

İLKÖĞRETİM 5. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERDE KARŞILAŞTIRMA VE SIRALAMA YAPMAYI GEREKTİREN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMLERİNDE KULLANDIKLARI TEMSİLLER¹

Çiğdem KILIÇ, Aynur ÖZDAŞ

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eskişehir.

Özet

Bu çalışmanın amacı, ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin, kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümleri sırasında, ne tür temsil kullandıkları ve bu kullandıkları temsillerle ilgili sorunlar yaşayıp yaşamadıklarını araştırmaktır. Araştırmaya toplam dokuz öğrenci katılmış ve her bir öğrenciye toplam üç tane problem sorulmuştur. Araştırmada veriler klinik görüşme tekniği ile toplanmış olup, veri analizinde Miles ve Huberman (1994) tarafından belirlenen sınıflama kullanılmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında, öğrencilerin problemlerin çözümleri sırasında konuşma dili, sembolik ve resimle (çizim ve şekil) temsil türlerini kullandıkları belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, öğrencilerden bazılarının probleme uygun temsil oluşturamama ya da kullanılan temsili problemle ilişkilendirememesi sorunlarını yaşadıkları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: *Temsiller, Kesirlerde Karşılaştırma ve Sıralama, Problem çözme*

FIFTH GRADE STUDENTS USED REPRESENTATIONS WHILE SOLVING PROBLEMS WHICH REQUIRE COMPARISON AND ORDERING IN FRACTIONS

Abstract

The purpose of the study was to investigate elementary fifth grade students used representations while solving problems which require comparison and ordering in fractions. Nine students participated and three problems requiring comparison and ordering in fractions were asked to each. In research data was collected via clinical interview technique and in data analysis classification determined by Miles and Huberman (1994) was used. The results obtained from the research showed that students used spoken language, symbolic and pictorial (drawing and figure) representations. Moreover, some of the students encountered issues like not constructing appropriate representation for problem or not associating representation that they used with the problems.

Keywords: *Representations, Comparison and Ordering Fractions, Problem Solving*

¹ Bu çalışmanın bir kısmı CERME-6, 2009, Fransa'da sunulmuştur.

1. Giriş

Kesirler konusu, ilköğretim matematik dersi öğretim programının önemli bir parçasını oluşturmaktadır. Çocukların kesirleri anlayabilmesi ve yorumlayabilmesi, onların kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapabilmelerine, kesirlerde sayı hissi ve denklik konusunu kavrayabilmelerine ve bunların sonucunda da kesirlerle ilgili hesaplamalar yapabilmelerine temel teşkil etmektedirler. Öğrencilerin kesirlerle ilgili hesaplama yapmaya başlamadan önce kesir kavramının çeşitli yönlerini ve kesirlerdeki ilişkileri anlamalarının gerektiği ve bunun içinde kesirlerin modellenmesini ve aynı zamanda öğrencilerin tamsayılardaki işlemlerin anlamlarını bilmeleri gerektiğini vurgulanmaktadır (1,2). Ayrıca, kesirleri anlamamanın; kesirlerle ilgili hesaplamalar yapmada önemli olmasının yanı sıra, çocukların gerçek yaşam problemleri ile ilgilenmelerine, daha sonraki öğrenmelerine katkı getirecek biçimde zihinsel yapılarının gelişmesine ve ilköğretimin sonlarına doğru çalışacakları cebire temel oluşturduğunu da belirtmektedir (3).

Kesirler, çocuklara, ilköğretim matematiğinde yer alan çoğu konudan daha zor ve karmaşık gelmektedir. Çünkü çocukların kesirleri sayı olarak algılamalarının ve dolayısıyla bu sayılarla işlemleri anlamalarının oldukça zor olduğu belirtilmektedir (4). Öğrencilerin kesirlerle ilgili yaşadıkları güçlüklerin matematiğin ardışık ve yığılmalı özelliği nedeniyle onların matematiksel yaşamlarını olumsuz etkileyeceği açıktır. Öğrencilerin kesirleri anlamadaki eksikliklerinin kesirlerle hesaplama yapma, ondalık ve yüzlük kavramları, kesirleri ölçmede kullanma, oran ve orantı kavramlarını anlamalarında zorluklar yaşamalarına neden olduğunu belirtmektedir (5).

Kesir kavramının matematikteki birçok kavramın öğrenilmesine temel oluşturmasına karşın, ilköğretim öğrencilerinin kesirlerle ilgili problemlerin çözümlerinde ya da kesirlerle ilgili hesaplamalarda, kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapma durumlarında kesirleri temsil etmede ya da kullandıkları temsillerle ilgili sorunlar yaşadıkları görülmektedir.

İlköğretim öğrencilerinin kesirlerle ilgili problemleri çözerken yapmış oldukları hataların ana kaynağının parça ve bütün kavramını anlayamamalarından, yanlış işlem seçmelerinden ve seçtikleri işlemleri doğru olarak yapamamalarından kaynaklandığı belirtilirken (6), kesirlerin pay ve paydalarını ayrı ayrı düşünüp işlem yapmalarından, toplama işlemini çarpma işlemine uyarlamalarından ve kesir problemlerini anlayamamalarından (7) kaynaklandığı ifade edilmektedir. Bunun yanı sıra, öğrencilerin kesirleri karşılaştırma ve sıralama yapmada da zorluklar yaşadıkları ve ilköğretim öğrencilerinin kesirlerle ilgili yaşadıkları bu zorluğun nedenlerinden birinin tam sayılardaki sıralama fikrini kesirlere uygulayamamaları ve bir diğer neden olarak da bu konunun öğretilmesinde izlenen yolun genellikle kuralların ezberlenmesine yönelik olduğu da belirtilmektedir (4,8.). Kesirlerle ilgili yaşanan sorunlardan bir diğeri de kesir kavramı öğretilirken ve öğrenilirken kullanılan temsillerle ilgilidir. Öğrencilerin temsillerle ilgili yaşadıkları zorlukların başında; kesirleri temsil etmek için kullandıkları araç-

lar, gösterimler, yöntemler ile kesirlerde karşılaştırma ve sıralama gerektiren etkinliklerde kullandıkları temsillerin yer aldığı belirtilmektedir (9, 10).

