

9.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN FRAKTALLAR VE DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ KONULARINDA İŞLEMSEL VE KAVRAMSAL BİLGİ BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Doç. Dr. Aytaç Kurtuluş
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Eğitim Fakültesi
agunaydi@ogu.edu.tr

Fatoş Karaca Avcı
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
fatos_karaca_19@hotmail.com

Özet

Bu çalışmanın amacı, 9.sınıf öğrencilerinin fraktallar ve dönüşüm geometrisi konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerini incelemektir. Araştırmanın çalışma grubunu Manisa'nın Kula ilçesinde bulunan bir lisede 9. sınıfta öğrenim gören ve rastgele seçilen 120 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgi lerini incelemek amacıyla 9 işlemsel 11 kavramsal olmak üzere toplam 20 sorudan oluşan 10 açık uçlu, 10 çoktan seçmeli test hazırlanmış ve uygulanmıştır. Elde edilen verilerin analizinde nitel ve nicel analiz yöntemleri kullanılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin yaptıkları yanlışlar göz önüne alınarak seçilen öğrencilerle görüşülmüştür. Uygulanan test ve görüşmelerden elde edilen bulguların sonuçlarına göre, 9. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi ve fraktallar konusunda hem işlemsel bilgi hem de kavramsal bilgilerinde eksiklikleri olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin kavramsal bilgi yetersizliğinin işlemsel bilgiyi kullanmayı engellediği ve işlemsel bilgi eksikliğinin de kavramsal bilgiyi özümsemesini engellediği saptanmıştır. Buna göre, fraktallar ve dönüşüm geometrisinin öğretiminde, işlemsel ve kavramsal bilginin birbirini tamamlayan iki unsur olduğunun göz ardı edilmemesi gerektiği söylenebilir.

Anahtar Sözcükler: Fraktalar, Dönüşüm Geometrisi, işlemsel bilgi, kavramsal bilgi.

AN ANALYSIS OF THE 9th GRADE STUDENT' FRACTALS AND TRANSFORMATION GEOMETRY KNOWLEDGE IN THE CONTEXT OF CONCEPTUAL AND PROCEDURAL KNOWLEDGE

Abstract

The aim of this research is to analyses the procedural and conceptual knowledge level of 9th Grade students in fractals and transformation geometry. The working group of the research is 9th Grade student and they are selected in random. So as to analyses the students' procedural and conceptual knowledge, a test which consists of 20 questions (9 operational, 11 conceptual) in which there are 10 open-ended and 10 multiple choice questions. Qualitative and quantities analysis methods are used in analysis of data. In addition, the students, who are selected, are interviewed by considering the students common mistakes. According to the results of the diagnosis which have been realized after the tests and interviews, it is identified that 9th Grade students are deficient in the subject of fractals and transformation geometry. It is established that the students' conceptual knowledge's deficiency interferes to assimilate conceptual knowledge. According to this, it shouldn't be ignored that procedural and conceptual knowledge's are two factors which complete each other in teaching of transformation geometry and fractals.

Key Words: Fractals, Transformation Geometry, Operational Knowledge, Conceptual Knowledge.

GİRİŞ

Matematik nedir diye sorduğumuzda; sadece öğrenilmesi gereken formüllerden ve zor konulardan oluşan bir derstir cevabını alabiliriz. Matematiğin hayatı kolaylaştıran ve hayatı anlamlandırmamızı sağlayan bir süreç olduğu da düşünülüyordur bir kesim için. Değişen eğitim-öğretim programları, süreç ve teknikleri matematiği sadece bir ders olarak algılamaktan çıkarmaya çalışmakta ve hayatla matematiği özdeşleştirme çabası içerisinde bulunmaktadır. Değişen dünya ve toplumla birlikte amaç matematiğin sadece bir ders olarak algılanmamasını sağlamak, soyut bilgilerden ibaret olmadığını yaşadığımız dünyanın bir parçası olduğunu benimsetmektir.

Matematik yapabilmek için, matematik bilgisine sahip olmak ne demektir? Matematik bilen, yapabilen ve hayata bu açıdan bakabilen bireyler yetiştirme konusunda matematik bilgisini nasıl ele alabiliriz? Skemp'e göre, işlemsel ve kavramsal bilgi olmak üzere iki tür matematik bilgisi bulunmaktadır (Baki, 1998). Kavramların bilgisi matematiksel kavramların kendilerini ve bunlar arasındaki ilişkileri kapsar. Matematikteki kavramların insan zihninde yaratılan ilişkiler olması, bunları kazanabilmek için çocuğun belli zihinsel gelişmişlik seviyesine ulaşmış olmasını gerektirir (Soylu ve Aydın, 2006). Ayrıca kavram bilgisi, kurallar ve genellemeler ile bunların arasındaki ilişkiler ve işlemler olarak tanımlanabilir (Bekdemir ve Işık, 2007).

Kavramsal bilgi örneğin; çemberin çevresi ile çapı arasındaki ilişkidir, üçgenin iç açılarının toplamının neden 180^0 olduğudur. Kavram bilgisi çok çeşitli ve farklı kavramların ilişkileriyle birbirlerine zincirleme bağlıdır. Kavram bilgisini bir zincir halkasına benzetirsek, her bir halka bir bilgi içerir. Birbiriyle bağlantılı bilgi genişledikçe mensup olduğu zincir halkası genişleyecek dolayısıyla bağlı olduğu bilgi parçası daha güçlenecektir (Soylu ve Aydın, 2006). İşlemsel bilgi, matematikteki işlemlerin algoritmasının (yapılış yollarının veya işlem tekniklerinin) kuralların ve sembollerin bilgisidir (Baykul,2009). İşlemsel bilgi örneğin çemberin çevre formülünün $\Ç=2.\pi.r$ olduğunu yazıp pi sayısının değerini yarıçapın değerini yerine koyup çevreyi bulmaktır. Ya da iki açısı verilen üçgenin üçüncü açısını bulabilmektir. İşlemsel bilgide verilen teknikler uygulanır, amaç sonuca gitmektir. Maalesef sınav sistemleri, belirli zamanda yapılması gereken sorular işlemsel bilgiye sahip olmayı yeterli gören bir nesil ortaya çıkarmıştır. Neden o işlemi yaptığını, neden o formülü kullandığını bilmeyen sadece sonuca ulaşmayı amaç edinen bireyler yetiştirilmiştir. Ancak kavramsal bilgi neyi neden yaptığını öğrenmeyi içerir. Bir konuda kavramsal bilgiye sahip olduğunda bunun farklı durumlara uygulanması kolaylaşır. Kavramsal öğrenmeler sadece bilmeyi değil hayatla bütünleştirmeyi içerir. Çemberin çevre formülünü oluşturmaya çalıştığımızda kavramsal bilgi söz konusuysen, sadece verileri çevre formülünde yerine koyup sonucu ortaya çıkarmaya çalıştığımızda işlemsel bilgi söz konusudur. Bu örnekte de görüldüğü gibi tam anlamıyla birbirinden ayrılmış değildir; işlemsel ve kavramsal öğrenme. Ama şu bir gerçektir ki içselleşmiş sağlam bir öğrenme olabilmesi için önce kavramsal bilginin tam olarak elde edilmesi gerekir. Maalesef sınav sistemleri işlemsel bilgiyi kavramsal bilginin önüne geçirmiştir. Ama kavramsal bilgi olmadan işlemsel bilgi elde edilme çalışması tam ve etkin bir öğrenme gerçekleşmesini engeller.

