

## ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ MATEMATİKSEL İSPAT HAKINDAKİ GÖRÜŞLERİ

*Gürsel GÜLER, Ramazan DİKİCİ*

*Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, OFMA Matematik Eğitimi  
Bölümü, Erzurum, Türkiye.*

*İlk Kayıt Tarihi: 02.06.2011*

*Yayına Kabul Tarihi: 22.11.2011*

### **Özet**

*Bu çalışmada, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşleri incelenmiştir. Araştırmanın katılımcılarını, Doğu Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir üniversitenin ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümü dördüncü sınıfında öğrenim gören 12 matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri yarı-yapılandırılmış 'Matematiksel İspat Görüş Mülakat Formu' (MİGMF) yardımıyla elde edilmiştir. Araştırma bulgularına göre, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının çoğunluğunun matematiksel ispata yönelik olumlu görüşlere sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca araştırma sonuçları ilgili alan yazında yer alan çalışmalarla karşılaştırılarak tartışılmış ve konuyla ilgilenen araştırmacılara öneriler sunulmuştur.*

*Anahtar Sözcükler: Matematiksel ispat, matematik öğretmeni adayı, ispata yönelik görüş.*

## SECONDARY PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS' VIEWS ABOUT MATHEMATICAL PROOF

### **Abstract**

*In this study, secondary school pre-service mathematics teachers' views were investigated about mathematical proof. The participant of this study consist of 12 pre-service mathematics teachers who were enrolled in the fourth grade in the secondary school mathematics education department from a university located in the east part of Turkey. The data of this study were gathered by means of semi structured "Mathematical Proof View Interview Form" (MPVIF). According to the findings of this study, majority of the pre-service teachers who attended to the study reflected positive views for mathematical proof. In addition, the results of the study was discussed by comparing it with literature. Then, some suggestions were presented for the researchers who are interested in this area.*

*Keywords: Mathematical proof, pre-service mathematics teacher, views about making proof.*

## 1. Giriş

Matematik, insanların zihinsel etkinlikleri sonucunda ortaya çıkmış ve ürünlerini düşünce yoluyla üretmiştir. Matematiğin en büyük ürünleri arasında gösterilebilecek olan matematiksel ispat, matematiğin başlangıcı ve sonucu olarak düşünülebilir. Matematikte kullanılan bilgiler dünyanın hiçbir yerinde değişmemektedir ve matematiğin bu özelliği belki de onu diğer bilim dallarından ayıran en önemli özelliğidir. Matematik bu özelliğini matematiksel ispata borçludur. Matematikte yapılan ispatlar sayesinde dünyanın hiçbir yerinde değişmeyen evrensel bir dil oluşturulmuştur. İnsanlar dünyanın neresinde olurlarsa olsunlar matematik yaparak anlayabilmektedir. Bu sayede matematik yapan herkes matematiğin gelişimine katkı sağlayabilmektedir ve ulaştıkları doğruları matematiksel ispat sayesinde savunarak başka toplumları ikna edebilmektedirler (1, 2).

Matematiğin gelişmesine ve evrenselleşmesine en büyük katkıyı sağlayan matematiksel ispat; ilköğretim öğrencilerinin (3, 4, 5), ortaöğretim öğrencilerinin (6, 7, 8), üniversite öğrencilerinin (9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16), matematik öğretmeni adaylarının (17, 18, 19, 20) zorlandıkları bir kavramdır. National Council of Teachers of Mathematics, (NCTM) hazırladığı raporda tüm öğretim seviyelerinde matematiksel ispat yapma yeteneğinin ve muhakeme etme becerisinin geliştirilmesi gerektiği üzerine odaklanmıştır (21). Bu sayede matematiğin daha anlamlı ve daha kalıcı bir şekilde öğretilebileceği vurgulanmıştır. Ülkemizde ise Milli Eğitim Bakanlığı tarafından 2005 yılında yenilenen öğretim programları incelendiğinde; ilköğretim matematik öğretim programının genel hedeflerinden birinin, ‘mantıksal tümevarım ve tümdengelimle ilgili çıkarımlar yapabilecektir’ olduğu göze çarpmaktadır (22). Bununla birlikte ilköğretim ikinci kademede (6–8. sınıf) matematik öğretiminde teorem, aksiyom gibi kavramların olmaması sebebiyle açıkça ispat yapmaktan bahsetmek güçtür. Ortaöğretim matematik programına bakıldığında ise; “Mantık Öğrenme Alanı” içerisinde, “İspat Yöntemleri Alt Öğrenme Alanı” nda ispat kavramına yönelik iki kazanıma rastlanmaktadır. Bunlar “tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar, bir teoremin hipotezini ve hükmünü belirtir” ve “ispat yöntemlerini kullanarak basit ispatlar yapar” ifadeleridir (23). Öğrencilerin öğrenmeleri beklenen matematiksel bilgilerin dayanaklarını anlamaları öğrenmeyi kalıcı hale getirmelerinde yararlı olacaktır. Ayrıca, kendilerine verilen bir problem için geliştirdikleri çözüm yolunu matematiksel ifadelerle savunmalarına da katkıda bulunacaktır. Çünkü matematiksel ispat, öğrencilerin matematikte karşılaştıkları problemleri çözebilmeleri için gerekli olan matematiksel bilgileri ilişkilendirme, strateji geliştirme ve bir araç olarak kullanılabilme özelliklerine sahiptir (24, 25). Bununla birlikte yapılan araştırmalarda ispatın öğrencilerin matematiksel bilgileri öğrenimleri üzerindeki fonksiyonları;

- Doğrulama
- Açıklama

- Sistemizasyon
- Keşfetme
- İletişim
- Deneysel bir teori oluşturma
- Bir tanımın anlamını ya da bir varsayımın sonuçlarını keşfetme
- Bilinen gerçeklerin yeni bir çerçeve içine dâhil edilmesi ve böylece yeni bir bakış açısı oluşturma

şeklinde sınıflandırılmıştır (26, 27). Bu nedenle gerek ilköğretim gerekse ortaöğretim matematik öğretiminde matematiksel ispat yapma üzerinde durulması, öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin gelişmesi yönünden önemli olacaktır (17).

Öğretmenlerin ispata ilişkin algıları ve deneyimlerinin öğrencilerin ispat becerilerini kazanma süreçlerinde etkili olduğu yapılan bir araştırma sonucunda ortaya konulmuştur (28). Matematik öğretmenlerinin derslerini etkili bir şekilde yapılandırabilmeleri için, kazandıracakları kavramın nereden geldiğini, hangi matematiksel bilgi veya ilke üzerine kurulu olduğunu bilmeleri gerekmektedir. Bunun için de matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat yapma yönüyle donanımlı yetiştirilmeleri gerekmektedir. Bu yüzden ileride matematik öğretmeni olacak olan öğrencilerin matematiğin yapı taşı olarak nitelendirilen (29) matematiksel ispat hakkındaki görüşlerinin önemli olduğu düşünülmektedir (30). Öğretmen adaylarının, matematiksel ispatla ilgili tutumları, görüşleri ve inançları onların matematiksel ispat yapma yeteneklerini doğrudan etkilemektedir (17). Bu yüzden öğretmen adaylarının matematiksel ispata yönelik düşünceleri matematik eğitimi araştırmacıların ilgisini çeken bir konu olmuştur. İlgili alan yazında araştırmacılar öğretmen adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşlerini farklı tekniklerle ölçmeye çalışmışlar ve öğretmen adaylarının ispat hakkındaki görüşlerinin tam oluşmadığı veya sınırlı olduğu sonucuna ulaşmışlardır (31, 30, 32, 17, 33, 34, 35, 36).

