

DOĞRUSAL PROGRAMLAMAMANIN İŞLETME PROBLEMLERİNE UYGULANIŞI ÜZERİNE BİR DENEME

Doç. Dr. Lâtif ÇAKICI*

GİRİŞ

İşletmelerde yönetimin esas karakteri karar vermektir. Karar vermek ise çeşitli alternatifler arasında isabetli bir yol tarzı seçmektir. Kararlar firmanın amaçlarına göre farklı farklıdır. Ne, ne kadar, ne zaman, nerede üretilecektir? İşletme idarecilerinin bu kararları alabilmek için çeşitli bilgilere ihtiyacı vardır. Diğer taraftan yöneticinin elinde işletmenin amaçlarına uygun bilgiler mevcut olduğu halde genellikle optimal sonuçtan çok daha az bir üretimi gerçekleştiren kararlar alınmaktadır. Aşağıdaki örnek problemi ortaya koyabilir.

Bir işletme A ve B mamüllerini üretmektedir. A ve B mamülleri, ayrı tip X, Y ve Z makinelerinde farklı üretim süreleri içinde üretilmekte ve X, Y, Z, makinelerinin teknik çalışma kapasiteleri de farklı bulunmaktadır. Ayrıca A ve B üretiminde kullanılan hammadde miktarları ile fiyatları da farklıdır.

Bu takdirde en az zaman ve hammadde kaybına mukabil en fazla A ve B üretmek için karar almak oldukça zordur. İşte bu tip işletme problemlerinde işletme idarecilerinin isabetli karar almasına yardımcı yeni bir teknik geliştirilmiştir ki buna doğrusal programlama (linear programming - lineare Programmierung) denmektedir.

1949 yılında Chicago Üniversitesinde zamanın tanınmış, iktisatçıları, matematikçileri ve istatistikçilerinin toplandığı «Dokuzuncu Büyük İlmî Kongre»de; matematik ilminin ve prensiplerinin işletme problemlerine uygulanabileceği ileri sürüldü. Böylece matematiksel programlama doğmuş oldu.

*) A.Ü. Siyasal Bilgiler Fakültesi öğretim üyesi.

Doğrusal programlama ise, matematiksel programlamanın bir parçası olup, işletme problemlerinin unsurları (elementleri) arasındaki değişken ilişkilerin birinci derece denklemler vasıtası ile aritmetik modeller meydana getirmek ve onları çözmektir. Doğrusal programlama ayrıca Operations Research (harekat araştırması) ilminin de en etkili tekniklerinden birisidir¹.

DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TANIMI :

Doğrusal programlama esasında tamamen bir matematik tekniğinden ibarettir ve iktisadi bir anlamı yoktur². Ancak; bazı tip iktisadi problemlere optimal çözüm yolu bulmak için matematik metodların kullanılmasıdır. Yani doğrusal programlama, istenen sonuca varmak için belli bir imkânların en iyi, en elverişli olarak kullanılabileceğini gösteren bir tekniktir.

İşletme açısından prodüktif üretim, milli ekonomide mevcut kaynakların rasyonel değerlendirilmesi veya harplerde³ mevcut askeri gücün optimum kapasitede kullanılması, bu problemlerin kendi elementleri arasındaki değişken ilişkileri incelemekle mümkündür. Bu değişken ilişkilerden, çeşitli alternatifler ortaya çıkar ve varılacak (tesbit edilecek) amaca göre, en uygun alternatif seçilir ve bu modelin unsurları (elementleri), sistem içinde programlanarak, maksimum kâr veya minimum maliyete varmak için uygulamaya konulur. Demek ki, doğrusal programlama herhangi bir işletme probleminin unsurları (elementleri) arasındaki değişken ilişkileri inceler ve varılması gereken amacın şartlarına göre mevcut alternatif değişkenler arasında en uygun olanını birinci dereceden denklemlerle ifade eder ve bunları

1) Bilindiği gibi Operations Research'ın diğer teknikleri de mevcuttur :

- a. Kuyruk teorisi (Warteschangentheorie)
- b. Oyun teorisi (Spieltheorie)
- c. Haberleşme teorisi (Informationstheorie)
- d. Arama teorisi (Suchtstheorie)
- e. Monte-Carlo
- f. Logistik veya (sembolik) formel mantık.

2) Hiç, Mükerrer; Girdi-çıkıtı Analizi ve Doğrusal Programlamaya Giriş, İstanbul, 1968, s. 53.

3) Doğrusal programlama tekniğinin ikinci dünya savaşında askeri ihtiyaçları tatmin için bulunup uygulandığı, ancak daha sonraları işletme problemlerine uygulandığı hususu bu arada belirtilmelidir. Cf Bulutay, Doğrusal Programlama, Ankara, 1965, s. 85.

çözer⁴. Böylece birinci derece denklemlerden meydana gelecek bir modelin doğrusal programlama modeli olabilmesi için :

1. Sistemin denklemleri arasında doğrusal orantılılık,
2. Elementlerin negatif olmaması,
3. Sınırlayıcı şartların tam olarak bilinmesi ve ayrıca
4. İhtimaliyat (olasılık) faktörüne de yer verilmesi gerekir.

Bir bir ifade ile doğrusal programlama doğrusal birtakım sınırların varlığı halinde, değişkenlerin aksi olamayacağı kabul edilirse, bir doğrusal fonksiyonun maksimum veya minimumunu bulmaktan ibaret bir matematik tekniğidir⁵.

Doğrusal Programlama Metodunu Kullanabilme Şartları (Temel Prensipler) :

Doğrusal programlamayı tanımlarken bazı tip iktisadi problemlere optimal çözüm yolu bulmak için matematiksel metodun kullanılmasıdır, demistik. Bu metod ve uygulamadan pratik bazı faydalı sonuçlar beklenmekte ise aşağıdaki prensiplere uymak gerekecektir.

1. Doğrusal programlama vasıtası ile çözülecek problemin unsurları (elementleri) arasındaki değişken ilişkilerin meydana getirdiği alternatif modeller arasından en iyisini seçmek için hareket hattını çok iyi seçmek ve herşeyden önce problemin çözülmesi ile ulaşılabacak amaçı iyice tarif etmek gerekir. (Düşünülen çözümün optimalitesini etken bir şekilde çözebilmek için amaca uygun bir fonksiyonun varlığı şarttır).

İkinci olarak, problemin elementleri arasındaki değişken ilişkileri sembolleştirmek ve bunları zaman, miktar, kâr veya maliyet rakamları ile ifade ederek birinci dereceden doğrusal denklemler kurmak gerekir.

2. İşletmenin emrinde bulunan üretim faktörleri —makine ve âlet gücü, insan gücü, hammadde, depolama sahası ve işletme serma-

4) Wöhe, Günter : Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 7 Auflage Berlin - Frankfurt, a.M. 1967, s. 102.

5) Fischer, Guido: Die Betriebsführung Band I. Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Heidelberg, Zehnte Auflage, 1964, s. 150.

yesi—, çeşitli seviyelerde kâr ve maliyet meydana getirecek imalat çeşitlerine dağıtılmaktadır. Bütün bu üretim faktörlerinin kıt ve kapasitelerinin sınırlandırılmış olması, işletmenin üretimini istediği yönde ve miktarda yapmasına engel olur. İşte işletme, iş programları yapmak suretiyle seçeceği ve kuracağı modelin unsurlarını (elementlerini) tesbit etmek mecburiyetindedir. Bu iş programının mümkün olduğu kadar iyi uygulanması ile de, işletme üretimini istediği amaca en yaklaşıklık bir şekilde yürütür.

3. Doğrusal programlama tatbikatında karşılaşılan en büyük güçlüklerden birisi de, seçilen en iyi modeli tatbikata koyarken, onun unsurlarının (elementlerinin) doğrusal programlamanın tesbit ettiği şekilde plânlanamamış olmasıdır.

Özellikle safha maliyet sisteminin cari olduğu işletmelerde birbirlerini takip eden üretim safhalarında, makinaların kapasiteleri farklı olabilir. Hangi safhanın hangi safhadan sonra geleceği, hangi ünitenin hangi makinada ne zaman ve ne sürede üretileceği esaslı bir sıraya konup, plânlanmalıdır.

4. Doğrusal programlama adından da anlaşılacağı gibi maliyet ve kârın üretim hacmine göre doğru oranda değişeceğini kabul eder, yani üretim arttıkça maliyet ve kârdan artmalı, aksi takdirde yani üretim azaldıkça maliyet ve kârda azalmalıdır⁶. Eğer aralarında ters orantı mevcutsa doğrusal programlama uygulanamaz.

5. Doğrusal programlamanın tatbik edileceği problem çok kompleks ise, problemin değişkenleri arasındaki ilişkileri ifade edecek denklemlerin teşkili ve kurulan bu denklemlerin çözülmesi bazan matematikçinin kapasitesinin çok üstünde olur. Bunu önlemek için programı meydana getirecek birinci derecede denklemlerin çok basit olarak teşkil edilmesi gerekir⁷.

Bundan sonraki örnekler kısmında yukarıda söylenilen temel prensiplere uygun olarak, problemlerde hareket hattı (ulaşım masraflarının minimumlaştırılması, kârı maksimumlaştıran üretim hacmi gibi amaç fonksiyonları) tam tayin edilmiş; maliyet ve kârın üretim hac-

6) Tabii böyle bir faraziye artan ve azalan verim kanununa ve klâsik iktisat anlayışına aykırıdır. Fakat prog. çözümü için şarttır.

7) İkinci ve üçüncü derece fonksiyonların doğrusal programlama yardımı ile çözülebilmesi için fonksiyonun birinci derece fonksiyon haline getirilmesi gerekir, ki bu bazan oldukça komplike bir hal alabilir.

mi ile doğru oranlı değiştiği kabul edilmiş; üretimi sınırlayan faktörler tam ve kesin olarak belirtilmiş ve nihayet elle çözümde matematiksel kapasiteyi aşamaması için de oldukça basit (çok az değişkenli) denklemler kurma ve çözme yoluna gidilmiştir. Amaç, doğrusal programlama tekniğinin işletme iktisadı problemlerine uygulandığını göstermektir.

