

## KUYRUK SİMULASYONU

*Dr. Mustafa KÖKSAL*

İ.Ü. İşletme Fakültesi  
Üretim Yönetimi Kürsüsü

*Karmaşık kuyruk sistemlerinin analizinde Simulasyon yöntemine başvurmak kaçınılmaz olmaktadır. Bu yazıda (GI/G/1) tipi bir örnek kuyruk sistemi üzerinde simulasyon metodolojisini geliştirmek amaçlanmıştır. Önce sürekli veya süreksiz tesadüfi değişkenlerin üretilmesinde kullanılan Ters Transformasyon Metodu tanıtılmıştır. Daha sonra "sabit zaman" ve "değişken zaman" arttırımı esasına göre aynı örnek için kurulan simulasyon modelleri tartışılmıştır. Sayısal bir örnekle, simule edilen (GI/G/1) kuyruk sisteminin işleyiş karakteristikleri hesaplanmış ve sonuçta simulasyon yönteminin kullanımına ilişkin avantaj ve dezavantajlar özetlenmiştir.*

*Simulation is an indispensable technique to apply for the analysis of complex queueing systems. The aim of this article is to develop the simulation methodology based on a sample (GI/G/1) type queueing system. First, Inverse Transformation Method used for the generation of either continuous or discrete random variables has been introduced. Later, fixed time incremented and variable time incremented simulation models of the same system have been discussed. On a numerical example of (GI/G/1) system the operating characteristics have been computed. Finally, advantages and disadvantages of simulation approach are summarized.*

Simulasyonun uygulama alanlarına bağlı olarak çeşitli anlamları vardır. En genel anlamda, simulasyon, gerçeğin temsil edilmesidir. İş hayatında ise gerçek bir sistemin modeli üzerinde bir bilgisayar kullanarak deneyler yapmak sanatına "simulasyon" denilir. Bu deneyler; gerçek sistem faaliyete geçmeden önce sistemin dizaynı, faal bir sistemin politikalarındaki değişikliklere nasıl tepki göstereceğini anlamak veya sistemin yapısındaki değişikliklere göstereceği reaksiyonu değerlendirmek maksadıyla gerçekleştirilir. Simulasyon, özellikle problemin hacmi veya karmaşıklığı optimizasyon tekniklerini kullanmayı zorlaştırdığı veya imkânsız kıldığı durumlarda uygun bir yöntemdir. Bu çerçeve içinde, simulasyonu; karmaşık bir iş problemini kağıt üzerine aksettirmek için yapılan bilinçli bir çalışma veya bir sistemin matematik formüllerle temsil edilememesi halinde başvuru bir araştırma tekniği

diye de tanımlamak mümkündür. Bu nedenle, kompleks kuyruk sistemleri simulasyon yöntemi ile çok geniş biçimde etüd edilmişlerdir. Tipik bir karmaşık kuyruk sisteminin özellikleri daha önceki bir makalemizde belirtildiği gibi şunlardır<sup>1</sup>.

a. Geliş prosesi veya gelişlerarası süre teorik değil fakat ampirik bir dağılıma veya belirli teorik dağılıma örneğin normal dağılıma uygundur. Diğer taraftan aynı proses zaman içinde sabit değildir. Örneğin mevsimlik değişmelere, veya gün içinde mesai bitişi veya başlangıcında farklı karaktere sahip olabilir.

b. Servis olanakları ampirik veya teorik servis süreleri dağılımına göre işliyor olabilirler. Servis hızı duruma veya zamana bağımlı olarak değişiyor olabilir. Örneğin kuyruktaki müşteri sayısına göre servis aceleyle getirilip kısalsabilir. Sistem paralel ve seri bağlı birçok istasyondan müteşekkil olabilir.

c. Geçiş devresine ait kuyruk proseslerinin incelenmesi istenebilir. Yani, sistemin kararlı duruma geçecek kadar uzun süre işletilmediği durumlar söz konusu olabilir.

Bu makalede yukarıda sayılan özelliklerden ilk ikisini taşıyan, (gelişlerarası ve servis sürelerinin ampirik olduğu) tek istasyonlu bir kuyruk sisteminin simulasyonu üzerinde durularak konunun geliştirilmesine çalışılacaktır. Söz konusu sistem Kendall notasyonu ile gösterilecek olursa GI/G/1 şeklindedir.

### GI/G/1 KUYRUK SİSTEMİNİN SİMULASYONU

Standart olarak nitelenen (M/M/1) modeli için yapılan tüm varsayımların geçerli olduğu GI/G/1 sisteminin simulasyonu için gerekli gelişlerarası ve servis süresi dağılımları Tablo 1 de verilmiştir. Bundan sonra yapılacak olan; gelişlerarası süre (B) ve servis süresi (T) nin üretilmesi yöntemini bulmaktır.