Bu araştırmanın amacı, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşlerinin belirlenmesidir. Matematiksel ispat üzerine ülkemizde yapılan çalışmaların özellikle son on yıl içerisinde geliştiği düşünüldüğünde araştırma sonuçlarının ülkemizdeki ilgili alan yazına ve matematik eğitimi ile ilgilenen araştırmacılara katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## 2. Yöntem

### 2.1. Araştırmanın Modeli

Çalışma, nitel araştırma deseni esas alınarak yürütülmüştür. Nitel araştırma yöntemlerinde, araştırmaların doğal ortamlarında meydana gelen olgu, olay ya da

davranışlar üzerine odaklanılarak araştırmalar sürdürülmektedir. Bu yüzden nitel araştırma yöntemleri esas alınarak yapılan araştırmalarda olay, olgu ya da davranışlarla ilgili derinlemesine bilgi elde edilebilmektedir. Bu araştırmada nitel araştırma desenlerinden araştırmanın doğasına uygun olan olgu bilim (fenomenoloji) deseni kullanılmıştır. Olgu bilim (fenomenoloji) deseni, farkında olduğumuz ancak derinlemesine ve ayrıntılı bir anlayışa sahip olmadığımız olgulara odaklanan bir araştırma desendir (37).

## 2.2. Katılımcılar

Bu çalışma Doğu Anadolu Bölgesinde bulunan bir üniversitenin matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören on iki matematik öğretmeni adayı ile yürütülmüştür. Öğretmen adayları beş yıllık olan ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünün dördüncü sınıfındadırlar. Sekizi kız, dördü erkek olan öğretmen adaylarının yaş ortalaması yirmi ikidir. Araştırmada kullanılan isimler öğretmen adaylarının kendi isimleri değildir. Kullanılan isimler araştırmacılar tarafından belirlenen takma isimlerdir.

## 2.3. Verilerin Toplaması

Araştırmada, öğretmen adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşlerini alabilmek için ‘Matematiksel İspat Görüş Mülakat Formu’ (MİGMF) kullanılmıştır. Görüşülen öğretmen adayları, kendilerini ifade edebilecek ve kolay ulaşılabilirliklerine sahip öğretmen adayları arasından gönüllülük esasına göre seçilmiştir. Öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerden önce araştırmanın tamamen gönüllük ilkesine göre yürütüleceği, çalışmaya devam etmek istemeyen öğretmen adaylarının istedikleri anda çalışmadan ayrılacakları araştırmacılar tarafından açıklanmıştır. Ayrıca, öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerin kamera kaydı altına alınacağı ve bu durumun kendileri için bir sakıncasının olup olmadığı öğretmen adaylarına sorulmuş ve bu konudaki izinleri alınmıştır. Araştırmacılar tarafından öğretmen adaylarının isimlerinin ve bilgilerinin kimseyle paylaşılmayacağı ve araştırma sonucunda makale içerisinde kendi isimleri yerine takma isimler kullanılacağı belirtilmiştir. Öğretmen adaylarıyla yapılan mülakatlar 25–30 dakika sürmüştür. Mülakatların tamamı birinci yazar ile öğretmen adaylarının birebir görüşebilecekleri bir ortamda gerçekleştirilmiştir.

Mülakat formu, araştırmacılar tarafından ilgili alan yazından yararlanılarak hazırlanmış ve iki öğretim üyesi tarafından kapsam geçerliliği gözden geçirilmiş sorulardan oluşturulmuştur. Sorular yarı yapılandırılmış tarzda sorulmuş, gerektiğinde katılımcılara sonda sorular da yöneltilmiştir. Ayrıca, araştırmanın geçerliği adına kodların ve kategorilerin elde edildiği öğretmen adaylarının görüşlerine birebir alıntı yapılarak yer verilmiştir.

## 2.4. Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının görüşlerinden elde edilen verilerin çözümlenmesinde içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizi, elde edilen ham verilerin anlamlandırılarak belirli

bir çerçeve oluşturulması ve beliren durum netlik kazandıktan sonra düzenlenerek kod ve kategorilerin ortaya çıkarak somutlaşmasını sağlamaktadır (38). İçerik analizi yaklaşımı, nitel mülakat verilerinin ve açık uçlu soruların analizinde sıkça kullanılan bir yöntemdir. Araştırmada, içerik analizi yöntemlerinden ‘kategorisel analiz’ kullanılmıştır. Kategorisel analiz sürecinde; verilerin kodlanması, kategorilerin oluşturulması, kategorilerin düzenlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması aşamaları izlenmiştir (39).

Çalışmada ilk olarak kamera kayıtları yazıya dökülmüştür. Mülakat verilerinin yazıya dökülmesi işleminin ardından araştırmacılar ayrı çalışmışlardır. Araştırmacıların bağımsız olarak oluşturdukları kod ve kategoriler daha sonra tartışılarak bir araya getirilmiştir. Ham verilerin kodlara ve kategorilere dönüştürülmesi işlemi, yazarlar tarafından gerçekleştirildikten sonra bir başka öğretim üyesinin de incelemesi istenmiştir. Son olarak alınan dönütlerle birlikte kategorilere son hali verilmiştir. Bu sayede araştırma verilerinin güvenilirliğinin artırılması hedeflenmiştir.

Araştırmada oluşturulan kategoriler incelendiğinde bazı kategorilerde sadece bir öğretmen adayı bulunurken bazı kategorilerde birden fazla öğretmen adayının bulunduğu görülmüştür. Bunun yanında bazı öğretmen adaylarının görüşleri birden fazla kategoride yer almıştır.

### 3. Bulgular ve Yorum

Bu bölümde araştırmada elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının mülakat sorularına verdikleri yanıtlardan oluşturulan kategoriler ve bu kategorilerin oluşturulmasını sağlayan yanıtlarla birlikte tablolaştırılarak sunulmuştur.

#### Öğretmen Adaylarının Matematiksel İspata Yükladıkları Anlamlar ile İlgili Bulgular

Öğretmen adaylarına göre, matematiksel ispatın ne anlam ifade ettiğini öğrenebilmek için onlara “*Matematiksel ispat sizin için ne anlam ifade ediyor?*” sorusu sorulmuştur. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar; Kalıcılık, Ezber, Mantıklı öğrenme, Doğruluk, Kesinlik, Kullanışlılık, Güven, Gerekliklik, Saçmalık kategorileri altında toplanmıştır. Tablo-1 de kategoriler ve bu kategorilerin oluşturulmasında kullanılan öğretmen adaylarının yanıtları birlikte verilmiştir.