Kesirlerde karşılaştırma yaparken algoritma kullanılmadan önce kesirlerin somut ve resim biçiminde gösterilerek karşılaştırma yapılması gerektiğini belirtilmektedir (1). O halde öğrencilerin kesir içeren çalışmalarda, özellikle karşılaştırma ve sıralama gerektiren durumlarda başarılı olabilmeleri için, kesirlerin farklı temsil biçimlerinin kullanılması gerektiği anlaşılmaktadır. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (1-5 sınıflar) incelendiğinde, kesirlerde karşılaştırma ve sıralama konusuna üçüncü sınıftan itibaren yer verildiği, kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapılırken somut nesne, şekil, sayı doğrusu ve semboller gibi temsillerin kullanılması gerektiği vurgulanmaktadır (11). Bunlara dayalı olarak kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yaparken temsil kavramının ön plana çıktığı söylenebilir.

Temsil, bireylerin matematiksel bir etkinlikte, gözlenebilen biçimde oluşturdukları ürünler ile zihinlerinde içsel olarak oluşturdukları ürünlere karşılık gelmektedir (12). Temsil etme, bir olguyu ya da bir durumu başka bir durumda sunma biçimidir. Örneğin; bir sayı, bir kümenin eleman sayısını temsil edebilir, ya da aynı sayı, sayı doğrusu üzerinde yer alan bir noktayı temsil edebilir. En genel anlamıyla temsil bir işaret ya da işaretlerin bir yapılışını, karakter ya da objelerdir. Burada önemli olan nokta temsillerin (sembolle ifade etme, resmetme, kodlama ve sunma) başka şeylerin yerine kullanılabilmesidir (13). Temsillerin öğrencilerde, matematiksel kavramları anlama, ilişkilendirme, iletişim ve problem çözme gibi becerilerin gelişmesine önemli katkılar sağladığı bilinmektedir. Bu durum öğrencilerin çeşitli temsilleri kullandıkları, karşılaştırdıkları ve oluşturdukları zaman matematiksel kavram ve ilişkileri anlayabildikleri ve geliştirebildikleri biçiminde ifade edilmektedir (12). Öğrencilerin düşüncelerini organize etme ve fikirlerini iletmede kullandıkları temsiller; problem çözme becerilerinin gelişmesi, matematiksel bilgiyi anlama ve cebirsel düşüncenin gelişiminde gereklidir (14).

Temsillerle ilgili farklı sınıflamalara rastlamak mümkündür. Bazı araştırmacılar temsilleri içsel temsiller ve dışsal temsiller olmak üzere ikiye ayırmaktadırlar. İçsel temsiller bireyin gerçeğe ilgili zihinsel modellerine karşılık gelirken, dışsal temsiller ise bireyin gerçeğe ilgili görüşünü vurgulayan görünen nesnelere ya da kayıtlara karşılık gelmektedir (15).

Temsillerle ilgili bir başka sınıflama da Lesh, Post ve Behr (1987) tarafından yapılmış olan sınıflamadır. Bu sınıflamaya göre temsiller; durağan resimler, somut nesnelere, konuşma dili, yazılı semboller ve gerçek hayat durumları olarak belirlenmiştir. Bahsedilen bu temsilleri aşağıdaki biçimde açıklamak ve örneklendirmek mümkündür (3, 16);

- *Durağan resimler*; resimler, diyagramlar-durağan şekiller diye de adlandırılan bu temsil türünü matematiksel düşüncelerin resmedilmesi

anlamına gelmektedir. Dikdörtgen şeklinin çizilmesi ve bu şeklin dört eşit parçaya ayrılıp, parçalardan birinin taranması bu temsile örnek olarak verilebilir.

- *Somut nesnelere*; öğrencilerin dokunabildikleri, taşıyabildikleri ve genellikle istifleyebildikleri nesnelere olarak belirtilmektedir. Örneğin, öğrencilerin problem çözmek için küpler, onluk bloklar v.s. kullanmaları bu temsil biçimine örnek olarak verilebilir.
- *Konuşma dili*; konuşma dili temsiline iki tane kullanım biçimi vardır. Bunlardan biri, öğrencilerin kendi yanıtlarını anlatmaları, diğeri ise akıl yürütmelerini vurgulamalarıdır. Örneğin $\frac{1}{4}$ kesrinin, “dörtte bir” biçiminde ifade edilmesi bu temsil biçimine örnek olarak verilebilir.
- *Yazılı semboller*; hem matematiksel sembollere, hem de sembollerle ilişkili olan yazılı kelimelere denk gelmektedir. Bu temsil biçimi cümleler ya da sözcük dizisini de içermektedir. Örneğin, $\frac{1}{4}$, 0.25, %25, $x+3=7$ yazılı sembollere örnek olarak verilebilir.
- *Gerçek hayat durumları*; çeşitli problem durumlarını yorumlama ve çözmeye yarayan bilginin gerçek dünya olayları etrafında düzenlendiği deneyim tabanlı araçlardır. Örneğin, Tuana ve üç arkadaşı büyük bir çikolatayı eşit olarak paylaşmışlardır. Buna göre her biri ne kadar çikolata yemiştir? Bu durumun canlandırılması gerçek hayat durumları temsiline örnek olarak verilebilir.

Kesir kavramı öğrenciler ya da öğretmenler tarafından yazılı semboller, konuşma dili, somut nesnelere, durağan resimler ve gerçek yaşam durumlarının farklı kombinasyonları kullanılarak anlatılabileceği vurgulanmaktadır (17).

İlköğretim öğrencilerinin yukarıda ifade edilen temsil türlerini (resimle, konuşma dili, yazılı ve sembolik) bilmelerinin ve kesirlerle ilgili farklı etkinliklerde kullanmalarının (18) yanı sıra, ilköğretim öğrencilerinin eşit paylaşımı gerektiren kesir problemlerinin çözümlerinde çizim, şekil (kesir modeli), gerçek yaşam durumları ve sembolik temsilleri (19), kesirlerde karşılaştırma ve sıralamayı gerektiren problemlerin çözümlerinde sembolik, konuşma dili, sözel ve resimle temsili kullandıkları belirlenmiştir (10). Temsilleri içselleştirmiş olan öğrencilerin kesirleri anlama ve kesirlerle ilgili problem çözümede daha başarılı oldukları saptanmıştır (20).