Tablo 1.  
Ampirik Olasılık Dağılımları

<i>Gelişlerarası Süreler (Dakika)</i>	<i>Olasılık %</i>	<i>Servis Süreleri (Dak.)</i>	<i>Olasılık %</i>
0-4	0.4	0-2	0.4
4-8	0.3	2-4	0.4
8-12	0.2	4-6	0.2
12-16	0.1	4-6	0.2

Başka yöntemlerde mevcut olmakla beraber, "Ters Transformasyon Metodu" (TTM), hem sürekli hemde süreksiz tesadüfi değişkenlerin türetilmesinde kullanılan popüler bir tekniktir. B, sürekli tesadüfi değişkeni gözönüne alındığında T.T. Metodu, U skalasından B skalasına dönüştürme işlemini yerine getirir. Burada alışılmış prosedürün tersine işletilmesi söz konusudur. Genellikle T veya B nin belirli değerleri için  $F(t)$  ve  $F(b)$  elde edilerek 0—1 arasında değişen bir U skalasına erişilebilir.

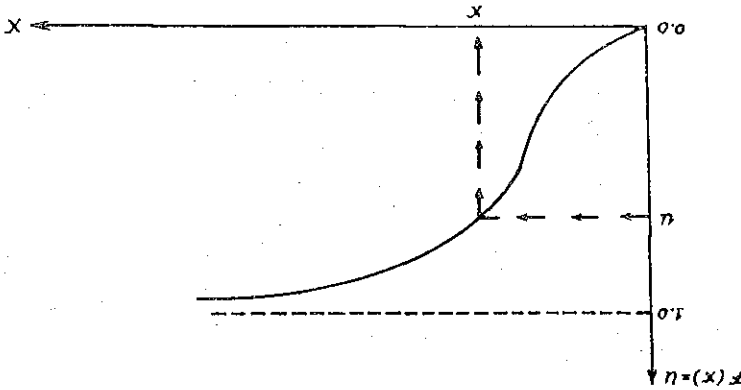
Yani, u belirli kümülatif olasılıkları göstermek üzere

$$F(b) = u \text{ elde edilir.}$$

Ancak T.T. Metodu yaklaşımı ile bu prosedür tersden işlemekte, verilen u değerleri için b veya t değerlerinin bulunması gerekmektedir. Bir başka ifade ile

$$b = F^{-1}(u) \text{ veya}$$

$$t = F^{-1}(u) \text{ mekanizması söz konusudur (Bkz. Şekil 1).}$$



Şekil 1.

$x = F^{-1}(u)$  mekanizmasının sürekli değişken için grafik olarak gösterilmesi.

Aşağıdaki tablolar (B) ve (T) tesadüfi değişkenlerinin üretilmesinde kullanılacak mekanizmaları vermektedir. Üretilcek tesadüfi değişkenler olasılık dağılımındaki aralıkların orta noktaları olarak belirlenmiştir.

Tablo 2.  
B için Simulasyon Mekanizması

<i>Getirleşararı Süreler için Tesadüfi Değişkenler</i>	<i>Olasılık f(b)</i>	<i>Kümülatif Olasılık F(b)</i>	<i>0-1 Üniiform Dağılımı-Tesadüfi Sayılar (u<sub>1</sub>)</i>
2	0.4	0.4	00-39
6	0.3	0.7	40-69
10	0.2	0.9	70-89
14	0.1	1.0	90-99

Tablo 3.  
T için Simulasyon Mekanizması

<i>Servis Süreleri için Tesadüfi Değişkenler</i>	<i>Olasılık f(t)</i>	<i>Kümülatif Olasılık F(t)</i>	<i>0-1 Uniform Dağılımı-Tesadüfi Sayılar (u<sub>2</sub>)</i>
1	0.4	0.4	00-39
3	0.4	0.8	40-79
5	0.2	1.0	80-99

Tablo 4 de ise 10 müşterinin gelişine ilişkin bir simulasyon örneği verilmektedir. Bu tabloyu açıklayıcı noktalar aşağıdadır :

1)  $u_1$  ve  $u_2$  değişkenleri Rastgele Sayılar Tablosunun 2. ve 9. sütunlarından alınmıştır. Buna göre simüle edilen tesadüfi değişkenler, B ve T, Tablo 2 ve 3 den elde edilmiştir (Bkz. Ek, Tesadüfi Sayılar Tablosu).

2) İlk gelen ünite CLOCK 1 i harekete geçirir. Boş bir sistem varsayıldığı için birinci ünite doğrudan servise girmektedir. Dolayısı ile (CLOCK 2=0). Fakat servis süresi 3 dakika olarak belirlendiğinden CLOCK 3=3 olarak belirlenir.

3) İkinci ünite sisteme başlangıçtan 14 dakika sonra girmektedir (CLOCK 1=14).