Tablo 1. Öğretmen adaylarının matematiksel ispatın anlamına yönelik görüşleri

Kategoriler	Öğretmen adaylarının görüşleri
Kalıcılık	<i>Ayten:</i> Bana göre ispat, matematiği kalıcı mantıklı bir bilim haline getiren şeydir.
Ezber	<i>Dilek:</i> Matematiksel ispatlar ezber yapmadan öğrenmemize yardımcı olur. <i>Sariye:</i> Matematiksel ifadelerin sadece ezberden ibaret olmaması gerekir bence çünkü kesinlikle herkesin bir şeyleri bilerek, en azından ispatlarda kullanılan ezberlerin belirli bir mantık çerçevesinde yapılması ve kullanılması gerekmektedir.
Mantıklı Öğrenme	<i>Sariye:</i> Matematiksel ifadelerde neyin nereden geldiğini bilinmesi çok önemlidir ve bunu da ispatlar yardımıyla yapabiliriz. <i>Ayten:</i> Matematiğin ilerleyiş biçimi gibi ya... Bu bilim bana göre ispatla başlayıp ispatla bitiyor. Bana göre ispat, matematiği kalıcı mantıklı bir bilim haline getiren şeydir.
Doğruluk	<i>Hüseyin:</i> Matematiksel ispat var olan bir teoremin gerçekleştirilmesi... Ortaya çıkarılması... Bu teorem var ama doğru mu yanlış mı?... Olduğunun belirlenmesi için ispatın olması gerekiyor. Matematiksel ispat, benim için bu teoremin gerçekleştirilmesi, gerçekleşmesi anlamına geliyor. <i>İbrahim:</i> İspat dediğinizde aklıma ilk olarak bir şeyin herkes tarafından doğrulanması geliyor. Mesela, geçmiş zamanlarda dünyanın düz olduğuna inanılırdı, ama dünyanın yuvarlak olduğu ispatlandıktan sonra insanların inançları, düşünceleri ne olursa olsun herkes tek çatı altında toplandı. Dünyanın yuvarlak olduğu ispatlandıktan sonra bütün insanlar artık dünyanın yuvarlak olduğu gerçeğine inandılar. Matematiksel ispatlarda yine aynı şekildedir. Yani matematiksel ispatların yapılmadığı zamanlarda insanlar hep farklı yollardan bu bilimi takip ediyorlardı. Matematiksel ispat insanların tek bir doğru etrafında toplanım o doğruyu takip etmeleri şeklinde düşünebiliriz. <i>Mehmet:</i> Kesin doğrulara ulaşma yoludur ve bana göre matematiğin olmazsa olmazıdır. <i>Akif:</i> Matematikle ilgili belli bir ifadenin açıklanması ve doğruluğunun ortaya çıkarılmasıdır. <i>Meltem:</i> Matematiksel ispat... Yani bir ifadenin kesinlikle doğru olduğunu ve aklımızda bir şüphe kalmaması için yapılır. <i>Esmâ:</i> Herhangi bir ifadenin nasıl o şekle getirildiğinin görülmesini sağlamaktır ve matematik açısından çok önemlidir.
Kesinlik	<i>Mehmet:</i> Matematiksel olarak bir şeyin varlığının kesin delilidir. Matematiksel olarak herhangi bir kavramla ilgili herkesin baktığında aynı şeyi görmesinin sağlanmasıdır.
Kullanılabilirlik	<i>Meltem:</i> İspatlar yardımıyla daha kullanışlı bilgilere erişebiliriz. Aslında ispatlar yardımıyla ortaya çıkan sonuçları da ileride problem çözerken kullanabiliriz.
Güven	<i>Ayşe:</i> Matematiksel ispat yapılan çözümlere nasıl ulaşıldığını görmemize yardımcı olur. Eğer bu sonuca nereden ulaşıldığı bilinmezse sonucun doğruluğuna güvenemeyiz.
Gereklilik	<i>Fatma:</i> Gerekliktir bence... Çünkü bir öğretmenin problemlerin nereden geldiğini bilmesi gerekir. İşlem basamaklarının nasıl oluşturulduğunu bilmesi gerekir. O yüzden gereklidir diye düşünüyorum.

Kategoriler	Öğretmen adaylarının görüşleri
Saçmalık	<b>Gül:</b> Bana biraz saçma geliyor açıkçası... Çünkü, matematikte birçok şeyi kabul edip ispatları o şekilde yapıyoruz. O kabuller neden var ya da neden kabul ediyoruz onların doğruluğunu... Ya da mesela bir örnek verecek olursam n doğal sayı olsun deniliyor, ama burada n neden tamsayı olmuyor ya da neden negatif tamsayılar olmuyor olsa ne olur anlamıyorum. Belki yapılan ispatlara çok hakim olmadığımından kaynaklanıyor. Aslında ispatları ilk kez biz yapsak daha anlamlı olabilir belki ama bu şekilde olunca saçma olduğunu düşünüyorum.

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının, matematiksel ispatın onlar için ne anlam ifade ettiği ile ilgili olarak çoğunluğun olumlu görüşe sahip oldukları görülmektedir. Özellikle çalışmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel ispatın, matematiksel bilgileri doğrulama özelliği üzerinde odaklandıkları görülmektedir. Bununla birlikte aslında matematiksel bilgilerin doğruluğu ile paralellik gösterebilecek görüşler etrafında birleştikleri görülmektedir. Bunlar, güven, kullanışlılık ve kesinlik kategorileri altında toplanan görüşlerdir.

### Öğretmen Adaylarının Matematiksel İspatın Amacına İlişkin Görüşleri ile İlgili Bulgular

Öğretmen adaylarına göre, matematiksel ispatın amacının ne olduğunu öğrenebilmek için onlara “*Matematiksel ispat yapmanın amacı size göre nedir?*” sorusu sorulmuştur. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar; Doğruluk, Güvenilir Bilgi, Kalıcılık, İkna Etmek kategorileri altında toplanmıştır. Tablo–2 de kategoriler ve bu kategorilerin oluşturulmasında kullanılan öğretmen adaylarının yanıtları birlikte verilmiştir.

**Tablo 2. Öğretmen adaylarının matematiksel ispatın amacına yönelik görüşleri**

Kategoriler	Öğretmen adaylarının görüşleri
Doğruluk	<b>Mehmet:</b> Bana göre matematiksel ispatın amacı, herkes için aynı doğruların sağlanabilmesidir. Yani kısaca matematikte evrensel doğrulara ulaşmaktır. <b>Gül:</b> Bir hipotez ortaya atıldığında bunun doğru ya da yanlış olduğunu görebilmemiz ya da gösterebilmemiz için onun neden öyle olduğunu açıklamamızdır ispat diye düşünüyorum. <b>Esma:</b> Matematiksel ispat doğru bilgilerin elde edilmesini ve başkaları tarafından kullanılabilir hale getirilmesidir. <b>İbrahim:</b> Eee... Matematiksel ifadelerin doğruluğunu gösterebilmek ve yaptığımız şeye tam olarak inanmak için yapılır bence ispat. Matematikte var olan teoremlerin ifadeleri neden doğrudur ve nasıl elde edilmiştir. Bu merakı gidermenin yolu ispattan geçmektedir. Matematikle uğraşan insanların merak duygusunu tatmin etmek ve doğrulara ulaşmak ispatın amacıdır. <b>Hüseyin:</b> Eee... Var olan teoremlerin doğru olup olmadığını belirlemek. Yani şimdi herkes bir konu hakkında, örneğin cebir konusu hakkında bir teorem ortaya çıkarabilir ama bu teorem doğru mu, yanlış mı bilim açısından bir değer ifade ediyor mu bunu belirleyebilmek için ispat yapmamız gerekiyor. İspat matematikte belli başlı ifadelerin doğruluğunun sağlanması için vardır.

Kategoriler	Öğretmen adaylarının görüşleri
Güvenilir Bilgi	<p><b>Ayten:</b> Matematik... Eee... Düşünceyle alakalı soyut bir bilim zaten her düşünceye doğru değil ya da kullanılabilir değil o yüzden matematiksel ispat o düşünceyi sağlamasını bir anlamda gösteriyor.</p> <p><b>Ayşe:</b> Yapılan çözümleri ve soruları anlamak için ispat yaparız. Aslında asıl amaç doğru ve güvenilir bilgiye ulaşmaktır. Bu sayede elde edilen bilgiler herkes tarafından kabul edilecektir.</p>
Kalıcılık	<p><b>Dilek:</b> Matematiksel kavramların temelini oluşturmak ve ezber yapmadan öğretebilmek için kullanılabilir. Kavramları daha iyi anlayabilmek, açıklayabilmek için kullanırız.</p> <p><b>Sariye:</b> İspat yapmanın amacı matematiksel ifadelerin nereden elde edildiğinden ziyade karşıdaki kişiye daha kalıcı bilgiler sunmaktır. En azından benim için matematiksel ispat bilgilerin daha kalıcı olmasını sağlar. Çünkü, bana göre direk formülleri öğrenmek yerine neyin nerden geldiğini öğrenmek daha kalıcı olmaktadır. Mesela şimdiye kadar liseden beri <math>\Delta = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math></p> <p><math>\Delta = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math> olduğunu gördük ama neden, nasıl bu formülün elde edildiğini ben üniversite öğrenimime başladıktan sonra aslında bu formülün çok basit bir denklem çözümü olduğunu öğrendim.</p> <p><b>Fatma:</b> Öğretmenlerin gelecekte gelebilecek ince yerlerde sorulara cevap verebilmesini sağlar. Yani o problem hakkında geniş çaplı bilgi öğrendiği için bütün sorulara cevap verebilmesini sağlar.</p>
İkna Etmek	<p><b>Akif:</b> Matematiksel ifadelerin nasıl bulunduğunu insanlara gösterebilmektir. Başka insanları geliştirilen matematiksel ifadeye ikna etmektir.</p> <p><b>Meltem:</b> Başkalarını bir ifadenin doğruluğuna ikna etmektir. Yani bir şeyi ispatladığınızda artık kendinizi savunmanıza gerek kalmaz çünkü o şey artık kesin doğrudur. Daha sonra ispatlanan kavramları başka problemlere transfer edebilir ve o problemleri de o yönde çözebiliriz.</p>

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel ispatın amacıyla ilgili genelde doğruluk ve kalıcılık kategorileri altında toplanan görüşlere sahip oldukları görülmektedir. Bununla birlikte çalışmaya katılan öğretmen adaylarının görüşlerinin, matematiksel ispatın güvenilir bilgiye ulaşma ve başkalarını ikna etmek kategorileri altında toplandıkları görülmektedir.

