



## Araç rotalama problemine tam sayılı lineer programlama modeli ve gıda sektöründe bir uygulama

**Beyza Ahlatcioğlu Özkök<sup>1</sup>**

Matematik Bölümü,  
Fen-Edebiyat Fakültesi,  
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye

**Feyyaz Celalettin Kuru<sup>2</sup>**

Matematik Mühendisliği,  
Kimya Metalürji Fakültesi,  
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye

### Özet

Bu çalışmada, İstanbul Mega Center'da konumlanmış, gıda sektöründe faaliyet gösteren bir dağıtım işletmesinin, müşteri grubuna ürün dağıtımında kullandığı araç/araçlar için en uygun rotalar belirlenerek optimal dağıtım planı oluşturulmaya çalışılmıştır. Çalışmada kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için yazılmış tamsayı lineer programlama modeli kullanılmıştır. Model bilgisayar ortamında GAMS 24.1.3 programlama dili kullanılarak yazılmıştır. Elde edilen sonuçlar ile mevcut durum karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Sözcükler:** Araç Rotalama, Tamsayı Lineer Programlama, Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi

### **Integer linear programming model for vehicle routing problem and an application in the food industry**

#### Abstract

In this study, the optimal distribution plan was attempted to establish with determined the most appropriate routes for uses vehicle/vehicles in the distribution of products to customer group of a distribution enterprise, positioned at Mega Center in Istanbul, operating in the food sector. In this study, integer linear programming model written for capacitated vehicle routing problem was used. The model is written by using GAMS 24.1.3 programming language in computer. The obtained results were compared with the present situation.

**Keywords:** Vehicle Routing, Integer Linear Programming, Capacitated Vehicle Routing Problem

### 1. Giriş

Günümüz rekabet ortamında firmaların rakipleri ile yarışabilmeleri ve ayakta kalabilmeleri için dikkat etmeleri gereken konulardan birisi de lojistikte önemli karar alanlarından biri olan ürün dağıtımıdır. Bu çerçevede firmaların dağıtım ağlarını en optimal şekilde kurmaları gerekmektedir. Rota optimizasyonunu hedef alan problemlerin önde gelenlerinden birisi araç rotalama problemidir.

Araç rotalama problemi (ARP) alanında teorik araştırma ve pratik uygulamalar 1959 yılında Dantzig ve Ramser [1] tarafından yayımlanan "The Truck Dispatching Problem" adlı makale ile başlamıştır.

Literatüre bakıldığında Christofides vd.'nin [2]  $q$ -rotaları ve minimum yayımlı  $k$ -dereceli merkezsiz ağaçtan hesaplanan alt sınırları içeren ARP için bir ağaç arama algoritmasını, Laporte ve diğerlerinin [3] asimetrik mesafe kısıtlı ARP için atama problemleri ile modifiye edilmiş bir dal ve kesme ağacı algoritmasını, Lysgaard ve diğerlerinin [4] kapasite kısıtlı

<sup>1</sup> bahlat@yildiz.edu.tr (B. Ahlatcioğlu Özkök)

<sup>2</sup> feyyazkuru@gmail.com (F.C. Kuru)



ARP için çeşitli kesme düzlemlerinin kullanıldığı yeni bir dal ve kesme algoritmasını, Fukasawa ve diğerlerinin [5] dal ve kesme ile Lagrange gevşetmesi/sütun üretmenin birleşimi olan bir kesin çözüm algoritmasını, Baldacci ve diğerlerinin [6] kapasite ve grup (clique) eşitsizlikleri ile ilgili ek kesmeler ile küme bölümlene formülasyonuna dayanan yeni bir kesin çözüm algoritmasını, Hadjiconstantinou ve diğerlerinin [7]  $q$ -yolları ve minimum- $k$  yollarının hesaplanmasını ele alan problemin iki gevşetmesinin birleşiminden elde edilen alt sınırları kullanan ARP için kesin bir çözüm algoritmasını, Ralphs ve diğerlerinin [8] ARP' nin kapasite kısıtları için dekompozisyon tabanlı ayırma yöntemini sundukları ve Toth ve Vigo' nun [9] ARP' nin temel versiyonunun çözümü için önerilmiş dal ve sınır yaklaşımına dayalı kesin algoritmaları gözden geçirdiği görülmektedir. Benzer şekilde Eryavuz ve Gencer [10] sezgisel çözüm metotlarından tasarruf (saving) ve rassal tasarruf (randomized savings) algoritmalarını kullanarak Balıkesir Ordudonatım Okulu personel servis araçlarının toplam güzergah mesafesini minimize etmeye, Başkaya ve Öztürk [11] dal-kesme yöntemi ile bir ekmek fabrikasının 5 satış şubesine ekmek dağıtımını problemini çözmeye, Güvez ve diğerleri [12] 0-1 tamsayılı programlama modelini kullanarak Kırıkkale ili tıbbi atık toplama probleminde en uygun rotayı belirlemeye çalışmışlardır.

