İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kümeler Konusundaki Kavramsal Bilgi Düzeyleri

Halil Zehir[1], Ahmet Işık[2] ve Kıymet Zehir[3]

Özet

Bu çalışma ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının, matematiğin temelini oluşturan kümeler konusundaki kavramsal bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda ilköğretim matematik öğretmenliği anabilim dalı 3. ve 4. sınıf öğrencilerinden oluşan 145 öğretmen adayına üç tane açık uçlu soru içeren bir test uygulanmıştır. Verilen cevapların incelenmesi neticesinde, öğretmen adaylarının kümeler konusunda kullanılan kavramlarla ilgili kavramsal öğrenmeleri gerçekleştiremedikleri tespit edilmiştir. Özellikle tümleyen kavramı öğretmen adaylarının birçoğu tarafından idrak edilemediği ortaya çıkmıştır. Ayrıca küme işlemlerini Venn şeması ile gösteriminde evrensel kümenin ihmal edilmesi öğretmen adaylarının oldukça sık tekrarladığı bir olgudur

Anahtar Kelimeler: Küme, kavramsal bilgi, bilgi düzeyi

1- Araş. Gör., Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi, halilzehir@yahoo.com
2 - Prof. Dr. Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi
3 - Doktora Öğrencisi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

The Level of Conceptual Knowledge of Pre-Service Elementary Mathematics Teachers About Set

Abstract

This study is executed in order to determine the level of conceptional knowledge of nominees of primary education mathematic teacher about the sets forming the base of mats. In this direction; a test including three open-ended questions was applied to 145 pre-service teacher consisting 3rd and 4th class students of primary science department of mathematics education. As a result of being examined the answers given, it is determined that pre-service teachers could not realize the conceptional learning related to the concepts used in the subject of sets. Especially it is determined that complementation could not be figured out by most of pre-service teacher. Also ignoring the universal set in presenting the process of a set by Venn scheme is a phenomenon recurred frequently by pre-service teacher.

Key Words: Set, conceptual learning. level of knowledge

Giriş

İçinde bulunduğumuz çağda, matematik eğitimi, sadece matematiği bilen bireylerden ziyade, günlük hayatta matematiği kullanabilen, problem çözebilen, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşabilen, ekip çalışması yapabilen, matematikte öz güven duyabilen ve matematiğe yönelik olumlu tutuma sahip bireylerin yetiştirilmesini hedeflemektedir. (Baki, 2006). Bu hedeflerin gerçekleştirilmesi doğrultusunda son yıllarda matematik eğitimine bakış açılarında önemli değişiklikler olmuştur. 21. yüzyıl bilgi toplumları, bireylerin temel becerilerin ötesine geçerek, "yeni yeterlilikler" kazanmalarına gereksinim duymaktadır. (Gür ve Korkmaz, 2003). Bu gereksinimi gidermek için son yıllarda kavramların ele alındığı öğrenme stratejileri üzerinde önemle durulmaktadır. Özellikle yabancı kaynaklı araştırmalar bu konunun önemini çok defa vurgulamaktadırlar. Bu araştırmaların ulaştığı önemli sonuçlardan birisi; öğrenmenin, büyük ve pasif bir öğrenci kitlesi için bilginin gittikçe artan yığılımı olarak görülmesinin aksine, kavramların üretimi ve yapılandırılmasında öğrencinin çalıştırıldığı aktif bir uygulama olarak değerlendirilmesidir (Cleminson, 1990). Bilgi; ezbere alınan, gerçek anlamda hiçbir zaman öğrenilmeyen bir "yığın" olma işlevinden kurtarılmalı, tuğlaları tek tek dizilen muntazam ve sağlam bir yapı inşa ediliyormuş gibi özenle verilmelidir (Koray ve Tatar, 2003). Yıllardan beri, matematik öğretiminde öğretmen merkezli geleneksel yöntemler kullanılmıştır. Bu tür yöntemler,

tanım→formül → örnek→ alıştırma → uygulama

aşamalarını içermektedir. Burada kurallar ezberlenir ve anlamını bilmeden semboller üzerinde işlem yapma ön plana çıkar. Yeni matematik anlayışında ise işlemsel öğrenmenin yanında kavramsal öğrenmeye de önem verilir. Öğrencinin aktif katılımcı olarak yer aldığı öğrenci merkezli bu yaklaşımlar,

problem → keşfetme → varsayımda bulunma→ doğrulama ilişkilendirme → genelleme gibi aşamaları içerir (Baki, 2006:289).