### Öğretmen Adaylarının Matematiksel İspatın Önemine Yönelik Görüşleri ile İlgili Bulgular

Öğretmen adaylarına göre, matematiksel ispatın öneminin ne olduğunu öğrenebilmek için onlara “Matematikte ispat yapmak size göre ne kadar önemlidir? Lütfen açıklayınız.” sorusu sorulmuştur. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar; İspatın Doğru Bilgilere Ulaştırma Rolü, İspatın Tatmin Rolü, İspatın Önem-siz Tarafı, İspatın Bilime Katkısı, İspatın Kalıcılık Rolü kategorileri altında toplanmıştır. Tablo-3 de kategoriler ve bu kategorilerin oluşturulmasında kullanılan öğretmen adaylarının yanıtları birlikte verilmiştir.



Tablo 3. Öğretmen adaylarının matematiksel ispatın önemine yönelik görüşleri

Kategoriler	Öğretmen Adaylarının Görüşleri
İspatın Doğru Bilgilere Ulaştırma Rolü	<p><b>Gül:</b> Aslında matematiksel işlemleri yapabilmemiz için sadece kabullerden yola çıkmak yanlış olur. İspat yaparken bazen kabullerden yararlanıyoruz ama ispatını bildiğimiz şeylerle işlem yapmak daha doğrudur. Dolayısıyla doğru bilgilere ispat sayesinde ulaştığımız için ispat önemlidir.</p> <p><b>Esma:</b> Matematikte ispat yaparken verilen teoremin doğruluğunu kendimizce de ifade edebilmeliyiz. Bu şekilde düşünüldüğünde aslında problemi kendi dilimizde ifade edebilmektir. Dolayısıyla bir problemi kendi dilimizde ifade edebiliyorsak biz bu problemi özümseyebilmişiz ve problemin bizlere anlatmak istediklerini anlayabilmemizi sağladığı için ispat önemlidir. Çünkü anlayamadığımız bir şeyin ispatını yapamayız.</p> <p><b>Ayten:</b> Çok önemlidir... Yani ben matematiği ispatla tanımladığıma göre ispatla ilerleyen bir bilim dedim dolayısıyla ispat olmasaydı bana göre matematikte muhtemelen ne bu konuda gelirdi ne de mantıklı temeli olan sağlam bir bilim olabilirdi. Matematik bir bilim olarak mantıklı, tutarlı, sağlam bilgiyi ispat sayesinde elde edebildiği için ispat matematik için çok önemlidir. Çünkü soyut bir bilim başka hiçbir şeyle herhangi bir fikrin ve ya düşüncenin doğruluğunu gösteremeyiz. Düşüncenizi karşı tarafa aktarabilmeniz ve başka düşüncelerle destekleyip yeni bir şey üretmeniz ispat, o yüzden matematik için olmazsa olmaz.</p> <p><b>Mehmet:</b> Şöyle söyleyeyim... Yani ispat yapmak öznel doğrulardan ziyade nesnel doğruların sağlanabilmesi olduğu için çok önemlidir. Çünkü matematikte bir ifadeye bakıldığında herkes için aynı şeyi çağrıştırması önemlidir. Bunun yolu da matematik için ispattan geçmektedir. Eğer matematikte ispat olmasaydı ortak bir bilgiden ve şüana kadar elde edilen yararlı bilgilerden söz edilemezdi.</p>
İspatın Tatmin Rolü	<p><b>İbrahim:</b> Bana göre önemi çok fazladır. Çünkü bana göre ispat yapabilmek insanlara büyük haz veriyor. Mesela ben bir ispat yapabildiğimde, o ispatı öğrendiğimde çok mutlu oluyorum. Bu durum bende matematik öğretmenliği bölümünü kazanmadan öncede vardı lise yıllarımda... Matematiği o zamanlarda da severdim ve öğrendiğim bilgilerinin nedenlerini araştırdım.</p>
İspatın Önemsiz Tarafı	<p><b>Akif:</b> Bana göre hiç önemli değildir. Sonuçta ortaya çıkmış bir şeyler var ve bunlar kabul görmüşler. Daha önceden yapılmış ve ispatları da kabul görmüş olduğundan bunları bir daha ispat etmenin gereği yok.</p> <p><b>Fatma:</b> Ne kadar... Biraz... Aslında belki zorlandığım için, çok önemli olduğunu düşünmüyorum.</p> <p><b>Dilek:</b> Nasıl ispat yaptığımıza bağlı bence... İspatı anlamıyorsak hiçbir önemi yok. Bana ispatın önemi yapılan ispatı anlayıp anlamadığımızla alakalı bence... Eğer anlamadan yapılırsa ispat tamamen ezber olur. Bazı derslerde yaptığımız ispatları sadece sınav için oturup ezberliyoruz.</p>

Kategoriler	Öğretmen Adaylarının Görüşleri
İspatın Bilime Katkısı	<p><b>Hüseyin:</b> Bir ispat yaparken daha ileride gelecek bilim insanları için bir bilgi oluşturabilir. Ve bu ispata dayanarak yeni teoremlerde ortaya çıkabilir. Yani bilimin ilerlemesi anlamında, gelişmesi anlamında ispatın çok önemi vardır.</p> <p><b>Meltem:</b> Ben önemli olduğunu düşünüyorum çünkü matematiğin temelinde bana göre ispat vardır. Matematikte ortaya çıkan problemler mantıkla çözüldüğü için ve bu kesinliklere ispatlarla ulaşıp bunlar üzerine bir şeyleri inşa ettiğimiz için önemlidir.</p>
İspatın Kalıcılık Rolü	<p><b>Sariye:</b> Çok önemlidir... Şöyle ki kavramların anlaşılması ve daha kalıcı olması bakımından kesinlikle önemlidir.</p> <p><b>Ayşe:</b> Matematikte ispat yapmak önemli çünkü konuların anlaşılabilmesi için neyin nereden geldiğini bilmek önemlidir. Yani direk bu böyledir şeklinde formül olarak verildiğinde onun akılda kalması daha zor olur. Ama ispatı verildiğinde daha çok akılda kalıcı olur. Ayrıca daha iyi öğrenilir.</p>

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel ispatın önemine ilişkin görüşleri genelde matematiksel ispatın doğru bilgilere ulaşmadaki önemi üzerine odaklanmıştır. Bununla birlikte öğretmen adaylarının ispatın önemine ilişkin ispatın tatmin rolü, ispatın bilime katkısı ve ispatın kalıcı öğrenme üzerine etkisiyle ilgili görüşler belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmen adaylarından üç kişinin matematiksel ispatın önemini tam olarak anlayamadıkları görülmüştür.