Araç rotalama problemi en basit tanımıyla; bir merkezde bulunan araçların, talepleri bilinen müşteri kümesine hizmet edip tekrar merkeze dönmelerini sağlayacak en kısa rotaların bulunması problemidir [13]. Her müşteriye sadece bir araç tahsis edilmeli ve bir araç ile ilişkilendirilen müşterilerin toplam talebi o aracın kapasitesini geçmemelidir [14].

Diğer bir ifade ile araç rotalama problemi bir dizi yan kısıtlar eşliğinde dağıntık coğrafi yapıya sahip şehir veya müşteriler için bir veya birden çok depoda bulunan araç filosuna ait rotaların belirlenmesini içeren problem sınıflarının tümüne verilen genel bir addır [15].

Temel araç rotalama problemi yapılarından biri olan kapasite kısıtlı araç rotalama probleminde (KARP) talepler deterministik, bölünmemiş ve önceden bilinmektedir. Tüm müşteri talepleri karşılanmakta, araçlar özdeş ve tek bir depoda yer almaktadır. Depo ve müşteriler arası mesafeler sabit ve bilinmektedir. KARP' de amaç tüm müşterilere hizmet vermek için gerekli toplam maliyeti (rota sayısı ve/veya rotaların uzunluk veya seyahat süresi) minimize etmektir [16, 17]).

İkinci bölümde kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için tamsayılı lineer matematiksel model sunulmuştur. Üçüncü bölümde, ele alınan firmanın özellikleri, firma ile ilgili verilerin elde edilmesi ve düzenlenmesi hakkında bilgi ve son olarak da mevcut rota ile model sonucu elde edilen rotaların karşılaştırılması verilmiştir. Dördüncü bölümde ise sonuç ve değerlendirme yapılmıştır. Ayrıca, gelecek çalışmalara yönelik öneriler sunulmuştur.

## **2. Tamsayılı Lineer Matematiksel Model**

Kapasite kısıtlı bir araç rotalama problemi  $G = (V, A)$  şebekesi üzerinde tanımlı olsun. Burada  $V = \{0, 1, \dots, N, N + 1\}$  düğümleri,  $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$  arkların kümesini ifade etmektedir. Her bir müşteriye tek bir araç hizmet etmektedir. Model sonucu " $M$ " araç sayısı kadar rota oluşturulmaktadır.

*Tamsayılı Lineer Matematiksel Model [18-20]:*

*Parametreler:*

"0" : Depo

"1, ..., N": Müşteriler

"N + 1" : Sanal Depo (Depo ile aynı lokasyonda)

$M$  : Araç Sayısı

- $N$  : Müşteri Sayısı  
 $C$  : Araç Kapasitesi  
 $D_{ij}$  :  $i$ ' müşterisinden  $j$ ' müşterisine uzaklık  
 $q_i$  :  $i$  müşterisinin talebi

**İndisler:**

- $i, j, p$  :  $\{0, 1, \dots, N, N + 1\}$   
 $k$  :  $\{1, \dots, M\}$

**Değişkenler:**

- $X_{ijk}$  :  $\begin{cases} 1, & k \text{ aracı } i' \text{ müşterisinden } j' \text{ müşterisine giderse} \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$   
 $Y_j$  : Alt tur oluşmasını engelleyen değişken

**Amaç Denklemi:**

$$\min Z = \sum_{i=0}^{N+1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N+1} \sum_{k=1}^M D_{ij} X_{ijk} \quad (2.1)$$