Matematiği anlamanın iki temel yolu vardır. Bunlar Skemp'in (1978) yaptığı çalışmada ifade ettiği şekliyle enstrümantal ve ilişkisel anlamadır. Skemp yaptığı çalışmasında enstrümantal anlama ile öğrencilerin kavramları bilmeden, kuralları ezberleyerek matematiksel yapıyı kullanmalarını ifade ederken; ilişkisel anlama ile de matematiksel algoritmik yapıların öğrenme sürecinde anlamları keşfedilerek yapılandırılmasını kastetmektedir (Şengül ve Dereli). Skemp'in ifade ettiği ilk durum işlemsel öğrenmenin içinde yer alırken, ikinci durum kavramsal öğrenmenin içinde yer almaktadır. İşlemsel öğrenme görüşü matematiği öğrenciye doğrudan doğruya aktarılabilen bir bilgi kabul ederek öğretmeni kural ve yöntemleri bilen ve öğrenciye aktaran bir otorite olarak görmektedir. Kavramsal öğrenme görüşünde ise matematiksel bilginin doğrudan öğretmen tarafından öğrenciye aktarılabileceğine karşı çıkılarak, gerçek matematiksel anlamaların bizzat öğrencinin kendi etkinliklerinden meydana gelebileceği savunulmuştur (Cobb, 1986; Baki, 1995; Noss ve Baki, 1996). Kavramsal öğrenmede öğrenci, problem çözmede ve matematiksel bilgi üretmede kendi yaratıcılığını, sezgilerini ve yeteneklerini verimli bir şekilde kullanabilen bir problem çözücüdür. Bunun için kavramsal öğrenme yaklaşımı matematiği birbirine bağlı kavramlar ve düşünceler ağı olarak görülmüş ve bundan dolayı da Bell ve Baki (1997), matematiksel kavramların ve düşüncelerin dışarıdan kopya edilmesi yerine öğrencinin bizzat kendisinin yapısallaştırmasını önermişlerdir. Baki (1998)'e göre kavramsal öğrenmede kavram ve işlem bilgisine dengeli bir şekilde önem verilerek her iki tür bilgi de kullanılır.

İşlemsel öğrenmenin yapıtaşları olan işlemsel bilgide, bir kavram ya da işlemin nedenini bilmeye gerek görmeden yalnızca nasıl kullanılacağını bilmek durumu söz konusudur. İşlem bilgisi onu meydana getiren iki ayrı kısımla birlikte açıklanmaktadır. İşlem bilgisinin birinci kısmını matematiğin sembolleri ve dili oluşturmaktadır. Matematiksel semboller konunun yüzeysel özelliklerini vermekte fakat anlamını vermemektedir. İşlem bilgisinin ikinci kısmı ise kuralları, matematiksel problemleri çözmek için kullanılan bağıntıları, somut nesneler üzerindeki işlemleri, görsel diyagramları, zihinsel hayalleri veya matematiksel sistemin standart olmayan diğer nesnelerini içermektedir (Hiebert ve Lefevre, 1986). Kartal ve Baki (2004)'ye göre işlem bilgisi nedenler ve niçinler araştırılmadan sadece kural niteliğinde ezberlenerek kazanıldığı için öğretimde de genellikle kavramlara değil işlemlere önem verilmektedir. Kavramsal öğrenmenin öğesi olan kavramsal bilgide ise kavrama durumu öne çıkmaktadır (Baki, 1997). Kavram bilgisi sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ve adını bilmek değil, aynı zamanda kavramlar arasındaki karşılıklı geçişleri ve ilişkileri görebilmektir (Soylu ve Aydın, 2006). Kavramsal bilginin en temel özelliği içerik olarak doğru ve ilişkisel açıdan zengin olmasıdır. Kişinin içerik açıdan doğru bilgilere sahip olması, matematiksel kavramın esasını ve temel özelliklerini bilmesini gerektirmektedir.

Ancak, kavramsal bilgiyi sadece bu boyutlarıyla anlamak yetersiz kalmaktadır. Çünkü matematikte tek bir kavram kendi başına bir anlam ifade etmemektedir. Ne zaman ki bir kavram diğer matematiksel kavramlarla ilişkilendirilir, o zaman söz konusu kavram anlam kazanmakta ve bireyin zihninde kavramsal öğrenme dediğimiz olay gerçekleşmektedir. Bireyler matematiksel düşünceler arasında ilişkilendirmeler yaparak ve matematiksel kavramlar arasındaki var olan benzerlikler ve farklılıklar üzerinde yoğun düşünsel aktiviteler yürüterek kavramsal bilgiler geliştirirler. Matematikte kalıcı ve işlevsel bir öğrenme ancak işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesiyle mümkün olabilir (Baki, 1998). Matematikte kavramsal bir öğrenmenin ağırlıkta olması gerekirken işlemsel öğrenmeye daha çok ağırlık verilmektedir. İşlemsel ve kavramsal öğrenme dengelenmediğinde konular kavrama düzeyinde öğrenilememektedir. Matematiğin doğası soyut olduğundan, öğrenme sürecinde ilişkisel anlama gerçekleşmediğinde, öğrencide kavram yanılgıları ya da kavramla ilgili güçlükler oluşabilmektedir.