### Öğretmen Adaylarının Matematiksel İspat Yaparken Başarılı ya da Başarısız Olmalarını Etkileyen Faktörlerle İlgili Görüşlerine ait Bulgular

Öğretmen adaylarına göre, matematiksel ispat yaparken başarılı ya da başarısız olmalarını etkileyen faktörlerin ne olduğunu öğrenebilmek için onlara “*Matematikte ispat yaparken başarılı ya da başarısız olmanızı etkileyen faktörler nelerdir?*” sorusu sorulmuştur. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar; Temel Kavram Eksikliği, İspatın Yapısı, Ders Hocasının İspatlara Hâkimiyeti, İspatların Yapıldığı Ders/Konu, Kavramların Soyut ya da Somut oluşu kategorileri altında toplanmıştır. Tablo-4 de kategoriler ve bu kategorilerin oluşturulmasında kullanılan öğretmen adaylarının yanıtları birlikte verilmiştir.

**Tablo 4. Öğretmen adaylarının matematiksel ispat yaparken başarılı ya da başarısız olmalarını etkileyen faktörlere yönelik görüşleri**

Kategoriler	Öğretmen Adaylarının Görüşleri
Temel Kavram Eksikliği	<p><b>Gül:</b> Temel kavramların eksikliği olabilir. Üniversite hayatım boyunca çok fazla temel kavram öğrendim. Yani aslında birçoğunun temeli ilkokuldan liseye kadar atılmış olmasına rağmen şu anda hep üst üste yığıyor belki bu benim çok fazla çalışmamla alakalı da olabilir ama çok fazla oturmuyor. Dolayısıyla eksikliklerin orada olduğunu düşünüyorum.</p> <p><b>Fatma:</b> Ders çalışmam ya da çalışmamam ispatlarda başarılı ya da başarısız olmamı etkileyen en önemli faktördür.</p> <p><b>İbrahim:</b> İlk aklıma gelen... Başarılı olmadığım ispatlarla ilgili bilgi eksikliğimin olduğunu düşünüyorum. Bunun yanı sıra aslında sevdiğim derslerin içeriğinde olan ispatlarda daha başarılı olabiliyorum. Yani başarılı ya da başarısız olmam konulara hâkim olmamla ve dersi sevmemle alakalıdır.</p>
İspatın Yapısı	<p><b>Esmâ:</b> Aslında içerisinde birçok kabul barındıran ispatlarda başarısız oluyorum. Yani bu tip ispatlarda neyi nerede kabul etmem gerektiğini düşünemiyorum. Bazen birbirleriyle ilişkilendiremiyorum o zaman sorun oluyor. Yani doğrudan sonuca ulaşabileceğim ispatlarda, içerisinde birçok kabul barındıran ispatlara göre daha başarılıyım diyebilirim.</p>
Ders Hocasının İspatlara Hâkimiyeti	<p><b>Hüseyin:</b> Derslerimize gelen bilim adamlarının yaptıkları teorem ispatlarına inanmış ya da inanmamış olmaları... Ben ders esnasında bunları hissedebiliyorum. Bazıları teorem ispatlarını hemen verip geçmek istiyorlar yani tam özümsemediğini görüyorum. Bazı bilim adamları ise gerçekten içselleştirmişler yani... Bazıları ders esnasında yeni bilgilere ulaşabiliyorlar. Bu şekilde inanmış hocaların bizlere de olumlu etkisinin olduğunu düşünüyorum.</p> <p><b>Ayten:</b> Başarılı olmamı etkileyen faktör?... Yani eğer konuya çalışıyorsam özellikle derse önem veririm. İlk dinlediğim anda zihnimde oluşan kalıp çok önemli... Eğer ders hocasından iyi bir elektrik alıyorsam gerçekten böyle derste etkileniyorsam o öğreticiden benim için daha farklı oluyor. Konu da farklı oluyor, konuya yönelimim, ilgim, alakam farklı oluyor. Dolayısıyla ispatla uğraşımda daha güzel oluyor diye düşünüyorum.</p>
İspatların Yapıldığı Ders/Konu	<p><b>Akif:</b> Bana göre ana etken dersleri dinleme veya dinlememle alakalı... Derslere kendimi vererek dinlemediğim zaman o dersle alakalı ispatlarda sıkıntı yaşıyorum ama derslere kendimi vererek dinlediğimde ispatları daha iyi yapabiliyorum.</p> <p><b>İbrahim:</b> İlk aklıma gelen... Başarılı olmadığım ispatlarla ilgili bilgi eksikliğimin olduğunu düşünüyorum. Bunun yanı sıra aslında sevdiğim derslerin içeriğinde olan ispatlarda daha başarılı olabiliyorum. Yani başarılı ya da başarısız olmam konulara hâkim olmamla ve dersi sevmemle alakalıdır.</p> <p><b>Dilek:</b> Eğer konuyu anlayabiliysem ispatları yapabiliyorum. Fakat kavramları tam olarak şekillendiremediğimde yapamıyorum. Bana göre ispatlarda başarılı ya da başarısız olmamı etkileyen temel etken budur.</p> <p><b>Meltem:</b> Bana göre kavramları tam olarak anlayıp anlamamam ispatlarda başarılı ya da başarısız olmamı etkilemektedir.</p> <p><b>Mehmet:</b> Başarılı ya da başarısız olmam bana göre; konuyla ilgili tanım, teorem, aksiyom, varsayım vb. kavramlara hâkim olup olmamamla alakalıdır.</p>
Kavramların Soyut ya da Somut oluşu	<p><b>Ayşe:</b> Kavramların bana göre soyut ya da somut gelmesidir. Mesela sayılar bana somut gelir ve ilgili ispatlarda daha başarılı olurum ama kavramlarla yapılan ispatlar bana soyut gelir ve daha başarısız olurum.</p> <p><b>Sariye:</b> Anlamam... Kavramların zihnimde yerleşmesi... Hani tamam teoremi veriyorsunuz ispatı veriyorsunuz tamam bitti diye düşünmemeli bence bir hoca ve ya kitap yazarlarının mantık çerçevesinde sıralı bir şekilde izahı verilerek yapılmalıdır.</p>

Öğretmen adaylarının matematiksel ispat yaparken başarılı ya da başarısız olmalarını etkileyen faktörler, genel olarak, temel kavram eksikliği ve ispatların yapıldığı ders/konu kategorileri altında toplanmıştır. Buna göre çalışmaya katılan öğretmen adaylarının ispatlarda başarılı ya da başarısız olmalarını genel olarak temel kavram eksikliği ve ispatın yapıldığı dersle ilişkilendiren görüşler belirttikleri görülmüştür. Bununla birlikte öğretmen adayları, ispatın yapısı, ders hocasının ispatlara hâkimiyeti, kavramların soyut ya da somut oluşu kategorileriyle ilişkilendirilen görüşler de belirtmişlerdir. Bu bulgulara göre, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının ispat yaparken başarılı ya da başarısız olmalarını etkileyen faktörlerin genel olarak kendilerinden ve ispatı yapılacak olan kavramdan kaynaklandığı görüşleri etrafında birleştikleri görülmektedir.

### Öğretmen Adaylarının Başarılı Oldukları İle Başarısız Oldukları Matematiksel İspatlar Arasındaki Farklara Yönelik Görüşlerine ait Bulgular

Öğretmen adaylarına göre, başarılı oldukları ile başarısız oldukları matematiksel ispatlar arasındaki farkların neler olduğunu öğrenebilmek için onlara “Başarısız olduğunuz ispat ile başarılı olduğunuz ispat arasındaki farkları nasıl açıklarsınız?” sorusu sorulmuştur. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar; İspatın Yapısı, İspatın Yapıldığı Ders/Konu, Tatmin, İspatla İlgili Kavramlar kategorileri altında toplanmıştır. Tablo-5 de kategoriler ve bu kategorilerin oluşturulmasında kullanılan öğretmen adaylarının yanıtları birlikte verilmiştir.

