

İMKB BİLEŞİK 100 ENDEKSİ GETİRİ VOLATİLİTESİNİN ANALİZİ

Ünal H. ÖZDEN¹

ÖZET

Finansal serilerde, taşıdıkları özellikler nedeniyle doğrusal zaman serisi yerine, doğrusal olmayan koşullu değişen varyans modellerinin kullanılması giderek daha yaygın hale gelmiştir. Bu nedenle çalışmada, doğrusal olmayan koşullu değişen varyans modellerinden ARCH, GARCH, EGARCH ve TGARCH modelleri ile İMKB Bileşik 100 Endeks getiri volatilitelerinin modellenmesi ve alternatif modeller arasında en iyi performansı gösteren modelin saptanması amaçlanmıştır. Çalışmada 04.01.2000-29.09.2008 dönemine ilişkin İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Bileşik 100 Endeksi'nin günlük logaritmik getirileri kullanılmıştır. Öncelikle getirilerin durağan olup olmadıkları ADF Testi ile araştırılmış ve getiri serisinin birim kök içermediği yani durağan olduğu saptanmıştır. Daha sonra alternatif otoregresif modeller arasında en iyi ortalama denklem modelinin ARMA(2,2) olduğuna karar verilmiştir. Bunun yanı sıra ortalama denklemin artıklarının ARCH etkisine sahip olduğu ARCH LM testi yapılarak belirlenmiştir. Getiri serisi ARCH etkisine sahip olduğundan koşullu değişen varyans modelleri ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) ile tahmin edilmiştir ve bunlar arasında en iyi olan modelin TGARCH(1,1) olduğu saptanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Getiri, Değişen Varyans, Volatilité, ARCH, GARCH, EGARCH, TGARCH

ANALYSIS OF ISTANBUL STOCK EXCHANGE 100 INDEX'S RETURN VOLATILITY

ABSTRACT

In financial series, instead of using linear time series, using nonlinear conditional heteroscedasticity model is becoming widespread because of their characteristic. As a result of this, modelling of İstanbul Stock Exchange (ISE) 100 Index's return volatility with ARCH, GARCH, EGARCH, TGARCH models and choosing the best models between alternative models are the aims of this study. In this conducted study, İstanbul Stock Exchange (ISE) 100 Index's daily closing values between the dates of 04.01.2000 and 29.09.2008 has been used. Primarily, stableness of returns is investigated with ADF test and the test results have been appointed that return series has not unit root in other words they are stable. The best model between alternative autoregressive models ARMA(2,2) which is the best mean equation model has been choosen. Additionally, It has been seen that the resids of mean equation model has the effect of ARCH, this has been controlled with ARCH LM test. Return series have ARCH effect because of this reason conditional heteroscedasticity models ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) and TGARCH(1,1) has been predicted and It has been dedicated that the best model between these models is TGARCH(1,1).

Keywords: Return, Heteroscedasticity, Volatility, ARCH, GARCH, EGARCH, TGARCH

¹ *Yrd.Doç.Dr., İstanbul Ticaret Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Üsküdar- İstanbul*

1. GİRİŞ

Son yıllarda, volatilité olgusu finansal piyasalarda çok sık karşılaşılan kavramlardan biri haline gelmiştir. Tanım olarak volatilité, herhangi bir değişkenin, belirli bir ortalama değere göre çok yüksek artış veya azalışlar göstermesi anlamına gelmektedir. Volatil terimi ise, genellikle bir hisse senedi, bono veya herhangi bir finansal varlığın fiyatında meydana gelen dalgalanmaların büyüklüğünü ve bu dalgalanmaların gerçekleşme sıklığını açıklamak amacıyla kullanılmaktadır (Güneş ve Saltoğlu, 1998: 14).

Finansal piyasalardan biri olan hisse senetleri piyasasında, ekonomik, siyasi ve sosyal bilgi ve konular bağlamındaki beklentiler fiyatlarda farklı büyüklüklerde volatilitéye neden olabilmektedir. Özellikle finansal krizler sırasında ortaya çıkan yüksek volatilité nedeniyle, yatırımcılardan bazıları önemli kazançlar elde ederken, bazıları ise önemli kayıplar vermektedirler. Çünkü volatilitenin yüksek olması, üstlenilmesi gereken riskin de yüksek olmasına neden olur. Genel olarak bu çalışmanın uygulama konusu olan İMKB Bileşik 100 Endeks getirilerinin de çok volatil olduğu söylenmektedir. İMKB, yatırımcılar için çok hızlı yükselişlerle önemli bir kazanç kaynağı olarak görülmüş olsa da, zaman zaman pek çok yatırımcının zarar etmesine neden olmuştur.