Tablo 4.  
(GI/G/1) Kuyruk Sistemi Simulasyonu

Gelen Üni- teler $u_1$	$B$	Sisteme Giriş Zamanı (CLOCK 1)	Girişte Kuyruk Uzunluğu	Kuy- rukta Geçen Süre	Servise Giriş Zamanı (CLOCK 2)	$u_2$	$T$	Servisi Terkesiş Zamanı (CLOCK 3)	Servis Boş Zamanı
1	—	—	0	0	0	61	3	3	—
2	90	14	14	0	14	48	3	17	11
3	32	2	16	0	1	17	04	1	18
4	21	2	18	0	0	18	60	3	21
5	02	2	20	0	1	21	58	3	24
6	19	2	22	0	2	24	77	3	27
7	38	2	24	0	3	27	05	1	28
8	10	2	26	1	2	28	85	5	33
9	79	10	36	0	0	36	31	1	37
10	43	6	42	0	0	42	20	1	43

Birinci ünite servisi 3 dakika sonra terkettiği için, ikinci ünite servise derhal alınabilir (CLOCK 2=14). İkinci müşteri içinde servis süresi 3 dakika olduğundan servisi 17. (CLOCK 3=17) dakikada terkeder. Kuşkusuz servis istasyonu 3. dakika ile 14. dakika arasında yani 11 dakika boş kalmıştır.

4) 3. ünite sisteme (CLOCK 1=16) da girmiştir. 2. ünite sistemi 17. dakikaya kadar terketmediği için 3. ünite 1 dakika kuyrukta beklemek zorundadır. 3. ünite 17. dakikada servise girer ve bir dakika servis gördükten sonra 18. dakikada çıkar.

Simulasyon yukarıda anlatılan şekilde devam eder. Saatlerin işleyişine ilişkin zaman akış mekanizması bundan sonraki bölümde anlatılmaktadır.

#### ZAMAN AKIŞ MEKANİZMASI

Endüstriyel sistemin kompüterize modelinde en önemli noktalardan birisi de simüle edilen sistemin, zaman içinde hareketini teminde kullanılan yöntemdir. Sabit zaman arttırımlı ve değişken zaman arttırımlı yöntemler genel kabul görmüştür.

Sabit zaman arttırımlı (esaslı) yöntemde bir saat "CLOCK" kompüter tarafından simüle edilir. Bu saatin gösterdiği zamana saat zamanı "CLOCK TIME" denir. CLOCK dakika, saniye veya

saat birimine göre sabit ve uniform aralıkla ilerletilerek her birim arttırmında sistem taranır ve bir olayın var olup olmadığı belirlenir.

Değişken zaman arttırımlı yöntemde ise üretilen tesadüfi işlem zamanlarından minimum olanı, daha doğrusu CLOCK sıfıra ayarlanmışsa bir sonraki olaylar içinden en yakın vuku bulacak olanı seçilir. Daha sonra CLOCK TIME bu değer eklenmesiyle düzeltilir (=update) veya ayarlanır. Böylece olaylar saat zamanına göre herhangi bir anda olacağımdan zaman arttırımı değişken karakterde olur<sup>6</sup>.

SIMPAC ve DYNAMO sabit zaman esaslı,

SIMSCRIPT ve GASP Değişken zaman esaslı yöntemde göre geliştirilmiş simülasyon paket programlarıdır. GPSS ise her iki özelliğide içeren, kuyruk sistemlerinin analizi ve dizaynı için geliştirilmiş bir simülasyon paketidir.

Olayların düzenli ve sık bir biçimde vuku bulduğu sistemlerde sabit zaman esaslı simülasyon modeli daha verimli olurken nisbeten seyrek olayların söz konusu olduğu durumlarda değişken zaman esaslı modeller uygundur<sup>7</sup>.

Sabit zaman esaslı modellerin; önemli olayların iyice bilinmediği, örneğin; büyük bir kontrol sistemi için veya birçok sistemin başlangıç safhalarını etüd etmek için elverişli olduğu saptanmıştır<sup>8</sup>.

Değişken zaman esaslı metodun, sabit zamanlıya üstün olan tarafı, saat zamanında kullamları birimin büyüklüğü ne olursa olsun hesap hızını etkilemiyor olmasıdır. Ayrıca seyrek olayların var olduğu, bir başka deyişle saat zamanının uzun aralıklarında durgun (statik) olan sistemler için değişken zaman esaslı yöntem kompüter koşum süresinden önemli tasarruflar sağlar. Bir sistemi simüle ederken kompüter zamanından kazanmak için adı geçen iki yöntem arasında seçim yapılmasına özgü bazı analitik karar kuralları geliştirilmiştir. Bununla beraber bir sistemin simülasyonunda kullanılacak yöntemi belirlerken en son o sistemin karakteri ve özellikleri rol oynar. Modelin her iki yöntemde göre ayrı ayrı koşularak kompüter zamanı minimum olanı bulunması en emin yoldur.

**Sabit Zaman Esaslı Model<sup>3</sup>:**

Tek kanallı bir kuyruk sisteminin sabit zaman esaslı kompüter modelini formüle etmek için sistemin değişkenleri, parametreleri ve fonksiyonel ilişkilerinin tanımlanması gerekir. Daha sonra bir akış diyagramı çizilerek program yazımına hazır hale getirilir.

**Bağımsız Değişkenler :**

$AT_i = i.$  ve  $(i+1).$  müşterilerin gelişleri arası zaman aralığı

$ST_i =$  Sisteme gelen  $i.$  müşteri için servis zamam ( $i=1,2,\dots,m$ )

**Parametreler :**

$E(AT)$  = Beklenen gelişlerarası süre

$Var(AT)$  = Gelişlerarası süre varyansı

$E(ST)$  = Beklenen servis süresi

$Var(ST)$  = Servis süresi varyansı

**Statü Değişkenleri :**

$SUMAT_i = (i+1).$  müşteri servis istasyonuna geldiğinde kümülatif geliş zamanı (Saat zamam).