**Kısıtlar:**

$$\sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^{N+1} X_{ijk} = M, \quad i = 0, \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=0}^{N+1} X_{ipk} - \sum_{j=0}^{N+1} X_{pjk} = 0, \quad \begin{matrix} k = 1, \dots, M, \\ p = 1, \dots, N, \end{matrix} \quad (2.3)$$

$$\sum_{k=1}^M \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N+1} X_{ijk} = 1, \quad i = 1, \dots, N, \quad (2.4)$$

$$\sum_{j=1}^N X_{0jk} = 1, \quad k = 1, \dots, M, \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^N X_{i,N+1,k} = 1, \quad k = 1, \dots, M, \quad (2.6)$$

$$\sum_{i=0}^{N+1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N+1} q_i X_{ijk} \leq C, \quad k = 1, \dots, M, \quad (2.7)$$

$$Y_j \geq Y_i + 1 - N \left( 1 - \sum_{k=1}^M X_{ijk} \right), \quad \begin{matrix} i \neq j, & i = 1, \dots, N, \\ & j = 1, \dots, N, \end{matrix} \quad (2.8)$$

$$Y_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N. \quad (2.9)$$

Amaç fonksiyonunda araçlar tarafından toplam kat edilen mesafe minimize edilmeye çalışılmıştır. Kısıt (2.2) depodan çıkan araç sayısını belirtmektedir. Kısıt (2.3)' e göre bir düğümüne giren ve çıkan yolların sayısı eşittir. Kısıt (2.4) düğümlerden çıkan yollardan sadece birinin mutlak kullanılması gerektiğini ifade eder. Kısıt (2.5) ve (2.6) sırasıyla her bir aracın depodan çıktığını ve depoya girdiğini gösterir. (2.7) kısıdı araç kapasitesinin aşamayacağını belirtir. Son olarak (2.8) ve (2.9) numaralı kısıtlar alt tur oluşumunu engelleyen kısıtlardır. (2.8) ve (2.9) kısıtlarının içerdiği  $Y_j$  karar değişkeni rota içerisindeki  $j = 1, \dots, N$  düğümünün konumu olarak yorumlanabilir.

### 3. Uygulama

Uygulamanın gerçekleştirildiği yumurta dağıtım firması anlaşmaya varmış olduğu market zincirine ait İstanbul ve İzmit mağazalarının yumurta tedarikini karşılamaktadır. Firmanın haftanın 6 günü dağıtım yapan 2 aracı modelde kullanılmak üzere ele alınmıştır. İki araç birbirinden bağımsız olarak kendi müşterilerine dağıtım yapmaktadır.

Çalışmada 8-13 Nisan 2013 tarihleri arasında firmanın hizmet verdiği mağazalar ele alınmıştır. Dağıtım noktaları adreslerine göre Google Earth, Google Inc.<sup>3</sup>, İstanbul Şehir Rehberi<sup>4</sup> aracılığıyla bulunmuş ve depo dahil 59 farklı nokta Google Inc. üzerinde işaretlenmiş GPS koordinatları tespit edilmiştir.

Dağıtım noktaları ve fabrika lokasyonları arası mesafelerin bulunması için ilk etapta "The Geographic Distance Matrix Generator"<sup>5</sup> yazılımı kullanılmıştır. Yazılım noktalar arası mesafeyi kuş uçuşu mesafe yani iki lokasyon arası en kısa yol olarak hesaplamaktadır. Bu sebeple herhangi iki nokta arasındaki gidiş-geliş yollarının uzunluğu eşit olarak hesaplanmakta ve uzaklık matrisi simetrik olmaktadır. Fakat bilindiği gibi İstanbul gibi büyük bir şehirde gidiş ve geliş yolları mesafe olarak bire bir değildir. Bu sebeple çalışmamızda kullanılmak üzere iki nokta arası eğrisel uzunluklar Google Inc. üzerinden tek tek hesaplanmış ve uzaklık matrisleri oluşturulmuştur.

Model müşteri taleplerine bağlı olarak firma tarafından oluşturulan müşteri kümelerine uygulanmıştır. Bu sebeple model en fazla 24 müşterili olarak çalıştırılmıştır. Mevcut durumda birinci ve ikinci araçların gün bazında sahip oldukları müşteri kümeleri lokasyon olarak birbirlerine yakın olmadıklarından ayrı ayrı ele alınmıştır. Yalnız Çarşamba&Cumartesi günleri yapılan dağıtım kümelerinde yakın mevkiler bulunduğundan her iki araca ait müşteri kümeleri birleştirilerek model uygulanmıştır.