Finansal zaman serilerinin volatilitésinin modellenenilmesi, serilerin özelliklerinin belirlenmesini gerektirmektedir. Finansal zaman serileri üç temel özelliğe sahiptir. Bunlar; aşırı basıklık, volatilité kümelenmesi (finansal varlıkların fiyatlarındaki büyük miktarda değişimleri büyük miktarda, küçük miktarda değişimleri de yine küçük miktarda değişimlerin takip etmesi) ve ilk olarak Black (1976) tarafından ortaya atılan kaldıraç etkisidir (Negatif şokların volatilitéyi, pozitif şoklardan daha fazla artırdığını ileri sürer) (Mazıbaş, 2005). Finansal zaman serileri bu özelliklerden bir veya daha fazlasına sahipse, regresyon modelinde varyansın sabit olması varsayımı, geçerli olmamaktadır (Kutlar, 2000: 105).

Geleneksel ekonometrik modellerde volatilitenin bir ölçüsü olan varyansın, zamana bağlı olarak değişmediği yani zamandan bağımsız olduğu varsayılmaktadır. Ancak finansal zaman serilerinin varyansları genellikle zamana bağlı bir şekilde değişkenlik (heteroskedasticity) göstermektedir. Bu nedenle, sabit varyans (homoskedasticity) varsayımı üzerine kurulan geleneksel zaman serisi modelleri, yeterli olmamaya başlamış ve Engle (1982) finansal varlıkların dinamik özelliğinin daha iyi anlaşılması ve zaman içinde değişen varyansın tahmin edilebilmesi için otoregresif koşullu değişen varyans (autoregresif conditional heteroskedasticity-ARCH) modelini geliştirmiştir. Daha sonra Bollerslev (1986) ARCH modelinin otoregresif hareketli ortalama modeline dönüştürülmüş hali olan ve geçmiş dönem hata karelerinin ağırlıklandırılmasına dayanan GARCH (General ARCH) modelini geliştirmiştir. GARCH modelinde koşullu varyans üç değişik varyansın ortalaması olarak düşünülmektedir: Birincisi sabit varyans olup uzun dönem ortalamaya karşılık gelmektedir; ikincisi bir dönem önceki koşullu varyanstır; üçüncüsü ise bir dönem önceki koşullu varyans hesaplandığında ortaya çıkan hata terimidir. Bu üç varyansa verilen ağırlıklar, varyansın yeni bilgiyle birlikte ne kadar hızlı değiştiğini

ve ne kadar hızlı uzun dönem ortalamasına geri döndüğünü belirlemektedir (Güloğlu ve Akman 2007: 43-51).

Özellikle finansal varlıklardaki volatilité, olumlu ve olumsuz haberlerden farklı şekilde etkilenebilmektedir. Diğér bir ifade ile finansal varlıkların volatilitesi olumlu ve olumsuz şoklara asimetrik tepkiler verebilmektedir. Asimetrik tepkilerin ortaya çıktığı durumlar için GARCH modelleri yeterli olmamaktadır. Çünkü GARCH modeli şokların volatilité üzerindeki etkisini şokların işaretinden bağımsız olarak belirler, bu da olumlu (pozitif) ve olumsuz (negatif) şokların volatilité üzerindeki etkisini ayırtmamaktadır. GARCH modellerinin bu eksikliğini gidermek için Nelson (1991) koşullu varyansı logaritmik modelleyen üstel GARCH (EGARCH) modelini geliştirmiştir (Bildirici vd., 2007). Bunun yanı sıra, Zakoian (1994) pozitif ve negatif şokların volatilité üzerindeki etkilerinin farklı olup olmadığını belirlemek için eşikli (Threshold) GARCH (TGARCH) modelini önermiştir.

Bu çalışma, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Bileşik 100 Endeksinin getiri volatilitésinin ARCH ve GARCH modellerinin yanı sıra olumlu ve olumsuz şoklara karşı volatilitenin asimetrik tepki verip vermediğinin saptanması için EGARCH ve TGARCH ile modellenmesi ve bu modellerden en iyi olan modelin belirlenmesini amaçlamaktadır. Araştırmada veri seti olarak 04.01.2000-29.09.2008 dönemine ait İMKB Bileşik 100 Endeksinin günlük logaritmik getirileri kullanılmıştır.

2. MODELLER

Değişken volatilitéye sahip finansal zaman serilerinin modellenmesinde, varyansın sabit kalmadığını kabul eden, ARCH ve GARCH sınıfı modeller olarak bilinen, doğrusal olmayan ekonometrik modeller kullanılmaktadır. İMKB Bileşik 100 Endeksi'nin logaritmik getirisi bu çalışmada ARCH, GARCH, EGARCH ve TGARCH ile modellendiğinden, bu modellerin açıklanmasında fayda vardır.