Matematiksel bir bilgiyi anlamamanın bir koşulu işlemsel ve kavramsal bilgilerin birbirleri ile uyum sağlamasıdır (Olkun ve Toluk, 2005). Matematiği öğrenme veya matematik yapma, kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi arasındaki bağın kurulmasını gerektirir. Hiyerarşik olarak kavramsal bilgi, işlemsel bilgiden önce gelir ve daha önemli görülür. Ancak aralarındaki bağ nedeniyle bazen işlemsel bilgi, kavramsal bilginin kazanılmasına yardımcı ve onu destekleyici olabilir. (Baykul,2009).

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretim programında yer alan fraktal ve dönüşüm geometrisinde işlemsel ve kavramsal bilgi bağlamında bir araştırma planlanmıştır.

YÖNTEM

Bu çalışmada 9. Sınıf öğrencilerinin fraktallar ve dönüşüm geometrisi konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri incelenmiştir. Araştırma bir özel durum çalışmasıdır. Bu yöntemin seçilmesinin nedeni, öğrencilerin matematik bilgisinin genel değerlendirilmesi değil, matematiğin bir parçası olan geometride fraktallar ve dönüşüm geometrisi bilgisinin değerlendirilmesinin amaçlanmasıdır.

Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu, Manisa ili Kula ilçesindeki iki farklı lisede okuyan 9. sınıfta öğrenim gören ve rastgele seçilen 120 öğrenci oluşturmaktadır. Ortaokulda dönüşüm geometrisi ve fraktalar ile ilgili kazanımları görmüş olmalarından dolayı 9. sınıf öğrencileriyle çalışılmanın uygun olacağı düşünülmüştür.

Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak fraktalar ve dönüşüm geometrisinin, öteleme, yansıma, dönme konularında öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla 10 işlemsel 10 kavramsal olmak üzere toplam 20 sorudan oluşan bir test kullanılmıştır. Bu 20 sorudan, 10 tanesi açık uçlu ve 10 tanesi çoktan seçmeli sorulardan oluşmaktadır. Test soruları, ortaöğretim matematik öğretim programı içeriğine uygun olarak hazırlanmıştır. Araştırmacılar tarafından hazırlanan sorular, uzman kişiler tarafından seviye, kapsam, dil açısından kontrol edilmiştir. Öneriler doğrultusunda yapılan düzeltmeler sonunda teste son hali verilmiştir.

Verilerin Analizi

Verileri analiz etmek için kullanılan dereceli puanlama anahtarı **Ek-1 'de** sunulmuştur. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar 0-1-2-3-4 olarak puanlandırılmıştır. Çoktan seçmeli sorular ise doğru ya da yanlış olarak değerlendirilmiştir. Yapılan sınav sonucunda farklı sorular ele alınarak 11 öğrenci ile görüşülmüştür. Görüşmeler test soruları üzerine yarı yapılandırılmış olarak gerçekleştirilmiştir. 120 öğrencinin test sonuçlarından elde edilen veriler tablo olarak verilmiş ve yüzde frekans olarak da sunulmuştur. Ayrıca sonuçlar, görüşmelerden elde edilen sonuçlarına göre verilen örneklerle yorumlanmıştır.

BULGULAR

Verilerin analizinden elde edilen sonuçlar sırasıyla, öteleme, yansıma, dönme, ötelemeli yansıma ve fraktalar başlıklarında aşağıda verilmiştir.

Öteleme

Dönüşüm geometrisi olan öteleme ile ilgili kavramsal ve işlemsel soruların analizi Tablo 1 verilmiştir. Ayrıca öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen bulgularla sonuç yorumlanmıştır. Tablo 1: Ötelemede Kavramsal ve İşlemsel Soruların Analizi

Puan	Kavramsal Sorular			
	1.soru		2.soru	
	Frekans (f)	Yüzde (%)	Frekans (f)	Yüzde (%)
0	8	6.6	5	4.2
1	8	6.6	14	11.6
2	45	37.5	12	10
3	6	5	3	2.5
4	53	44.3	86	71.6
Toplam	120	100	120	100

Puan	14. İşlemsel Soru	
	Frekans (f)	Yüzde (%)
Doğru	51	42.5
Yanlış	61	50.8
Boş	8	6.7

Öteleme konusunda üç soru sorulmuştur. Bu sorulardan ikisi kavramsal, biri işlemseldir.

1. Soruda koordinatlar verilmiş, önce koordinat sisteminde gösterilmesi daha sonra ötelemenin yapılması istenmiştir. Öğrencilerin % 37,5'i koordinatları göstermiş ama öteleme yapmadan bırakmıştır(2 puan alanlar bu gruptaki öğrencilerdir) . %13.2'si koordinatları gösteremediği ya da yanlış gösterdiği için soruya devam edememiştir (0 puan ve 1 puan alanlar). % 5'i de noktaların 1 ya da 2 tanesini yanlış ötelemiştir (3 puan alanlar) . % 44.3'ü soruyu, eksiksiz doğru cevaplamıştır.

2. soruda şeklin koordinat sisteminde çizili olarak verilip sadece öteleme yapılması istenmesi, bu sorunun doğru yapılma oranını diğer soruya göre ciddi oranda arttırmıştır. Öğrencilerin %71,6'lık kısmı bu soruya doğru cevap vermiştir.

1. Soruda sola öteleme, 2. Soruda yukarı öteleme yapılması istenmiş; 14. Soruda ise hem sağa hem aşağı öteleme yapılması istenmiş ve öteleme sonucunda oluşan şeklin köşe koordinatlarından biri sorulmuştur. 1. ve 2. sorunun doğru yapılma yüzdesi; 14. Soruya göre daha fazla çıkmıştır. 1.ve 2. soruyu doğru yaptığı halde, 14. soruyu yanlış yapan ya da boş bırakan dört öğrenciyle görüşme yapılmıştır. Öğrencilerden üçü şekli öteleyebildiğini ancak koordinat sisteminde koordinatlar yazılı olmadığı için yapamadıklarını söylemiş, eğer koordinatlar yazılı olsaydı doğru yapardım cevabını vermişlerdir. Biri soruyu yeniden uğraştığında yapmış, sınavda yapamamasının nedenini bir anlık dikkatsizlikten kaynaklandığını söylemiştir.