**Tablo 5. Öğretmen adaylarının başarılı ya da başarısız oldukları ispatlar arasındaki farklara yönelik görüşleri**

Kategoriler	Öğretmen Adaylarının Görüşleri
İ s p a t ı n Yapısı	<p><b>Gül:</b> Açıklaması çok bariz olan ve aşamaları hep sırasıyla gelebilen ispatlarda daha başarılı olurum. Bunun dışında diğerlerinde daha çok ezberliyorum diyebilirim.</p> <p><b>Hüseyin:</b> Başarısız olduğum ispatlar kabullere dayalı ispatlar; kavramlar arasında hiçbir bağlantılık esası olmayan ispatlar; başarılı olduğum ispatlar ise aradaki bağlantılılığın bir mantığı olan, geçişlerin bir mantığı olan ispatlar şeklindedir. Bana göre başarılı ya da başarısız olmamı etkileyen temel fark bunlar.</p> <p><b>Ayşe:</b> Kavramların soyut olmasından dolayı başarısız oluyoruz. Ama daha çok işlem gerektiren ispatları daha iyi anlıyorum ve daha başarılı oluyorum.</p> <p><b>Meltem:</b> Genelde sonradan ispata bizim bir şeyler katmamızı gerektirecek türden olduğunda başarısız oluyorum. Yani bazı şeyleri sonradan kabul ederek sonuca ulaşılan ispatlarda başarısız olurum. Biraz daha işlemsel olan ispatlarda daha başarılı olurum.</p>

İspatın Yapıldığı Ders/Konu	<b>İbrahim:</b> Başarılı ve başarısız olmam aslında ispatını yaptığımız teoremin hangi derste olduğuyla alakalı. Kendimi başarılı hissettiğim (örneğin; düzlem geometri, geometri) derslerdeki ispatlarda daha başarılıyım. Fakat kendimi çok başarılı görmediğim (örneğin; soyut cebir) derslerin ispatında daha başarısız oluyorum diyebilirim.
Tatmin	<b>Ayten:</b> Birinde daha sistemli ve doğru düşünüyorum. O konuyu ve o bilgiyi, o düşünceyi daha iyi anlamışım, özümsemişim. İspat çok üst düzey bir beceri bence demek ki yani ispat edecek seviyeye gelmek bana göre neredeyse onu ilk bulan matematikçinin hani o anki bilgisine seviyesine erişmek gibi bir durum oluyor. O yüzden çok haz verici bir ama her zaman başaramadığım bir şey. <b>Akif:</b> Başarılı olduğum ispatlarda kendimi daha mutlu hissediyorum. İspatı doğru yapabilmek aslında bana büyük haz veriyor. Ama ispatta başarısız olduğum zaman gerçekten üzülüyorum.
İspatla İlgili Kavramlar	<b>Dilek:</b> Açıkçası oturup kendi başımıza ispat yapmıyoruz. Var olan bir ispatı ona göre yeniden yazıyoruz. Kendi başımıza bir teoremi ispatlamadık. Ama bu durumlar içerisinde başarısız olduğum ispatta takılmamın sebebi kavramları tam öğrenemediğimi, başarılı olduklarımda ilgili kavramları daha iyi öğrendiğimi düşünüyorum. <b>Mehmet:</b> Eğer herhangi bir konuda ispat yaparken başarılı isem o konuyla ilgili kavramlara gerçekten hâkim olduğumu düşünürüm. Eğer konunun temel mantığını kavramışsam konuyla ilgili her şeyi yapabilirim. Başarısız olduğum ispatta ise gerçekten bilgi eksikliğimin olduğuna inanırım. Çünkü eğer kavramları iyi bilsem yapabilirim. Yapamadığıma eksik olan bir şeyler olduğuna inanırım. <b>Fatma:</b> Eğer çalışıyorsam başarılı oluyorum ama çalışmıyorsam başarılı olamıyorum. Çünkü çalıştığımda ispatla ilgili kavramları içselleştirebiliyorum ama doğal olarak çalışmadığımda kendi başıma ispat yapamıyorum. <b>Sariye:</b> Başarılı olduğum ispatta sonuca varmışımdır, anlamışumdur, kullanabiliyordum. Yani bundan sonra karşıma çıksa da o teorem kullanırım. Başarısız isem anlamamışımdır, uygulayamam yani arada fark bence bu. <b>Esma:</b> Başarılı olduğum ispatların teoremlerini özümseyebildiğimi düşünüyorum. Onlarla ilgili problemler karşıma çıktığında rahatlıkla çözebiliyorum. Ya da daha önceden ispatını yaptığım bir problemle alakalı bir soruyla karşılaştığımda daha önceden ispatın çözümüne ulaştığımdan benim için daha rahat olur.

Öğretmen adaylarının başarılı ya da başarısız oldukları ispatlar arasındaki farklarla ilgili görüşleri genel olarak, ispatın yapısı ve ispatla ilgili kavramlar kategorileri altında toplanmıştır. Buna göre çalışmaya katılan öğretmen adaylarının çoğunluğu yaptıkları ispatlarda izledikleri yolların ve ispatını yaptıkları kavramları içselleştirebilmeleri üzerinde durdukları görülmüştür. Bununla birlikte, ispatın yapıldığı ders/konu ve tatmin kategorileri ile ilgili görüşlerde ortaya çıkmıştır. Bu kategorilerde ki öğretmen adayları başarılı oldukları ispatta mutlu olduklarını ve başarısız oldukları ispatlarda üzüldüklerini ifade etmişlerdir. Bununla birlikte bir öğretmen adayı sevdiği derslerde ki ispatları daha iyi yaptığını fakat sevmediği derslerdeki ispatlarda başarısız olduğunu belirtmiştir.

#### 4. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşleri araştırılmıştır. Bu amaçla çalışmada öğretmen adaylarına sorulan “*Matematiksel ispat sizin için ne anlam ifade ediyor?*” sorusuna alınan yanıtlar; kalıcılık (Ayten), ezber (Dilek, Sariye), mantıklı öğrenme (Sariye, Ayten, ), doğruluk (Hüseyin, İbrahim, Mehmet, Akif, Meltem, Esmâ), Kesinlik (Mehmet), kullanılabilirlik (Meltem), güven (Ayşe), gereklilik (Fatma), saçmalık (Gül) kategorileri altında toplanmıştır. Araştırmada elde edilen bu bulgulara göre çalışmaya katılan matematik öğretmeni adaylarının çoğunluğu için matematiksel ispat ifadelerin doğruluğu anlamına gelmektedir. Bununla birlikte araştırmaya katılan öğretmen adaylarından Gül dışındaki öğretmen adayları için matematiksel ispatın olumlu bir anlama sahip olduğu söylenebilir. Araştırma da elde edilen bu bulgular ilgili alan yazında (26, 27) çalışmalarında yer alan ispatın matematiksel bilgileri doğrulama fonksiyonu ile uyumlu olduğu görülmüştür. Ayrıca bazı öğretmen adayları matematiksel ispatın kalıcı ve mantıklı öğrenmeye yardımcı olacağı görüşünde oldukları görülmüştür. Ancak çalışmaya katılan öğretmen adaylarından matematiksel ispatın matematik eğitimi için anlamsız olduğunu düşünenlerde bulunmaktadır. Bu şekilde düşünen öğretmen adaylarının görüşlerine göre matematiksel ispat, ezber ve saçmalık kategorileri altında toplanmıştır. Bu bulgular ışığında çalışmaya katılan öğretmen adaylarının çoğunluğunun matematiksel ispata yükledikleri anlamlar olumludur. Ancak araştırmaya katılan üç öğretmen adayının görüşüne bakıldığında ilgili alan yazında yer alan matematiksel ispata yönelik görüşlerin tam oluşturulamadığı (17, 30, 33) ile ilgili benzer bulgularda ortaya çıkmıştır.