2.1. ARCH Modeli

Engle (1982) geleneksel zaman serisi yöntemlerindeki hata terimlerinin sabit varyanslı olma varsayımından farklı olarak; hata terimleri u_t 'nin t dönemindeki varyansının geçmiş dönemlerdeki u_t 'nin varyansı ile ardışık bağımlı (otokorelasyonlu) olduğunu ileri sürmüş ve ARCH modelini geliştirmiştir (Engle, 1982, ss. 987-1008). ARCH'ın temel düşüncesi, u 'nun t dönemindeki varyansının (σ_t^2) , $(t-1)$ dönemindeki hata terimi karesi olan u_{t-1}^2 'e bağılı olmasıdır.

Genel olarak bir ARMA(p,q) modeli,

$$y_t = C + \sum_{i=1}^p \theta_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \phi_i u_{t-i} + u_t \quad (1)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu modele koşullu ortalama denklemi denir. Denklem (1)'den elde edilen hata terimlerinin (u_t) , $(t-1)$ döneminde koşullu olarak sıfır ortalama ve $(\omega + \alpha_1 u_{t-1}^2)$ varyans ile normal dağıldığı varsayılmaktadır;

$$u_t \approx N[0, (\omega + \alpha_1 u_{t-1}^2)] \quad (2)$$

Denklem (2)'de u_t 'nin varyansının, bir önceki dönemin hata teriminin karesine bağlı olmasından dolayı bu sürece ARCH (1) süreci denmektedir. Bu süreç (Koşullu varyans) aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

$$h_t = Var(u_t) = \sigma_t^2 = V(u_t^2 / I_{t-1}) = \omega + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (3)$$

Burada I_{t-1} , $(t - 1)$ anındaki tüm bilgiyi, V değeri ise hata terimlerinin koşullu varyansını göstermektedir. Denklem (3) denklemin önemi hata terimlerinin koşullu varyansını parametrik olarak modellemeye izin vermesidir. Böylelikle finansal verilerin tahmini için elde edilen yeni bilginin varyansı ya da volatilitiyi nasıl etkilediği modellenmektedir. Buna bağlı olarak volatilitenin zaman içinde nasıl değiştiği de görülebilmektedir. Denklem (3) kullanılarak finansal varlık getirilerinde ortaya çıkan beklenmedik gelişme değerleri belirlenebilir. Bu modelde koşullu varyans, beklenmeyen hata terimlerinin (şokların, haberlerin ya da sürprizlerin) karesine bağlı olan bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır.

ARCH(1) süreci, genel ARCH (q) süreci olarak, $\omega > 0$; $\alpha_i \geq 0$; $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$ koşulları altında,

$$h_t = Var(u_{tq}) = \sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 \quad (4)$$

biçiminde gösterilmektedir.

ARCH yöntemi uygulanmadan önce ARCH etkisinin olup-olmadığının test edilmesi gerekmektedir. ARCH etkisinin varlığını test etmek üzere literatürde önerilen en önemli iki test Engle'nin (1982) ARCH LM testi ile McLeod ve Li'nin (1983) Q testidir. Uygulamada modelin hata kareleri arasında birinci ve daha yüksek dereceden otokorelasyon sürecine dayanan ARCH LM testi yoğunlukla tercih edilmektedir (Özbey, 2005: 22). Engle'nin önerdiği ARCH LM testi; Denklem (5)'den elde edilen hata terimlerinin karelerinin (\hat{u}_t^2) Denklem (6)'daki gibi modellenerek gerçekleştirilmektedir.

$$y_t = C + \theta_1 y_{t-1} + \theta_2 y_{t-2} + \dots + \theta_p y_{t-p} + u_t \quad (5)$$

$$\hat{u}_t^2 = C + \alpha_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{u}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \hat{u}_{t-q}^2 + v_t \quad (6)$$

LM testi için kurulacak hipotezde ARCH etkisinin varlığının tespiti hataların beyaz gürültü sürecine sahip olduğunu ifade eden H_0 hipotezine karşı, ARCH etkisine sahip hataların varlığını gösteren alternatif hipotez test edilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2006: 243-265).

$$\begin{aligned}
H_0 &= \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0 \\
H_1 &= \text{En az bir } \alpha_i > 0
\end{aligned}
\tag{7}$$

ARCH LM test istatistik değeri, T gözlem sayısı olmak üzere $LM_{ARCH}=(T-q)*R^2$ formülü ile hesaplanır (Güriş ve Çağlayan, 2000: 135-139). LM istatistiği, q serbestlik dereceli Ki-kare (χ_q^2) dağılımına sahiptir. H_0 hipotezinin reddedilmesi ile birlikte otokorelasyonlu olduğu anlaşılan en küçük kareler artıklarının kareleri, modelde ARCH etkisinin varlığını ortaya çıkaracaktır. Etkinin varlığı ortaya çıkarıldıktan sonra, modeldeki regresyon (ortalama) denklemi ile yardımcı regresyon (koşullu varyans) denklemi tahmin edilebilmektedir.