Diğer taraftan öğrencilerin temsilleri bilmelerinin ve onları kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yaparken kullanmalarının, kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yaparken kullandıkları stratejileri etkilediği belirtilmektedir (10).

Kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yaparken temsillerin kullanımının önemli olmasına karşın, ilköğretim öğrencilerinin bu konuyla ilgili sorunlar yaşadıkları saptanmıştır. Gould'un (2005) araştırmasında ortaya koyduğu sonuçlara bakıldığında; öğrencilerin bu konuyla ilgili olarak özellikle durağan resimler ve sembolik temsillerle

İlgili sorunlar yaşadıkları belirtilmiştir. Öğrencilerden bazıları soruya uygun durağan resim temsili oluşturamamışlar ya da kullandıkları durağan resim (dikdörtgen şekli) temsili soruyla ilişkilendirememişlerdir. Öğrencilerin parça ya da bütün ilişkisini kurmak için durağan resim (üçgen şekli) kullandıkları ancak öğrencilerin kullandıkları bu temsilin eşit alan paylaşımını yansıtmadığı belirtilmiştir. Bunun yanı sıra, öğren-

cilerden $\frac{1}{5}$ ile $\frac{1}{6}$ kesirlerini karşılaştırmaları istendiğinde öğrencilerden birkaçı $\frac{1}{5}$ 'i

göstermek için durağan resim (daire alan şekli), $\frac{1}{6}$ 'yı göstermek içinde durağan resim (dikdörtgen alan şekli) kullanmışlar ve bu çizimlerini şekillerin altına da eğer alttaki sayı büyükse o küçük şeklinde bir yazılı açıklamada bulunmuşlar ve kullandıkları şekilleri soruyla ilişkilendirememişlerdir. Bu araştırmada yer alan öğrenciler çizdikleri şekilden bağımsız olarak iki kesri karşılaştırma yoluna gitmişlerdir.

Temsillerin kesirlerde sıralama ve karşılaştırma yapmada kullanımının önemli olduğu düşünüldüğünde, öğrencilerin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yaparken kullandıkları temsil türlerinin neler olduğunun ve bu temsil türlerini kullanırlarken sorunlar yaşayıp yaşamadıklarının belirlenmesi önemli bir yere sahiptir.

2. Yöntem

Bu araştırma ile, ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümleri sırasında, kullandıkları temsillerin türleri ve bu kullandıkları temsiller ile ilgili sorunlar yaşayıp yaşamadıklarının, öğrencilerin başarı düzeyleri de dikkate alınarak, belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu araştırmanın verilerinin toplanmasında, çözümlenmesinde ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntem ve teknikleri kullanılmıştır.

2.1. Araştırma Grubu

Bu araştırmada yer alan katılımcıların seçiminde maksimum çeşitlilik durum örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örneklem yöntemlerinden maksimum çeşitlilik durum örneklemesinin amacı, ana konuları ya da sonuçları saptamak ve açıklamaktır. Bu örneklemin yararı, her bir durumu iyi bir şekilde ayrıntılı olarak tanımlamak ve büyük derecede heterojenlik gösteren durumlar arasında ortaya çıkabilecek temalar ve bunların değerini ortaya çıkarmaktır (21). Araştırma, Eskişehir il merkezinde bulunan Mehmet Gedik İlköğretim Okulu beşinci sınıf öğrencilerinden, çalışmaya gönüllü olmaları temel alınarak, başarı düzeylerinde çeşitlilik gösteren toplam dokuz öğrenci ile gerçekleştirilmiştir.

Genelde araştırmacılara katılımcıların gerçek isimlerinin kullanılmaması bunun yerine katılımcılara takma adlar vererek isimlerinin değiştirilmesi önerilir (22). Bu nedenle bu çalışmada gizlilik esası temel alınarak katılımcıların gerçek adları yerine,

katılımcıların başarı düzeylerini temsil eden bir kodlama kullanılmıştır. Bu kodlamaya göre başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler Y_1, Y_2, Y_3 , başarı düzeyi orta olan öğrenciler O_1, O_2, O_3 ve başarı düzeyi düşük olan öğrenciler ise D_1, D_2, D_3 şeklinde gösterilmiştir.

2.2. Verilerin Toplanması

Bu araştırmada veriler, nitel araştırma kapsamında yer alan ve matematik eğitimindeki araştırmalarda sıkça kullanılan klinik görüşme tekniği ile toplanmıştır. Matematik eğitiminde klinik görüşme tekniğini kullanmanın amacı, belirli bir öğretimin etkililiğini, öğrencilerin bilgi yapılarını ya da becerilerini belirlemek, gelişim sürecini daha iyi anlamak ya da problem çözümlerindeki davranışlarını araştırmaktır (23). Araştırma kapsamında klinik görüşmelerde kullanılacak olan soru ve görevlerin (problemlerin) belirlenmesinde, bu konu ile ilgili yapılmış olan çalışmalar, matematik ders kitapları ve İlköğretim Matematik Dersi (1.-5.) Öğretim Programı incelenmiştir. Yapılan bu incelemeler sonunda klinik görüşmelerde kullanılacak olan sorular ve görevler belirlenmiştir. Hazırlanan bu sorular ve görevler alan uzmanlarına gösterildikten sonra, soruların ve görevlerin pilot çalışması yapılmıştır. Klinik görüşmelerde kullanılan görevler Tablo 1’de verilmiştir.

Araştırmada, öğrencilere kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren toplam üç tane problem sorulmuş ve problemlerin çözümleri sırasında, öğrencilere neler düşündüklerini ve neler yaptıklarını sesli olarak anlatmaları istenmiştir. Öğrenci-görüşmeci arasında geçen görüşmeler ise video kameraya çekilmiştir.

Tablo 1. Klinik görüşmelerde öğrencilere sorulan görevler (problemler)

Görevler	
Problem 1	Bir okulun bahçesine çiçek dikilecektir. Pazartesi günü bahçenin $\frac{1}{7}$ 'ine, Çarşamba günü $\frac{4}{7}$ 'üne, Cuma günü ise $\frac{2}{7}$ 'sine çiçek dikilmiştir. Buna göre hangi günlerde okulun bahçesine en çok ve en az çiçek dikilmiştir?
Problem 2	Arkadaşlarının doğum gününe giden Yavuz doğum günü pastasının $\frac{1}{3}$ 'ini, Hasan $\frac{2}{6}$ 'sini, Yücel ise $\frac{3}{9}$ 'ünü yemiştir. Buna göre pastayı en çok ve en az yiyen kişiler kimlerdir?