Tablo 1, 2, 3, 4 ve 5'te gün içerisinde araç veya araçların depodan çıkış ve girişinin dahil edilmediği her iki rotada ki mağazalara uğrama sırası ayrı ayrı verilmiştir.

<sup>3</sup> <https://maps.google.com/>

<sup>4</sup> <http://sehirrehberi.ibb.gov.tr/map.aspx>

<sup>5</sup> [http://biodiversityinformatics.amnh.org/open\\_source/gdmg/documentation.php](http://biodiversityinformatics.amnh.org/open_source/gdmg/documentation.php)

**Tablo 1** Pazartesi&Cuma (8-12 Şubat 2013) (1. Araç) (İstanbul Servisi) Günleri Rota Sıralaması

Mağaza Adı	Firmanın Mevcut Rotası	Model ile Elde Edilen Rota
<b>Başakşehir</b>	1	4
<b>Başakpazar</b>	2	3
<b>Zeytinburnu</b>	3	1
<b>Feriköy</b>	4	2
<b>Gaziosmanpaşa</b>	5	5

Pazartesi&Cuma ve Çarşamba&Cumartesi günleri araç/araçlar aynı müşteri kümesine sevkiyat yapmaktadır. Pazartesi, Salı ve Perşembe günleri müşteri talepleri 1 araç kapasitesini geçmediğinden modele tek bir araç dahil edilmiştir. Cuma günü 2 aracında dağıtıma çıkabileceği bir durum söz konusu iken yukarıda bahsedilen durumdan dolayı araçlara ait müşteri kümeleri birleştirilmemiş ve model her bir araç için ayrı ayrı çalıştırılmıştır. Modelde tek bir araç kullanıldığından ARP bu günlerde gezgin satıcı problemine (GSP) dönüşmektedir. Çarşamba&Cumartesi modele iki araçta dahil edilmiştir.

**Tablo 2** Salı (9 Şubat 2013) (2. Araç) (İstanbul-İzmit Servisi) Günü Rota Sıralaması

Mağaza Adı	Firmanın Mevcut Rotası	Model ile Elde Edilen Rota
<b>Derince</b>	1	4
<b>Ncty</b>	2	7
<b>Yahya Kaptan</b>	3	6
<b>Çukurbağ</b>	4	9
<b>Çarşı</b>	5	5
<b>Karabaş</b>	6	8
<b>Sultanbeyli</b>	7	2
<b>Mecidiye Mah.</b>	8	3
<b>Yenidoğan</b>	9	1

**Tablo 3** Perşembe (11 Şubat 2013) (2. Araç) (İstanbul Servisi) Günü Rota Sıralaması

Mağaza Adı	Firmanın Mevcut Rotası	Model ile Elde Edilen Rota
Çekmeköy	1	8
Sancaktepe	2	6
Sarıgazi	3	7
Dudullu	4	9
Yeni Çamlıca	5	5
Fındıklı	6	4
İçerenköy	7	3
Fikirtepe	8	2
Fetih Mah.	9	1

**Tablo 4** Çarşamba&Cumartesi (10-13 Şubat 2013) (1. Ve 2. Araç) (İstanbul Servisi) Günleri Rota Sıralaması

Mağaza Adı	Firmanın Mevcut Rotası		Model ile Elde Edilen Rota	
	1. Araç	2. Araç	1. Araç	2. Araç
Kazımkarabekir	1	-	-	23
Atatürk	2	-	-	22
FSM	3	-	-	17
Çarşı	4	-	-	18
Mehmetakif	5	-	-	19
Selimiye	6	-	-	20
İstiklal	7	-	-	21
İtfaiye	8	-	1	-
Tavukçuyolu	9	-	4	-
Doğanevler	10	-	3	-
Ihlamurkuyu	11	-	2	-
Dudullu	12	-	6	-

<b>Taşdelen</b>	13	-	5	-
<b>Ortaçeşme</b>	14	-	-	24
<b>Kavacık</b>	15	-	-	16
<b>Zümrütevler</b>	-	16	9	-
<b>Cevizli</b>	-	17	10	-
<b>Gümüşpınar</b>	-	18	11	-
<b>Kurfali</b>	-	19	12	-
<b>Tuzla</b>	-	20	14	-
<b>Ahmetyesevi</b>	-	21	15	-
<b>Esenler Mah.</b>	-	22	13	-
<b>İnönü Mah.</b>	-	23	8	-
<b>Kayışdağı</b>	-	24	7	-