2.2. GARCH Modeli

Tim Bollerslev'in (1986) tanıtmış olduğu GARCH modellerinde t dönemindeki koşullu varyans (h_t) yalnız hata terimlerinin geçmiş değerlerinin karesine bağlı değil, aynı zamanda geçmişteki koşullu varyanslara da bağlıdır. Yani hata terimlerinin varyansı hem kendi geçmiş değerlerinden hem de koşullu varyans değerlerinden etkilenir. Hata karelerinin gecikme uzunluğu q ve otoregresif kısmının gecikme uzunluğu da p ile ifade edildiğinde genel bir GARCH(p,q) süreci,

$$\omega > 0; \alpha_i \geq 0; \beta_j \geq 0; \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1 \text{ koşulları altında;}$$

$$h_t = \omega + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 \tag{8}$$

şeklinde yazılabilmektedir. Bu modelin parametrelerinin kestiriminde “En Çok Olabilirlik” (Maximum Likelihood) yöntemi kullanılmaktadır. Uygulamada volatilitenin tahmini için en çok kullanılan model GARCH(1,1) ($h_t = \omega + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$) modelidir. Ayrıca bu model ekonometrik ve finansal zaman serilerinin karakteristiklerini (volatilitelerini) açıklamak için yeterli görülmektedir (Hansen ve Lunde, 2005: 873 – 889). Bunun yanı sıra, GARCH(p,q) süreci, p=0 iken ARCH(q) sürecine indirgenmektedir ve p=q=0 iken u_t “beyaz gürültü” özelliğine sahip olacaktır.

Modelin geçerliliği açısından; koşullu varyans denklemi yazıldıktan sonra tahmin edilen ARCH ve GARCH modelinin parametreleri ile ilgili iki koşul aranmaktadır. Bunlardan ilki negatif olmama koşulu olarak bilinen varyansın pozitif olabilmesi için koşullu varyans denkleminin sağındaki sabit katsayının sıfırdan büyük ($\omega > 0$) ve diğer değişkenlerin katsayılarının sıfıra eşit ya da büyük olmasıdır ($\alpha_i \geq 0; \beta_j \geq 0$, $i=1,2,\dots,q$). İkinci koşul ise, otoregresif modellerle ilgili durağanlık koşuludur. Durağanlığın sağlanabilmesi için koşullu varyans denkleminin sağında bulunan sabit dışındaki diğer bütün parametrelerin toplamının birden küçük çıkması gerekmektedir.

2.3. EGARCH Modeli

GARCH modellerinin en önemli eksikliklerinden biri pozitif ve negatif şoklara karşı volatilitenin simetrik tepki verdiğini varsaymasıdır. Ancak bu varsayımın geçerli olmadığı durumlar da mümkün olmaktadır yani volatilitenin şoklara karşı asimetrik tepki verdiği durumlarda söz konusudur. Finansal zaman serilerindeki kaldıraç etkisinin modellenmesinde yetersiz kalan GARCH modelleri yerine bu eksikliğin giderilebilmesi için ilk olarak Nelson (1991) tarafından üstel GARCH (EGARCH) modelleri geliştirilmiştir.

$$\log(h_t) = \omega + \sum_{j=1}^p \beta_j \log(h_{t-j}) + \sum_{i=1}^q \alpha_i \frac{|u_{t-i}|}{\sqrt{h_{t-i}}} + \sum_{i=1}^q \gamma_i \frac{u_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}} \quad (9)$$

EGARCH modelinde koşullu varyansın doğal logaritması kendi gecikmeli değerlerine ve gecikmeli hata terimi karesi yerine standartlaştırılmış hata terimine

$\frac{|u_{t-i}|}{\sqrt{h_{t-i}}}$ koşulludur (Demirel vd., 2008). Aynı zamanda koşullu varyans h_t , gecikmeli

hata terimlerinin hem büyüklüğüne hem de işaretine bağlıdır. EGARCH modelinde koşullu değişen varyansın logaritması alındığından parametreler pozitif olmaktadır. Bunun sonucu olarak ARCH ve GARCH modellerindeki parametrelerin 0'dan büyük olma koşulu (α_i ve β_i parametrelerinde sınırlamalar yoktur) gerekmemektedir. Burada $\gamma_i \neq 0$ ise, asimetrik etkinin bulunduğunu ve $\gamma_i < 0$ ise kaldıraç etkisinin olduğunu yani aynı büyüklükteki negatif şokların volatiliteye etkisinin pozitif şoklardan daha fazla olduğunu işaret etmektedir. Ayrıca $\sum_{i=1}^p \beta_i$ 'nin mutlak değerinin küçük olması volatilitenin kalıcılığının (sürekliliğinin) az olduğunu göstermektedir (Demirel vd., 2008).