Bu üç öteleme sorusunun yapılma frekanslarına baktığımızda öteleme konusunda işlemsel soruların kavramsal sorulara göre daha az yapılabildiğini söyleyebiliriz. Öğrenciler bir şekil verildiğinde rahatlıkla öteleyebiliyorlar, fakat bir şekli koordinat sistemine önce yerleştirip sonra ötelemeleri ya da bir şeklin ötelemesi sonucunda oluşan koordinatları yazmaları istendiğinde zorlanıyorlar sonucuna ulaşılabilir.

Yansıma

Dönüşüm geometrisi olan yansıma ile ilgili kavramsal ve işlemsel soruların analizi Tablo 2 verilmiştir. Ayrıca sonuçlar, öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen bulgularla yorumlanmıştır.

Tablo 2: Yansımada Kavramsal ve İşlemsel Soruların Analizi

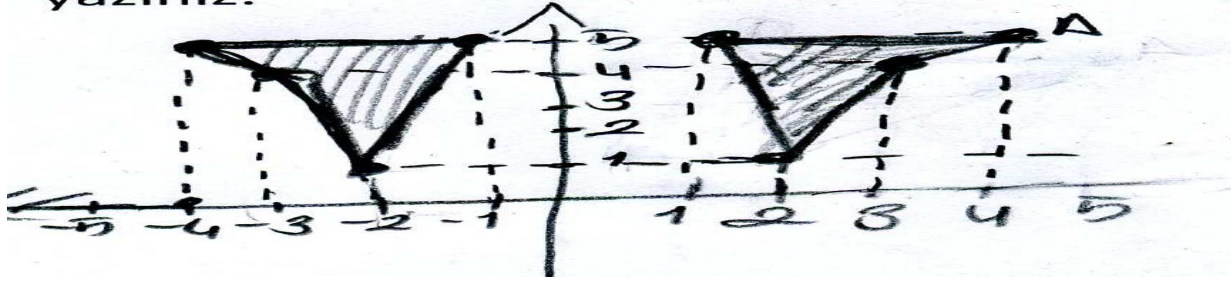
Yansıma	Kavramsal Sorular		İşlemsel Sorular	
	3.soru		4.soru	
Puan	Frekans (f)	Yüzde(%)	Frekans (f)	Yüzde(%)
0	3	2.5	25	20.8
1	3	2.5	26	21.6
2	9	7.5	7	5.8
3	1	1.2	6	5
4	104	86.6	56	46.6
Toplam	120	100	120	100

3.soruda verilen şeklin x eksenine göre yansımasının çizilmesi istenmiştir. Öğrencilerin % 87 sinin bu soruya doğru cevabı verdiğini, şeklin x eksenine göre yansımasını doğru bir şekilde çizdiğini görüyoruz. Doğru cevabı veremeyenlerin bir kısmı soruya dair hiçbir işlem yapmamış, bir kısmı da yansımayı çizerken birim hatası yapmıştır. Birkaç öğrenci de y eksenine göre yansımasını çizmeye çalışmıştır.

4.soruda bir şeklin y eksenine göre yansıması alındıktan sonra oluşan koordinatlar verilmiş, yansıma yapılmadan önceki koordinatlar istenmiştir. Öğrencilerin %20.8lik kısmı ya soruya dair hiçbir işlem yapmamış ya da sadece koordinatların yerlerini değiştirerek yazmışlardır (0 puan alanlar) . %21.6'lık kısmı verilen noktaları koordinat sisteminde gösterip bırakmıştır (1 puan alanlar) . %5.8'lik kısmı da x eksenine göre yansımasını almıştır (2 puan alanlar). %5'lik kısmı bir ya da iki noktanın koordinatlarını yazarken yanlışlık yapmıştır (3puan alanlar). Geriye

kalan yarıya yakın kısmı da ya şekil çizerek ya da sadece koordinatları yazarak doğru cevabı vermişlerdir. Şekil 1 de teste katılan öğrencilerinden birine ait olan 4. sorunun cevabı verilmiştir.

Soru 4-) y eksenine göre yansıması alınmış bir şeklin koordinatları $A(4,5)$, $B(2,1)$, $C(3,4)$, $D(1,5)$ tir. Yansıma yapılmadan önceki şeklin koordinatlarını yazınız.



Şekil 1: Bir öğrenci cevabı

3.soruyu doğru cevapladığı halde 4.soruyu cevaplayamayan bir öğrenci ile görüşüldüğünde, 'şekil verilseydi bu soruyu yapabiliyordum' cevabı alınmıştır.

Bu iki yansıma sorusuna bakılarak yansıma konusunda kavramsal soruların (%86,6), işlemsel sorulara (%46,6) göre daha çok yapılabildiğini söyleyebiliriz. Yani öğrenciler şeklin yansımasının çizilmesi istendiğinde daha başarılı olmaktadır. Ama sorunun içeriğinde koordinat bulma girdiğinde başarı düşmektedir.

Dönme

Dönüşüm geometrisi olan dönme dönüşümü ile ilgili kavramsal ve işlemsel soruların analizi Tablo 3 verilmiştir. Ayrıca sonuçlar, öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen bulgularla yorumlanmıştır.

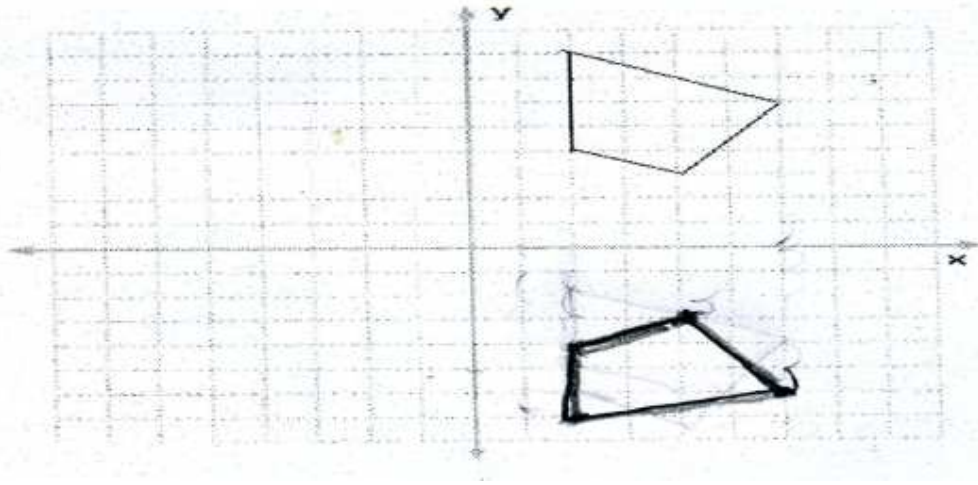
Tablo 3: Dönmede Kavramsal ve İşlemsel Soruların Analizi