Anlamlı öğrenme, öğrenenin var olan birikimleriyle yeni bilgileri arasında bir ilişki kurması halinde gerçekleşmekte ve ancak öğrenenin zihnindeki şemalarla yeni bilginin bağlantısının kurulması sağlanırsa oluşmaktadır (Ausbel, 1960). Bu sebeple matematiğin temel kavramlarının zihinde iyi yapılanması, daha sonra öğrenilecek üst düzeydeki kavramların da zihinde iyi yapılanmasını kolaylaştıracaktır. Böylece zihinde oluşacak kavramsal yapılar, kavramsal analizi ve doğru sonuçlar çıkarmayı hızlandıracaktır (Paksu, 2008). Küme kavramı matematiğin temelini teşkil ettiğinden, matematiğin sağlıklı bir şekilde öğrenilmesi, küme kavramının ve kümelerle yapılan işlemlerin anlamlı öğrenilmesine bağlıdır. Bu nedenle temel teşkil eden konularla ilgili işlemsel bilgilerin yanında kavramsal bilgilerin edinilmesi için çaba gösterilmesi gerekmektedir. Bunun yanı sıra, bireylerin kavramsal olarak yaptıkları hataların tespit edilip, bunların giderilmesine yönelik önlemler alınmalıdır.

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kümeler konusu dahilinde kavramsal olarak yaptıkları hataları belirleyip, kümeler konusunda yapılan hataların giderilmesine yönelik yapılacak diğer çalışmalara kaynak olarak kullanılması amaçlanmıştır.

Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeli, evren ve örneklem, veri toplama araçları ve geliştirilmesi, verilerin toplanması, verilerin çözümlenmesi ve konularına yer verilmiştir.

Araştırma Modeli

Bu araştırmanın yürütülmesinde genel tarama modeli kullanılmıştır Araştırma ile İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı’nda 3. ve 4. Sınıflarında öğretim gören öğretmen adaylarının kümeler konusu içinde geçen bazı kavramlara dair sahip oldukları kavramsal bilgi düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Evren ve Örneklem

Bu araştırmanın evreni İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı’nda 3. ve 4. Sınıflarında öğretim gören öğretmen adaylarından oluşmaktadır Araştırmanın örneklemini ise 2008-2009 öğretim yılında Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı’nda 3. ve 4. Sınıflarında öğretim gören öğrenciler oluşturmaktadır.

Veri Toplama Aracı ve Geliştirilmesi

Durum çalışması yaklaşımı kullanılarak yürütülen bu araştırmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kümeler konusundaki kavramsal bilgi düzeylerinin tespit edilebilmesi için ilgili literatür taranmış ve uzman görüşlerine başvurulmuştur. Literatür taraması neticesinde yol gösterici bir çalışmaya ulaşılamadığı için, ilgili dersleri yürüten öğretim elemanlarının görüşleri doğrultusunda, her biri seçenekler içeren 3 adet açık uçlu sorudan oluşan bir test hazırlanmıştır. Hazırlanan test 18 öğretmen adayına pilot olarak uygulanmış ve gerekli düzenlemeler yapılarak uygulanabilir hale getirilmiştir.

Bulgular

Kümeler konusu içinde yer alan kavramlara ve işlemlere, kavramsal bir bakış açısıyla yaklaşıldığı bu çalışmada, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalında öğretim gören öğrencilere, kümelerle yapılan birleşim, kesişim, fark, simetrik fark işlemlerini ve kümelerin farklı gösterim biçimlerini (Venn şeması, ortak özellik yöntemi), tümleyen, küme, alt küme, evrensel küme, eleman kavramlarını içeren 3 adet açık uçlu soru yöneltilmiştir. Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar doğru, kısmen doğru yanlış ve boş kategorilerine göre sınıflandırılmıştır ve elde edilen sonuçlar Tablo 1 de verilmiştir.

Tablo-1: Çalışmaya katılan öğrencilerin cevaplarının sınıflandırılması.

Sorular			Doğru		Kısmen Doru		Yanlış		Boş	
			f	%	f	%	f	%	f	%
1. Soru	a şıkkı		119	82,06	0	0	24	16,55	2	1,37
	b şıkkı		35	24,13	76	52,41	28	19,31	6	4,13
	c şıkkı		0	0	0	0	131	90,34	14	9,65
2. Soru	a şıkkı		42	28,96	57	39,31	39	26,89	7	4,82
	b şıkkı		68	46,89	0	0	73	50,34	4	2,75
	c şıkkı		37	25,51	0	0	95	65,51	13	8,96
3. Soru	a şıkkı	Matematiksel İfade	107	73,79	0	0	32	22,06	6	4,13
		Venn Şeması	48	33,10	53	36,55	37	25,51	7	4,82
	b şıkkı	Matematiksel İfade	31	21,37	0	0	98	67,58	16	11,03
		Venn Şeması	13	8,96	0	0	116	80,00	16	11,03

Çalışmada yer alan birinci soru, temelde tümleyen kavramını içeren fakat çözülebilmesi için kümelerin ortak özellik yöntemi ile gösterimi, küme, alt küme, eleman kavramları ile ilgili kavramsal bilgi gereken bir sorudur. Öğrencilere, verilen kümelerin tümleyenlerini bulabilmeleri için, hem bahsedilen kavramlara hem de tümleyen kavramı hakkındaki kavramsal bilgilere sahip olmalarını gerektiren kümeler verilmiş ve bunların tümleyenlerini bulmaları istenmiştir.