2.4. TGARCH Modeli

Pozitif şoklarla negatif şokların etkisinin simetrik olmadığını dikkate alan diğer bir alternatif model türü de TGARCH'tır (Threshold GARCH-eşikli GARCH). TGARCH modellerinde, $u_{t-1} = 0$ eşik değer olarak kabul edilirse; olumlu haberlerin (pozitif şokların, $u_{t-i} > 0$) koşullu varyans üzerindeki etkisinin olumsuz haberlerin (negatif şokların, $u_{t-i} < 0$) koşullu varyans üzerindeki etkisinden daha az olacağı varsayımına dayanır (Mapa, 2004:3-5). TGARCH modelinde bu etki, modele D_{t-i} kukla değişkeni eklenerek dahil edilmektedir. Buna göre, TGARCH(p,q) modeli,

$$h_t = \omega + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \gamma_i D_{t-i} u_{t-i}^2 \quad (10)$$

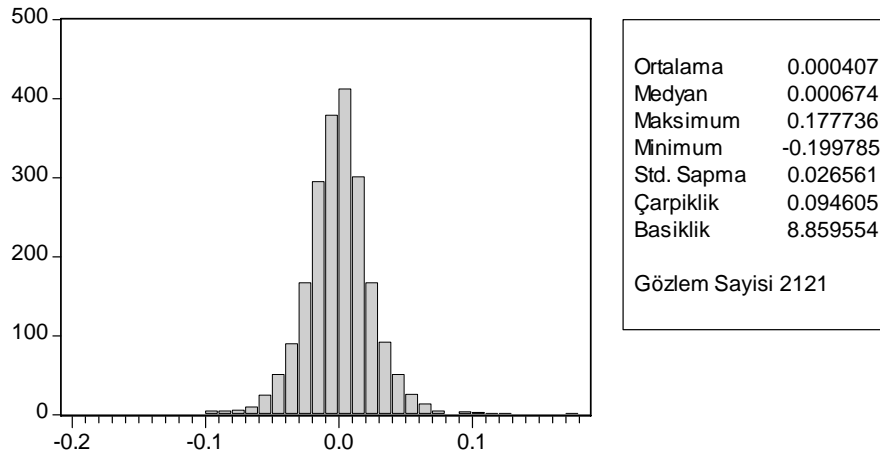
$$D_{t-i} = \begin{cases} 1 & u_{t-i} < 0 \text{ ise} \\ 0 & u_{t-i} \geq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (11)$$

şeklinde yazılabilir. Böyle bir modelde eğer $\gamma_i \neq 0$ ise yeni haberlerin etkisinin farklı olacağı söylenir. Bununla birlikte olumlu haberin etkisi α_i kadar olurken, olumsuz haberin etkisi $\alpha_i + \gamma_i$ kadar olacaktır. $\gamma_i > 0$ ise olumsuz haberin volatilité üzerindeki etkisinin olumlu haberin etkisinden daha fazla olacağını yani i'inci düzeyden kaldıraç etkisinin olduğu söylenir. Diğer taraftan, $\gamma_i = 0$ ise, bu yeni haberlerin volatilité üzerindeki etkisinin asimetrik olmadığı anlamına gelir ve bu durumda TGARCH modeli GARCH modeline eşit olacaktır (Hossain vd., 2005: 419-425). Ayrıca, TGARCH modeli ile EGARCH modeli arasındaki fark, TGARCH modelinde kaldıraç etkisinin kuadratik, EGARCH'da ise üstel olmasıdır (Mapa, 2004:3-5).

3. VERİLER ve BULGULAR

04.01.2000–29.09.2008 döneminde İstanbul Menkul Kıymetler Borsasının işleme açık olduğu 2121 gün için dikkate alınan İMKB 100 Bileşik Endeksinin günlük kapanış değerleri bu çalışmanın uygulamasında kullanılan veri setini oluşturmaktadır. Bu kapanış değerleri kullanılarak logaritmik getiri değerleri $\ln(\text{İMKB}100_t/\text{İMKB}_{t-1})$ formülüyle hesaplanmıştır. Analizlerin bilgisayar ortamında gerçekleştirilmesi sırasında EViews 4.1 paket programı kullanılmıştır.

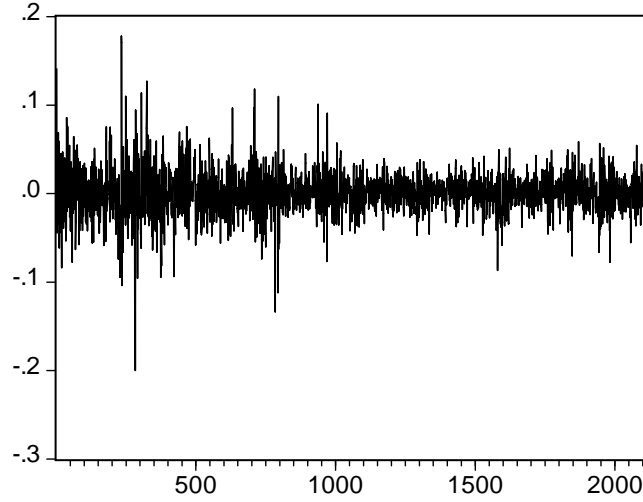
Logaritmik getirilere ilişkin zaman serisi incelendiğinde (Bkz Şekil 1), minimum getirinin -0,199785, maksimum getirinin 0,177736 ortalama getirinin de sıfıra çok yakın pozitif 0,000407 olduğu saptanmıştır.