**Tablo 5** Cuma (12 Şubat 2013) (2. Araç) (İstanbul Servisi) Günü Rota Sıralaması

<b>Mağaza Adı</b>	<b>Firmanın Mevcut Rotası</b>	<b>Model ile Elde Edilen Rota</b>
<b>Kaynarca</b>	1	9
<b>Kartal</b>	2	8
<b>Küçükyalı</b>	3	7
<b>Atakent</b>	4	11
<b>Namıkkemal</b>	5	1
<b>Yunusemre</b>	6	2
<b>Bulgurlu</b>	7	3
<b>Çengelköy</b>	8	4
<b>Şerifali</b>	9	10
<b>Selami Ali</b>	10	5
<b>Fıstıkağacı</b>	11	6

Tablo 6'da araçlara göre gün içerisinde gidilen toplam mesafe ve genel toplam metre (m) cinsinden verilmiştir. Mesafelere gün içerisinde ilk ve son sırada uğranılan müşterilerden

depoya olan uzaklıklar da dahil edilmiştir. Mevcut rota ve elde edilen rota arasındaki fark ve yüzde tespit edilmiştir.

**Tablo 6** Mevcut ve Elde Edilen Rotaların Mesafe Karşılaştırması

Günler	Araç	Mesafeler (m)			
		Mevcut	Model ile Elde Edilen	Fark	İyileştirme
<b>Pazartesi&amp;Cuma</b>	1. Araç	71610	68500	3110	%4.349
<b>Salı</b>	2. Araç	267022	255789	11233	%4.207
<b>Perşembe</b>	2. Araç	115821	109172	6649	%5.741
<b>Cuma</b>	2. Araç	157016	140285	16731	%10.656
<b>Çarşamba &amp; Cumartesi</b>	1. Araç	143030	132898	10132	%7.084
	2. Araç	141286	118310	22976	%17.28
<b>Toplam</b>		<b>1251711</b>	<b>1144662</b>	<b>107049</b>	<b>%8.55</b>

#### 4. Sonuç

Karşılaştırma sonucu tek aracın kullanıldığı Pazartesi & Cuma rotasında 5 müşteri üzerinden %4.349, 9 müşteriye hizmet verilen Salı rotasında %4.207, Perşembe günü ürün dağıtımı yapılan 9 müşteriye ait rotada %5.741, 11 müşterinin bulunduğu Cuma gününe ait rotada ise %10.656 iyileştirme yapıldığı görülmüştür. Ayrıca iki aracın müşteri kümelerinin birleştirildiği ve toplamda 24 müşteriye sahip Çarşamba & Cumartesi rotasında %11.645 iyileştirme yapılmıştır. Bir haftalık araçlara ait rotalar incelendiğinde mevcut toplam rota uzunluğunun 1251711 m olduğu, buna karşılık model sonucu elde edilen rota uzunluğunun 1144662 m olduğu görülmüştür. Buradan anlaşılacağı gibi haftalık bazda rota uzunluğunda %8.55 iyileştirme yapılmıştır. Rota uzunluğundaki iyileştirme aylık ve yıllık olarak düşünüldüğünde rota uzunluğunda sırasıyla 463879 ve 5566548 m kazanç sağlandığı görülmektedir. Ülkemizdeki benzin fiyatları göz önüne alındığında bu iyileştirme oranlarının rota kısaltımında makul seviyede olduğu görülmektedir. Ayrıca gidilen mesafenin kısaltılması ile çevre kirliliği vb. etkenlerin de azaltılabildiği göz önüne alınmalıdır.

Elde edilen sonuçlar ve çalışma boyunca kazanılan tecrübelerle göre gelecek çalışmalar için meta sezgisel yöntemler kullanılarak sonuçlar karşılaştırılabilir, anlık olarak ortaya çıkan müşteri siparişlerinin rotaya dahil edilmesi üzerine çalışmalar yapılabilir veya zaman kısıdı vb. ek kısıtların eklenmesi ile problem farklı bir boyuta taşınarak farklı araç rotalama türleri üzerinden elde edilebilecek yeni rotalar incelenebilir.