Dönme	Kavramsal Sorular						
	5.soru		7. soru		8. soru		
Puan	Frekans (f)	Yüzde(%)	Frekans (f)	Yüzde(%)	Frekans (f)	Yüzde(%)	
0	48	40	36	30	17	14.1	
1	61	50.8	34	28.3	-	-	
2	-	-	17	14.1	7	5.8	
3	-	-	9	7.5	8	6.6	
4	11	9.1	24	20	88	73.3	
Toplam	120	100	120	100	120	100	
Dönme	İşlemsel sorular						
	6.soru a)		6.soru b)		17.soru		
Puan	Frekans (f)	Yüzde(%)	Frekans (f)	Yüzde(%)	Frekans (f)	Yüzde(%)	
0	57	47.5	60	50			
1	50	41.6	12	10	Doğru	13	10.8
2	-	-	-	-	Yanlış	86	71.6

3	-	-	-	-	Boş	21	17.5
4	13	10.8	48	40			
Toplam	120	100	120	100		120	100

Dönme konusunda sorulan ilk soru olan 5.soruda koordinat sisteminde bir şekil verilmiştir. Ancak koordinatlar yazılı değildir. Bu şeklin saat yönünde 90° döndürülmüş halinin çizilmesi istenmiştir. Öğrencilerin %40'ının, bu soruyu boş bıraktığı görülmüştür. (0 puan alanlar). Yarısı da x eksenine göre yansımaları çizmiştir (1 puan alanlar). X- eksenine göre yansıma çizerek cevaplayan öğrencilerden birinin çözümü Şekil 2 de verilmiştir.

Soru 5-)Aşağıdaki şeklin orjin etrafında saat yönünde 90° döndürülmüş halini çiziniz.



Şekil 2: Bir öğrenci çözümü

X eksenine göre yansımaları çizen beş öğrenci ile görüşülmüştür. Bu öğrencilerden biri ' koordinatlar verilseydi yapardım' cevabını vermiştir. (Bu öğrenci koordinatların veriliş döndürme yapıldıktan sonra yeni koordinatların yazılmasının istendiği diğer iki soruyu yapabildi. Koordinatlarını kendisinin de yazabileceğini ve sonra yapabileceğini hatırlatıldığında, bunun aklına gelmediğini söylemiştir). Diğer öğrenciler de aslında döndürme yapmak için başladığını, önce hangi bölgede olduğunu belirlediğini ama sonradan neden döndürme yapmayıp x eksenine göre yansımaları çizdiğini bilmediğini söylemişlerdir.

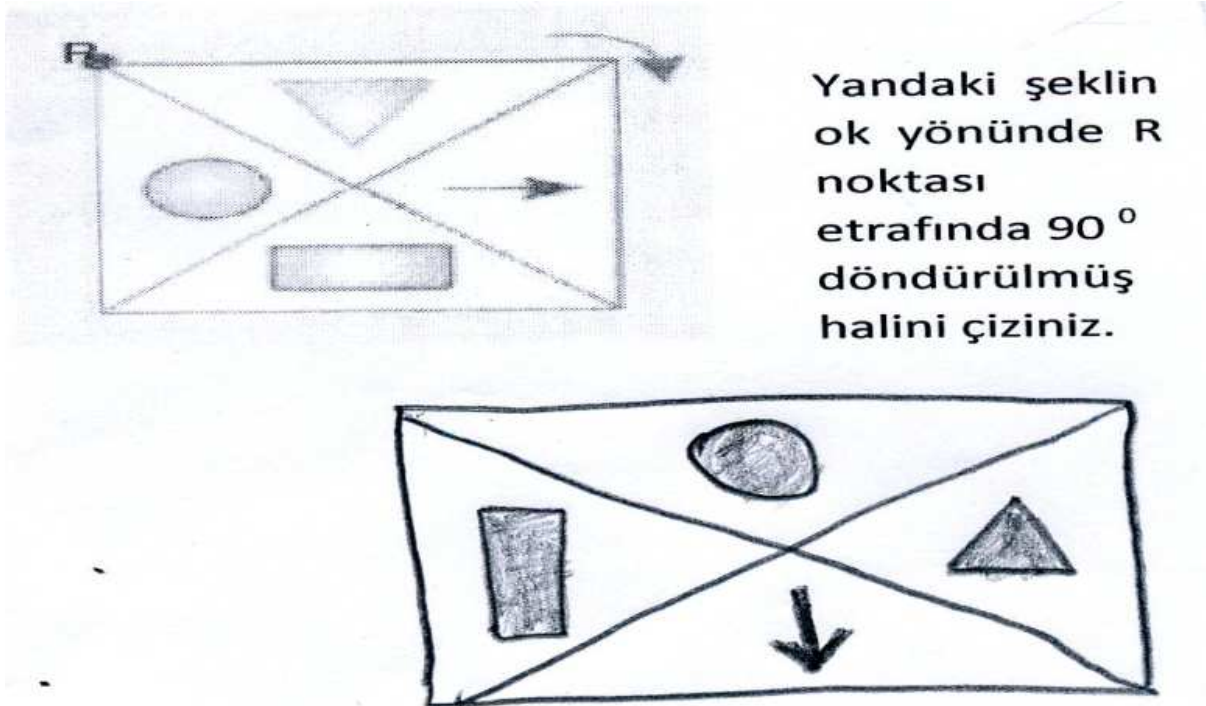
6.sorunun a şıkında bir üçgenin köşe noktalarının koordinatları verilmiştir. Bu şeklin saat yönünde 90° döndürülmesiyle oluşan şeklin koordinatlarının yazılması istenmiştir. Öğrencilerin %47.5'i ya boş bırakmış ya koordinatların aynısını yazmış ya da yazdığı koordinatların arasında ilişki olmaksızın bazılarının işaretlerini değiştirerek bazılarını da değiştirmeden rastgele yazmıştır (0 puan alanlar). Yine büyük bir kısmı %41,6 sı aynen yazıp ordinatın işaretini değiştirerek yazmıştır (1puan alanlar). % 10. 8 gibi bir kısmı doğru koordinatları yazabilmiştir (4 puan alanlar).

6. sorunun b şıkında aynı şeklin bu kez saat yönünde 180° döndürülmesiyle oluşan şeklin koordinatlarının yazılması istenmiştir. Yine öğrencilerin yarısı ya boş bırakmış ya da rastgele koordinatlar yazmıştır (0 puan alanlar). Hatta bazıları a şıkında yazdığı koordinatların 2 katlarından oluşan koordinatlar yazmışlardır. % 10 lük bir kısmı da apsisin işaretini aynen bırakmış ordinatın işaretini değiştirmiştir (1 puan alanlar). 6. Sorunun a şıkının doğru yapıma oranı % 10,8 iken b şıkının doğru yapıma oranı % 40'tır.