Şekil 1: İMKB Bileşik 100 Endeksi Logaritmik Getirilerinin Karakteristik Değerleri

Bununla birlikte basıklık ölçüsünün 8,859554 çıkması serinin sivri olduğu sonucunu göstermektedir. Ayrıca çarpıklık değeri 0,094605 olması ise serinin simetrik olduğunu göstermektedir. Seri ortalamasının ve standart sapmasının 0 çok yakın değer çıkması serinin durağan olabileceği hakkında ipucu vermektedir. Bunun yanı

sıra, Şekil 2'deki serinin grafiği incelendiğinde belirli dönemlerde volatilitenin yüksek olduğu gözlemlenmektedir.



Şekil 2: İMKB Bileşik 100 Endeksinin Logaritmik Getirileri

Endeksin günlük logaritmik getiri serisinin durağan olup olmadığı araştırılması için Augmented Dickey-Fuller birim kök testi kullanılmıştır. Test sonucunda bulunan t istatistik değeri -46.51844 çıkmıştır. Bu istatistik değeri 0,05 anlam düzeyindeki -1,94 kritik değerinden çok daha küçük olduğu için getiri serisinin durağan olduğu ve serinin birim kökü olmadığı sonucuna varılmıştır.

Getiri serisi durağan olduğundan, en uygun koşullu ortalama denklemini tahmin etmek için En Küçük Kareler (EKK) yöntemi kullanılmıştır. Koşullu ortalama denkleminin tahmininde, kısmi otokorelasyon ile otokorelasyonlara bakılarak ve farklı modeller denenerek en iyi modelin ARMA(2,2) modeli olduğu saptanmıştır. EKK ile tahmin edilen ARMA(2,2) koşullu ortalama denklemi aşağıda verilmiştir.

$$\text{Getiri} = 0.000403 + 0.852021\text{AR}(1) - 0.578057\text{AR}(2) - 0.852310\text{MA}(1) + 0.596256\text{MA}(2)$$

$$t\text{-istat.}: (0.686503) \quad (7.057252) \quad (-4.459276) \quad (-7.218190) \quad (4.604719)$$

Modeldeki sabit parametre dışındaki tüm parametreler; AR(1), AR(2), MA(1) ve MA(2) parametreleri $\alpha=0,05$ hata düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bunun yanı sıra, modelde aynı türden parametre değerlerinin toplamının birden küçük olma yani $\text{AR}(1)+\text{AR}(2)<1$ ve $\text{MA}(1)+\text{MA}(2)<1$ koşulları da sağlanmıştır.

Finansal getiri serilerinin volatil yapısının tespitinde koşullu ortalama denkleminin artıkları (hata terimleri) kullanılmaktadır. Bu nedenle 1'inci dereceden ARCH etkisinin var olup olmadığını bulmak için logaritmik getirilerin koşullu ortalama denklemi artıklarına denklem (12)'den faydalanarak ARCH LM testi yapılmıştır. ARCH LM testinin sonuçları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: ARCH LM Testi

F-istatistiği	219.7099	P= 0.00
Gözlem Sayısı (T) * R-kare değeri (R^2)	199.2309	P= 0.00

ARCH LM testi sonucuna göre $T*(R^2)$ değeri 199.2309 olarak bulunmuştur. $T*(R^2)$ değeri, 0,05 hata düzeyindeki serbestlik derecesi 1 olan Ki-kare ($\chi^2_{(1)}=3,84$) tablo değerinden büyük çıkmıştır. Bu durum, getiri serisinin artıklarında 1'inci dereceden ARCH etkisinin varlığını ortaya koymaktadır.

Daha önce de belirtildiği gibi, uygulamada volatilitenin tahmini için en çok kullanılan modeller ARCH(1), GARCH(1,1) ($h_t = \omega + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$) modelleridir ve bu modeller finansal zaman serilerinin karakteristiklerini (volatilitelerini) açıklamak için yeterli görülmektedir. Buna rağmen çalışmada farklı mertebelerden ARCH ve GARCH modelleri (ARCH(2), GARCH(2,1), GARCH(2,2) gibi) kullanılmış fakat bu modellerin hiçbirisinde parametreler istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Bu nedenle tüm koşulları yerine getiren koşullu değişen varyans modelleri ARCH(1) ve GARCH(1,1) modelleri olmuştur. Çalışmada ayrıca şokların volatilité üzerindeki asimetric etkilerinin saptanması için EGARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) modelleri de tahmin edilmiştir.