Genel Olarak Doğrusal Programlama :

Bilindiği gibi her programın yapılmasında belli bir amaç vardır. Bu amacı ifade eden fonksiyona amaç fonksiyonu denir. ve

$$Z = \sum_{i=1}^n C_i X_i = \text{Max} \quad \text{olarak gösterilir } (i = 1, 2 \dots n)$$

Bu fonksyonda X_i i mamûlünden üretilip satılan mamûl miktarını; C_i de ünite başına brüt kârı ifade ettiği takdirde, amaç fonksiyon toplam işletme kârının maksimumlaştırılmasıdır.

Yalnız bu amaca ulaşmak için üretilecek X_i miktarını sınırlayan bazı şartlarda (faktörlerde) mevcuttur. Özellikle üretim faktörlerinin istenilen yerde, istenilen miktarda mevcut olmayışı veya bir ünite mamûl üretimi için gerekli faktör miktarlarının istenildiği şekilde değiştirilememesi; sabit üretim katsayısı gibi...

$$1) a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n \leq A \text{ (emek)}$$

$$2) b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n \leq B \text{ (kapital)}$$

Burada $a_1, a_2 \dots a_n$ ve $b_1, b_2, \dots b_n$ üretim katsayıları (koefisyonları) olup, bir ünite X üretimi için gerekli faktör miktarlarını göstermektedirler. Eşitsizliklerin ifade ettikleri husus, X mamûlü için kullanılacak faktör miktarlarının bu faktörlerden elde mevcut olanı aşamayacağıdır.

Doğrusal programlama için diğer bir şartta negatif olmama şartıdır.

$$\text{Yani } 3) X_i \geq 0; A \geq 0 \text{ ve } B \geq 0$$

kullanılan faktör miktarları ile üretilen mamûl miktarları 0 dan küçük olamaz.

Çok basit olarak ortaya konmaya çalışılan doğrusal programlamanın işletme iktisadına uygulanması bu yazının konusunu teşkil edecektir. Aşağıdaki örneklerde doğrusal programlama problemlerinin

grafikle ve simplex metodu ile çözüm şekilleri ele alınıp işletme sorunlarına nasıl uygulanacağı pratik olarak gösterilmeye çalışılmıştır*.

ÖRNEK : I — Televizyon Montajı Problemi : (7)

Problemin verileri :

Siyah - Beyaz ve renkli televizyon imal eden bir firma, kârın maksimumlaştırılması için siyah - beyaz ve renkli televizyon alıcılarının adedini tayin etmektedir.

Siyah - beyaz T.V. adedini P_1 ve renkli TV adedini de P_2 ile göstersek ve her siyah - beyaz TV 15; renkli TV 45 TL. kâr getirdiğine göre amaç fonksiyonunu cebirsel olarak şu şekilde ifade ederiz :

$$Z = 15 P_1 + 45 P_2 \rightarrow \max !$$

Burada P_1 ve P_2 leri öyle saptamalıyız ki hem Z yi maksimum yapabilmeli ve hem de fabrikanın imalat durumuna göre meydana gelen sınırlamaları da sağlamalıyız. Bu sınırlamalar şunlardır :

1 — Teknik ve finansal imkânsızlıktan dolayı fabrika dışardan renkli katod tüpü alamamakta kendisi ancak günde 50 tane üretebilmektedir. Yani;

$$P_2 \leq 50$$

2 — Alıcı montajında her siyah-beyaz TV için bir iş saati; her renkli TV için 1.6 iş saati harcanmaktadır. Bu bölümde günde sekiz saat çalışan 30 işçi olduğuna göre :

$$1 P_1 + 1.6 P_2 \leq 240$$

3 — Son kontrolda her siyah-beyaz TV için 0.5 iş saati, her renkli TV için 2 iş saati harcanmaktadır. Bu bölümde 20 tane 8 saat çalışan, 1 tane de 2 saat çalışan işçi vardır.

$$0.5 P_1 + 2.0 P_2 \leq 162$$

*) Burada ele alınmayan transportation metodu, doğrusal programlama tekniklerinden birisi olmakla beraber başlı başına bir konu teşkil ettiğinden ilerki bir yazımızda ele alınması uygun görülmüştür.

7) Problem : Naylor Th. - Byrne E. Lineare Programming, Methods and Cases Belmont California, 1963, s. 34-40 dan alınmıştır. Ayrıca grafiki metodun kullanımına ait çeşitli misaller için bkz. Fay, DJ. Lineare Algebra und Optimierung, Mathematische Grundlagen und Beispiele zur linearen Programmierung, Wiesbaden 1967, s. 44-64.

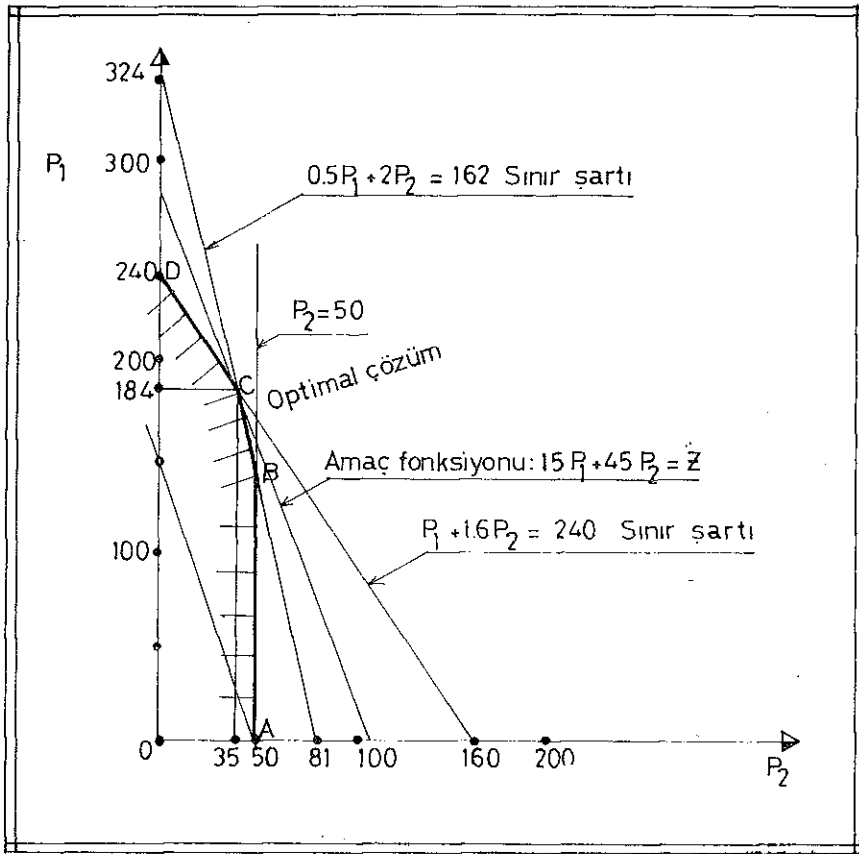
Televizyon Montaj Probleminin Grafikte Çözümü :

1) $P_2 \leq 50$

2) $1 P_1 + 1.6 P_2 \leq 240$

3) $0.5 P_1 + 2 P_2 \leq 162$ (yani) sınırlayıcı (tahdit) edici şartlar altında amaç fonksiyonunun $Z = 15 P_1 + 45 P_2 = \text{Max!}$ maksimumlaştırılması için gerekli çözüm alanı, bir konveks set içinde bulunacaktır⁸.

Şekil : 1 de X ve Y eksenleri üzerinde P_1 ve P_2 üretim miktarlarını sınırlayıcı formüllerden P_1 ve P_2 miktarlarını bulup X ve Y eksenle-



Şekil 1

8) Teorik izahlar için bkz. Bulutay op. cit., s. 94-96.

rinde işaretlersek, P_1 ve P_2 televizyonlarını yapabilme alanı olan OABCD konveks seti ortaya çıkar.

$1 P_1 + 1,6 P_2 = 240$ Yalnız P_1 üretilirse 240; Yalnız P_2 üretilirse 160 tane ancak mümkündür. Buna göre diğer sınırlayıcı eşitsizlikleri grafikte gösterelim.

$$P_2 \leq 50 \text{ ve } 0,5 P_1 + 2 P_2 \leq 162$$

İkinci kademede amaç fonksiyonun eğimi bulunarak X, Y koordinatlarına geçirilirse, bu doğruların orijinden uzaklaştıkça kârın arttığı görülür. Bu doğrulardan (OABCD) çokgenine teğet olanı maksimum kârı verecektir⁹⁾.

$$Z = 15 P_1 + 45 P_2 = \text{Max !}$$

Problemimizde bu nokta (C) dir. C noktasından P_1 ve P_2 üretim miktarlarını gösteren eksenlere dikmeler inildiği takdirde optimum üretim miktarlarının;

Siyah beyaz televizyon (P_1) için 184; renkli televizyon için ise (P_2) 35 olduğu görülür. Bulunan bu değerler, amaç fonksiyonunda yerine konursa; maksimum kâr

$$Z = 15.184 + 35.45 = 4335,- \text{ TL. olarak bulnur.}$$

ÖRNEK : II – Reklâm Masraflarının Minimumlaştırılması Problemi:

Doğrusal programlama tekniklerinin en basiti olan grafiksel çözümlü gösterebilmek için ikinci ve fakat biraz daha komplike bir örnek alalım. Burada bir işletmenin satış hacmini istediği seviyeye çıkarması için yapması gereken reklâm masraflarını nasıl minimumlaştırabileceği, aşağıda ele alınan sınırlayıcı yan şartlar altında incelenecektir. Görüldüğü gibi burada problem bir maksimizasyon değil, minimizasyon¹⁰⁾ sorunudur.