Bu üç döndürme sorusuyla ilgili 8 öğrenci ile görüşülmüştür. Bu öğrencilerden üç soruyu da doğru yapan sadece bir kişidir. Bu öğrenci dönme konusuyla ilgili ' her saat yönünde 90° döndürmede apsis ile ordinatın yer

değiştirdiğini, ordinata gelenin işaret değiştirdiği ' genelmesini hatırladığını söylemiştir. Bu öğrencilerden üçü ilk döndürme sorusunda şekli çizemedikleri halde, diğer iki soruda döndürme sonucu oluşan koordinatları yazabilmişlerdir. Bu öğrenciler döndürme sonucu oluşan şeklin önce hangi bölgede olduğunu düşündüklerini, her döndürmede noktanın eksenlere olan uzaklıklarının değiştiğini (önce x'e 2 birim, y'ye 3 birim sonra x'e 3 birim, y'ye 2 birim gibi) koordinatların işaretini de bulunduğu bölgeye göre yazdıklarını söylemişlerdir. Görüşülen öğrencilerden üçü, ilk 2 dönme sorusunu yapamadığı halde 3. soruyu yapabilenlerdir. Bunlar ' bir nokta 180° döndürüldüğünde noktanın apsisi ve ordinatı aynen kalır, bölgesi değiştiği için işaretleri değişir ' genelmesini hatırladıklarını söylemişlerdir.

Dönme konusuyla ilgili 7. ve 8. soruyu birlikte incelersek aslında aynı kazanımla ilgili olduklarını görüyoruz. 7. soruda şekil koordinat sisteminde verilmiş ve şeklin köşelerinden birinin etrafında saat yönünün tersine 90° döndürülmesiyle oluşan şeklin çizilmesi istenmiştir. 8.soruda ise bir kare köşegenleri çizilerek 4 parçaya ayrılmış, her parçanın içine şekiller eklenmiş ve karenin verilen köşesi etrafında verilen ok yönünde 90° döndürülmesi istenmiştir. 7. Sorunun doğru yapıma oranı % 20 iken, 8.sorunun doğru yapıma oranı % 73,3 tür. 8. Soruyu doğru yaptığı halde 7. Soruyu yanlış yapan bir öğrenci ile görüşülmüştür. Bu öğrenci saat yönünün tersinde olmasının kafasını karıştırdığını söylemiş ve koordinat sisteminde olunca şekli çizmenin daha zor olduğunu söylemiştir. 8. Soruda kağıdı saat yönünde 90° döndürerek oluşan şekle baktığını ve o şekilde çizdiğini, koordinat sistemi olmadığı için daha kolay geldiğini söylemiştir. 8.soruda 4 tane şeklin duruşunun çiziminde sadece üçgenin yönünün çizimiyle ilgili yapılan hata çoğunluktadır. Bu hatayı yapan öğrencilerden birinin çözümü Şekil 3 de verilmektedir.



Şekil 3: Bir öğrenci örneği

Dönmeyle ilgili olan çoktan seçmeli 17. Soru, test içinde en az doğru cevaplanan sorulardan biri olmasının yanında, en az doğru cevaplanan çoktan seçmeli sorudur. Teste katılan öğrencilerin %10,8 i doğru cevaplamıştır. Bu soruda koordinat sisteminde verilen şekil, köşelerinden biri etrafında saat yönünde 270° döndürülmesi istenmiş ve bu dönme sonucunda oluşan şeklin koordinatlarından biri sorulmuştur. Yine bir nokta etrafında döndürmenin sorulduğu 7. ve 8. Soruyu doğru yaptığı halde 17. Soruyu yanlış yapan ya da boş bırakan 7 öğrenci ile görüşülmüştür. Bu öğrenciler toplamda; şeklin görüntüsünün değişik olmasının ürküttüğü, 270° döndürme olduğu için yapamadığı, 90° olsaydı yapabileceği, şeklin köşelerinden birinin etrafında değil orijin etrafında döndürülseydi yapılabileceği gibi cevapları vermişlerdir.

Dönme konusuna genel anlamda bakarsak, öteleme ve yansıma göre daha az hatırlandığını söyleyebiliriz. Daha çok ezber bilgilerinin hatırlandığı da dikkat çekmektedir. Koordinat sisteminde öteleme ve yansıma sonucu oluşan şekillerin görüntüleri rahatlıkla çizilebildiği halde, dönme sonucu oluşan şekillerin görüntüsünün çizilemediğini de görüyoruz. Dönme konusunda yansıma ve ötelemenin aksine koordinat bulmada daha başarılı olunmuştur. Dönme konusunda verilere baktığımızda işlemsel sorularla kavramsal soruları karşılaştıramıyoruz. Sadece iki düzeyinde düşük olduğunu söyleyebiliriz.

Ötelemeli Yansıma

Dönüşüm geometrisinin bir parçası olan ötelemeli yansıma ile ilgili kavramsal ve işlemsel soruların analizi Tablo 4 verilmiştir. Ayrıca sonuçlar, öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen bulgularla yorumlanmıştır.

Tablo 4: Ötelemeli Yansıma Soruların Analizi

Ötelemeli Yansıma	Kavramsal Sorular					
	Doğru		Yanlış		Boş	
	Frekans (f)	Yüzde (%)	Frekans (f)	Yüzde(%)	Frekans (f)	Yüzde(%)
13. soru	32	26.6	82	68.3	6	5
15. soru	60	50	53	44.1	7	5.8
18. soru	67	55.8	49	40.8	4	3.3

Yansıma ve öteleme sorusunun beraber sorulduğu 3 tane çoktan seçmeli soru bulunmaktadır. Bu sorulardan 15. ve 18. sorunun doğru ve yanlış yapılma oranları birbirine yakındır.

Bu sorular içinde en az yapılma oranına sahip olan 13.soruda verilen bir şekilden diğer şekilleri elde etmek için hangi yansıma ve öteleme işlemlerinden oluşan sıralamanın uygulanamayacağı sorulmuştur. Bu soruda üç öğrenci ile yapılan görüşme sonucunda bu öğrencilerden ikisi '1.şekil yazılı şekle, dikkat etmediklerini kendilerinin soruda gördüğü ilk şekli 1. şekil olarak kabul ettikleri için yapamadıklarını', diğer bir öğrenci de 'kullanamayız' ibaresine dikkat etmediği için yanlış yaptığını' söylemiştir.

% 50 doğru yapılma oranına sahip olan 15. soruda ise verilen şekillerden hangisinin hem yansıma hem de öteleme simetrisine uygun olduğu soruluyor. Bu soruyu yanlış yapan öğrencilerden biri ile görüşüldüğünde soruyu görünce direkt yansımanın dikkatini çektiğini ve yansımanın daha net olarak B şıkkında olduğunu gördüğü için direkt B şıkkını işaretlediğini söylüyor. Soruyu yeniden yapmasını istediğimizde doğru cevapladığını görmüştür.

Yansıma ve ötelemenin birlikte sorulduğu sorulardan %55,8 ile en çok yapılma oranına sahip olan 18. Soruda 1. Şekilden 2. Şeklin elde edilmesi sırasında hangi işlemlerin uygulanacağı soruluyor. Yanlış yapan öğrencilerden üçü ile görüşüldüğünde ikisinin birim sayma da hata yaptığını, birinin de sola ve sağa öteleme da hata yaptığını görmüştür. Yeniden yapmaları istendiğinde doğru cevapladıkları fark edildi.