Problem 3	Tuana tatilde kitap okumaya karar vermiştir. İlk hafta kitabın $\frac{1}{7}$ 'ini, ikinci hafta $\frac{1}{5}$ 'ini üçüncü hafta ise $\frac{1}{9}$ 'ini okumuştur. Buna göre Tuana kaçınıcı haftalarda en çok ve en az kitap okumuştur?
-----------	--

2.3. Verilerin Analizi

Araştırma kapsamında toplanan verilerin analizine geçilmeden önce, klinik görüşmelerin dökümü yapılmış ve elde edilen verilerin analizinde “*verinin işlenmesi*”, “*verinin görsel hale getirilmesi*” ve “*sonuç çıkarma ve teyit etme*” bölümlerinden oluşan bir sınıflama kullanılmıştır (24).

Verinin işlenmesi: Dökümü yapılan verilerin sadeleştirildiği, özetlendiği ve kodladığı aşamadır. Bu aşamada, veriler sadeleştirilmiş ve Lesh, Behr ve Post (1987) tarafından geliştirilen temsillerle ilgili yapılan sınıflama temel alınarak veriler kodlama yoluna gidilmiştir. Bu sınıflamada yer alan durağan resim temsili “resimle temsil”, yazılı sembol ise “sembolik temsil” olarak yeniden adlandırılmış, diğer temsillerin adları ise aynen kullanılmıştır. Yapılan bu yeni düzenlemeye göre temsiller; sembolik, resimle, konuşma dili, gerçek hayat durumları ve somut nesnelere olarak sınıflandırılmıştır.

Araştırmadan elde edilen verileri, araştırmacı ve bir alan uzmanı birbirlerinden bağımsız çalışarak kodlamışlardır. Kodlamalar sonucunda ortaya çıkan “görüş birliği” ve “görüş ayrılığı” olan kodlar belirlenmiş ve aşağıdaki eşitlik (24) kullanılarak kodlayıcılar arası güvenilirlik %98 olarak bulunmuştur.

$$\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş birliği}}{\text{Görüş birliği} + \text{Görüş ayrılığı}}$$

Verinin görsel hale getirilmesi: İkinci aşama olan verinin görsel hale getirilmesinde çeşitli matrisler, grafikler, tablolar ve ağlar kullanılır. Bu aşamada kodlanan veriler temalar, alt temalar ve kategoriler birbirleriyle ilişkilendirilerek tablolar halinde görsel olarak sunulmuştur. Görsel hale getirilen veriler Tablo 2 ve Tablo 3’te sunulmuştur.

Sonuç çıkarma ve teyit etme: Veri analizinin bu aşamasında ortaya çıkan kavramlar, temalar ve ilişkiler yorumlanır, karşılaştırılır ve teyit edilir. Bu şekilde, araştırma sonuçlarının anlamlandırılması ve geçerliğinin sağlanması mümkün olmaktadır. Bu araştırma kapsamında ortaya çıkan ilişkiler ve temalar yorumlanmış ve birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

3. Bulgular

Araştırma sürecinde verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular, klinik görüşmelerde öğrencilerin kendilerine yöneltilen sorulara ve görevlere (problemlere) verdikleri açıklamalarından ve araştırmacının söylemlerinden doğrudan alıntılar yapılarak desteklenmiştir.

Öğrencilerin her bir probleme yönelik olarak kullandıkları temsiller, başarı düzeyleri de dikkate alınarak, Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Öğrencilerin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümleri sırasında kullandıkları temsillere ilişkin bulgular

Problemler	PROBLEMLERİN ÇÖZÜMLERİNDE KULLANILAN TEMSİLLER					
	Konuşma dili	Sembolik	Resimle		Somut nesne	Gerçek hayat durumları
			Çizim	Şekil		
Problem 1	$D_1, D_2, D_3, O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_3$	$D_1, D_2, D_3, O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_2, Y_3$	D_1, D_2	$D_3, O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_2, Y_3$		
Problem 2	$D_1, D_2, D_3, O_2, Y_1, Y_3$	$D_1, D_2, D_3, O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_2, Y_3$	D_1	$D_2, D_3, O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_2, Y_3$		
Problem 3	$D_2, D_3, O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_2, Y_3$	$D_2, D_3, O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_2, Y_3$	D_1, D_2	$D_2, D_3, O_2, O_3, Y_1, Y_2, Y_3$		

Tablo 2’de görüldüğü gibi, öğrenciler kendilerine sorulan problemlerin çözümlerinde konuşma dili, resimle temsil (çizim ve şekil) ve sembolik temsil kullanmışlar, ancak somut nesne ve gerçek hayat durumları temsillerini kullanmamışlardır.

Problem 1’e yönelik D_3 kodlu öğrenciye problemi çözmek için ne yapmayı düşünürsün diye sorulduğunda, öğrenci ilk olarak konuşma dili temsili kullanarak problemi çözmüştür. D_3 “Burada en az bir bölü yedisi, en çok dört bölü yedisi. ..bir parça yediye bölünüp biri alınmış, öbürküler Çarşamba gününde bir parçayı yediye bölüp dördü, Cuma günü ise yediye bölüp ikisi alınmış. O yüzden bir bölü yedisi en az. En az Pazartesi. Dört bölü yedisi. Bir parçayı yediye bölüp dördünü almışlar. En çok Çarşamba günü” biçiminde bir açıklamada bulunmuştur.

Benzer biçimde öğrencilerinden hemen hepsi problemlerin çözümlerinde konuşma dili temsili kullanmışlardır.

Öğrencilerin tamamına yakının problemlerin çözümlerinde sembolik temsili kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin problemlerin çözümlerinde kullandıkları sembolik temsile örnek olarak problem 1 ile ilgili olarak O_3 kodlu öğrenci kesirleri küçükten büyüğe ve büyükten küçüğe doğru sıralayacağını belirtmiş ve kesirleri sembolik

temsil kullanarak karşılaştırma ve sıralama yoluna gitmiştir. O_3 bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir.