Birinci soruda verilen ilk küme $A=[0,1]\subset R$ şeklindedir. Öğrencilerin % 82'lik bir çoğunluğu verilen bu kümenin tümleyenini doğru olarak bulmuştur. Öğrencilerin bu soruya vermiş oldukları doğru cevaplar arasında Alıntı–1 de görüldüğü gibi, $A'=R-[0,1]$ $A'=(-\infty,0)\cup(1,\infty)$ ya da $A'=\{x : x\in R \wedge x\notin[0,1]\}$ kümeleri yer almaktadır.

Alıntı-1: Öğrencilerin $A=[0,1]\subset R$ kümesinin tümleyenine vermiş oldukları doğru cevap örneklerinden alıntılar.

$A=[0,1]\subset R$ $\quad A'=\{x : x\in R \wedge x\notin[0,1]\}$

$A=[0,1]\subset R$ $\quad A'=(-\infty,0)\cup(1,\infty)\subset R$

Öğrencilerin %.16' sı $A=[0,1]\subset R$ kümesinin tümleyenine yanlış cevap vermiştir. Verilen bu yanlış cevaplardan birkaç örneği Alıntı-2'de verilmiştir.

Alıntı-2: Öğrencilerin $A=[0,1]\subset R$ kümesinin tümleyenine vermiş oldukları yanlış cevap örneklerinden alıntılar.

$A=[0,1]\subset R$ $\qquad A' = R \setminus \{[0,1]\}$

$A=[0,1]\subset R$ $\qquad A' = [0,1] \setminus R$

$A=[0,1]\subset R$ $\qquad R-(0,1)$

Çalışmanın birinci sorusunun b şıkkında öğrencilerden $B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ şeklinde verilen kümenin tümleyenini bulmaları istenmiştir. Bu soruya verilen cevaplardan %24,13'si, Alıntı-3'de gösterildiği gibi, $B'=Z-\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$kümesi ya da bu kümenin farklı biçimlerde gösterimi şeklindedir.

Alıntı -3: $B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ *kümesinin tümleyeni için verilen doğru cevap örnekleri.*

$B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ $\qquad B' = Z-\{0,1,1,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$

$B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ $\qquad B' = \{x : x\leq -1 \wedge x>11, x\in Z\}$

$B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ $\qquad B' = \{x : x\in(-\infty,-1] \cup (11,+\infty), x\in Z\}$

Öğrencilerin %52,41'inin B kümesinin tümleyenine vermiş olduğu cevap, kısmen doğru kabul edilen, $B'=Z-(-1,11]$ şeklinde ifade ettikleri kümedir. Burada ifade edilen küme her ne kadar doğru kümeyi yansıtsa da, öğrencilerin, verilen B kümesini (-1, 11] şeklinde aralık olarak algılamaları yapmış oldukları bir hatadır. Bunun yanı sıra B kümesinin tümleyenine verilen cevapların % 19,31'i yanlış cevaplardan oluşmaktadır. Bu yanlış cevapların ve kısmen doğru cevapların örnekleri Alıntı-4 de verilmiştir.

Alıntı-4: $B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ *kümesinin tümleyeni için verilen kısmen doğru cevap ve yanlış cevap örnekleri.*

$B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ $\qquad B' = Z-(-1,11]$

$B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ $\qquad B' = (-\infty,-1] \cup [12,\infty)$

$B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ $\qquad B' = \{x : x<-1 \text{ ve } x>11 \ x\in Z\}$

$B=\{x:-1<x\leq 11, x\in Z\}\subset Z$ $\qquad B' = \mathbb{R}-\{\{0\},\{1\},\{2\},\{3\},\{4\},\{5\},\{6\},\{7\},\{8\},\{9\},\{10\},\{11\}\}$

Bu çalışmanın birinci sorunun c şıkkında öğrencilerden $C=\{x : x\in[0,1], x\in Q\}\subset Q$ kümesinin tümleyenine cevap vermeleri istenmiştir. Hiçbir öğrenci bu soruya doğru cevap verememiştir. Öğrencilerin %57,2'si bu soruya $C' = Q-[0,1]$ ya da $C' = R-[0,1]$ şeklinde cevap vermişlerdir. Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplara birkaç örnek Alıntı-5 de sunulmuştur.

Alıntı-5: $C=\{x : x\in[0,1], x\in Q\}\subset Q$ *kümesinin tümleyeni için verilen yanlış cevap örnekleri.*

$C=\{x : x\in[0,1], x\in Q\}\subset R$ $\quad R-[0,1]$

$C=\{x : x\in[0,1], x\in Q\}\subset R \Rightarrow C'=\{x : x\notin[0,1],\ x\notin Q\}$

$C=\{x : x\in[0,1], x\in Q\}\subset R \Rightarrow C'=\{x : x<0,\ x>1,\ x\in Q\}$

$C=\{x : x\in[0,1], x\in Q\}\subset R \Rightarrow C'=\{x : x\in R-[0,1],\ x\in Q\}$

Alıntı-5 incelendiğinde, öğrencilerin [0,1] aralığındaki irrasyonel sayıları ihmal ettikleri, ve bu nedenle cevaplarının yanlış olduğu görülmektedir.