$WT_i =$  Gelen  $i.$  müşterinin servis istasyonuna girmek için bekleme süresi,

$IDT_i = i.$  müşterinin gelmesini beklerken servis istasyonunun boş kalma süresi,

$TWT_i = i.$  müşteri servise girdiği zaman kümülatif bekleme zamanı,

$TIDT_i = i.$  müşteri servise girdiğinde kümülatif boş zaman,

$WL =$  Ortalama Kuyruk uzunluğu,

$CLOCK =$  Simulasyon Saati.

**Bağımlı Değişkenler :**

$E(WT)$  = Beklenen bekleme zamanı (müşteri için),

$E(IDT)$  = Beklenen boş zaman (Servis istasyonu için).

## İşleyiş Karakteristikleri :

- $f(AT)$  = Gelişlerarası zaman aralığı için olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf),  
 $f(ST)$  = Servis süresi için olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf),

İlk müşteri servis istasyonuna geldiğinde yani  $i=1$  için aşağıdaki başlangıç koşulları geçerlidir.

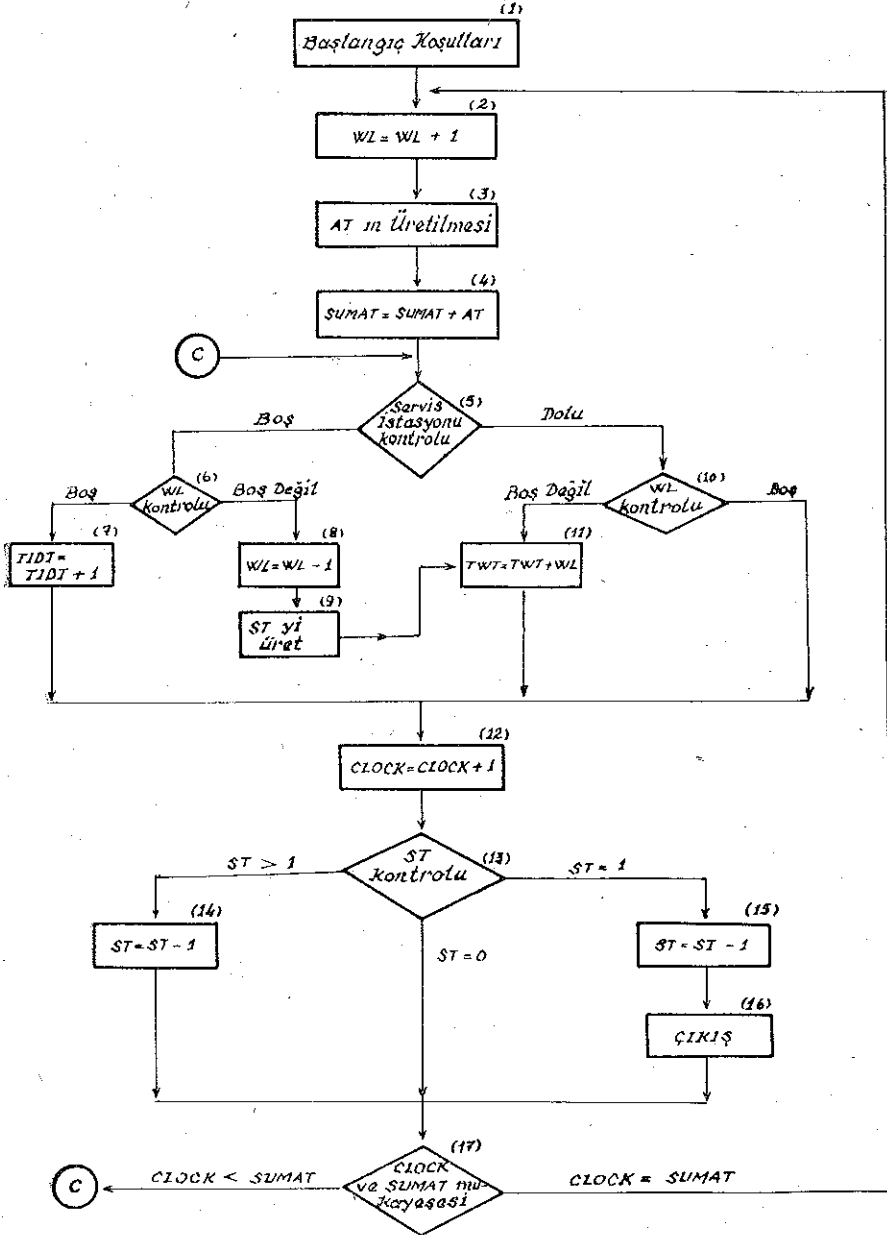
$$\begin{aligned} \text{SUMAT}_1 &= \text{AT}_0 = 0 \\ \text{TIDT}_1 &= 0 \\ \text{TWT}_1 &= 0 \\ \text{WL} &= 0 \\ \text{CLOCK} &= 0. \end{aligned}$$

Başka bir deyişle; kümülatif geliş zamanı, toplam boş zaman, toplam bekleme zamanı ve kuyruk uzunluğu simulasyon saatinin sıfır olduğu noktada sıfırdır (Bk: Şekil 2).