Yansıma ve ötelemenin birlikte sorulduğu bu sorulara bakarsak, yapılan yanlışların sebebini dikkat eksikliği olduğunu söylenebilir.

Fraktallar

Fraktallar ile ilgili kavramsal ve işlemsel soruların analizi Tablo 5 verilmiştir. Ayrıca sonuçlar, öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen bulgularla yorumlanmıştır.

Tablo 5: Fraktalar da Kavramsal ve İşlemsel Soruların Analizi

Fraktal	İşlemsel Sorular								
	9.soru		10.soru		12.soru		19.soru		
	Frekans (f)	Yüzde (%)	Frekans (f)	Yüzde (%)	Frekans (f)	Yüzde (%)		Frekans (f)	Yüzde (%)
0	19	15.8	13	10.8	24	20			
1	15	12.5	5	4.2	19	15.8	Doğru	52	43.3

2	29	24.1	29	24.1	14	11.6	Yanlış	63	52.5
3	8	6.6	3	2.5	5	4.2	Boş	5	4.2
4	49	40.8	70	58.3	58	48.3			
Toplam	120	100	120	100	120	100		120	100

Fraktal	Kavramsal Sorular				
	11.soru		16.Soru		
Puan	Frekans (f)	Yüzde (%)		Frekans (f)	Yüzde (%)
0	38	31.7			
1	12	10	Doğru	112	93.3
2	45	37.5	Yanlış	5	4.2
3	-	-	Boş	3	2.5
4	25	20.8			
Toplam	120	100		120	100

Testin 9.sorusunda üçgenlerden oluşan bir örüntünün ilk üç adımı verilmiş ve 5. Adımda oluşacak üçgen sayısı istenmiştir. Öğrencilerin %15.8'i boş bırakmış ya da soruda verilenleri yeniden yazmışlardır (0 puan alanlar). % 12.5 i ilk üç adımdaki üçgen sayılarını şeklin üstüne yazıp bırakmışlardır (1puan alanlar). %24 ü 4. Adımı çizip bırakmıştır ya da hiçbir işlem yapmadan doğru sonucu yazıp bırakmıştır (2puan alanlar). %6.6 sı anlaşılır bir açıklama yapmadan sonucu doğru bulmuşlardır ya da doğru strateji ile gittiği halde doğru sonucu bulamamışlardır (3 puan alanlar). % 40.8 i ise her adımı ve her adımda oluşan üçgen sayısını yazarak 5. Adımda oluşan üçgen sayısını doğru bir şekilde cevaplamışlardır.

Testin 10.sorusunda 1.adımda 3 tane, 2. Adımda 9 tane ucu olan bir fraktal verilmiş, 3. adımda oluşacak olan uç sayısı sorulmuştur. Teste katılan öğrencilerin % 10,8 i soruyu boş bırakmış ya da çözümlerle ilgisi olmayan işlemler ya da çözümler yaparak bırakmışlardır (0 puan alanlar). %4.2'si soruda verilen şeklin üzerine uç sayılarını yazıp bırakmışlardır (1 puan alanlar). %24 ü şeklin bir sonraki adımını çizmeye başlamış, bazı uçlara yine 3 er uç çizmiş ama tüm şekli tamamlamamıştır ya da hiçbir işlem yapmadan sadece sonucu yazmışlardır (2 puan alanlar). % 2.5'i şekli çizip bırakmış uç sayısı ile ilgili bir işlem yapmamışlardır (3 puan alanlar). % 58.3 ü doğru cevap vermiştir. Ama cevabı doğru kabul edilenlerin % 8lik kısmı uç sayısını yazmak yerine her adımdaki uç sayısını birbirine ekleyerek cevaplamışlardır. 10. soruya verilen cevaplardan biri şekil 4 verilmiştir.

Soru10-)

Yukarıdaki verilen fraktalın birinci şeklinde uç sayısı 3, ikinci şeklinde uç sayısı 9 olarak veriliyor.
Fraktal devam ettirilirse üçüncü şeklin uç sayısı kaç olur?

1. adım $3 = 3$
2. adım $3 + 9 = 12$
3. adım $3 + 9 + 27 = 39$

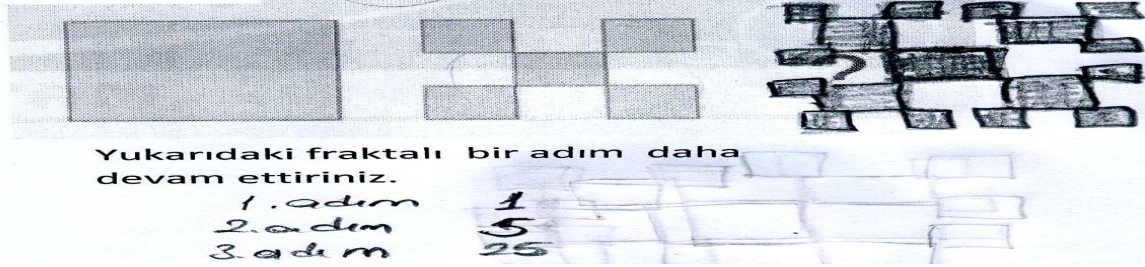
Şekil 4: Bir öğrenci örneği

Bu şekilde cevaplayan bir öğrenci ile görüşüldüğünde buna dikkat etmediği için yanlış cevapladığını, zaten 8.sınıftayken de bu tarz sorularda aynı hatayı yaptığını söylemiştir.

Testin bir diğer fraktal sorusu olan 12. Soruda fraktalın ilk üç adımı verilmiş 9. Adımdaki uç sayısı istenmiştir. Teste katılan öğrencilerin % 20 si boş bırakmış ya da hiçbir işlem yapmadan sonuçla ilgisi olmayan cevaplar yazıp bırakmışlardır (0 puan alanlar). % 15,8'i fraktaldaki örüntüyü bulmaya çalışırken yanlış bir strateji kullanmış bu yüzden devam edememiştir (1puan alanlar). %11,6'sı hiçbir işlem yapmadan direkt cevabı yazmış ya da verilen adımlardaki adım sayısı ile çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi yazıp bırakmıştır (2 puan alanlar). % 4.2 lik bir kısmı fraktalı 3. Adımdan devam ettirmiş gittiği adıma kadar bulunması gereken uç sayılarını doğru yapmış ama 9. adıma ulaşmadan bırakmıştır (3 puan alanlar). Geriye kalan %48.3'lük kısmı da testi doğru cevaplamışlardır. Yine doğru cevaplayanların % 10luk kısmı 10. soruda yaptığı gibi her adımdaki uçları toplayarak her adımdaki uç sayısını yazmıştır.