9) Bir doğrusal programlama problemindeki amaç fonksiyon, maksimum (ya da minimum) değerine, uygun çözüm alanının meydana getirdiği konveks setin bir uç noktasında varır. Cf. Bulutay op. cit., s. 98.

10) Bir önceki problemde tahdit edici şartlar $P_2 \leq 50$; $1P_1 + 1,6 P_2 \leq 240$ $0,5 P_1 + 2P_2 \leq 162$ idi. Problemin minimizasyonu söz konusu olduğu takdirde bu yan şartların (yani söz konusu doğrusal fonksiyonların) işaretini değiştirmek, amacı tatmine yeterli olacaktır. Yani $P_2 \geq 50$ $1 P_1 + 1,6 P_2 \geq 240$ vs. yukarıdaki problemde yan şartlar olarak ele alınacaktır.

Bir sigara fabrikası mamüllerinin reklâmını 2 ayrı aylık dergide yapmayı düşünüyor. Reklâmın büyüklüğü, renkli oluşu, yazısı ve resmi hususunda her 2 dergi ile anlaşma temin ediliyor ve tam sayfa ilânın bir defa yayınlanması için Z_1 dergisine 60.000; Z_2 dergisine ise 40.000 TL. ödeniyor.

Firmanın arzu ettiği husus, her iki dergiye senede kaçar defa ilân verdiği takdirde reklâm masraflarını minimize edeceğidir. Amaç fonksiyon $Z = 60.000 A_1 + 40.000 A_2 = \text{Min!}^{11}$.

Programı sınırlayıcı yan şartlar ise şöyledir :

1) Z_1 dergisinde en az 1 defa; Z_2 dergisinde daha ucuz olması sebebi ile en az 2 defa ilân verilmesi arzu ediliyor. Yani

$$A_1 \geq 1; A_2 \geq 2 \quad (\text{I a ve I b})$$

2) Okuyucu analizlerinden elde edilen bilgilere göre Z_1 dergisi 2 milyon; Z_2 dergisi ise 4 milyon erkek okuyucuya sahiptir. Yine aynı analiz, dergilerin birkaç defa gözden geçirildiğini ortaya koymaktadır. Firma, reklâmlarının 16 milyon kere okunması halinde tesirli olacağını hesaplamaktadır. Yani;

$$2.000.000 A_1 + 4.000.000 A_2 \geq 16.000.000$$

3) Diğer taraftan firmanın ürettiği sigaranın fiyatı oldukça yüksek olup; bu sigarayı en az aylık geliri 800,- TL. olan kimseler alabilirler. Piyasada Z_1 ve Z_2 dergilerini okuyan kütlelerden ancak 1 er milyonu ayda 800 ve daha fazla TL. kazanmaktadır. Piyasa araştırmasına göre bu gruba dahil tüketicilerin, sigara ilânlarını en az 5 milyon kere okumaları, amacın gerçekleştirilmesi için şarttır. Yani .

$$1.000.000 A_1 + 1.000.000 A_2 \geq 5.000.000$$

Yukarıdaki 3 sınırlayıcı yan şart altında amaç fonksiyonunu minimumlaştıracak olan dergilere verilecek ilân sayılarını grafiksel olarak tesbit edelim.

IX ve Y eksenlerinde Z_1 ve Z_2 dergileri ile bu dergilere verilecek ilân sayılarını (A_1 ve A_2) olarak göstereyim!

11) Kaynak : Korndörfer : Die Aufstellung und Aufteilung von Werbebudgets, Stuttgart, 1966, s. 200-203 den alınmıştır.

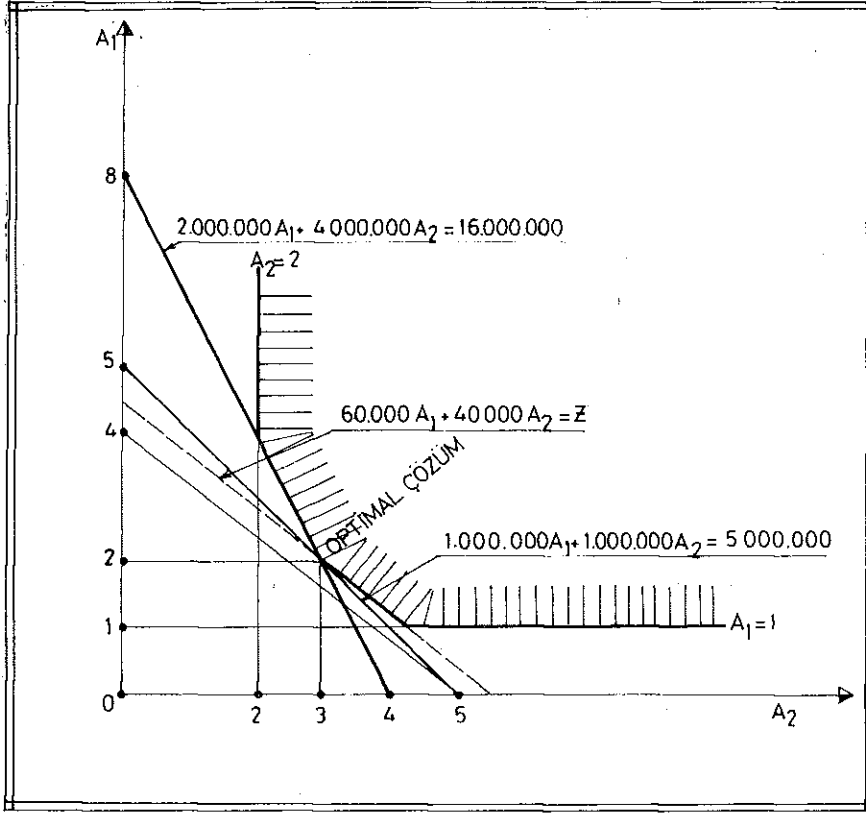
$$(I) Z = 60.000 A_1 + 40.000 A_2 = \text{Min !}$$

$$(Ia) A_1 \geq 1$$

$$(Ib) A_2 \geq 2$$

$$(Ic) 2.000.000 A_1 + 4.000.000 A_2 \geq 16.000.000$$

$$(Id) 1.000.000 A_1 + 1.000.000 A_2 \geq 5.000.000$$



Şekil 2

Problemin grafikte çözümünde $A_1 \geq 1$ ve $A_2 \geq 2$ sınırlayıcı eşitsizlikler $A_1 = 1$; $A_2 = 2$ eşitliği haline getirilip koordinatlar sisteminde işaretlendikten sonra; 1 c ve 1 d yan şartları ve nihayet amaç fonksiyonu — ki bu doğruya eş reklâm masrafları doğrusu da denebilir —

da koordinatlara yerleştirilince şekil (2) elde edilir. Şekilde K noktası, optimum çözümü, başka bir ifade ile problemdeki sınırlayıcı, yan şartlar altında minimum reklâm masraflarını gerçekleştiren kombinasyonu vermektedir. Ulaşılan çözüme göre işletme Z_1 dergisine senede 2; Z_2 dergisine ise 3 defa ilân verdiği takdirde minimum reklâm masrafları ile sigarasının reklâmını en iyi şekilde yapabilmektedir. Bu reklâm masraflarının dergiler arası dağılışı ise şöyle olacaktır :

$$Z = 60.000 X_2 + 40.000 X_3 = 240.000, - \text{ TL.}$$

Doğrusal programlama problemlerinin grafikte çözümü ancak problemin en fazla 3 boyutlu olması halinde mümkündür. Programdaki değişken sayısının artması halinde bu metod yeterli olmamaktadır. Bu takdirde doğrusal programlama da en çok kullanılan bir metod olan Simplex metodu ile çözüme gidilecektir.

ÖRNEK : III — *Televizyon Montajı Probleminin Simplex Metodla Çözümü*¹²

Örnek I'deki verileri doğrusal programlama tekniği ile ifade edersek : Siyah-beyaz televizyondan üretilecek miktar P_1 ; Ünite başına kâr $X_1 = 15$ TL.

Renkli televizyondan üretilecek miktar P_2 ünite başına kâr $X_2 = 45$ TL. Amaç fonksiyonu $Z = 15 P_1 + 45 P_2 \rightarrow \text{Max} !$

Sınır şartları : 1) $P_2 \leq 50$ den fazla 50 renkli televizyon yapılabilir. Çünkü zaruri katodu kendisi bu kadar üretmekte; dışardan da almamaktadır.

2) $1P_1 + 1,6 P_2 \leq 240$ günlük çalışma saati tutarı;

3) $0,5 P_2 + 2,0 P_2 \leq 162$ kontrol için zaruri iş saati Negativ olmama şartı $P_1 \geq 0$

$P_2 \geq 0$ dir.

Eğer herşey yolunda giderse sadece P_1 (siyah-beyaz televizyon) ve P_2 (renkli televizyon) üretilcektir. Fakat her şeyin istenildiği gibi yani üretimin aksamadan gidişi teorik bir hal olduğu için, (yan sınırlayıcı) şartlardaki herhangi bir aksama halinde işletmenin hayali bir takım

¹²⁾ Kaynak : Naylor Th - Byrne, E. Linear Programming, Methods and Cases Belmont, California, 1963, s. 47-64.

mamul ürettiği kabul edilir ve bu simplex metotta sun'i değişken adını alır ve çözüm için gereklidir.

Yukarıdaki problemde 3 sınırlayıcı eşitsizlik mevcut olduğuna göre, programa 3 sun'i değişken eklenecek ve bu 3 eşitsizlik böylece eşitlik haline getirilecektir. Yani;

$$1 P_2 + 1 S_1 = 50$$

$$1 P_1 + 1,6 P_2 + 1 S_2 = 240$$

$$0,5 P_1 + 2 P_2 + 1 S_3 = 162 \text{ elde edilecektir.}$$

Bu üç eşitlikteki S_1 , S_2 , S_3 değişkenleri teknik olarak ayrı birer mana da ifade etmektedirler.

