.

Findings of the study

Among the results of the study, teacher candidates were found more successful in providing an example for sets than in defining sets. Another result of the study was that teacher candidates had difficulty in using the rule method whereas they were found successful in representing sets with the rosters and Venn diagrams. Teacher candidates' difficulty in representing with the rule method was mainly attributed to their misconceptions of the rule method as well as their errors in mathematical operations. Teacher candidates also presented difficulty in detecting elements in a given set on the contrary to their success in defining subsets.

Discussions and Conclusion

Among the limitations of the current study could be considered that the study included teacher candidates from one university and that the knowledge test on sets consisted of 9 questions aiming three dimensions of the concept of sets. Teacher candidates, while defining the concept of set, were often used the term "collection." The mathematical term of set does not cover the exact meaning of the term of "collection." For a given set, there is no such requirement as being collection of similar objects or having a relationship among the elements. The only requirement is that the elements are being well defined or known precisely. The study also shows that teacher candidates had difficulty in using the rule method whereas they were found successful in representing sets with the rosters and Venn diagrams. One explanation for this misconception might be that students usually focus on mathemati-

cal operation in the rule method by neglecting the elements satisfying the operation. They also had misconception that a given set can be represented by using all three methods. One reason of this misconception might be attributed to their past experiences since the mathematics textbooks usually provide set examples by using all methods without mentioning that the rule method is the only representation technique that can be used for any set. Teacher candidates also presented difficulty in detecting elements in a given set on the contrary to their success in defining subsets. The same result was found in Uğurel and Moralı's (2010) study. This misconception could be results from inattention or lack of knowledge about the meaning of the set concept.