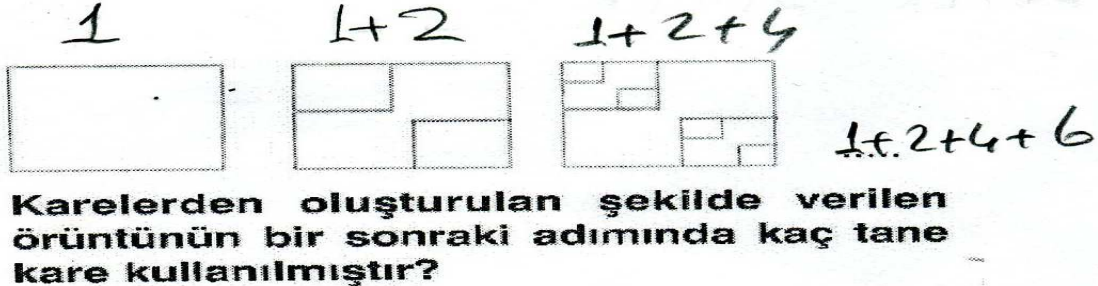
Fraktalar konusundaki işlemsel öğrenmelere yönelik 9. 10. ve 12. sorularla aynı kazanıma yönelik olan fraktallarla ilgili olan 19. Soru çoktan seçmeli bir sorudur. % 43ü doğru, % 52 si yanlış cevaplamış geriye kalanlar boş bırakmışlardır. Kare ile başlayan iç içe karelerle devam eden bu soruda ilk 3 adım verilmiş 4. adımdaki kare sayısını sormuştur. Görüşme yapılan 7 öğrenciden sadece 1 i bu dört soruya da doğru cevabı vermiştir. Diğer altısı ilk üç açık uçlu soruyu doğru cevapladığı halde 19. soruyu boş bırakmış ya da yanlış cevaplamıştır. Bu öğrencilerle görüşüldüğünde iki tanesi son soru olduğu için sıkıldığını ve dikkatsizlik ettiğini söylemiştir. 19. soruyu geriye kalan dördü ise Şekil 5 verilen şekilde cevaplamıştır. (4. Adımda $1+2+4+8=15$ kare olmalıdır.) Bu öğrencilerden biri 'fraktal içe doğru değil dışa doğru devam etseydi yapardım, içe doğru devam edenlerin arasındaki ilişkiyi bulmakta zorlanıyorum' cevabını vermiştir.

Soru11-)



Şekil 5: 19. Soruya bir öğrenci örneği

Testin 11. sorusunda ilk 2 adım verilmiş, 3. adımın çizilmesi istenmiştir. Teste katılan öğrencilerin %31.6'sı soruyu boş bırakmışlardır (0 puan alanlar). % 10 luk kısmı köşelere birer kare daha ekleyerek bırakmış ya da 3. adımdaki oluşacak olan kare sayısını hiçbir işlem ya da çizim yapmadan yazıp bırakmıştır (1 puan alanlar). %37.5 lik kısmı da oluşan kare sayısını yazmış ve ortadaki kare hariç diğer karelere 3 er kare ekleyerek devam etmiştir (2 puan alanlar). 11. soruya verilen cevaplardan biri Şekil 6 verilmiştir.



A) 9

B) 11

C) 13

D) 15

Şekil 6: Bir öğrenci örneği

Geriye kalan % 20.8lik kısmı 3. adımı doğru şekilde çizmiştir. 9. 10. ve 12. Sorulara doğru cevap verdiği halde bu soruya doğru cevap veremeyen 5 öğrenci ile görüşülmüştür. Bu öğrenciler '3. Adımdaki ya da sonraki

adımlardaki kare sayısını bulabilirim ama şekli devam ettiremem' cevabını vermişlerdir. Yeniden çizmeleri istendiğinde iki öğrenci birçok öğrencinin yaptığı hatayı yapmış ortadaki kare hariç diğer karelere 3 er kare ekleyerek devam etmiştir, üç öğrenci de çizemeyeceğini söylemiştir.

Fraktal konusundaki 16. Soru bu testin en çok doğru yapılan sorusudur. Çoktan seçmeli olan bu soruda hangi şıkkın fraktal olmadığı sorulmuştur, % 93,3 oranında doğru cevaplanmıştır. Görüşülen öğrencilerin hepsi bu soruya doğru cevap vermişlerdir. Fraktalın tanımını (orantılı olarak büyüme ve küçülme şeklinde tanımlamışlardır) düşündüklerini ve fraktal olmayan şıkkın hemen fark edildiğini, bu yüzden bu soruyu yapmakta zorlanmadıklarını söylemişlerdir.

Fraktallar konusundaki işlemsel öğrenmelere yönelik olan dört sorunun yapılma oranları % 40,8 ile % 58,3 arasında değişmektedir ve birbirine yakın sayılardır. Kavramsal öğrenmelere yönelik olan iki sorudan biri % 20,8 oranında doğru yapılırken, diğer çoktan seçmeli fraktal sorusu % 93.3 oranında doğru yapılmıştır. Burada da ortalama olarak kavramsal öğrenme ve işlemsel öğrenme birbirine yakındır. Ama soru bazında değerlendirsek en az yapılma oranı kavramsal öğrenme sorusundadır.

SONUÇ VE ÖNERİLER

9. sınıf öğrencilerinin 8. sınıfta gördükleri dönüşüm geometrisi ve fraktallar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerini belirlemek ve karşılaştırmak için yapılan bu çalışmada, işlemsel ve kavramsal öğrenmelerden herhangi birinin diğerine göre üstünlüğü olmadığı sonucuna varılmıştır. Literatürdeki incelenen çalışmalarda işlemsel öğrenmelerin kavramsal öğrenmelere göre daha başarılı olduğu görülmektedir (baki ve Kartal, 2002; Birgin ve Gürbüz, 2009) . Ancak bu çalışmada öteleme ve yansıma konusunda kavramsal öğrenmelerin daha fazla olduğunu, dönme ve fraktal konusunda işlemsel ve kavramsal öğrenmelerin birbirine yakın olduğunu söyleyebiliriz. Buradan yola çıkarak dönüşüm geometrisi ve fraktallar konusunda işlemsel ve kavramsal öğrenmelerin iç içe olduğunu görüyoruz. Testte yer alan sorular incelendiğinde test sorularının ölçmek istediği bilgi düzeyinin 'kavramsal mı yoksa işlemsel mi?' olduğu sorusuna, farklı açılardan bakıldığında iki farklı cevap verilmektedir. İşte bu yüzden dönüşüm geometrisi ve fraktallar konusunda işlemsel öğrenmenin olması için kavramsal öğrenme, kavramsal öğrenme olması için de işlemsel öğrenme olması gerekmektedir.