Örneğin S_1 , renkli televizyon üretimi sırasında kullanılmayan katot sayısını; S_2 ve S_3 ise montaj ve kontrol sırasında boşa geçen iş saatlerini göstermektedir. Sun'i değişkenlerin modele eklenmesi ile (Einheits) ünite matrix'i teşkil edebiliriz.

$$OP_1 + 1P_2 + 1S_1 + OS_2 + OS_3 = 50 \quad (1)$$

$$1P_1 + 1,6P_2 + OS_1 + 1S_2 + OS_3 = 240 \quad (2)$$

$$0,5P_1 + 2P_2 + OS_1 + OS_2 + 1S_3 = 162 \quad (3)$$

Sun'i değişkenlerin eklenmesi ile amaç fonksiyonu şu şekilde ifade edilir :

$$Z = 15P_1 + 45 P_2 + OS_1 + OS_2 + OS_3 = \text{Max !}$$

Yukarıda 5 bilinmiyenli 3 denkleme sahibiz. Simplex metotta bilinmiyenlere positif değerler verilerek optimum elde edilir. Yukarıda $n = 5$ bilinmiyene, ve $m = 3$ denkleme sahip olduğumuza göre $n - m = 2$ değişkeni (0) sifıra eşitlersek $n=3$ $m=3$ elde edilecektir, ve bu halde meselenin çözümü çok kolaydır.

Nitekim Simplex metotta daima ilk çözümle (başlangıç tablosu) işe başlanır. Başka bir deyimle işletmenin hiç üretimde bulunmaması halinde $P_1 = 0$, $P_2 = 0$, dolayısıyla toplam kârın 0 a eşit olduğu tablo teşkil edilir. Bu takdirde sun'i değişkenler :

$$S_1 = 50$$

$$S_2 = 240$$

$$S_3 = 162 \text{ değerlerini alacaklardır.}$$

Tablo 1. Başlangıç Simplex Tablosu.

		P. Kapasite (sınırlayıcı faktör)	15 P ₁	45 P ₂	0 S ₁	0 S ₂	0 S ₃
Katot sayısı	S ₁	50	0	1,0	1	0	0
Montaj iş saati	S ₂	240	1,0	1,6	0	1	0
Kontrol iş saati	S ₃	162	0,5	2,0	0	0	1
	Z _j	0	0	0	0	0	0
	Z _j -C _j		(-15)	(-45)			

Tablo 1 Z_j sırası, programa göre, üretilen P₁, P₂ mamüllerinin satışından ünite başına sağlanacak kârı göstermektedir. Başlangıçta fiili üretimde bulunulmadığına, hep hayali mahsuller (S₁, S₂, S₃) üretildiğine göre Z_j sırası hep (0) dır. Z_j-C_j sırası ise P₁ ve P₂, S₁, S₂, S₃ sırasından Z_j çıkarılması ile elde edilir ve bize, hakiki mamülleri üretmemekle ne kadar zarar edildiğini (başka bir ifade ile kârdan zararı) gösterir.

Anahtar kolon ve sıranın seçilmesi:

Daha iyi bir imalat programına geçmek için üretilmemekle en çok zarar edilen mamülden işe başlanır. Örnekte bu P₂ renkli televizyondur. P₂ nin ait olduğu kolona anahtar kolon denilir. Bu kolondaki rakamlar, P₀ kolonundaki tahdit katsayılarına bölünürse

$$\left(\frac{50}{1} = 50; \quad \frac{240}{1,6} = 150\right)$$

$$\text{ve nihayet } \frac{162}{2} = 81 \text{ elde edilir.}$$

Burada 50 en küçük kapasite tahditi olarak ortaya çıkmaktadır. Böylece S₁ in bulunduğu sıra da anahtar sıra olarak ele alınacaktır. (Temelle girecek vektör P₂, temelden çıkacak vektör ise S₁ olacaktır. En az

1 tane $P_1 < 0$ ise temelden bir vektör ihraç edilecek ve yeni simplex tabloları tanzim etmek suretiyle çözüme devam edilecektir).

Böylece P_2 nin en büyük değeri çözüme ithal edilmelidir. 50 tane renkli televizyon üretimi, çözümden bütün S_1 leri kaldıracaktır. Anahtar sütun ve kolonu bulunduktan sonra aşağıdaki basit aritmetik işlemler neticesi 2 nolu simplex tablo tanzim edilebilir. Birinci sıra değiştirme katsayısı:

1 nolu denklemi P_2 nin katsayısına (anahtar P_2 $S_1 = 1$) bölersek yani

$$\frac{OP_1 + 1P_2 + 1S_1 + OS_2 + OS_3}{1} = \frac{50}{1} = 50$$

ikinci sıranın katsayıları ise;

$1P_1 + 1,6 P_2 + OS_1 + 1S_2 + OS_3 = 240$ buradan P_2 nin değerini ($P_2 = 50 - OP_1 - 1S_1 - OS_2 - OS_3$) esas denklemde yerine koyarsak;

$$1P_1 + 1,6 (50 - OP_1 - 1S_1 - OS_2 - OS_3) + OS_1 + 1S_2 + OS_3 = 240$$

$$1P_1 + 0P_2 - 1,6 S_1 + 1S_2 + OS_3 = 160 \text{ olarak bulunacaktır.}$$

(3) nolu eşitlikte $1P_2$ değerini,

$$0,5P_1 + 2 (50 - OP_1 - 1S_1 - OS_2 - OS_3) + OS_1 + OS_2 + OS_2 + 1S_3 = 162$$

$$\text{formülünde yerine yerleştirirsek, } 0,5P_1 + OP_2 - 2S_1 + OS_2 + 1S_3 = 62$$

olarak üçüncü sıra rakamda bulunmuş olacaktır. Elde edilen rakamları tabloya yerleştirdiğimiz takdirde yeni programa göre amaç fonksiyonunun alacağı değerde

$$Z = 15P_1 + 45P_2 + OS_1 + OS_2 + OS_3 = \text{Max !}$$

$$15.0 + 45 \times 50 + 0 (0) + 0 (160) + 0 (62) = 2250 \text{ TL. seviyesini bulacaktır}^{13}.$$

13) Z_i sırasındaki rakamlar ise şu şekilde bulunacaktır.

$$Z_1 = 45(0) + 0(1.0) + 0(5) = 0$$

$$Z_2 = 45(1) + 0(0) + 0(0) = 45$$

$$Z_3 = 45(1) + 0(-1,6) + 0(-2) = 45$$

$$Z_4 = 45(0) + 0(1) + 0(0) = 0$$

$$Z_5 = 45(0) + 0(0) + 0(1) = 0$$

$$Z_0 = 45(50) + 0(160) + 0(62) = 2250 \text{ TL.}$$

Tablo 2

C_j C_i		15		45			
C_i	Temel	P_0	P_1	P_2	S_1	S_2	S_3
45	P_2	50	0	1.0	1	0	0
	S_2	160	1.0	0	-1,6	1	0
	S_3	62	0,5	0	-2	0	1
	Z_j	2250	0	45	45	0	0
	$Z_j - C_j$	—	-15	0	45	0	0

Tablo 2 den görüldüğü gibi (-15) optimum çözüme henüz erişilmemiştir. O halde programa yeni değişkenlerin (vektörlerin) ithali ve bazı değişkenlerin ihracı gerekir. Bundan önceki işlemleri uyguladığımız takdirde ithal edilecek vektör tabii P_1 olacak, P_1 kolonundaki sayılar P_0 dakilere bölünmek sureti ile hangi sıranın programdan çıkarılacağı

bulunacaktır —ki örnekte ; $\frac{160}{1} = 160$; $\frac{62}{0,5} = 124$ — en küçük kapasite tahditi olan olan 124 ün ait olduğu S_3 dır.

Yeni değişkenlere göre yeni bir simplex tablosu tanzim edilir¹⁴.

Şekil 3

C_j C_i		Ünite başına kâr		15	45	0	0	0
Ünite başına kâr	Temel	P_0	P_1	P_2	S_1	S_2	S_3	
45	P_2	50	0	1.0	1.0	0	0	
	S_2	36	0	0	2.4	1.0	-2	
15	P_1	124	1.0	0	-4	0	2	
	Z_j	4110	15	45	15	0	30	
	$Z_j - C_j$	—	0	0	-15	0	-30	

14) S_3 ün çıkartılıp P_1 in programa dahil edilmesi neticesi bu sıranın değeri;

$$\frac{0.5P_1 + 0P_2 - 2S_1 + 0S_2 + 0S_3}{0.5} = \frac{62}{0.5} = 124 \text{ olarak bulunur.}$$

Tablo 3 de de henüz optimum çözüme ulaşamamıştır. Çünkü $Z_j - C_j \leq 0$ dir. Negatif bir değere rastlanmıştır. O halde S_1 anahtar kolon olmak üzere anahtar sırayı tayin ederiz. Örnekte

$$\frac{50}{1} = 50; \quad \frac{36}{2.4} = 15 \quad \text{ve} \quad \frac{124}{-4} = -31 \quad (- \text{ kapasite tahditi ol-}$$

mayacağı için +31 bulunur ki) bu takdirde anahtar sıra en düşük kapasite tahditi olan 15 in ait olduğu S_2 sırası olacaktır. Evvelki 2 aşamada takip edilen yol burada da uygulanırsa; 184 adet siyah-beyaz televizyon (P_1) ve 35 adet de renkli televizyon (P_2) ürettiği takdirde işletmenin kârını 4335 TL. ile maksimuma çıkardığı ve optimal çözüme eriştiği görülür. $Z = 15P_1 + 45P_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 = \text{Max!} = 15. (184) + 45. (35) + 0 + 0 + 0 = 4335. - \text{ TL.}$