Örneğin öğrencilerden Y_2 ise, problem 2'nin çözümü sırasında aşağıdaki biçimde sembolik temsil kullanmıştır.

A: Ne yapmayı düşünüyorsun problemi çözmek için?

Y_2 : Sadeleştirme yapmayı düşünüyorum. Bu üç ile ($\frac{3}{9}$ 'yi göstererek) bu iki ile sadeleşir ($\frac{2}{6}$ 'yi göstererek).

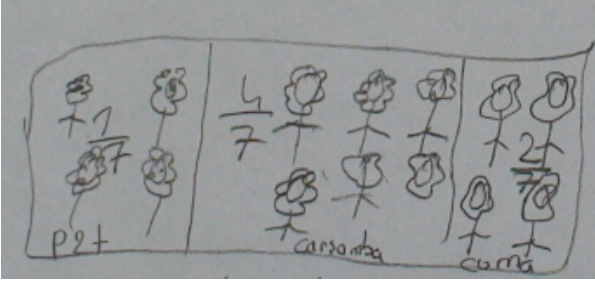
Bütün bunlar birbirine eşit sadeleştirme yaptığımızda hepsi eşit. Hepsi eşit yiyor.

Y_2 bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir.

Öğrencilerden hemen hepsi kendilerine sorulan problemlerin çözümlerinde sembolik temsilleri kullanmışlardır.

Problemlerin çözümleri sırasında resimle temsilleri kullanan öğrenciler olmuştur. Öğrenciler genelde ilk olarak konuşma dili ve sembolik temsil kullanmışlar daha sonra öğrencilere problemleri başka bir yolla çözüp çözemeyecekleri sorulduğunda resimle temsilleri kullanma yoluna gitmişlerdir. Öğrencilerin problemlerin çözümlerinde kullandıkları resimle temsillere bakıldığında; çizim ve şekil temsillerinin yer aldığı görülmektedir.

Örneğin öğrencilerden D_2 problem 1'in çözümü sırasında bahçe çizmiştir. Bu öğrenci problemin içeriğinde yer alan matematiksel bilgiyi çizim temsili kullanarak göstermiş ve problemi bu temsili kullanarak çözmeye çalışmıştır. Ancak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

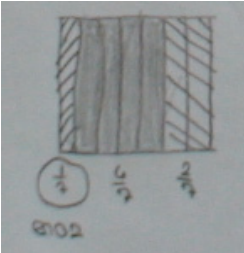


Çarşamba
en az dikilen
ciğdem yem

Problemlerin çözümü sırasında şekil temsilini kullanan öğrenciler olmuştur. O₁ kodlu öğrencinin problem 1'in çözümünde kullandığı temsil bu temsil biçimine örnek olarak verilebilir. Öğrenci önce sembolik temsil ve konuşma dili temsilini kullanmış daha sonra resimle temsil kullanma yoluna gitmiştir.

A: Daha başka nasıl yapabilirsin? Burada böyle bir sıralama yaptın? (sembolik olarak kesirlerde sıralama yaptıktan sonra) Aklına gelen başka bir şey var mı?

O₁: Evet bir bahçe bu kadar bir yer kaplıyor. Bu bahçenin pazartesi günü bir bölü yedisine bir iki üç dört beş altı yedi. Pazartesi günü bir bölü yedisine öğretmenim hangisinin küçük olduğunu göstermek için tek tek çizicem. Şekil üzerinde göstermek daha kolayıma geliyor hangisinin daha küçük olduğunu göstermek için ehli Çarşamba günü dört bölü yedisine. Bu dört bölü yedi en fazla.

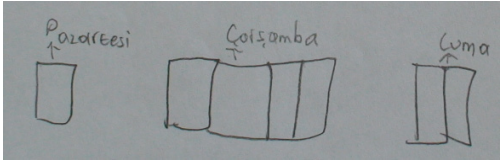
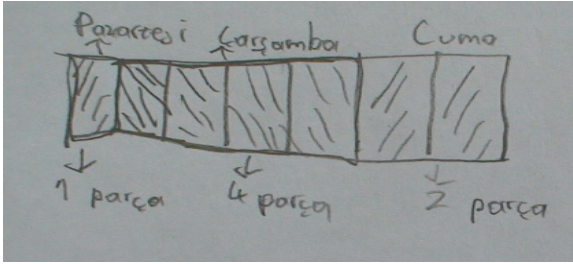


A: Neden en fazla?

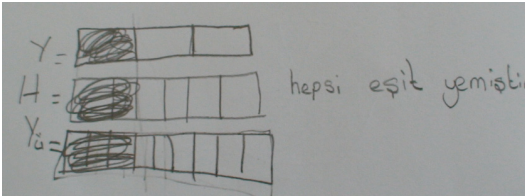
O₂: Burada bir parçaya dikilmiş burada dört parçaya dikilmiş. Cuma günü ise iki parçaya dikilmiş. Burada en küçük öğretmenim bu en küçük (çizdiği şekilde bir parçayı tarayarak) sonra bu (çizdiği şekilde iki parçayı tarayarak) sonra bu (çizdiği şekilde dört parçayı tarayarak) öğretmenim.

A: Peki en az hangi gün dikilmiş?

O₂: Pazartesi en az çünkü bir parçaya dikilmiş.



Y_1 ise yukarıdaki biçimde resimle temsil kullanma yoluna gitmiştir. Y_1 “burada Pazartesi gününde bir parça, Çarşamba günü dört parça, Cuma günü iki parça. Pazartesi günü en az, Çarşamba günü de en çok çiçek dikilmiştir” biçiminde görüş bildirmiştir. Y_1 kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yaparken problemde yer alan her bir kesir sayısını tek bir şekil üzerinde göstermiş daha sonra bu kesir sayılarında karşılaştırma ve sıralama yapmak için ilk çizdiği şekil üzerinde taradığı her bir kesir sayısını ayrı ayrı şekiller üzerinde göstererek karşılaştırma ve sıralama yapmıştır.