Testte yer alan, fraktalın bir adım daha devam ettirilmesi istenen 11. soruda öğrencilerin % 37,5 'i fraktalın bir sonraki adımını çizemediği halde, oluşan kare sayısını adımlar arasındaki ilişkiden yola çıkarak bulmuştur. 3.adımı çizemediği için kavramsal öğrenmenin gerçekleşmediğini söylerken, eğer sadece kare sayısı sorulsaydı bu soruya doğru cevabı verebilecekleri durumu 'yoksa işlemsel öğrenme mi gerçekleşti?' sorusunu sordurtmaktadır. Yine testte yer alan 19. Soruda öğrencilerin fraktal arasındaki ilişkiyi fark ettiği halde adımlar arasındaki kare sayısı ilişkisini yanlış devam ettirdiği için soruya yanlış cevap verdikleri görülmektedir. İşte bu soruda' kavramsal mı yoksa işlemsel bilgi eksikliği mi?' buna neden olmuştur sorusuna net bir cevap vermekte zorlanıldığını söyleyebiliriz. Bununla birlikte görüşme yapılan öğrencilerden birinin ' fraktal içe doğru değil dışa doğru devam etseydi yapardım, içe doğru devam edenlerin arasındaki ilişkiyi bulmakta zorlanıyorum' cevabı bu soruda ilişki kurmakta zorlanıldığını yani bunun nedeninin öğrencilerin kavramsal bilgi eksikliğine bağlı olduğu sonucuna ulaşılabilir.

Testteki ötelemeli yansıma sorularının yapılma oranlarına, verilen cevaplara ve öğrencilerle yapılan görüşmelere bakıldığında özellikle bu soru tiplerinde dikkat eksikliği göze çarpmaktadır. Yapılan görüşmelerde örneğin; 13. Soruda 1.şeklin hangisi olduğuna bakılmadan gördükleri ilk şekli 1. Şekil kabul ettikleri saptanmıştır. Testte genel olarak yapılan yanıtlara bakıldığında temel kavramsal bilgilerde de eksikler olduğu görülmektedir. Önce verilen noktaların koordinat sistemine yerleştirilmesi istendiğinde bazı öğrencilerin başarısız olduğunu ve dolayısıyla soruya devam edemediğini görüyoruz. Bu da ön öğrenmelerin tam gerçekleşmemesinin sonraki öğrenmelerin gerçekleşmesini engellediğini ve dolayısıyla işlemsel öğrenmelerin de bu yüzden gerçekleşmediğini gösterilmektedir.

Sonuç olarak dönüşüm geometrisi ve fraktallar konusunda işlemsel öğrenmelerde de kavramsal öğrenmelerde de eksiklik olduğu, kavramsal öğrenme yetersizliğinin işlemsel öğrenmeyi engellediği, işlemsel öğrenme olmamasının da kavramsal öğrenmeyi özümsemesini engellediği görülmektedir. Öğrencilerle yapılan

görüşmeler sonucunda bu konuların matematiğin diğer alanlarıyla ve hayatla ilişkilendirmedikleri ve o yüzden somutlaştırma gereği hissetmedikleri soyut bir biçimde ele aldıkları görülmektedir.

Çalışma sonucunda şu önerilerde bulunmaktadır.

- Matematiksel kavramların geliştirilmesi için öğrencilerde bunun gerekliliği inancı yaratılmalıdır.
- Anlamlı, yalnızca bilgileri hatırlamaktan uzak bir öğrenme olması için ön öğrenmelerin tam olarak gerçekleşmesine önem verilmelidir, bu konudaki eksiklikleri giderecek etkinlikler yapılmalıdır.
- Dönüşüm geometrisi, fraktallar gibi özellikle görselliği ön planda olan konular için ezbere dayalı, geleneksel yöntemlerden uzak öğrencinin ilgisini ve dikkatini çekecek şekilde hazırlanmış öğrenme ortamları hazırlanmalıdır.
- Öğrencilerin dikkat eksikliğinin giderilmesi için çalışmalar yapılmalıdır.
- Bu konuların ilerleyen sınıflarda yeniden ele alındığı konular, programa dâhil edilmelidir.

Not: Bu çalışma 25-27 Nisan 2013 tarihlerinde Antalya’da 28 Ülkenin katılımıyla düzenlenen “ International Conference on New Trends in Education – ICONTE – 2013 ”da sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

KAYNAKÇA

Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi. *Atatürk Üniversitesi 40.Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu*, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Baki, A., Kartal,T., (2002). Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Değerlendirilmesi. *UFBMEK Bildiri Özetleri Kitabı*, 211.

Baykul,Y.(2009).ilköğretimde Matematik Öğretimi(6-8. Sınıflar) ,PegemA Yayıncılık, 1.Baskı.

Bekdemir, M., Işık, A. (2007). Evaluation of conceptual knowledge and procedural knowledge on algebra area of elementary school students. *The Eurasian Journal of Educational Research*, 28, 9-18.

Birgin, O. ve Gürbüz, R., (2009). İlköğretim II. Kademe Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi . *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 22(2), 529-550.

MEB (2009), İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Klavuzu.

Olkun, S., Toluk Z.,(2004). İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi, AnıYayıncılık, Ertem Matbaacılık, Ankara.

Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelemesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt: (8) Sayı: (2)

Ek-1. Puanlama Anahtarı

BÜTÜNCÜL DERECELİ PUANLAMA ANAHTARI

0 PUAN: Çalışma aşağıdaki özellikleri taşıyorsa bu puan verilecek.

- Hiçbir çalışma yapılmamışsa
- Sadece yanlış sonuç yazılmışsa
- Problemdaki veriler sadece kopyalanmışsa veya problemi anlama izleri yoksa

1 PUAN: Çalışma aşağıdaki özellikleri taşıyorsa bu puan verilecek.

- Problemin alt amaçlarından birine sadece ulaşılmaya çalışılmış ve sonuçlandırılmamışsa
- Çözüm bulmaya başlangıç yapılmasına karşın bu başlangıç doğru cevaba neden olmayacaksa
- Uygun olmayan strateji ile başlangıç yapılmışsa veya bu strateji ile çözmeye çalışılmış fakat sonuçlandırılmamışsa

2 PUAN: Çalışma aşağıdaki özellikleri taşıyorsa bu puan verilecek.

- Problem anlaşılmissa ve uygun olmayan strateji ile başlangıç yapıldığı için yanlış sonuca alışılmışsa
- Doğru sonuç olmasına karşın çözüm anlaşılmıyorsa
- Sadece doğru sonuç varsa
- Sadece problemin alt amaçlarından birinin çözümü doğru ise
- Uygun strateji ile sadece başlangıç yapılmışsa
- Uygun strateji seçilmesine karşın yanlış uygulanmışsa

3 PUAN: Çalışma aşağıdaki özellikleri taşıyorsa bu puan verilecek.

- Problemi anlamış veya kısmen anladığı için uygun strateji kullanılmasına karşın yanlış sonuca ulaştıysa
- Uygun stratejiyi uygularken anlaşılmayan nedenlerden dolayı yanlış sonuca ulaşılmışsa
- Uygun stratejinin uygulandığının anlaşılmamasına karşın doğru cevap verilmişse
- Uygun strateji uygulanmış fakat sonuç yazılmamışsa

4 PUAN : Çalışma aşağıdaki özellikleri taşıyorsa bu puan verilecek.

- Uygun strateji uygularken hata yapmışsa ve bu hata problemi anlamadığı için veya kavram yanılığısı olduğu için değilse
- Uygun strateji uygulanmış ve doğru sonuca ulaşılmışsa (MEB, 2009).