Araştırmaya katılan matematik öğretmeni adaylarına ikinci olarak “*Matematiksel ispat yapmanın amacı size göre nedir?*” sorusu sorulmuştur. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar; doğruluk (Mehmet, Gül, Esmâ, İbrahim, Hüseyin), güvenilir bilgi (Ayten, Ayşe), kalıcılık (Dilek, Sariye, Fatma), ikna etmek (Akif, Meltem) kategorileri altında toplanmıştır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre çalışmaya katılan öğretmen adaylarının çoğunluğu için matematiksel ispatın amacı matematiksel ifadelerin doğrulanması şeklindedir. Bununla birlikte araştırmaya katılan matematik öğretmeni adaylarının ispatın amacına yönelik görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür. Bu bulgulara göre, öğretmen adaylarından Akif ve Meltem’in görüşlerinin ilgili alan yazında yer alan matematiksel ispatın, matematiksel bilgilerin başkalarını ikna etme süreci (1, 2) olduğu görüşü ile paralellik gösterdiği görülmektedir.

Araştırmada öğretmen adaylarına sorulan “*Matematikte ispat yapmak size göre ne kadar önemlidir? Lütfen açıklayınız.*” sorusuna alınan yanıtlar; ispatın doğru bilgilere ulaştırma rolü (Gül, Esmâ, Ayten, Mehmet), ispatın tatmin rolü (İbrahim), ispatın önemsiz tarafı (Akif, Fatma, Dilek), ispatın bilime katkısı (Hüseyin, Meltem), ispatın kalıcılık rolü (Sariye, Ayşe) kategorileri altında toplanmıştır. Araştırmada ispatın önemine yönelik olarak sorulan soruda çalışmaya katılan öğretmen adaylarının farklı görüşlere sahip olduğu görülmüştür. Buna göre ispatın anlamı ve amacına yönelik gö-

rüşleri olumlu olan Akif, Fatma ve Dilek isimli öğretmen adaylarının ispatın önemsiz olduğu görüşünde birleştikleri görülmüştür. Bu bulguya göre ismi geçen öğretmen adaylarının ispatın anlamının ve amacının farkında olmalarına rağmen ispatın önemsiz olduğu düşüncesinde birleştiklerini göstermektedir. Bunu ise ispatın zor olmasına, ezber yapmalarına ve ispatın daha önceden bilinen şeylerin tekrarı niteliğinde olmasına bağlamaktadırlar. Bu bulgu ilgili alan yazında matematikte yapılan ispatların yıllar öncesinde yapıldığı ve tekrardan ispatlamanın önemsiz olduğu (17, 28, 36) görüşüyle paralellik göstermektedir.

Araştırmaya katılan matematik öğretmeni adaylarına dördüncü olarak “*Matematikte ispat yaparken başarılı ya da başarısız olmanızı etkileyen faktörler nelerdir?*” sorusu sorulmuştur. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar; temel kavram eksikliği (Gül, Fatma, İbrahim), ispatın yapısı (Esmâ), ders hocasının ispatlara hâkimiyeti (Hüseyin, Ayten), ispatların yapıldığı ders/konu (Akif, İbrahim, Dilek, Meltem, Mehmet), kavramların soyut ya da somut oluşu (Ayşe, Sariye) kategorileri altında toplanmıştır. Araştırma bulguları çalışmaya katılan öğretmen adaylarının ispat yaparken başarılarını etkileyen en önemli faktörün ispatın yapıldığı ders veya konuyla ilgili olduğu görüşünde birleşmişlerdir.

Araştırmada öğretmen adaylarına sorulan “*Başarısız olduğunuz ispat ile başarılı olduğunuz ispat arasındaki farkları nasıl açıklarsınız?*” sorusuna alınan yanıtlar; ispatın yapısı (Gül, Hüseyin, Ayşe, Meltem), ispatın yapıldığı ders/konu (İbrahim), tatmin (Ayten, Akif), ispatla ilgili kavramlar (Dilek, Mehmet, Fatma, Sariye, Esmâ) kategorileri altında toplanmıştır. Araştırmada elde bulgular çalışmaya katılan öğretmen adaylarının başarılı ve başarısız oldukları ispatlar arasındaki farkların ispatla ilgili kavramların iyi öğrenilip öğrenilmediğiyle ilişkili olduğu üzerine yoğunlaştığını göstermektedir.

Çalışmada elde edilen sonuçlara göre, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının çoğunluğu matematiksel ispatın matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olduğunu vurgulamışlardır. İleride matematik öğretmeni olacak olan öğretmen adayların matematiksel ispatla ilgili olumlu görüşe sahip olmaları önemlidir. Çünkü matematiksel ispat yapma, ilköğretim, orta öğretim ve üniversite matematik programlarında yer almaktadır (21). Bu nedenle öğretmen adaylarının kendilerini bu alanda geliştirerek, ispat yapma merkezli matematik etkinliklerini geliştirebilecek duruma gelebilmeleri gerekmektedir. Öğretmen adaylarının ispat yapma ile ilgili varsa eksiklikleri onların ileride derslerinde ispat yapma etkinliklerini kullanım sıklığını etkileyecektir (33). Bu durum öğretmen adaylarının yetiştirecekleri öğrencilere de yansiyabilir. Bu yüzden öğretmen adaylarının derslerde yaptıkları ispatları ders geçme kaygısıyla değil ileride kullanacakları ve matematiğin doğasını anlamaları gerektiği için öğretildiği üzerinde durulmalıdır. Bununla birlikte matematiksel ispat üzerine yapılan çalışmaların artırılması gerekmektedir, çünkü matematik öğretmenlerinin ispat düzeyleri ve öğrencilerine matematiksel ispatı öğretme yolları üzerine sınırlı sayıda araştırma olduğu ifade edilmektedir (30). Bu yüzden ilköğretim, ortaöğretim ve üniversite düzeyinde

öğrencilerin matematiksel ispat hakkındaki görüşleri ve matematiksel ispat süreçleri üzerinde farklı parametlerin etkisi üzerine araştırmalar yapılarak matematiksel ispatın öneminin ortaya konması gerekmektedir.

## 5. Kaynaklar

1. Almeida, D. (2003). Engendering proof attitudes: Can the genesis of mathematical knowledge teach us anything? *International Journal of Mathematical Education in Science and Education*, 34(4), 479-488.
2. Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from an exploratory study. In A. H. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research In College Mathematics Education III* (Pp. 234-283). Providence, RI: AMS.
3. Arslan, Ç. (2007). İlköğretim Öğrencilerinde Muhakeme Etme ve İspatlama Düşüncesinin Gelişimi. Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
4. Aydoğdu, T. Olkun, S., & Toluk, Z. (2003). İlköğretim öğrencilerinin çözdükleri matematik problemlerini kanıtlama süreçleri, *Eğitim Araştırmaları*, 4(12), 64-74.
5. Bahtiyari, Ö., A. (2010). Sekizinci Sınıf Matematik Öğretiminde İspat ve Muhakeme Kavramlarının ve Önemlerinin Farkındalığı. Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
6. Arslan, S., & Yıldız, C. (2010). 11. Sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar, *Eğitim ve Bilim*, Cilt 35, Sayı 156.
7. Coşkun, F. (2009). Ortaöğretim Öğrencilerinin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri İle İspat Yazma Becerilerinin İlişkisi. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
8. Güven, B., Çelik, D. & Karataş, İ. (2005). Ortaöğretimdeki çocukların matematiksel ispat yapabilme durumlarının incelenmesi. *Çağdaş Eğitim Dergisi*., 30, 319.
9. Moore, R. C. (1990). *College Students' Difficulties In Learning To Do Mathematical Proofs*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Georgia, Georgia.
10. Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 249-266.
11. Raman, M. J. (2002). *Proof and Justification in Collegiate Calculus*. Unpublished Doctoral Dissertation, University Of California, Berkeley.
12. Selden, A., & Selden, J. (2003). *Errors and Misconceptions in College Level Theorem Proving* (Tech. Rep. No. 3). Cookeville, TN: Tennessee Technological University, Mathematics Department.
13. Shipley, A. J. (1999). *An Investigation of Collage Students' Understanding of Proof Construction When Doing Mathematical Analysis Proofs*. Unpublished Doctoral Dissertation, University Of American, Washington.
14. VanSpronsen, H. D. (2008). *Proof Processes of Novice Mathematics Proof Writers*. Unpublished Doktoral Dissertation, University of Montana.
15. Weber, K. (2001). Student Difficulty in Constructing Proofs: The Need for Strategic Knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 101-119.