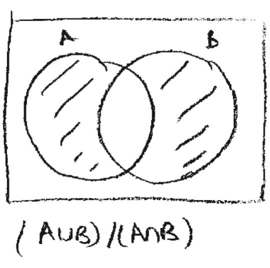
Çalışmada yer alan ikinci soruda öğrencilerden, matematiksel olarak verilen, kümeler konusunda kullanılan işlemlerin yer aldığı bazı kümeleri Venn şeması ile göstermeleri istenmiştir. Söz konusu olan A,B ve C kümelerinin ikişer ikişer ayrık olmadıkları belirtilerek

$$(A\cup B)\setminus(A\cap B),\ (A\cap B)' \text{ ve } A'\cup(B\cap C)'$$

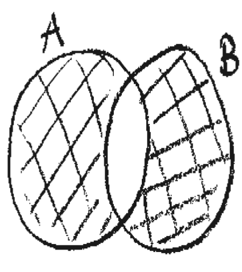
kümelerinin Venn şeması ile gösterilmesine ilişkin verilen öğrenci cevaplarından örnekler Alıntı–6 da verilmiştir.

Alıntı-6: Öğrencilerin $(A\cup B)\setminus(A\cap B)$ *kümesinin tümleyeni için verdikleri cevaplardan örnekler.*

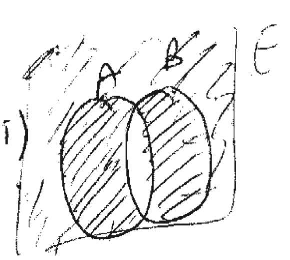
1. Çizim



2. Çizim



3. Çizim

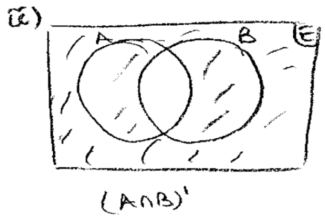


Alıntı-6'da verilen ilk çizim doğru, ikinci çizim kısmen doğru ve üçüncü çizim ise yanlış kabul edilmiştir. İkinci çizimde öğrenci evrensel kümeyi, dolayısıyla da A ve B kümelerinin dışında kalan elemanları ihmal etmiştir. Son çizimde ise çizdiği şekil $(A\cap B)$ kümesini ifade etmektedir.

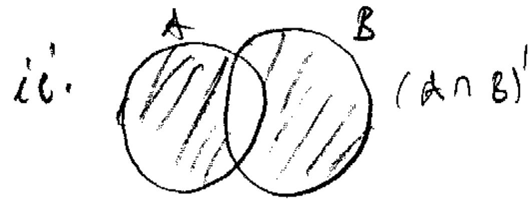
Çalışmada yer alan ikinci sorunun b şıkkı için öğrencinin verdiği cevaplardan örnekler Alıntı-7 de sunulmuştur.

Alıntı -7: Öğrencilerin $(A \cap B)'$ *kümesinin tümleyeni için verdikleri cevaplardan örnekler.*

1. Çizim



2. Çizim

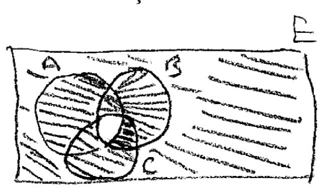


Alıntı-7 incelendiğinde ilk çizim doğru, ikinci çizimin yanlış olduğu görülmektedir. Çalışmaya katılan öğrencilerin % 46,52'i ikinci çizimdeki gibi bir şekil çizmiş ve evrensel kümeyi yani A ile B kümelerinde olmayan elemanları ihmal etmişlerdir.

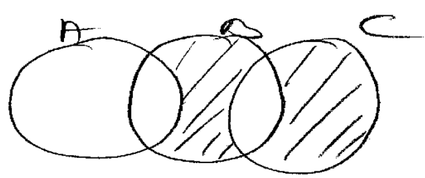
Çalışmada yer alan ikinci sorunun c şıkkı için öğrencilerin verdiği cevaplardan örnekler Alıntı-8 de sunulmuştur.