Öğrencilerden Y_3 ise problem 2'nin çözümünde yukarıdaki biçimde bir şekil temsili kullanmıştır. Problemde verilen her bir matematiksel bilgiyi gösteren şekiller çizmiş ve problemi bu oluşturduğu temsilleri kullanarak doğru biçimde çözmüştür.

Her bir probleme ilişkin öğrencilerin temsillerle ilgili yaşadıkları sorunlar, öğrencilerin başarı düzeyleri de dikkate alınarak Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Öğrencilerin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsiller ile ilgili yaşadıkları sorunlara ilişkin bulgular

Problemler	TEMSİLLERLE İLGİLİ YAŞANAN SORUNLAR					
	Probleme uygun temsil oluşturamama			Kullandığı temsili problemle ilişkilendirememe		
	Konuşma dili	Sembolik	Resimle	Konuşma dili	Sembolik	Resimle
Problem 1	D_1, D_2	D_1, D_2	D_1, D_2			
Problem 2	D_1, D_2, D_3	D_1, D_2, D_3	D_1			D_2, D_3
Problem 3	D_2, D_3, O_1	D_2, D_3, O_1	D_1, D_2			D_3

Tablo 3'te görüldüğü gibi, öğrencilerin problemlerin çözümleri sırasında temsillerle ilgili yaşadıkları sorunlar iki başlık altında ortaya çıkmıştır. Bunlardan biri probleme uygun temsil oluşturamama, diğeri ise kullandığı temsili problemle ilişkilendirememedir. Öğrencilerden bazıları problem çözme sırasında probleme uygun konuşma dili temsili, sembolik temsil ve resimle temsil oluşturamamışlar, bazıları ise problem çözme sırasında kullandıkları resimle temsili problemle ilişkilendirememişlerdir.

Probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamamaya örnek olarak problem 1'de D_2 kodlu öğrencinin “*dikilen günlerin toplam sayısı 11h burada dört bölü yedi daha az dikilmiştir. Çünkü burada bir parça yediye yedinin bir parçasını almışlar. Daha büyük yani burada yedi parçaya ayırmışlar. Ama parçalar daha küçük*” biçimindeki ifadesi örnek olarak verilebilir.

Burada öğrencinin aslında konuşma dili temsili kullanmasına karşın, bu temsili probleme uygun olarak kullanamadığı görülmektedir.

Diğer bir örnek problem 2'ye yöneliktir. D_3 kodlu öğrenci problemin çözümü sırasında “*en çok pastayı Yücel yemiş çünkü pastanın dokuzda üçünü yemiş. En az Yavuz yemiş üçte birini*” olarak bildirdiği görüşte konuşma dili temsili probleme uygun olarak ifade edememiştir.

Düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin hemen hepsinin problemlerin çözümlerinde kullandıkları konuşma dili temsili problemin çözümüne uygun olmadığı görülmüştür.

Problem çözümü sırasında temsil kullanımına yönelik gözlenen bir diğer sorunun probleme uygun sembolik temsil oluşturamama biçiminde olduğu görülmüştür.

Probleme uygun sembolik temsili oluşturamamaya örnek olarak D_2 kodlu öğrencinin problem 1'in çözümü için kullandığı sembolik temsil örnek olarak verilebilir. D_2 'ye problemi nasıl çözeceği sorulduğunda öğrenci aşağıdaki biçimde sembolik bir temsil oluşturma yoluna gitmiştir.

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7}$$

Aynı sorunu problem 2'nin çözümü sırasında D₃ kodlu öğrenci yaşamıştır. Öğrenci problemin çözümü sırasında sembolik temsil oluşturmuş ancak oluşturduğu bu temsilin probleme uygun olmadığı görülmüştür. Öğrenci önce resimle temsil oluşturmuş, problemi daha başka nasıl çözersin diye sorulduğunda öğrenci aşağıdaki biçimde sembolik bir temsil oluşturmuştur.

A: Peki probleme bir daha bak bakalım başka nasıl çözebilirsin? (şekilleri (kesir modelleri) çizdikten sonra).

D₃: Büyüklük küçüklük ilişkisine göre.

A: Neye dikkat edicez o zaman sence?

D₃: Parçaların eşitliğine. En çok Yavuz yemiş en büyük dilimler onun çünkü (çizdiği şekillere bakarak). En az yiyen Yücel.

$$\frac{3}{9} < \frac{2}{6} < \frac{1}{3}$$

En az yemiş Orta yemiş A₂ yemiş

A: Yavuz mu yemiş en çok bir daha bak bakalım?

D₃: Evet.

A: Nasıl anladın peki anlatır mısınız?

D₃: Pay ve paydalarını karşılaştırdığımda böyle oluyor.

A: Nasıl karşılaştırdın peki?

D₃: Üç parçaya bölünmüş, diğerinde daha çok parçaya ayrılmış dokuza bölünmüş. O nedenle en büyük bir bölü üç.

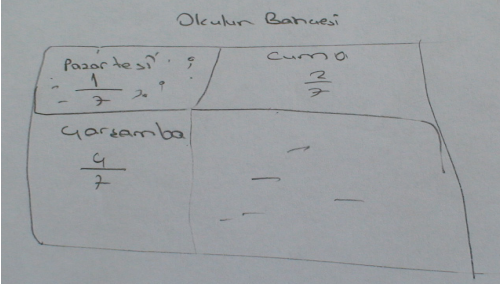
Problemlerin çözümü sırasında probleme uygun resimle temsillerden çizim temsili oluşturamayan öğrenciler olmuştur.

Probleme uygun resimle temsili oluşturamamaya D₁ kodlu öğrencinin problem 1'in çözümü sırasında kullandığı temsil örnek olarak verilebilir. Sembolik temsil kullanılarak problemi çözmeye çalışan öğrenciden problemi başka bir yolla çözüp çözemeyeceği sorulduğunda, öğrencinin çizim temsilini kullanarak problemi çözmeye ça-

lıştığı görülmüştür.

A:Başka nasıl çözersin problemi?

D₁:Bir tane okul bahçesi yaparım.



Böyle bir şekil çıktı.

A:Peki şimdi ne yapmayı düşünüyorsun?

D₁:Bilmiyorum.

A:Başka aklına bir şey geliyor mu? Bahçe çizerim dedin. Başka nasıl yapabilirsin?

D₁:Yok gelmiyor. Bu kadar.