Tablo 2'de ARCH(1), GARCH(1,1) EGARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) modellerinin koşullu ortalama ve koşullu varyans denklemindeki parametrelerin değerleri ile onlara ait çeşitli istatistikler verilmiştir. Koşullu ortalama denklemlerinde $AR(1)+AR(2)<1$ ve $MA(1)+MA(2)<1$ olarak bulunmuş ve koşullu varyans denkleminde aynı türden parametre değerlerinin toplamının birden küçük çıkma koşulu sağlanmıştır. Bununla birlikte koşullu ortalama denklemindeki ARCH(1), EGARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) modellerindeki sabit parametreler dışındaki tüm parametrelerin 0,05 hata düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir.

ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) modelleri sonucunda; İMKB Bileşik 100 Endeks'inin logaritmik getirilerindeki ARCH etkisi, ortadan kalkmıştır. Ayrıca her bir modelden elde edilen hata terimlerinin korelogramı incelendiğinde, bütün otokorelasyonların Q test istatistik değerleri %5 hata düzeyinde χ^2 kritik değerlerinden küçük çıkmış ve artıklarda otokorelasyon olmadığı belirlenmiştir. Bu sonuçlar, logaritmik getiri serisi volatilitésinin, adı geçen modellerle incelenebileceğini göstermektedir.

EGARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) modellerindeki γ parametresi istatistiksel olarak anlamlı bulunduğundan, şokların getiri volatilitésini üzerinde asimetric etkide bulunduğu söylenebilir. Bu nedenle getirilerin modellenmesinde, ARCH(1) ve GARCH(1,1) modelleri yerine, bu modellerin kullanılması daha faydalı olacaktır.

Akaike Bilgi Kriteri, Schwarz Kriteri ve Log Likelihood (bu değerlerin küçük olması istenir) değerlerine göre volatilité modellerinin performansları incelendiğinde en iyi performansa sahip olan modelin, TGARCH(1,1) olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 2: İMKB Bileşik 100 Endeks Getirilerinin ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) Modelleri

	ARCH(1)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
Ortalama Denklemi				
C	0.000377	0.000990	0.000533	0.000903
P	0.4827	0.0352	0.2302	0.0556
θ_1	1.000855	1.037006	1.058220	0.798014
P	0.00	0.00	0.00	0.00
θ_2	-0.637034	-0.673763	-0.684210	0.196717
P	0.00	0.00	0.00	0.0038
ϕ_1	-0.979978	-1.027579	-1.044607	-0.767880
P	0.00	0.00	0.00	0.00
ϕ_2	0.648597	0.689813	0.697437	-0.228924
P	0.00	0.00	0.00	0.00
Varyans Denklemi				
ω	0.000519	1.19E-05	-0.374335	1.24E-05
P	0.00	0.00	0.00	0.00
α	0.240132	0.106880	0.215797	0.067110
P	0.00	0.00	0.00	0.00
β		0.879629	0.972330	0.881355
P		0.00	0.00	0.00
γ			-0.050736	0.072311
P			0.00	0.00
Akaike Bilgi Kriteri	-4.513973	-4.676999	-4.680112	-4.683419
Schwarz Kriteri	-4.495280	-4.655636	-4.656078	-4.659385
Log Likelihood	4789.555	4963.281	4967.579	4971.083
Hata Kareleri Toplamı	1.471087	0.026407	1.472003	1.474792
Akaike, Schwarz ye Log Likelihood'a Göre Sıralama	4	3	2	1
ARCH LM T*(R²)	0.129242	0.095405	0.312845	0.006553
P	0.719219	0.757415	0.575940	0.935483

4. SONUÇ

Özellikle belirsizliğin hakim olduğu dönemlerde, ekonomik ve sosyal beklentiler bir çok finansal varlığın fiyatlarında volatilité artışlarına neden olmaktadır. Böyle dönemlerde ortaya çıkan yüksek volatilité nedeniyle, yatırımcılardan bazıları önemli kazançlar elde ederken, bazıları ise önemli kayıplar vermektedirler. Son yıllarda volatilitenin modellenmesinde, doğrusal zaman serileri modelleri yerine, finansal zaman serilerinde ortaya çıkan değişen varyansın modellenmesine izin veren doğrusal olmayan modeller kullanılmaya başlanmıştır.

Bu çalışmada İMKB 100 Bileşik Endeksinin günlük kapanış değerlerinden hareketle $\ln(\text{İMKB}_{100,t}/\text{İMKB}_{t-1})$ formülüyle hesaplanan logaritmik getirileri kullanılmış ve bu getiri volatiliteleri farklı dereceler sınanarak ARCH, GARCH, EGARCH ve TGARCH ile modellenmiştir. Yapılan analizler sonucunda volatilitenin modellenmesi için kullanılan ARCH(1), GARCH(1), EGARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) modellerinin istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra çalışmada, olumlu şoklar ile olumsuz şokların volatiliteler üzerinde asimmetrik etkisinin olduğu EGARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) incelenerek saptanmıştır.