Alıntı-8: Öğrencilerin $A' \cup (B \cap C)'$ *kümesinin tümleyeni için verdikleri cevaplardan örnekler.*

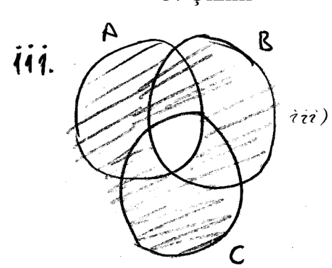
1. Çizim



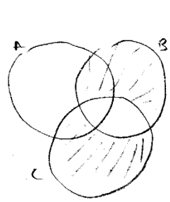
2. Çizim



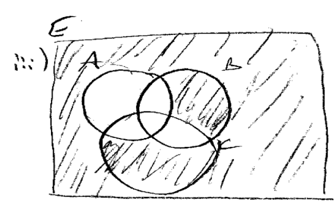
3. Çizim



4. çizim



5. Çizim



Alıntı-8 incelendiğinde, 1. çizimin doğru olduğunu, diğer dört çizimin ise yanlış olduğu görülmektedir. Öğrencilerin çizimleri gerçekleştirirken, evrensel kümeyi ihmal ettikleri (Çizim-3), kümelerin ayrık olmamaları gerekliliğini göz ardı ettikleri (Çizim-2) gözlenmektedir. Ayrıca verilen kümeyi Venn şeması ile gösterirken doğru yerleri tarayamadıkları (Çizim 4 ve 5) görülmektedir.

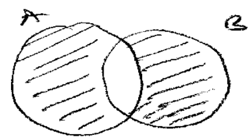
Çalışmada yer alan üçüncü soruda öğrencilere bazı kümelerin sözel ifadeleri verilmiş ve bunları matematiksel olarak yazmaları ve Venn şeması ile göstermeleri istenmiştir. Öğrencilerin bu soruya vermiş oldukları cevaplar çok fazla çeşitlilik göstermektedir ve en çok tekrarlanan cevaplardan örnekler Alıntı-9 ve Alıntı-10 da sunulmuştur.

Alıntı-9: Öğrencilerin üçüncü sorunun a şıkkı için verdikleri cevaplardan örnekler.

Örnek Cevap:1

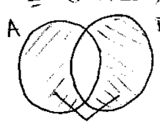
A ve B ayrık olmayan birer küme olmak üzere A nın içinde olup B nin içinde olmayan veya B nin içinde olup A nın içinde olmayan nesnelerin kümesi.

$C = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$
$= A \Delta B$



Örnek Cevap:2

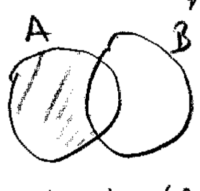
$A\cap B \neq \emptyset$ $\{\forall x : x\in A \wedge x\notin B\} \vee \{\forall x : x\in B \wedge x\notin A\}$
$= (A\cap B^c) \cup (B\cap A^c) = (A-B)\cup(B-A) = A\Delta B$

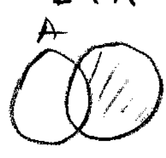


Örnek Cevap:3

$A\cap B \neq \emptyset$

$A\setminus B$ veya $B\setminus A$





$(A\setminus B)\cup(B\setminus A) = A\Delta B$ olur.

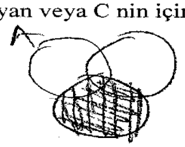
Alıntı-9'da ifade edilen örneklerde, sözel olarak verilen ifadenin matematiksel olarak karşılığı doğru bir şekilde cevaplanmıştır. Fakat, kümeleri Venn şeması ile gösterirken, evrensel kümeyi ihmal ettikleri görülmektedir. Ayrıca örnek cevap:3'te küme iki parça halinde gösterilmektedir. Bu nedenlerle bu şekilde ifade edilen cevapların

Venn şeması ile gösterilmesi gereken kısımları kısmen doğru kabul edilmiştir.

Alıntı-10: Öğrencilerin üçüncü sorunun b şıkkı için verdikleri cevaplardan örnekler.

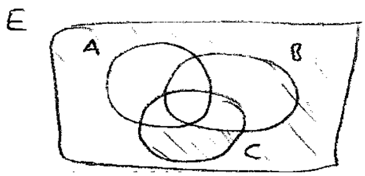
Örnek Cevap:1

A, B ve C ikişer ikişer ayrık olmayan birer küme olmak üzere A ve B nin içinde olmayan veya C nin içinde olan elemanların kümesi.



$(A \cup B)' \cup C$

Örnek Cevap:2

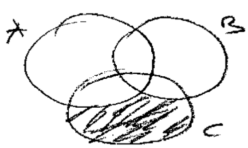


$[E \setminus (A \cup B)]$

Veya

$[[C \setminus (A \cup B)] \cup E]$

Örnek Cevap:3

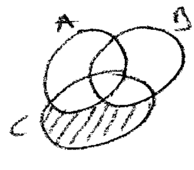


$(A \cup B)' \cup C = D$

$(C \setminus (A \cup B) = D)$

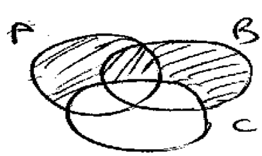
Örnek Cevap:4

$D = \{ x : \cancel{A}.\ x \in (A \cup B)' \cup C \}$



Örnek Cevap:5

$C \setminus (A \cap B)$



Alıntı-10'da ki örnek cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin bu tarzdaki sorularda nerelerde hata yapabildikleri görülmektedir. Çalışmaya katılan bir çok öğrenci verilen sözel ifadenin matematiksel karşılığını, $(A \cup B)' \cup C$ yerine $(A \cap B)' \cup C$,