(2) No.lu blokta servis istasyonuna gelen müşteri kuyruk uzunluğu bir arttırılarak gösterilmiştir. Daha sonra bir gelişlerarası süre (AT), dağılımın tipine göre belli alt program (=subroutine) kullanılarak üretilmiştir. Birinci iterasyon için ( $i=1$ ), AT birinci ve ikinci inputlar arasındaki geçen süreyi gösterir. İkinci iterasyonda ( $AT_2$ ) ikinci ve üçüncü gelişlerarası zamanı gösterir, (4) No.lu blokta gelişlerarası zamanlar kümülatif olarak toplanır. Bundan sonraki aşamada (5) de servis istasyonu kontrolü yapılır. Eğer servis boş ise kuyruk uzunluğu kontrolüne geçilir, (6) Kuyrukta en az bir kişi olması halinde bu birey servise sokulur ve kuyruk uzunluğu bir azaltılır (8). (İlk gelen ilk servis görür öncelik kuralına göre). Aynı AT nin üretilmesi gibi uygun bir alt programla Blok (9) da bir ST üretilir. Daha sonra (11) de toplam bekleme zamanına kuyruktaki her bir input birimi için bir birim ( $WT=1$ ) bekleme zamanı ilâve edilir.

Diğer taraftan blok (6) da kuyrukta kimsenin olmadığı saptanırsa blok (7) de toplam boş zaman bir birim arttırılır. Tekrar (5) no.lu bloka dönecek olursak ve servis istasyonunun dolu olması alternatifini gözönüne alırsak bir sonraki aşamada (10) kuyruk uzunluğu kontrolü yapılır. Kuyrukta en az bir kişi dahi olsa toplam bekleme (TWT) bir birim arttırılırken boş olması ha-





Şekil 2.

Sabit Zaman Arttırımlı Bir Simulasyon Modeli Akış Diyagramı

linde ve diğer anlatılan alternatiflerdeki işlemlerden sonra blok (12) de simülasyon saati (CLOCK) bir birim arttırılır. Daha sonra blok (13) de ST nin kontroluna geçilir. Burada servis zamanının büyüklüğüne göre servis istasyonunun statüsü belirlenir. Blok (5) deki servis istasyonu kontrolu tamamen blok (13) de belirlenen servis zamanının statüsüne bağlıdır). Eğer ST bir birim zamandan büyükse servis istasyonunda bir kişi var demektir ve ST bir birim azaltılır. ST sıfır ise servis istasyonu boştur. ST bire eşitse servis, ST bir azaltılarak tamamlanır ve müşteri servisten çıkar (16). Tüm bu alternatiflerin değerlendirilmesi yapıldıktan sonra (17) no.lu blokta. CLOCK ile SUMAT karşılaştırılır. (CLOCK = SUMAT) ise yeni bir müşterinin servis sistemine geldiği anlaşılır. Kontrol derhal blok 2 ye geçer ve tüm prosedür tekrarlanır. Şayet (CLOCK < SUMAT) ise henüz başka bir müşteri gelişini olmadığı, başka bir deyişle, zamanın yeni bir gelişe erişmediği ve saatin ilerletilmesi için blok (5)e dönülmesi gerektiği anlaşılır.

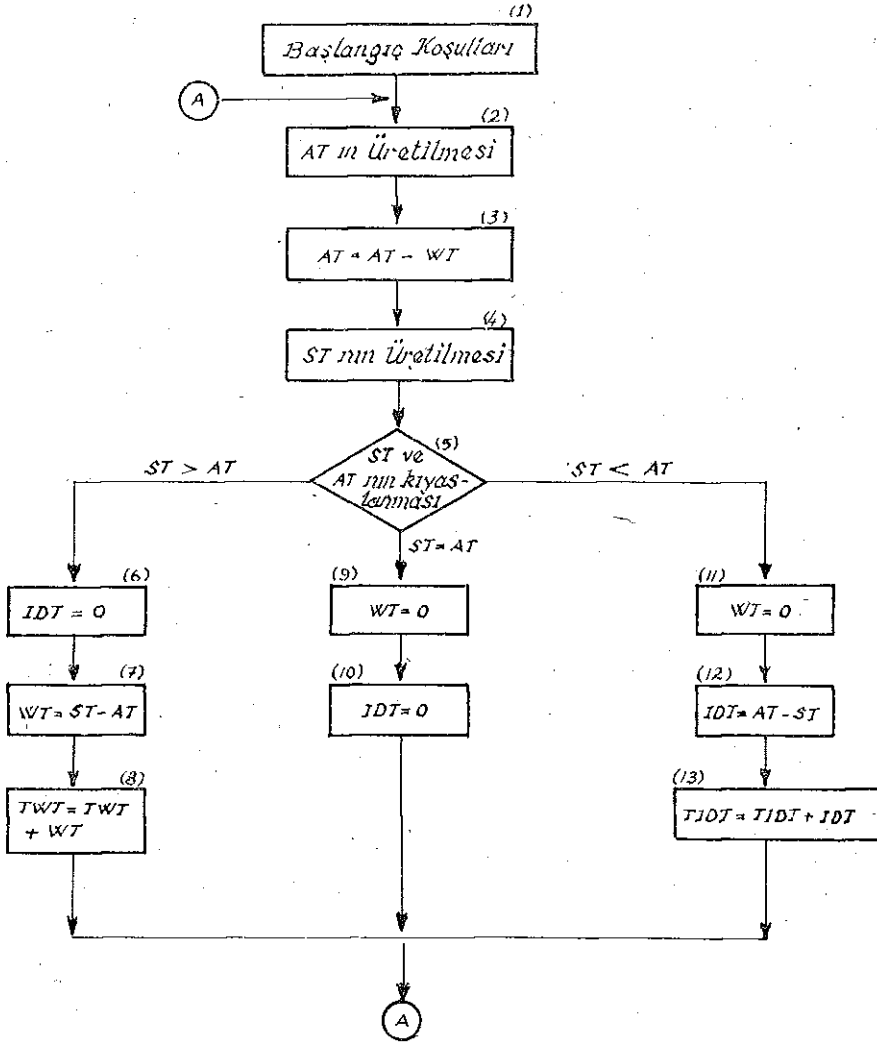
(Şekil: 2) de görülen prosedür simülasyon periyodu dolana kadar veya istenen gelişlerin miktarı bitene kadar tekrarlanır.