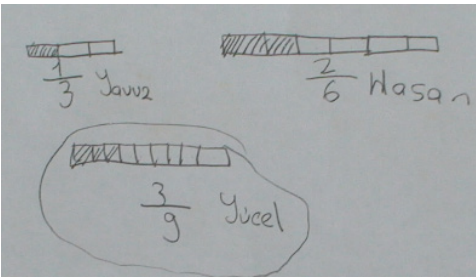
Öğrenci çizimle temsil oluşturmuş ancak bu temsili kullanarak problemi doğru bir biçimde çözememiştir.

Öğrencilerden bazıları problemin çözümünde kullanmak üzere probleme uygun resimle temsillerden şekil temsilini oluşturmuşlar ancak bunu problemle ilişkilendirememişlerdir.

Resimle temsili problemle ilişkilendirememeye örnek olarak D₃ kodlu öğrencinin problem 2 için yaptıkları verilebilir.;

A:Ne yapmayı düşünüyorsun? Nasıl çözeceksin?

D₃: Şekillerle.



En çok Yücel yemiş, en az da Yavuz yemiş.

A: Nasıl anladın? Anlatır mısın neden öyle düşündüğünü?

D₃: Şekillerde de belli zaten. En çok parçayı Yücel yemiş, en az parçayı da Yavuz.

Öğrenci her bir kesir sayısını gösteren şekil temsili ni doğru bir biçimde oluşturmasına karşın, bu kesir sayılarının tek bir bütünün parçası olduğunu algılayamadığı, çizdiği şekillerdeki bütünün görsel olarak farklı büyüklükler olduğu ve onu bu nedenden dolayı temsili etkili bir biçimde kullanmadığı görülmektedir.

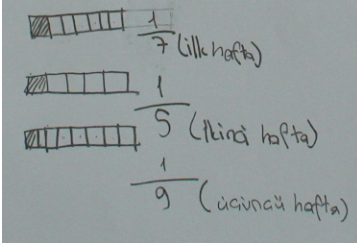
Aynı durum problem 3'ün çözümü sırasında ortaya çıkmıştır. Örneğin, D₃ kodlu öğrenci problemin çözümü sırasında şekil temsili oluşturmuş ancak bu temsili problemle ilişkilendirmemiştir.

A: Farklı bir gösterim geliyor mu aklına?

D₃: Evet.

A: Tamam aklından geçenleri yapar mısın?

D₃:



A: Bu çizdiğin şekiller ne anlama geliyor.

D₃: Aynı eşitliğe denk geliyor.

A: Burada aynı mı sence?

D₃: Hepsi aynı ama bazılarının parçası büyük bazılarının parçası küçük. Bazıları daha çok parçaya bölünmüş. Bazıları daha az parçaya bölünmüş.

A: Peki şekillere baktığında ne görüyorsun?

D₃: Tuana en çok üçüncü hafta, en az da ikinci hafta okumuş. Üçüncü hafta dokuz, ikinci hafta beş parça okumuş.

A: Nasıl anladın anlatır mısın?

D₃: Parçaların büyüklüğüne göre.

Burada öğrenci aslında karşılaştırmanın tek bir bütün üzerinde yapılacağına farkında olmasına ve probleme uygun temsil oluşturmasına karşın “Tuana en çok üçüncü hafta, en az da ikinci hafta okumuş. Üçüncü hafta dokuz, ikinci hafta beş parça okumuş.” söylemi ile her bir kesri yanlış yorumlamış ve oluşturduğu temsili problemle ilişkilendirememiş ve dolayısıyla problemin çözümünü gerçekleştirilememiştir.

4. Tartışma ve Sonuç

İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümleri sırasında ne tür temsiller kullandıkları ve bu temsilleri kullanırlarken sorunlar yaşayıp yaşamadıklarının araştırıldığı bu çalışmadan ortaya çıkan sonuçlara göre, öğrencilerin bu tür problemlerin çözümlerinde konuşma dili, sembolik ve resimle (çizim ve şekil (kesir modeli)) temsilleri kullandıkları saptanmıştır. Literatürde de benzer sonuçlara rastlanmıştır (10). Öğrencilerin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümleri sırasında belli tür temsilleri kullanmaları dikkat çekicidir. Oysa ilköğretim matematik dersi öğretim programında kullanılması önerilen somut nesne ve sayı doğrusu gibi başka temsillerde bulunmaktadır. Bu durum kesirlerde karşılaştırma ve sıralama etkinliklerinde öğrencilerin zihinsel etkinliklerine yön veren ve kendilerince kabul gören temsil türlerinin konuşma dili, resimle ve sembolik temsil olduğu biçiminde yorumlanabilir. Bunun yanı sıra, temsil türlerinden gerçek hayat durumları ve somut nesne temsillerinin problemlerin çözümlerinde kullanılmadıkları görülmüştür. Bu durum problem yapısının buna uygun olmaması ya da sınıf ortamında öğretim etkinlikleri sırasında bu türden temsillere yer verilmemiş olması biçiminde açıklanabilir.

Öğrencilerin kullandıkları temsillerin türleri ile başarı düzeyleri arasında bir ilişki olup olmadığına bakıldığında, öğrencilerin hepsi problemlerin çözümleri sırasında sembolik ve resimle temsilleri kullanırlarken, hemen hepsi konuşma dili ve görsel temsillerden şekil temsilini, düşük başarı düzeyine sahip öğrenciler ise, resimle temsilden çizim temsilini, başarı düzeyi orta ve yüksek olan öğrenciler resimle temsillerden şekil (kesir modeli) temsilini, başarı düzeyi düşük olan öğrenciler çizim temsilini kullandıkları belirlenmiştir. Buradan da öğrencilerin problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsil türlerinde, onların başarı düzeylerine bağlı olarak, farklılaşma olduğu söylenebilir. Bu farklılık özellikle resimle temsillerin kullanımı sırasında ortaya çıkmıştır.