$(A \cap B)' \cap C$ yada $C \setminus (A \cap B)$ gibi kümelerle ifade etmiştir. Hatta bazı öğrenciler $(A \cup B)' \cup C$ kümesinin $C \setminus (A \cup B)$ kümesine eşit olduğunu belirtmişlerdir (Örnek Cevap:3). Bundan önceki sorularda olduğu gibi, kümeleri Venn şeması ile gösterirken, öğrenciler evrensel kümeyi ve kümelerin ayrık olamayacaklarını ihmal etmişlerdir. Örnek Cevap:1'deki Venn şeması ile küme gösterimi her ne kadar doğru gibi görünse de, A,B ve C kümelerinde olmayan elemanları ihmal ettiğinden eksik elemanlar söz konusudur. Bu nedenle yanlış cevap olarak değerlendirilmiştir. Bunların yanı sıra 4. ve 5. örnek cevaplarda görüldüğü gibi öğrencilerin matematiksel olarak belirttikleri küme ile çizdikleri Venn şemasını belirttiği küme farklı kümeler olabilmektedir.

Yorum ve Tartışma

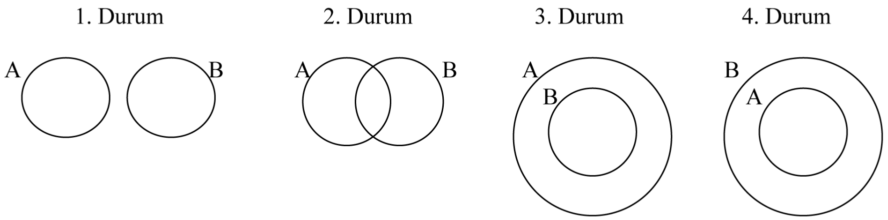
Kümeler konusundaki kavramların ve işlemlerin kavramsal olarak irdelendiği bu çalışmada, öğrencilerin işlemsel bilginin ötesinde, kavramsal bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla çeşitli sorular yöneltilmiştir. Bu soruların ilkinde, öğrencilerden verilen kümelerin tümleyenlerini bulmaları istenmiştir. Bu sorudaki kümeler, işlemsel bilgiyi ön plana çıkaran liste yönteminden ziyade, kavramasal bilgiyi gerektiren ortak özellik yöntemiyle verilmiştir. Bu sayede kümeler çeşitli şekillerde sınırlandırılmış ve öğrencilerin bu sınırlandırmalara, işlemlerde ne kadar dikkat ettiğinin üzerinde durulmuştur. Ayrıca ikinci ve üçüncü soruda kümelerin birbirlerine göre konumlarına dikkat çekmek amacıyla bir sınırlandırma getirilmiş ve kümelerin ayrık olmadıkları belirtilmiştir. Bu sayede kümelerin birbirlerine göre farklı şekillerde konumlanabileceklerini göz önünde bulundurmaları sağlanmaya çalışılmıştır.

Sorulara verilen cevapların analizi, kümelere getirilen özel kısıtlamaların öğrenciler tarafından idrak edilmesinin bir hayli zor olduğunu göstermektedir. Birinci sorunun a şıkkında verilen $A = [0,1] \subset R$ kümesine yüklenen özel bir kısıtlama ile A kümesi 0 ile 1 arasındaki reel sayıları ifade etmektedir (0 ve 1 kümeye dâhildir). Fakat aynı sorunun c şıkkında kısıtlama biraz daha arttırılmıştır ve verilen $C = \{x : x \in [0,1], x \in Q\} \subset Q$ kümesi 0 ile 1 arasındaki rasyonel sayıları ifade etmektedir (0 ve 1 kümeye dâhildir). A kümesinin tümleyeni için verilen cevapların büyük bir oranı doğru iken, C kümesinin tümleyeni için doğru cevap veren öğrenci yoktur. Verilen C kümesinin sadece rasyonel sayılardan oluşması, irrasyonel sayıların dâhil olmaması, öğrencilerin doğru cevap vermelerini engelleyen en büyük etkendir. C kümesi yanlış bir şekilde yorumlandığı için tümleyeni olarak ifade edilen kümelerde haliyle yanlış olmaktadır. Neticede C kümesinin tümleyeni içinde [0,1] kapalı aralığındaki irrasyonel sayıların olması hiç bir öğrenci tarafından fark edilmemiştir ve verdikleri cevaplar da yanlıştır

Öğrencilerin vermiş oldukları cevapların analizi neticesinde, öğrencilerin tek tip düşünmeye meyilli oldukları belirlenmiştir. Bunun en somut örneği ikinci ve üçüncü sorulara verilen cevaplarda kendini göstermektedir. Soruların açıklama kısımlarında, kümelerin ikişer ikişer ayrık olmadıkları belirtilmiştir. Bu ifade ile bazı kısıtlamalar getirilmiştir, fakat bu bir kümenin diğerinin alt kümesi olması hususunda bir kısıtlamaya neden olmamaktadır.