16. Weber, K. (2005). Problem solving, proving and learning: The relationship between problem solving processes and learning opportunities in the activity of proof construction, *Journal of Mathematical Behaviour*, 24: 351-360.
17. Morali, S., Uğurel, I., Türnüklü, E., & Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14, 1, 147-160.
18. Sarı, M., Altun, A., & Aşkar, P. (2007). Üniversite öğrencilerinin analiz dersi kapsamında matematiksel kanıtlama süreçleri: Örnek olay çalışması. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40(2), 295-319.
19. İmamoğlu, Y. (2010). Birinci ve Son Sınıf Matematik ve Matematik Öğretmenliği Öğrencilerinin İspatla İlgili Kavramsallaştırma ve Becerilerinin İncelenmesi. Doktora Tezi, Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
20. Stylianides, G. J., Stylianides, A. J. & Philippou. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 145-166.
21. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
22. MEB (2005a). İlköğretim Okulu Matematik Dersi 6-8 Sınıflar Öğretim Programı. Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.
23. MEB, (2005b). Ortaöğretim (9-12). Sınıflar Programları Tanıtım El Kitabı. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.
24. Hanna, G. & Barbeau, E. (2008). Proofs as bearers of mathematical knowledge. *ZDM Mathematics Education*, 40:345-353.
25. Mariotti, M. A. & Balacheff, N. (2008). Introduction to the special issue on didactical and epistemological perspectives on mathematical proof. *ZDM Mathematics Education*, 40:341-344.
26. Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics* 44: 5-23.
27. Hanna, G. & Jahnke, H. N. (1999). Using arguments from physics to promote understanding of mathematical proofs. In O. Zaslavsky (ed.), *Proceedings of the twenty third conference of the international group for the psychology of mathematics education*, 3, 73-80. Haifa, Israel.
28. Almeida, D. (2000). A survey of mathematics undergraduates interaction with proof: some implications for mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31: 6, 869-890.
29. Heinze, A. & Reiss, K. (2003). Reasoning and Proof: Methodological Knowledge as a Component of Proof Competence. In M.A. Mariotti (Ed.), *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, Bellaria, Italy.
30. Jones, K. (2000). The student experience of mathematical proof at university level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31, 1, 53-60.
31. Baştürk, S. (2010). First-year secondary school mathematics students' conceptions mathematical proofs and proving. *Educational Studies*, 36(3), 283-298.

32. Jones, K. (1997). Student teachers' conceptions of mathematical proof. *Mathematics Education Review*, 9, 21-32.
33. Öçal, M. F. & Güler, G. (2010). Pre-service mathematics teachers' views about proof by using concept maps. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 9, 318–323
34. Raman, M. J. (2003). Key ideas: What are they and how can they help us understand how people view proof? *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 319-325.
35. Varghese, T. (2009a). Concept maps to assess student teachers' understanding of mathematical proof, *The Mathematics Educator*, 12(1), 49-68.
36. Varghese, T. (2009b). Secondary-level student teachers' conceptions of mathematical proof, *IUMPST: The Journal*. Vol. 1 (Content Knowledge), [www.k-12 prep.math.ttu.edu].
37. Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayınları, Ankara.
38. Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research & Evaluation Methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
39. Corbin, J. M., & Strauss, A. C. (2007). *Basics of Qualitative Research: Techniques and Procedures for Developing Grounded Theory*. Thousand Oaks, CA: Sage Publication.

## EXTENDED ABSTRACT

This research aims to determine the views of the pre-service mathematics teachers on the mathematical proof. If we think the researches about mathematical proof is increasing in the last decade this research's results will contribute to the researchers on the mathematical education and field writers in our country.

This research has been conducted with qualitative research methods. In the qualitative research methods researches can be carried out with focus on the phenomenon, actions and behaviors which happen in their natural environment. Thus utmost information about the phenomenon, actions and behaviors can be obtained. In this research; one of the qualitative research method "phenomenology", which is suitable to the research's nature, has been used.

This research has been conducted with twelve pre-service mathematics teachers who are studying mathematics teaching department. The pre-service teachers are at the fourth grade of the mathematics teaching department which lasts five years. The average age of the pre-service teachers, eight of whom is woman and four of whom is male, is twenty two. The names used in the research are not the real names of the pre-service teachers. The names are the nicknames which are determined by the researchers.

In the research to obtain the pre-service teachers' view on the mathematical proof, Mathematical Proof Interview Form has been used. The pre-service teachers who are interviewed are selected according to their expressing skill, availability and willing-

ness. It is stated by the researchers that their names and their information won't be shared and after the conclusion of the research, nicknames will be used in the article. The interviews made with the teacher candidates are taken 25-30 minutes. All the interviews are made in an environment which interviewee and interviewer can make the interview face to face. To analyses the data which is obtained from the views of the pre-service teachers "Categorical Analysis" which is a content analysis method, has been used.

In this research the views of the pre-service mathematics teachers' views has been tried to be determined. With this aim the answers to the question "What does mathematical proof mean to you" are categorized into permanency (Ayten), memorization (Dilek, Sariye), logical learning (Sariye, Ayten), correctness (Hüseyin, İbrahim, Mehmet, Akif, Meltem, Esma), certainty (Mehmet), usefulness (Meltem), confidence (Ayşe), necessity (Fatma) absurd (Gül).

The second question which is directed to the pre-service mathematics teachers is "What is the aim of making mathematical proof according to you? The replies which are given by the pre-service teachers are categorized into correctness (Mehmet, Gül, Esma, İbrahim, Hüseyin) reliable data (Ayten, Ayşe) permanency (Dilek, Sariye, Fatma) persuasion (Akif).

The replies to the question which is directed to the pre-service teachers in the research "How important is the mathematical proof please explain?" are categorized into ; The role of mathematical proof to reaching correct information (Gül, Esma, Ayten, Mehmet), The satisfying role of the proof (İbrahim), The unimportant aspect of the proof (Akif, Fatma, Dilek), The contribution of proof to the science (Hüseyin, Meltem), The permanency role of the proof (Sariye, Ayşe).

The fourth question which is directed to the pre-service teachers, is "While making mathematical proof what are the factors that affect you to become successful or not ?" The replies are categorized into the deficiency in basic concepts (Gül, Fatma, İbrahim), the structure of the proof (Esma), the control of the teacher over the proof (Hüseyin, Ayten), the lesson/subject in which proof is made (Akif, İbrahim, Dilek, Meltem, Mehmet), if the concepts are concrete or abstract (Ayşe, Sariye).

The replies given by the pre-service teachers to the question "How can you explain the differences between the Proof that you succeed and proof that you failed? are categorized; the structure of the proof (Gül, Hüseyin, Ayşe, Meltem), the lesson/subject in which proof is made (İbrahim), satisfaction (Ayten, Akif), the concepts related to proof (Dilek, Mehmet, Fatma, Sariye, Esma) .

According to results of the research, most of the pre-service teachers emphasized the importance of the mathematical proof in the Mathematics Education. It is important for the future mathematics teacher to have the positive attitude to the mathematical proof. Because mathematical proof has its place in the curriculum of the primary, secondary and university education (21). For this reason pre-service teachers should improve themselves in this domain and they need to improve themselves to

make developed proof centered activities. If the teachers have deficiencies on the mathematical proof it will affect the future activities in the lessons on the mathematical proof. This may reflect to the pre-service teachers' students. Thus the pre-service teachers' should dwell upon the fact that mathematical proof has been teaching to future usage of mathematical proof and understand the mathematics own nature not for the anxiety of the passing class.