Tablo 4

C_j		15	45	0	0	0	
C_i	—						
Ünite başına kâr	Temel	P_0	P_1	P_2	1 S	S_2	S_3
45	P_2	35	0	1	0	—5/12	10/12
0	S_1	15	0	0	1	5/12	—10/12
15	P_1	184	1	0	0	20/12	—16/12
	Z_j	4335	15	45	0	6,25	17,5
	$Z_j - C_j$	—	0	0	0	—6,25	—17,5

Diğer sıralar da şu değerleri alacaklardır :

$$1P_1 + 0P_2 - 4S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 124 \text{ buradan } P_2 \text{ yi yalnız bırakırsak}$$

$$P_1 = 124 + 4S_1 - 2S_3 \text{ bulunur. Bu değer}$$

$$0(124 + 4S_1 - 2S_3) + 1P_2 + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 50 \text{ denkleminde yerine konursa}$$

$$0P_1 + 1P_2 + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 50 \text{ olarak bulunur. } P_1 \text{ in bu bulunan değerini (2b) formülünde yerine koyarsak;}$$

$$1.0(124 + 4S_1 - 2S_3) + 0P_2 - 1.6 S_1 + 1S_2 + 0S_3 = 160 \text{ buradan } 36 \text{ bulunur. Amaç fonksiyon ise } Z = 45(50) + 0(36) + 15(124) = 4110 \text{ TL. olacaktır.}$$

Tablo 4 de ulaşılan neticeler özetlenecek olursa, adıgeçen işletmenin optimal üretim programı ve kâr durumu hakkında şu hususlar görülmür: Programda verilen yan şartların değişmediği varsayımı altında yani mamüllerin ünite satışından elde edilen kâr marjı, 15 ve 45 TL kaldığı; işletmede bizzat üretilen katot sayısı 50 olduğu; montaj ve kontrol işçilik saatlarında bir değişiklik olmadığı müddetçe;

1) 35 ünite renkli televizyon, 184 ünite siyah beyaz televizyon üretilmesi gerekir. Bunu temelde P_0 sütunları göstermektedir.

2) Bilindiği gibi (Z_j) sırası ünite başına sağlanan net kârı göstermekteydi. Bu hale göre P_1 imalatından ünite başma 15 TL. P_2 den ise 45 TL. kâr sağlanmakta; Z_0 toplam kâr miktarı ise 4335 TL. ile maksimum seviyeye ulaşmaktadır.

3) $Z_j - C_j$ sırası, bir ünite mamül üretmemekle uğranılan kârdan zararı göstermekteydi. Tablo 4 de $Z_1 - C_1 = 0$; $Z_2 - C_2 = 0$ oluşu programda hiçbir ilâve kaybın (zararın) olmadığını gösterir. Diğer yandan Z_4 ve Z_5 in $-6,65$ ve $-17,5$ rakamlarını ihtiva etmesi (yani kapasiteden tam faydalanmama) bu hayali mahsullerin üretilmesi halinde zarar edebileceğini gösterir.

ÖRNEK IV : Üretilcek mamul miktarının tesbiti problemi :

Simplex metodu ve bu metodun işletme iktisadında kullanılışını biraz daha komplike olarak aşağıdaki örnek yardımı ile açıklayabiliriz¹⁵.

Bir fabrikada R ve S olmak üzere 2 nevi mamul üretilmektedir. R ve S mamulleri safha maliyeti esasına göre üretilmekte olup, üretimde 4 tip makine kullanılmaktadır. R ve S mamulleri I nolu makinada müştereken : II, III ve IV. nolu makinelerde ise farklı şekilde muameleye tabi tutulmaktadırlar. Mamullerin I, II, III ve IV. no.lu makinelerinde üretim süreleri farklıdır.

İşletme $R_1, R_2, R_3 = R$ ve $S_1, S_2, S_3 = S$ mamullerinin üretim süreleri ile I, II, III ve IV makinalarının üretim zaman kapasiteleri ve ünite başına kâr miktarları aşağıda gösterildiği gibidir (Tablo 5).

15) Simplex metodu ana hatları hakkında Bkz. Hiç, Mükerrrem, op. cit. 79-85. Misal, Churchman-Ackoff-Arnoff op. cit., s. 279-290 dan alınmıştır.

Tablo 5

Makine grubu	R mamülü			S mamülü			Zaman bakımından makinelerin kapasite saati
	R_1	R_2	R_3	S_1	S_2	S_3	
I	0.01	0.01	0.01	0.03	0.03	0.03	850
II	0.02			0.05			700
III		0.02			0.05		100
IV			0.03			0.08	900
Ünite başına kâr (Kr.)	0.40	0.28	0.32	0.72	0.64	0.60	

Çalışma kapasiteleri sınırlı olan bu dört makine grubunda R_1, R_2, R_3 ve S_1, S_2, S_3 den ne kadar miktar üretelim ki bunların satışından sağlanacak kâr miktarı maksimum olsun. Eğer biz $R_1, R_2, R_3, S_1, S_2, S_3$ den üretilecek miktarları $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ ile gösterecek olursak amaç fonksiyonu şu şekilde ifade edilecektir.

$$Z = 0.40X_1 + 0.28X_2 + 0.32X_3 + 0.72X_4 + 0.64X_5 + 0.60X_6 \rightarrow \text{Max!}$$

Tabii çözülmesi gereken husus, aşağıdaki sınırlayıcı şartların varlığı halinde kârı maksimumlaştıran $X_1, X_2, \dots, X_6$ miktarlarını tayin ve tesbit etmektir.

Tablo (5) den görüldüğü gibi en büyük sınırlayıcı faktör makinelerin kapasitesidir. Yani;

$$0.01 X_1 + 0.01 X_2 + 0.01 X_3 + 0.03 X_4 + 0.03 X_5 + 0.03 X_6 \leq 850$$

$$0.02 X_1 + 0.05 X_4 \leq 700$$

$$0.02 X_2 + 0.05 X_5 \leq 100$$

$$0.03 X_3 + 0.08 X_6 \leq 900$$

Diğer taraftan $X_j \geq 0$ ($j=1, \dots, 6$) negatif olmama şartını nazara almak gerekir. (Bu tabiidir, çünkü X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 ve X_6 hiç bir zaman sıfırdan küçük olamaz).

Yukarda ele alınan 4 makinenin (I, II, III ve IV) belirli bir periyot içinde devamlı olarak çalışmaları teorik bir durum olduğu için biz,

bir an için bunun imkânsız olduğunu kabul edelim ve makinaların boşa geçen zamanlarında, ($X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ nın dışında) X_7, X_8, X_9, X_{10} adlı hayali mamulleri ürettiklerini varsayalım. Bu tip bir varsayım, simplex metodun uygulanması için zorunludur ve yukarıda belirtildiği gibi teknik terimle sun'i değişken (Schlupfvariable) olarak ifade edilmektedir. Böyle yapmakla aynı zamanda bir seri eşitsizliklerle ifade ettiğimiz kapasite tahditlerini;

$$0.01 X_1 + 0.01 X_2 + 0.01 X_3 + 0.03 X_4 + 0.03 X_5 + 0.03 X_6 + X_7 = 850$$

$$0.02 X_1 + 0.5 X_4 + X_8 = 700$$

$$0.02 X_2 + 0.05 X_5 + X_9 = 100$$

$$0.03 X_3 + 0.08 X_6 + X_{10} = 900$$

eşitlikler haline getirebilmekteyiz. Modele sokulan yeni değişiklikler ve makinaların kapasiteleri nazara alınarak ünite matrix aşağıdaki şekilde teşkil edilecektir.

Tablo 6

P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	$P_0 = \text{Kapasite}$
0.01	0.01	0.01	0.03	0.03	0.03	1				850
0.02			0.05				1			700
	0.02			0.05				1		100
		0.03			0.08				1	900

Diğer taraftan R_1, R_2, R_3 ve S_1, S_2, S_3 den sağlanacak ünite başma kâr miktarı da bilinip, verildiğine göre amaç fonksiyonu olan kârın maksimumlaştırılması $X_j \geq 0$ ve $\sum_{j=1}^{10} X_j P_j = P_0$ şartları altında şu şekilde ifade edilecektir.

$$Z = 0. P_7 + 0. P_8 + 0. P_9 + 0. P_{10} + 0.40 P_1 + 0.28 P_2 + 0.32 P_3 + 0.72 P_4 + 0.64 P_5 + 0.60 P_6 = \text{Max !}$$

Şimdiye kadarki verilerin yardımı ile ilk başlangıç simplex tablosu-

nu teşkil edebiliriz. Bu tabloyu tanzim ederken dikkat edilecek nokta baz vektörü tesbit etmektir. Bu örneğimizde $P_7=850$, $P_8=700$, $P_9=100$ ve $P_{10}=900$ dür

Tablo 6 dan ayrı olarak, hayali mamuller listesi ile ünite başma kâr miktarları da tablo 7 de yer alacaktır.

Tablo 7
Ünite başma kâr

Ünite baş. kâr	C_j	Temel	P_j	P_7	P_8	P_9	P_{10}	0.40 P_1	0.28 P_2	0.32 P_3	0.72 P_4	0.64 P_5	0.60 P_6
	0	P_7	850	1	0	0	0	0.01	0.01	0.01	0.03	0.03	0.03
	0	P_8	700	0	1	0	0	0.02	0	0	0.05	0	0
	0	P_9	100	0	0	1	0	0	0.02	0	0	0.05	0
	0	P_{10}	900	0	0	0	1	0	0	0.03	0	0	0.08

Yukardaki örnekten de görüldüğü gibi, simplex metot, işletme problemlerinin çözümünde hiçbir kâr sağlamayan imalat programına ait tabloyu kurmakla işe başlar, ve daha çok kâr sağlayan programların tabloları ile devam eder. Kademeli olarak devam edilen bu işlemin nasıl yapıldığını görelim¹⁶.