Bu araştırmada öğrencilerden bazıları kesirlerde karşılaştırma ve sıralamayı gerektiren problemlerin çözümleri sırasında kullandıkları temsillerle ilgili olarak bir takım sorunlar yaşamışlardır. Bu sorunlar probleme uygun temsil oluşturamama ve kullanılan temsili problemle ilişkilendirememedir. Öğrencilerin başarı düzeyleri ile yaşadıkları sorunlar arasında bir ilişki olduğu görülmüştür. Düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin hemen hepsi, probleme uygun konuşma dili, sembolik ve görsel temsil oluşturamamışlardır. Bunun yanı sıra, kullandıkları görsel temsili problemle ilişkilendiremeyen öğrenciler de olmuştur. Buna benzer bulguya başka çalışmalarda da rastlanmıştır (10).

Araştırmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında, problemlerin çözümleri sırasında bir temsil türünü etkili bir biçimde oluşturamayan ve kullanamayan öğrencilerin aynı zamanda başka bir temsili de etkili bir biçimde oluşturamadıkları ya da kullanamadıkları görülmüştür. Bu duruma genelde başarı düzeyi düşük öğrencilerde rastlan-

mıştır. Başarı düzeyi yüksek ve başarı düzeyi orta olan öğrencilerin (bir öğrenci hariç) kesirlerde karşılaştırma ve sıralama gerektiren problemlerin çözümleri sırasında temsillerle herhangi bir sorun yaşamadıkları görülmüştür. Başarı düzeyi yüksek ve orta olan öğrencilerin problemlerin çözümlerinde her bir temsili etkili kullandıkları temsiller arasında geçiş yapabildikleri, ancak başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin temsilleri etkili bir biçimde kullanamadıkları ve temsiller arasında geçiş yapamadıkları görülmüştür. Literatürde yer alan bazı araştırmaların sonuçları da bu sonucu desteklemektedir (17).

5. Öneriler

Temsillerin, ilköğretim öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümleri sırasında kullanılan stratejileri etkilediği ve temsillerle ilgili daha geniş bilgiye sahip olan öğrencilerin kesirleri anlama ve kesirlerle ilgili problem çözme etkinliklerinde daha başarılı oldukları, kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmanın, daha sonra kesirlerle işlem yapmada temel oluşturduğu gerçeği göz önüne alındığında, öğretmenlerin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama etkinlikleri gerçekleştirirken temsil kullanımına ağırlık vermeleri gerekmektedir. Bu nedenle öğretmenler, öğrencilerin farklı temsil biçimlerini kullanmalarını gerektirecek, onların temsil anlamlarını geliştirici ve çeşitli temsil türlerini bir arada kullanabilecekleri ve temsiller arasında geçiş yapmalarını sağlayıcı etkinlikler sunmalıdırlar. Bunun yanı sıra öğretmenler öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yaparken kullandıkları temsillerle ilgili yaşadıkları sorunların neler olduğunu tespit etmeli ve öğrencilerinin yaşadıkları bu sorunların üstesinden gelmelerini sağlayıcı öğrenme ortamları hazırlamalıdırlar.

6. Kaynaklar

1. Cathcart, W. G., et al (2003). *Learning Mathematics in Elementary and Middle Schools*. (3rd Ed.). N.J. : Merrill/Prentice Hall.
2. Reys, R. M., Suydam, M. Lindquist & N. Smith. (1998). *Helping Children Learn Mathematics*. USA: A Viacom Company.
3. Lesh, R., Post, T., ve Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. C. Janvier, (Ed.), *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
4. Olkun S. ve Toluk-Uçar Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi* (3. Baskı). Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım.
5. Van de Walle J. A. (2004). *Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally* (5 th Ed.). Boston: Allyn & Bacon.
6. Haser, Ç. ve Ubuz, B. (2003). Students' Conception of Fractions: A Study of 5th Grade Students. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 64-69.
7. Soylu, Y&Soylu, C. (2005). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Kesirlerle ilgi-

- li Problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi* 7 (2), 101-117.
8. Holmes, E. E. (1995). *Directions in Elementary School Mathematics: Interactive Teaching and Learning*. Englewood Cliffs: Merrill.
 9. Watanabe, T. (2002). Representations in Teaching and Learning Fractions. *Teaching Children Mathematics*, 8 (8), 457-463.
 10. Gould, P. (2005). "Year 6 Students' Methods of Comparing the Size of Fractions". In P Clarkson, A. Downtown, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce&A. Roche (Eds.), *Building Connections: Research, Theory and Practice. Paper presented annual meeting of the Annual Conference Mathematics Education Research Group of Australia*, (pp. 393-400).Sydney: MERGA.
 11. MEB (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (1-5. sınıflar)*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
 12. NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. İndirilme tarihi: <<http://www.nctm.org/standards/standards.htm>> (2005, Eylül).
 13. Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. Lyn D. English. (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
 14. Lubinski, C. A. ve Otto A. D. (2002). Meaningful Mathematical Representations and Early Algebraic Reasoning *Teaching Children Mathematics*, 9 (2), 76-80.
 15. Cai, J. (2005). US and Chinese Teachers' Constructing, Knowing and Evaluating Representations to Teach Mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 7 (2), 135-169.
 16. Clement, L. (2004). A Model for Understanding, Using, and Connecting Representations. *Teaching Children Mathematics*, 11(2), 97-102.
 17. Wong, M.&Evans, D. (2007). Students' Conceptual Understanding of Equivalent Fractions. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice*, 2, 824-833.
 18. Dewindt-King A. M. ve Goldin G. A. (2003). Children's Visual Imagery: Aspects of Cognitive Representation in Solving Problems with Fractions. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 2 (1),1-42.
 19. Empson, S. B. (2001). Equal Sharing and the Roots of Fraction Equivalence. *Teaching Children Mathematics*, 7 (7), 421-425.
 20. Heritage, M. ve Niemi, D. (2006). Toward a Framework for Using Student Mathematical Representations As Formative Assessments. *Educational Assessment* 11(3 & 4), 265-282.
 21. Patton, M. Q. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods*. (2nd Ed.). California: Sage Publication.
 22. Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research and Evaluation Methods*. (3rd ed.). California:Sage Publication.
 23. Goldin, G. (1998). Observing mathematical problem solving through task based interviews. A. Teppo. (Ed.), *Qualitative Research Methods in Mathematics Education* (pp. 40-62).Reston, Virginia:National Council of Teachers of Mathematics.
 24. Miles, M. B. ve Huberman A. M. (1994). *An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis*. (2nd Ed.). California: Sage Publications.