#### Değişken Zaman Esaslı Model<sup>8</sup>

Değişken ve sabit zaman esaslı modellerde en belirgin fark zamanın sürekli ve süreksiz değişken olarak ele alınmasıdır. Ayrıca değişken zaman esaslı modelde simüle edilen "CLOCK" yoktur. Bk.: (Şekil 3).

Değişkenler, parametreler ve işleyiş karakteristikleri sabit zaman esaslı modeldeki gibidir. SUMAT, WL ve CLOCK bu kez yoktur. Geliş ve servis zamanı bilinen parametreleri ile gene stokastik değişkenlerdir. Gene ilk gelen ilk servis görür öncelik kuralı geçerlidir.

(Şekil: 3) de görülen diyagramın 1. blokunda bundan önceki modelde söz konusu başlangıç koşulları aynen kabul edilmiştir. Sıfır başlangıç noktasında birinci müşterinin geldiği varsayılarak (2) no.lu blokta ikinci müşteri gelişinin ne kadar zaman sonra (AT<sub>1</sub>) vuku bulacağı stokastik alt programdan üretilmiştir. Daha sonra birinci iterasyonda sıfır olan WT, AT den çıkarılmıştır. ((3) no.lu blok). (4) No.lu blokta ise ST nin üretilmesi ve (5) de ST nin AT ile kıyaslanması yer almıştır. (ST > AT) ise ikinci veya (i+1). müşteri, birinci veya i. müşterinin servisi tamamlan-



Şekil 3.

Değişken Zaman Esaslı Simulasyon Modeli Akış Diyagramı

madan gelmiş demektir. Bunun için (6) da IDT sıfır olurken (7) de  $(WT = ST - AT)$  elde edilmekte ve (8) de  $(TWT = TWT + WT)$  ile kümülatifi alınmaktadır.

Diğer taraftan  $(ST < AT)$  halinde WT sıfır fakat  $(IDT =$

AT—ST meydana gelir. Toplam boş zaman ise 13. blokta kümüle edilir. Eğer  $ST=AT$  ise  $WT$  ve  $IDT$  sıfırdır.

Bu prosedür istenen geliş miktarı veya zaman periyodu kadar tekrarlanabilir.

Her iki modelin kompüter koşumu tamamlandıktan sonra tek kanallı kuyruk sistemine  $(M/M/1)$ ;  $(FCFS/\infty/\infty)$  ait şu istatistikler hesaplanabilir.

- Kuyrukta ortalama bekleme süresi (müşteri başına):  $W_q$
- Meşgul sistem için kuyrukta geçen ortalama süre:  $W_b$
- Girişte ortalama kuyruk uzunluğu
- Kuyrukta beklenen müşteri sayısı:  $L_q$
- Meşgul sistem için kuyrukta beklenen müşteri sayısı:  $L_b$
- Sistemde geçen ortalama süre:  $W_s$
- Boş sistem (sıfır ünite bulunması) olasılığı.