16) Çözümde takip edilen teorik ve pratik esaslar şöyledir :

1. Birim vektörlerin yer aldığı temel bir tablo teşkil edilir (misalde Tablo 15).
2. Bu tabloda, bütün j ler için C_j , C_i ise maximum çözüme varıldı demektir.
3. Eğer C_j , C_i ise, optimum çözüme varılmamıştır. Bu takdirde temele yeni bir vektör ithal edilecek ve bir vektör temelden çıkarılacaktır.
4. Temele girecek vektörü tayinde $(Z_j - C_j)$ nin en küçük değeri nazara alınacaktır.
5. Temele girecek vektör, K olarak seçildiğinde, bütün (i) ler için X_{ik} 0 ise çözüme ulaşılmış, yok X_{ik} 0 ise temele yeni bir vektör girecek ve temelden yeni bir vektör çıkarılmaya devam edilecektir.
6. Temele girecek vektörün meydana getirdiği dizinin elemanları ile diğer vektörlerin elemanlarının alacağı değerler hesaplanarak yeni teşkil olunacak tabloya yerleştirilecektir.
7. Yukardaki işlemlere X_{ik} 0 oluncaya kadar devam edilecektir. Cf. Bulutay T. op. cit., s. 112-113.

İlk çözüm tablosunun tamamlanabilmesi için 7 nolu tabloya 2 sıra daha ilâve etmek gerekir. Birinci sıra Z_j olup, tablonun solunda gösterilen programa göre her bir mamulden ne kadar kâr edileceğini gösterir. Şimdilik (çıkış noktasında) hep hayali mahsuller üretildiğinden bu sıra tamamen (0) değerini alacaktır.

İkinci sıra ise $(Z_j - C_j)$, birinci sıradan 7 nolu tabloda yer alan $P_1 \dots P_6$ sıralarının çıkarılmasından elde edilir. Başka bir ifade ile hakiki mamulleri (yani $P_1 \dots P_6$) üretmemekle ne kadar zarar edildiğini gösterir. Tablo 8 tam bir başlangıç simplex tablosudur.

Tablo 8

C_j	C_j	Temel	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	0.40	0.28	0.32	0.72	0.64	0.60
								P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
	P_7	850	1					0.31	0.01	0.01	0.03	0.03	0.03
	P_8	700		1				0.02			0.05		
	P_9	100				1			0.02			0.05	
	P_{10}	900					1			0.03			0.08
	Z_j	—	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$Z_j - C_j$	0						-0.40	-0.28	-0.32	-0.72	-0.64	-0.60

Başlangıç tablosunda henüz hiçbir istihsalde bulunulmadığından net kâr da (0) dir.

Yeni simplex tabloları tanzimi ancak $Z_j - C_j$ sırasında (—) varsa söz konusudur. Her kademe çözümde (—) lerin sayısı azalmakta ise yapılan işlemler işletmenin kârını artırmaya yaramaktadır. İşlemlere devam edilecektir. Hiçbir kolonda (—) yoksa başka bir ifade ile $Z_j - C_j \geq 0$ ise maximum çözüme ulaşılmış demektir.

Simplex metotla optimal çözüme (burada amaç fonksiyon kârın maksimumlaştırılmasıdır) gidiş şöyle olacaktır. Hiç üretilmemekle, en fazla kârdan zarar edilen mamulü üretmekle (yani programa dahil etmekle) işe başlanır. Bu misâlimizde $Z_4 - C_4$ yani P_4 dır (-0.72 kr.) P_4 ün

bulunduğu kolon, anahtar kolon olarak seçilir. Bu kolondaki rakamlar, P_0 kolonundakiler tarafından bölünürse

$$(\text{Yani } \frac{850}{0.03} = 28333; \frac{700}{0.05} = 14000) \text{ elde edilen bu rakamların ifade}$$

ettikleri şey, P_3 üretmekten vazgeçersek 14000 P_4 ; yine P_8 imalatından vazgeçilirse 28.330 P_7 üretilcek demektir. Burada 14000 ünitenin ait olduğu P_8 anahtar sıra olarak ele alınacaktır. Böylece temele girecek ve temelden çıkarılacak vektörler tesbit olunmaktadır.

En az bir tane $X_{ik} > 0$ ise temelden bir vektör ihraç edilecek ve yeni simplex tabloları tanzim edilerek, çözüme devam edilecektir¹⁷.

Temele girecek sıranın elemanları için $X_{kj} = \frac{X_{rj}}{X_{rk}}$ formülü, diğer

elemanlar için ise $X_{ij} = X_{ij} - \frac{X_{rj}}{X_{rk}} X_{ik}$ formülü ile hesaplamalar yapılacaktır. Başka bir ifade ile $\frac{\text{Temelden çıkacak vektör}}{\text{temele girecek vektör}}$ formülü ile temele girecek sıranın elemanlarının değerleri bulunacaktır.

Diğer elemanlar için ise :

$$\text{Yeni değer} = \text{eski değer} - \frac{\text{karşı anahtar kolon rakamı}}{\text{anahtar rakamı}} \quad \text{karşı anahtar sıra rakamı} \quad \text{formülü}$$

ile yeni değerler için hesaplamalar yapılacaktır.

Yeni tabloya göre teşekkül eden toplam kâr da;

$$Z = Z_0 - (Z_k - C_k) \text{ şeklinde ifade edilecektir.}$$

Buraya kadar söylenenleri örneğimizde tablo 8 e uygulayarak ikinci kademe programı olan tablo (9) u düzenleyelim.

(Burada $P_8 = r$ ve $P_4 = k$)

$$1) \quad X_{4j} = \frac{X_{8j}}{X_{84}} = \left(\frac{X_{8j}}{0.05} \right) \text{ devamla}$$

$$X_{40} = \frac{X_{80}}{0.05} = \frac{700}{0.05} = 14.000$$

17) Cf. Bulutay op. cit., s. 113.

$$X_{41} = \frac{X_{81}}{0.05} = \frac{0.02}{0.05} = 0.4$$

$$X_{48} = \frac{X_{88}}{0.05} = \frac{1}{0.05} = 20$$

2) Diğer sıraların elementlerinin değerleri ise;

$$X_{ij} = X_{ij} - \frac{X_{sj}}{X_{34}} X_{i4} = X_{ij} - \frac{X_{sj}}{0.05} X_{i4} \text{ formülüne göre yani;}$$

$$X_{70} = X_{70} - \frac{X_{80}}{0.05} (X_{74}) = 850 - \frac{700}{0.05} (0.03) =$$

$$850 - (14.000) (0.30) = 850 - 420 = 430$$

3) İkinci kademede ulaşılan, unite başma kârdan zarar ise;

$$(Z_1 - C_1) = (Z_1 - C_1) - \frac{X_{81}}{X_{84}} (Z_4 - C_4) \text{ formülünce hesaplanırsa:}$$

$$Z_j - C_j = (-0.40) - \frac{0.02}{0.05} (-0.72) =$$

$$= (-0.4) - (0.4) (-0.72) = -0.4 + 0.288 = -0.112 \text{ olarak bulunacaktır.}$$

4) Amaç fonksiyon olan kârın maksimumlaştırılması ise aşağıdaki değere ulaşacaktır:

$$(Z - C) = (Z_0 - C_0) - (Z_4 - C_0)$$

$$= 0 - 14.000. (-0.72) = 10.080 \text{ TL.}$$

Tablo 9

C_j	Temel	P_0	P_7	P_3	P_9	P_{10}	0.40 P_1	0.28 P_2	0.32 P_3	0.72 P_4	0.64 P_5	0.60 P_6
	P_7	430	1	-0.6			-0.002	0.01	0.01		0.63	0.08
0.72	P_4	14.000		20			0.4			1		
	P_9	100			1			0.02			0.05	
	P_{10}	900				1			0.03			0.08
1 ci sıra	Z_1			14.4			0.288			0.72		
2 ci sıra	$Z_j - C_j$	10.080		14.4			-0.112	-1.28	-0.32		-0.64	-0.60

Tablo 9 dan çıkartılan neticeleri özetliyelim :

a) Bir önceki programda $Z_j - C_j = 0$ iken bu seferki programda P_4 den 14000 ünite üretmek suretiyle ünite başına 0,72 TL. dan toplam olarak 10.080 TL. lık bir kâr sağlanmıştır.

b) Ancak bu miktar kâr işletmenin amacını gerçekleştirmemektedir. Çünkü $Z_j - C_j$ sırasında henüz (-) işaretler mevcuttur.

c) O halde, programını daha ileri götürmek gerekmektedir. Burada dikkat edilecek nokta $Z_j - C_j$ sırasında en küçük değeri haiz sütünü ana sütun olarak seçmek ve biraz evvelce yapılan işlemleri tekrar etmekten ibarettir. Çalışmamızda üçüncü tablonun tanzim edilmesini gösterecek diğerlerinin sadece neticelerini vermekle yetineceğiz.

1) 10 nolu tabloda (-0.64) ün ait olduğu P_5 kolonunu, ana kolon olarak ele alacağız. Ana sıra ise, bu sütündeki rakamların P_6 kolonundaki rakamlar tarafından bölünmesi ile elde edilecektir.

$$\frac{430}{0.03} = 14,333 \quad \frac{100}{0.05} = 2000. \quad \text{O halde } P_9 \text{ dan ana sıra olarak}$$

ele alınacaktır.