Bu modeller arasında Akaike Bilgi Kriteri, Schwarz Kriteri ve Log Likelihood değerine göre en iyi performansı gösteren model TGARCH(1,1) olurken; 2. sırada EGARCH(1,1), 3. sırada GARCH(1,1) ve son sırada da ARCH(1) yer almıştır.

KAYNAKÇA

Bildirici, M, Oktay, S. Ve Aykaç, E., (2007), "İMKB'DE Getiri Değişkenliğinin Hesaplanmasında ARCH/GARCH Ailesi Modellerin Kullanılması", Türkiye Ekonometri ve İstatistik Kongresi 24-25 Mayıs 2007 – İnönü Üniversitesi Malatya, Çevrimiçi 28.12.2008: eisemp8.inonu.edu.tr/bildiri-pdf/bildirici-oktay-aykac.pdf

Black, F., (1976), "Studies of stock price volatility changes". In Proceedings of the 1976 Meetings of the Business and Economic Statistics Section", American Statistical Association, 177-181

Bolğun, E. ve Akçay, B. (2003), **Risk Yönetimi**, Scala Yayıncılık.

Bollerslev T. (1986) "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Demirel, B., Bozdağ, E.G. ve İnci, A.G., (2008), "Döviz Kurundaki Dalgaların Gelen Turist Sayısına Etkisi: Türkiye Örneği", DEU Ulusal İktisat Kongresi, İzmir, Çevrimiçi 28.12.2008: http://www.deu.edu.tr/userweb/iibf_kongre/dosyalar/demirel.pdf

Engle., R., F. (1982) "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, 50(4), 987-1008.

Güloğlu, B. ve Akman, A., (2007) "Türkiye'de Döviz Kuru Oynaklığının SWARCH Yöntemi İle Analizi", *Finans Politik & Ekonomik Yorumlar*, 44(512), 43-51.

Güneş, H. ve Saltoğlu, B. (1998), **İMKB Getiri Volatilitelerinin Makroekonomik Konjonktür Bağlamında İrdelenmesi**, İMKB Yayınları.

Güriş, S. ve Çağlayan, E. (2000), **Ekonometri -Temel Kavramlar**, Der Yayınları.

Hansen, P. and Lunde, A. (2005), “A Forecast Comparison of Volatility Models: Does anything Beat a GARCH (1,1)?”, Journal of Applied Econometrics, 20(7), 873 – 889.

Hossain, N., Troskie, C. G. and Guo, R., (2005), “Comparisons of The Ex Post Efficient Portfolios Under GARCH(1,1) Modeling and GARCH Model Extensions”, Proceedings of the 10th Annual International Conference on Industrial Engineering – Theory, Applications and Practice Clearwater, Florida, 419-425.

Kutlar, A., (2000), **Ekonometrik Zaman Serileri**, *Gazi Kitabevi*.

Mapa, Dennis S., (2004), “A Forecast Comparison of Financial Volatility Models: GARCH (1,1) is not Enough”, Çevrimiçi 28.12.2008: [http://stat.upd.edu.ph/faculty/cdsm/GARCH\(1,1\)%20is%20not%20Enough.pdf](http://stat.upd.edu.ph/faculty/cdsm/GARCH(1,1)%20is%20not%20Enough.pdf)

Mazıbaşı, M., (2005) “İMKB Piyasalarındaki Volatilitenin Modellenmesi ve Öngörülmesi: Asimetrik GARCH Modelleri ile bir Uygulama”, VII. Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü, İstanbul, Çevrimiçi 28.12.2008: www.ekonometriderneyi.org/bildiriler/o16s3.pdf

McLeod, A.I. ve W.K.Li (1983), “Diagnostic Checking ARMA Time Series Models Using Squared-residual Autocorrelations”, Journal of Time Series Analysis, 4(4), 269-273.

Nelson, D. (1991), “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach.” *Econometrica* 59(2), 347-70.

Özbey, F., (2005), “Çok Değişkenli GARCH Modelleri ve Bir Uygulama: Türkiye’de Belirsizliğin Enflasyon ve Çıktıdaki Büyüme Üzerine Etkisi”, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tez, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı, Adana.

Sevüktekin, M. Ve Nargeleçekenler, M., (2006), “İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Getiri Volatilitésinin Modellenmesi ve Öncü Raporlanması”, Ankara Üniversitesi SVF Dergisi, Ankara, 61(4), 243-265.

Zakoian, J. M., (1994), “Threshold Heteroskedastic Models”, Journal of Economic Dynamics and Control, 18(5), 931-955.