Birbirinden ve boş kümeden farklı A ve B kümelerini ele alırsak, bu kümelerin birbirlerine göre konumları şu şekilde olabilir.

Şekil-1: A ve B kümelerinin birbirlerine göre konumları



Şekil-1 incelendiğinde A ve B nin dört farklı biçimde yerleştirilebileceği görülmektedir. Çalışmada yer alan 2. ve 3. soruda yapılan kısıtlama ile ve kümelerin ayrık olmaları engellenmiştir. A ve B kümeleri ayrık olamayacağı düşünülürse öğrencilerin üç farklı durumu göz önünde bulundurması gerekmektedir. Verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin hemen hemen hepsi A, B kümelerinin birbirlerine göre olan konumlarında ihmallerde bulunmuşlardır. Kümelerin birbirlerine göre konumlarında sadece bir durumu göz önüne alıp, diğer iki durumu dikkate almamışlardır. Sadece 2 öğrenci bu ayrıntı için bir şekil çizmiş ya da bir açıklama getirmiştir. Geriye kalan öğrencilerin tamamı şekil-1'de belirtilen 2. durumu ele almış, 3. ve 4. durum hakkında hiç bir şey belirtmemiştir. Öğrencilerin neredeyse tamamı tek bir şablon üzerinde işlemlerini gerçekleştirmiş, farklı durumların varlığını göz ardı etmiştir.

Benzer bir durum, tümleyen işleminin temelini oluşturan evrensel küme kavramı içinde geçerlidir. Öğrencilerin 2. ve 3. soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, verilen kümeleri Venn şeması ile göstermeye çalışırken, evrensel kümeyi dikkate almadıkları ve A, B ve C kümelerinde bulunmayan elemanları göz ardı ettikleri görülmektedir (Alıntı 7, 8, 9 ve 10). Bazı durumlarda verilen küme için çizdikleri Venn şeması ile çizmeleri gereken Venn şeması her ne kadar aynı olsa da, çoğu zaman farklılık göstermektedir. Bu farklılığa dikkat edilmemesi veya bu farklılığın önemsenmemesi, öğrencinin tümleyen işlemi kavramsal olarak öğrenmediğini göstermektedir.

Öğrencilerin tek tip küme ilişkisi üzerinde durup, diğer ihtimalleri göz ardı etmeleri; sadece kümenin içindeki elemanları dikkate alıp, küme dışında kalan elemanları önemsememeleri, öğrencilerin eleştirel düşünme yeteneklerinin zayıfladığının ve durumlara ve olaylara farklı bakış açısıyla yaklaşma kabiliyetlerinin gelişmediğinin bir göstergesidir. Tabiî ki bunda, sınav sisteminin getirmiş olduğu ezberci zihniyetin etkileri göz ardı edilemez.

Bu sistemin bir çıktısı olan öğrenciler, bir fabrikasyon ürünü gibi, olaylara bakış açıları tek tip özellik gösteren bireyler haline gelmektedir.

Kaynaklar

Ausbel, D. P. (1960). The use of advance organizers in the learning and retention of meaningful verbal material. *Journal of educational Physology*, 51, 267-272.

Baki, A. (1995). What prospective teachers need to know to teach conceptually in mathematics? *The World Conference on Teacher Education*, Çeşme, Turkey.

Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi. *Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu*

Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.

Bell, A. ve Baki, A. (1997). *Ortaöğretim Matematik Öğretimi* (Cilt I). Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu yayınları.

Cleminson, A. (1990), Establishing and epistemological base for science teaching in the light of contemporary notions of the nature of science and of how children learn science. *Journal of Research in Science Teaching*, 27 (5), 429-445.

Cobb, P. (1986). Context, goals, beliefs, and learning mathematics, *For the Learning of Mathematics FLM*, 6. 2-9.

Gür, H. ve Korkmaz, E. (2003). İlköğretim 7.sınıf öğrencilerinin problem ortaya atma becerilerinin belirlenmesi. *Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi*. 01.11.2009, www.matder.org.tr.

Kartal, T. ve Baki, A. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerine cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2 (1)***

Koray, Ö. ve Tatar, N. (2003). ilköğretim öğrencilerinin kütle ve ağırlık ile ilgili kavram yanılgıları ve bu yanılgıların 6.,7. ve 8. sınıf düzeylerine göre dağılımı. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 1 (13)

Noss, R. ve Baki, A. (1996). Liberating school mathematics from procedural view. *Journal of Education Hacettepe University*, 179-182.***

Paksu, D.A.(2008). *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*. Ankara: Pegem Akademi.

Soylu, Y. Ve Aydın, S. (2003). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8 (2)***

Şengül, S. ve Dereli, M. *Geometrinin temel kavramları hakkında ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin kavram görüntüleri*, (05.11.2009), http:// oc.eab. org.tr/ egtconf/ pdfkitap/ pdf/ 645.pdf