2) P_9 vektörü çıkartılıp, P_5 vektörü programa dahil edilecektir. P_5 vektörünün yeni sıra değerleri şöyle olacaktır :

$$X_{5j} = \frac{X_{9j}}{X_{95}} = \frac{100}{0.05} = 2000$$

$$X_{59} = \frac{X_{99}}{X_{95}} = \frac{1}{0.05} = 20 \text{ böylece devam edilebilir.}$$

Diğer sıraların elementleri ise;

$$X_{ij} = X_{ij} - \frac{X_{9j}}{X_{95}} X_{i5} = X_{ij} - \frac{X_{9j}}{0.05} X_{i5} \text{ bu formüle dayanarak :}$$

$$X_{70} = X_{70} - \frac{X_{90}}{0.50} X_{75} = 430 - \frac{100}{0.05} (0.03) = 370$$

3) Ünite başına kâr ise :

$$(Z_2 - C_2) = (Z_c - C_2) - \frac{X_{92}}{X_{95}} (Z_5 - C_5) \text{ formülünce}$$

$$(Z_2 - C_2) = (-0.28) - \frac{(0.02)}{0.05} (-0.64) = 0,024 \text{ bulunur.}$$

4) Nihayet amaç fonksiyonu olan kâr ise;

$$(Z_i - C_i) = (Z_1 - C_1) - (Z_5 - C_1) = \\ = (10.080) + 2000 (0.64) = 10.080 + 1280 = 11.360 - \text{TL, sı} \\ \text{seviyesine ulaşacaktır. Yapılan hesaplara göre 3 cü kademe simplex} \\ \text{tablosu şu şekilde tanzim edilecektir.}$$

Tablo 10

Ünite başına kâr

C_j	Temel	P_0	P_7	P_3	P_9	P_{10}	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
C_i												
	P_7	370	1	-0.6	-0.6		-0.002	-0.002	0.01			0.03
0.72	P_4	14.000		20			0.4			1		
0.64	P_5	2.000			20			0.4			1	
	P_{10}	900				1			0.03			0.08
	Z_j											
	$Z_j - C_j$	11.360		14.4	12.8		-0.112	-0.024	-0.32			0.60

Tablo 10 işletmenin 14000 ünite P_4 ; 2000 ünite P_5 den üretebileceğini; bu takdirde toplam kârının 11.360 TL. olacağını göstermektedir. Ancak evvelki izahlarımız nazara alınır ve tablo incelenirse işletme bu programla da optimuma erişememiştir. İlk iki kademede yapılan işlemleri 6 cı kademeye kadar tekrarladığımız zaman tablo, 11, 12, 13, 14 elde edilir. 14 nolu tablo maksimum çözümü vermektedir.

Tablo 14 tetkik edildiği ve işletmenin teknik ve iktisadi verileri gözönüne alındığı takdirde varılan sonuçları şu şekilde özetlemek mümkündür :

1) Bilindiği gibi adıgeçen işletme her biri 3 çeşit parça kullanan (R_1, R_2, R_3 ve S_1, S_2, S_3) R ve S mamüllerini, I, II, III ve IV nolu makinaların yardımı ile üretmekte idi. Ancak makinaların kapasiteleri işletmenin hareket kabiliyetini sınırlandırmaktaydı.

2) Her çeşit parçanın $R_1, R_2, R_3, S_1, S_2, S_3$ ün makinalarda üretim süreleri de farklı idi. Bu fark aynı zamanda ünite üretim maliyetlerinin farklı oluşuna ve neticede ünite başma kârın da farklı olmasına sebep olmuştur.

3) Bütün bu verileri nazara alan işletme yöneticileri kârlarını maksimumlaştıracak bir program yapmak mecburiyetindedirler. Ya-

pılan hesaplamalar neticesi tablo 14 de eğer işletme sadece R mamûlünü üretir, S den hiç üretimde bulunmazsa kârı maksimum olmaktadır. Tablodan ayrıca R için gerekli R_1 , R_2 ve R_3 parçalarının hangi makinalarda ve ne miktarda üretilmesi gerektiğini de görüyoruz.

4) Tablo 14 den görülen bir husus da amaç fonksiyonunun maksimumlaştırılmış olduğudur yani;

Tablo 11

C_j	Temel	P_1	P_2	P_3	P_9	P_{10}	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
C_i												
	P_7	32,5	1	-0,0	-0,6	$-\frac{3}{8}$	-0,002	-0,002	$-\frac{1}{800}$			
0,72	P_1	14000					0,4			1		
0,64	P_5	2000			20			0,4			1	
0,60	P_8	11250				$12\frac{1}{2}$			$\frac{3}{8}$			1
	$Z_j - C_j$	18110		14,4	12,8	$7\frac{1}{2}$	-9,112	-9,024	-0,095			

Tablo 12

C_j	Temel	P_0	P_7	P_8	P_9	P_{10}	0,40	0,28	0,32	0,72	0,64	0,60
C_i							P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
	P_i	102,5		$-1/2$	-96	$-\frac{3}{8}$		-9,002	$-\frac{1}{800}$	0,005		
0,40	P_i	35000		50			1			$\frac{5}{2}$		
0,64	P_5	2000			20			0,4			1	
0,60	P_6	11.250				$\frac{100}{8}$			$\frac{3}{8}$			1
	$Z_j - C_j$	22.030		20	12,8	$7\frac{1}{2}$	-0,024	-0,095	0,28			

Tablo 13

0,40 0,28 0,32 0,72 0,64 0,60												
C _j	Temel	P ₀	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
C _i												
	P ₇	140	1	-1/2	-0,6	$\frac{1}{3}$	-0,002			0,005		$\frac{1}{300}$
0,40	P ₁	35.000		50			1			$\frac{5}{2}$		
0,64	P ₃	2.000			20			0,4			1	
0,32	P	30.000				$\frac{100}{3}$			1			8/3
	Z _j -C _j	24.880		20	12,8	$\frac{32}{3}$	-0,024			0,28		$0,25 \frac{1}{3}$

Tablo 14

							0,40	0,28	0,32	0,72	0,64	0,60
C_j	Temel	P_0	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
C_1												
	P_7	150	1	$-\frac{1}{2}$	$-1/2$	$-\frac{1}{3}$				$1/200$	$1/200$	$1/300$
0,40	P_1	35.000		60			1			$\frac{5}{2}$		
0,28	P_2	5.000			50			1		$5/2$		
0,32	P	30.000				$\frac{100}{3}$			1			$8/3$
	$Z_j - C_j$	25.000	—	20	14	$10 \frac{2}{3}$				0,28	0,06	$0,25 \frac{1}{3}$

$$Z = 0,40 (35.000) + 0,28 (5000) + 0,32 (30.000) + 0,72 (0) + 0,64 (0) + 0,60 (0) = 25.000 \text{ TL.}$$

5) Programın verileri nazara alınarak, işletmede aşırı veya noksan kapasite halinin mevcudiyeti de incelenebilir. Şöyle ki;

Tablo 15

Mevcut makinalar	R mamulü			S mamulü			Kullanılan kapasite	Mevcut tek. kap.	Atıl kapasite
	$R_1(P_1)$	$R_2(P_2)$	$R_3(P_3)$	$S_1(P_4)$	$S_2(P_5)$	$S_3(P_6)$			
1	35.000×	5.000×	30.000	0×0.03	0×0.03	0.×003	700	350	150
2	35.000×			0.×			700	700	—
	0.02			0.05					
3		5.000×			0×		100	100	—
		0.02			0.05				
4			30.000×			0.08	900	900	—
			0.03			0			

Adı geçen işletme yaptığı program sayesinde işletmede mevcut makinelerden azami derecede yararlanmıştır. Ancak bütün gayretlere rağmen teknik zorunluluk dolayısıyla 1 nolu makmada hâlâ 150 iş saati atıl kapasite mevcuttur.

6) Ele aldığımız işletmede üretimin programlanması statik şartların varlığına dayanarak yapılmış ve optimal çözüme ulaşılmış bulunmaktadır. Başka bir ifade ile R ve S mamüllerinin birbirinden tamamen bağımsız olarak üretilebileceği varsayılmıştır. Nitekim ulaşılan çözüm de S hiç üretilmemektedir. Fakat öyle bir üretim sözkonusu olabilir ki R üretilirken S de otomatik olarak üretilebilir. (Örneğin kok üretiminde havagazı üretimi gibi). Diğer yandan program yapılırken, mamüllerin ünite başına kâr hadleri (yani $R_1 = 0.40$;

$R_2 = 0.28$; $R_3 = 0.32$; $S_1 = 0.72$; $S_2 = 0.64$; $S_3 = 0.60$ TL.) değişmez olarak ele alınmıştır. Halbuki çeşitli dinamik piyasa (talep) şartları karşısında ünite başına kâr hadleri değişmiş olabilir. ($R_1 = 0.40$; $R_2 = 0.20$; $R_3 = 0.40$) vb. Aynı şekilde teknik gelişmeler neticesi R_1 , R_2 , R_3 , S_1 , S_2 , S_3 mamüllerinin I, II, III ve IV. nolu makinalarda üretilme süreleri büyük bir ihtimalle değişmiş olabilir. Yukarıda sayılan 14 nolu tabloda ulaşılan optimal üretim plânı ve buna dayanan kâr

maksimumlaştırılması probleminde bazı değişikliklerin olabileceğini söylemek mümkündür.

Sonuç ve değerlendirme :

1974 - 49 dan beri matematiksel modellerin iktisada uygulanması gün geçtikçe artmakta ve önem kazanmaktadır. Matematiksel programlamanın en önemli bir parçası olan doğrusal programlama bir plânlama vasıtası olarak bütün ekonomiye de uygulanabilmektedir. Örneğin, doğrusal programlama tekniği, millî ekonomide mevcut belirli ve sınırlı kaynaklarla sağlanabilecek azami üretim hacmini, dolaşısıyla maksimum millî hasılaya erişme imkân ve yollarını da göstermektedir¹⁸. Doğrusal programlama bugün, eskiye nazaran çok daha kolay ve kesin olarak işletme problemlerini çözebildiği için, kendisine modern işletmecilikte gün geçtikçe geniş uygulama alanı bulmaktadır. Bu uygulama alanlarını;

a) Nakliyecilikte, minimum taşıma masrafları ile maksimum satış mümkün kılma¹⁹;

Tablo 29 da toplam maliyetler 142.600,— TL. ile minimumlaştırılırken programın diğer yan şartları da yerine getirilmektedir. Makinaların teknik kapasitelerinde tam faydalanılmaktadır. Şöyleki :

DGI makinası için	$25.839 \times 0.503 =$	12.997	dakika
" "	$59.105 \times 0.220 =$	13.003	"
Toplam		26.000	"
DGII makinası için	$30.895 \times 0.220 =$	6.797	"
" "	$37.000 \times 0.519 =$	19.203	"
Toplam		26.000	"
DGIII makinası için	$69.004 \times 0.270 =$	18.631	"
" "	$24.161 \times 0.305 =$	7.369	"
Toplam		26.000	"

Bu program hem maliyeti minimumlaştırmakta, hem de işletmedeki makinaların tam çalışmalarını gerçekleştirmektedir.