### G1/G/1 KUYRUK SİSTEMİNİN İŞLEYİŞ KARAKTERİSTİKLERİ

Başlangıçta ele alınan örnek problemde, yukarıda sıralanan işleyiş karakteristiklerinin hesaplanması istendiğinde, Tablo 4 de görülen simülasyon değerlerinden sonuçlara ulaşılabilir. Şöyleki,

$$W_q = 9/10 = 0.9 \text{ dakika}$$

$W_b = 9/6 = 1,5$  dakika (4. ünitenin diğer ünitenin sistemi terk ettiği anda sisteme girdiği varsayılarak paydaya bir eklenmiştir,  $(5+1=6)$ ).

$$\text{Girişte ortalama kuyruk uzunluğu} = 1/10 = 0,1 \text{ ünite}$$

$$L_q = \Sigma(\text{kuyruk uzunluğu}) \cdot (\text{verilen uzunluğun zamanı}) / (\text{toplam zaman}) = [(0) \cdot (35) + (1) \cdot (7) + (2) \cdot (1)] / 43 = 0,21 \text{ ünite}$$

$$L_b = \Sigma(\text{Servis yapıcı boş olmadığı zaman kuyruk uzunluğu}) \cdot (\text{verilen uzunluğun zamanı}) / (\text{toplam zaman} - \text{servis yapıcı boş zamanı}) = [(0) \cdot (16) + (1) \cdot (7) + (2) \cdot (1)] / (43 - 19) = 9/24 = 0.38 \text{ ünite}$$

$$W_s = (\text{Kuyrukta geçen süre} + \text{servis süresi}) / \text{Gelen üniteler}$$

$$W_s = (3 + 3 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 7 + 1 + 1) / 10 = 33 / 10 = 3.3 \text{ dakika}$$

$$P(\text{boş}) = 19 / 43 = 0.44$$

Şayet Tablo 4 teki, simulasyon işlemini 25 ünite için gene aynı tesadüfi sayılar tablosunun 2. ve 9. sütunlarından sayılar çekerek devam ettirmiş olsa idik; yukarıda hesapladığımız karakteristikler şu değerleri alacaktı;

$$W_q = 15 / 25 = 0,6 \text{ dakika}$$

$$W_b = 15 / 11 = 1,36 \text{ dakika}$$

$$1 / 25 = 0,04 \text{ ünite}$$

$$L_q = (0) \cdot (123) + (1) \cdot (13) + (2) \cdot (1) / 137 = 15 / 137 = 0,11 \text{ ünite}$$

$$L_b = (0) \cdot (123) + (1) \cdot (13) + (2) \cdot (1) / (137 - 74) = 15 / 63 = 0,24 \text{ ünite}$$

$$W_s = 78 / 25 = 3.12 \text{ dakika}$$

$$P(\text{boş}) = 74 / 137 = 0,54$$

Kuşkusuz örnek hacmi arttıkça standart hata azalacaktır. Nitekim  $n=10$  yerine  $n=25$  sonuçları daha güvenilir olmaktadır. Belirli bir duyarlık derecesi için  $n$  in ne olması gerektiği Merkezi Limit Teoremine göre formüle edilmiştir<sup>2</sup>.

Basit bir kuyruk sistemi üzerinde geliştirmeye çalıştığımız simulasyon metodolojisi kısaca özetlenirse; a) problemin tanımı, b) Simulasyon modelinin kurulması, c) değişken ve parametre değerlerinin saptanması, d) simulasyonun koşumu, e) sonuçların değerlendirilmesi ve f) yeni deneyler önerme aşamalarından ibarettir.

GI/G/1 sistemi için sonuçlar, yukarıda bulunan işleyiş karakteristikleridir. Bu değerler üzerinde birçok istatistiksel testler yapılabilir. Kullanılan istatistiksel yöntemlerin bazıları; Varyans analizi, Regresyon analizi ve t testleridir<sup>9</sup>. Aslında sistem analisti etüdün son iki aşamasında bildiği her teste başvurmalıdır. Simulasyon sonuçlarını kendi sezgisi, gerçek sistemin geçmiş işletme kayıtları ve benzer sistemlerin performansına ait verilerle kıyas-

lamalıdır. Yeni deneylerin dizaynı aşaması da oldukça dikkat ister. Kurulan modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik bu konular yazımızın kapsamı dışında bırakılmıştır.

## SONUÇ

Bir kuyruk sisteminde deney için gerçek sistemin kullanılması ve problem çözümünde matematik model kullanılması karşısında simülasyonun avantajları aşağıda belirtilmiştir.

Gerçek Sistem Üzerinde Deney Yapmak,

- Yürütülen faaliyetleri aksatacaksa,
  - Çok masraflı olacaksa,
  - Uzunca bir zaman periyodu boyunca birçok gözlemlerin yapılmasını gerektiriyorsa,
  - Olayların aynen tekrarına izin vermiyorsa,
  - Anahtar değişkenler üzerinde kontrole müsaade etmiyorsa,
- Simülasyon kullanılması tercih edilir.

Bir Matematiksel Model Kullanmak;

- Problemi çözmek için bulunamıyorsa,
- Çözümü çok karmaşık ve zaman alıcı ise,
- Mevcut personelin kapasitesi dışında kalıyorsa,
- İlgilenilen faktörler hakkında yeterince zengin bilgi vermiyorsa,

Simülasyon kullanılması istenir.