18) Millî hasıla maksimumlaştırıldığı halde, tam istihdam sağlanamamış olabilir. Her ikisinin aynı anda gerçekleştirilmesi bir tesadüftür. Doğrusal prog. mühim olan amaç fonksiyonudur. Amaç fonksiyon millî hasılanın maksimumlaştırılması ise bu takdirde tam istihdamdan fedakârlık etmek gerekebilir. Cf. Öney, E. Doğrusal Programlamanın İktisatta Kullanımı, S.B.F. Dergisi, Mart 1967, Cilt 22, s. 1-28.

19) Cf. Churchman, Ackoff-Arnoff, op. cit., s. 261-268.

5) Programın verileri nazara alınarak, işletmede aşırı veya noksan kapasite halinin mevcudiyeti de incelenebilir. Şöyle ki;

Table 15

Mevcut makinalar	R mamulü			S mamulü			Kullanılan kapasite	Mevcut tek. kap.	Atıl kapasite
	$R_1(P_1)$	$R_2(P_2)$	$R_3(P_3)$	$S_1(P_4)$	$S_2(P_5)$	$S_3(P_6)$			
1	35.000×	5.000×	30.000	0×0.03	0×0.03	0.×0.03	700	850	150
2	35.000×			0.×			700	700	—
	0.02			0.05					
3		5.000×			0×		100	100	—
		0.02			0.05				
4			30.000×			0.03	900	900	—
			0.03			0			

Adı geçen işletme yaptığı program sayesinde işletmede mevcut makinelerden azami derecede yararlanmıştır. Ancak bütün gayretlere rağmen teknik zorunluluk dolayısıyla 1 nolu makinada hâlâ 150 iş saati atıl kapasite mevcuttur.

6) Ele aldığımız işletmede üretimin programlanması statik şartların varlığına dayanarak yapılmış ve optimal çözüme ulaşılmış bulunmaktadır. Başka bir ifade ile R ve S mamüllerinin birbirinden tamamen bağımsız olarak üretilebileceği varsayılmıştır. Nitekim ulaşılan çözüm de S hiç üretilmemektedir. Fakat öyle bir üretim sözkonusu olabilir ki R üretilirken S de otomatik olarak üretilebilir. (Örneğin kok üretiminde havagazı üretimi gibi). Diğer yandan program yapılırken, mamüllerin ünite başına kâr hadleri (yani $R_1 = 0.40$;

$R_2 = 0.28$; $R_3 = 0.32$; $S_1 = 0.72$; $S_2 = 0.64$; $S_3 = 0.60$ TL.) değişmez olarak ele alınmıştır. Halbuki çeşitli dinamik piyasa (talep) şartları karşısında ünite başına kâr hadleri değişmiş olabilir. ($R_1 = 0.40$; $R_2 = 0.20$; $R_3 = 0.40$) vb. Aynı şekilde teknik gelişmeler neticesi R_1 , R_2 , R_3 , S_1 , S_2 , S_3 mamüllerinin I, II, III ve IV. nolu makinalarda üretilme süreleri büyük bir ihtimalle değişmiş olabilir. Yukarıda sayılan 14 nolu tabloda ulaşılan optimal üretim plânı ve buna dayanan kâr

maksimumlaştırılması probleminde bazı değişikliklerin olabileceğini söylemek mümkündür.

Sonuç ve değerlendirme :

1974 - 49 dan beri matematiksel modellerin iktisada uygulanması gün geçtikçe artmakta ve önem kazanmaktadır. Matematiksel programlamanın en önemli bir parçası olan doğrusal programlama bir plânlama vasıtası olarak bütün ekonomiye de uygulanabilmektedir. Örneğin, doğrusal programlama tekniği, milli ekonomide mevcut belirli ve sınırlı kaynaklarla sağlanabilecek azami üretim hacmini, dolaşıyla maksimum milli hasılaya erişme imkân ve yollarını da göstermektedir¹⁸. Doğrusal programlama bugün, eskiye nazaran çok daha kolay ve kesin olarak işletme problemlerini çözebildiği için, kendisine modern işletmecilikte gün geçtikçe geniş uygulama alanı bulmaktadır. Bu uygulama alanlarını;

a) Nakliyecilikte, minimum taşıma masrafları ile maksimum satış mümkün kılma¹⁹;

Tablo 29 da toplam maliyetler 142.600,— TL. ile minimumlaştırılırken programın diğer yan şartları da yerine getirilmektedir. Makinaların teknik kapasitelerinden tam faydalanılmaktadır. Şöyleki :

DGI makinası için	$25.839 \times 0.503 = 12.997$	dakika
" "	$59.105 \times 0.220 = 13.003$	"
Toplam	26.000	"
DGII makinası için	$30.895 \times 0.220 = 6.797$	"
" "	$37.000 \times 0.519 = 19.203$	"
Toplam	26.009	"
DGIII makinası için	$69.004 \times 0.270 = 18.631$	"
" "	$24.161 \times 0.305 = 7.369$	"
Toplam	26.000	"

Bu program hem maliyeti minimumlaştırmakta, hem de işletmedeki makinaların tam çalışmalarını gerçekleştirmektedir.

18) Milli hasıla maksimumlaştırıldığı halde, tam istihdam sağlanamamış olabilir. Her ikisinin aynı anda gerçekleştirilmesi bir tesadüftür. Doğrusal prog. mühim olan amaç fonksiyonudur. Amaç fonksiyon milli hasılanın maksimumlaştırılması ise bu takdirde tam istihdamdan fedakârlık etmek gerekebilir. Cf. Öney, E. Doğrusal Programlamanın İktisatta Kullanımı, S.B.F. Dergisi, Mart 1967, Cilt 22, s. 1-28.

19) Cf. Churchman, Ackoff-Arnoff, op. cit., s. 261-268.

b) Elde mevcut sınırlı üretim faktörlerin çeşitli mamüller arasında toplam kârı maksimumlaştıracak şekilde dağıtma;

c) Optimal üretim miktarını tesbit etme.

d) İşletmenin üretim için gerekli materyelin ne miktarını kendisinin üretmesi, ne miktarını dışardan satın almasının iktisadî olacağı meselesini tesbit etme²⁰.

e) Ve nihayet maksimum kâr getirecek fiyat ve üretim-satış kombinasyonunu bulma; olarak sırayabiliriz.

Bunlara ek olarak ev ekonomisinde, elde mevcut para ile alınabilecek gıda maddelerinin, vücudun ihtiyacı olan kaloriyi temin edecek şekilde neler olması gerektiği yine programlama yardımı ile bulunabilir²¹.

Doğrusal programlama işletme problemlerine uygulandığında sadece belirli bir amacın maksimumlaştırılması veya minimumlaştırılmasını sağlamakla kalmaz, bunun yanında aşağıdaki faydaları da sağlar.

(i) İşletme idarecileri, doğrusal programlama tekniğini kullanmaya karar verdiğinde, iş problemlerini çözme yolunda yeni bir düşünüş tarzına uymak mecburiyetindedirler. Programlama tekniğinin matematiksel karakterinden dolayı, firma kararlarında subjektif unsurlara yer verilmez. Program yapabilmek için gerekli verilerin toplanması veya hiç olmazsa kantitatif olarak tahmin edilmesi zorunluğu firma kararlarında tutarlılığı arttırmaktadır.

(ii) Doğrusal programlamanın kullanılması, yönetim fonksiyonunun iyi işleyebilmesine, plân ve kontrole gerekli bilgileri hazırlama yönünden de yardım eder.

İşlemler üzerindeki kontrol, plânlarla sonuçların karşılaştırılması yolu ile yapılır. Bunlara göre doğrusal programlama plânlamaya faydalı olduğu gibi, yönetim fonksiyonunun kontrolunda da faydalı olmaktadır.

20) Ferner, W. - Lindner, K. - Sträber, H. Eigenfertigung oder Fremdbezug. Ein Praxisfall, gelöst mit Linearer Programmierung. In. Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Juli, 1938.

21) Burada problem, tıpça tayin olunan beslenme ihtiyacının asgari masrafı nasıl sağlanabileceğidir, ve literatürde diet problemi olarak bilinir. Cf. Bulutay, op. cit, s. 87-88.

Şimdiye kadar yazılanlar ve söylenenler doğrusal programlamanın işletmeye maksimum kârlılık ve kararlarında yüksek bir isabet sağlamada yararlı olduğunu göstermektedir.

Özellikle bilgisayarlarla mekanize edilen doğrusal programlama tekniği, işletmelerin, sanayi, ticari, mali ve iktisadi kararlar vermesinde ve vermiş oldukları kararların uygulamasını kontrol ve mukayese etmede de büyük bir yardımcıdır.

Bütün bunlara rağmen, doğrusal programlama tekniğinin kullanılması evvelce açıklanan bazı varsayımlara bağlı bulunmaktadır. (Bkz. Temel prensipler) Kurulan modelde ele alınan değişkenler arasında mutlaka doğrusal bir bağıntının bulunması zarureti iktisadi gerçeklere pek uymamaktadır. Diğer taraftan doğrusal programlamanın kuracağı model ve ulaşacağı çözümün başarı şansı, işletmenin ve iş adamının kendi otoritesinde olan diğer işletme fonksiyonlarının (örneğin personel tedarik politikası) başarısına bağlıdır. Bazı malların üretilip, üretilmemesi hususundaki kararı yine işletmenin yöneticileri vereceklerdir.