Simülasyonun sakıncalarına gelince, simülasyon modellerini kurmak zaman alıcı bir süreçtir ve belirli ölçüde bilgisayar tecrübesini gerektirir. Ayrıca matematik modellerde olduğu gibi aynı sınırlamalara simülasyonda maruzdur (belirli anahtar değişkenlerin nicelleştirilmesinin imkânsızlığı, karmaşık problemlerin denklem şekline sokulması güçlükleri, v.b.g.). Simülasyon modelleri her türlü varsayım altında koşulabildiği için bu gibi kusurlar kolayca gözden kaçabilmektedir. Nihayet, simülasyon teorik olarak gelişme aşamasındadır. Kullanıcının, neleri modele dahil edeceğine, simülasyon koşullarının sayısı ve uzunluklarına veya inputlardaki değişikliklerin simülasyon sonuçları üzerindeki genel etkilerine dair kararlar vermesi için yöneltici nitelikte elinde çok az prensip vardır. O halde, mevcut durumda simülasyonu bir bilim dalından ziyade bir sanat dalı gibi düşünmek veya sınıflandırmak daha doğru olacaktır.

### (0-1) UNIFORM DAĞILIMLI TESADÜFİ SAYILARIN (DEĞİŞKENLERİN) ÜRETİMİ

Bir stokastik prosesin simülasyonunda (0-1) arasında değişen bir dizi tesadüfi sayının (U değişkenlerinin) üretilmesi gerekmektedir.

U'yu üreten proses 4 şartı yerine getirmek zorundadır: (1) Ana kütle "üniform dağılım" olmalıdır, (2) Ana kütlede alınan örnekler (değişkenler) "bağımsız" olmalı, bir başka deyişle, aralarında bir korelasyon olmamalıdır, (3) "Hızlı" veya "ucuz" olmalıdır. Yani minimum zamanda bir sayıyı üretebilmeli veya bilgisayar belleğinde fazla yer kaplamamalıdır, (4) "Uzun periyotlu" olmalıdır. Üretilen bir dizi tesadüfi sayının tekrarlanması aralığı oldukça uzun olmalıdır<sup>3</sup>.

U'yu üretmek için; a) tesadüfi sayı tabloları (yayınlanmış veya bilgisayar teyplerinde saklı), b) Özel makinalar veya fiziksel prosesler (elektronik devreler aracılığı ile) ve c) Nümerik prosesler kullanılabilir<sup>4</sup>.

Aranan dört şartı en yakın sağlayan, "Uygunluk Metotları" (=Congruential Methods) diye bilinen nümerik proseslerdir. Tamamen matematik süreçlerle elde edildiklerinden, bu sayılar tam rastgele değillerdir. Fakat simülasyon modeli üzerinde test edilen alternatif politikalar arasındaki farkları daha iyi görmek veya netleştirmek için bu yoldan elde edilen sayılar daha çok tercih edilir. Öte yandan tesadüfi faktörlerin sistem üzerindeki etkilerini aynı karar kuralı altında incelemek gerektiğinde, sadece tesadüfi sayı köklerini (başlangıç değeri) değiştirmek yeterli olacaktır<sup>5</sup>.

El yöntemi ile elde edilen bir Tesadüfi sayı Tablosu aşağıda verilmektedir. Yazımın içinde yer alan örnekte bu tablodan yararlanılmıştır. Sıfırla bir arasında sayılar elde etmek için tablodaki sayıları bine bölmek kâfidir.

Tesadüfi Sayılar Tablosu

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
104	900	150	296	246	812	725	250	612	999
223	321	465	925	514	096	842	039	484	009
241	211	483	475	898	413	838	038	048	990
421	021	930	830	030	888	376	520	605	800
375	198	399	287	152	759	267	655	583	487
779	383	888	774	573	075	261	972	773	478
995	107	799	123	480	690	491	527	054	227
963	799	322	849	558	393	962	577	853	190
895	439	236	772	462	343	230	943	313	439
854	262	309	917	245	025	848	755	200	302

## YARARLANILAN KAYNAKLAR

- 1 — Köksal, Mustafa, "Kuyruk Teorisi", İ.Ü. İşletme Fakültesi Dergisi c. 9., s. 1, Nisan 1980, s. 178.
- 2 — Budnick, F.S. - Mojena R. - Vollmann T.E., "Principles of Operations Research for Management", Richard D. Irwin, 1977, s. 498-500.
- 3 — Schmidt, J.W. - Taylor R., "Simulation and Analysis of Industrial Systems", Richard D. Irwin, 1970, s. 217.
- 4 — Halaç, Osman, "Kantitatif Karar Verme Teknikleri - Yöneylem Araştırması", İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayınları, İstanbul, 1978, s. 466.
- 5 — McMillan, C. - Gonzales, R.F., "Systems Analysis - A Computer Approach to Decision Models", R.D. Irwin, 1977, s. (235-240).
- 6 — Naylor, H.T. - Chu, K., "Two Alternative Methods for Simulating Waiting Line Models" J. of Ind. Eng. (Nov-Dec) 1965.
- 7 — Emshoff, J.R. - Sisson, R.L., "Design and Use of Computer Simulation Models", Macmillan, New York, 1970, s. 159.
- 8 — Naylor, T.H. - Balintfy, J.L. - Burdick, D.S. - Chu, D., "Computer Simulation Techniques", John Wiley, New York, s. (126-132).
- 9 — Chase, R.B. - Aquilano, N.J., "Production/Operations Management" Rev. Ed. Richard D. Irwin, 1977 s. (280, 294).