Yukarıda bahsetmiş olduğumuz ARP modelimizde müşteri ve araç sayısına ait herhangi bir kısıtlama bulunmamaktadır. Fakat her iki değerinde artırılması sonucu hesaplama süresinin artacağı ve kesin çözüme ulaşmanın zorlaşacağı aşikardır. Ele aldığımız reel uygulamada toplamda depo dahil 59 nokta bulunmasına rağmen mevcut durumda gün bazlı araçlara ait toplam müşteri kümesi en fazla 24 müşteriye kapsadığından model en geniş kapsamda 24 müşteri ve 2 aracı içermektedir. Tüm günler ele alındığında %8.55 iyileştirme gerçekleştirilmiş iken GSP modeline dönüşen günler göz ardı edildiğinde ARP için çalıştırılan modelin tüm yapıya göre daha iyi bir iyileştirme yaptığı (%11.645) görülmektedir. Çalışmamız literatürde araştırmacılar tarafından sıkça incelenen Araç



Rotalama Probleminin Türk gıda sektörüne ait reel bir uygulamasını içermesi yönüyle oldukça kuvvetlidir. Modele ait sonuçlar firma yetkililerine sunulmuş, yetkililer tarafından firmaya ait dağıtım maliyetlerinde belirgin bir indirgeme sağlandığı ve modelin uygulanabilirliği kabul edilmiştir.

### **Kaynaklar**

- [1] G.B. Dantzig, J.H.Ramser, The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6, 1, 80-91 (1959).
- [2] N. Christofides, A. Mignozzi, P. Toth, Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem Based on Spanning Tree and Shortest Path Relaxation. *Mathematical Programming*, 19, 255-282 (1981).
- [3] G.Laporte, Y.Nobert, S. Taillefer, A Branch-and-Bound Algorithm for the Asymmetrical Distance-Constrained Vehicle Routing Problem. *Mathematical Modeling*, 9, 12, 857-868 (1987).
- [4] J. Lysgaard, A. N. Letchford, R. W. Eglese, A New Branch-and-Cut Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem. *Mathematical Programming*, 100, 2, 423-445 (2004).
- [5] R. Fukasawa, H. Longo, J. Lysgaard, M. P. de Aragão, M. Reis, E. Uchoa, R. F. Werneck, Robust Branch-and-Cut-and-Price for the Capacitated Vehicle Routing Problem. *Mathematical Programming*, 106, 3, 491-511 (2006).
- [6] R. Baldacci, N. Christofides, A. Mingozzi, An Exact Algorithm for the Vehicle Routing Problem Based on the Set Partitioning Formulation with Additional Cuts. *Mathematical Programming*, 115, 2, 351-385 (2008).
- [7] E. Hadjiconstantinou, N. Christofides, A. Mingozzi, A New Exact Algorithm for the Vehicle Routing Problem Based on Q-Paths and K-Shortest Paths Relaxations. *Annals of Operations Research*, 61, 1, 21-43 (1995).
- [8] T. K. Ralphs, L. Kopman, W. R. Pulleyblank, L. E. Trotter, On the Capacitated Vehicle Routing Problem. *Mathematical Programming*, 94, 343-359 (2003).
- [9] P. Toth, D. Vigo, Models, Relaxations and Exact Approaches for the Capacitated Vehicle Routing Problem. *Discrete Applied Mathematics*, 23, 487-512 (2002).
- [10] M. Eryavuz, C. Gencer, Araç Rotalama Problemine Ait Bir Uygulama. *Süleyman Demirel Üniversitesi BF Dergisi*, 6, 1, 139-155 (2001).
- [11] Z. Başkaya, B. A. Öztürk, Dal Kesme Yöntemi ve Bir Ekmek Fabrikasında Oluşturulan Araç Rotalama Problemine Uygulanması. *Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 24, 1, 101-114 (2005).
- [12] H. Güvez, M. Dege, T. Eren, Kırıkkale'de Araç Rotalama Problemi ile Tıbbi Atıkların Toplanması. *International Journal of Engineering*, 4, 1, 41-45 (2012).
- [13] Ç. Suna, E. Özkütük, C. Gencer, 'Heterojen Araç Filolu Eş Zamanlı Dağıtım Toplamalı Araç Rotalama Problemi İçin Bir Karar Destek Sistemi. *International Journal of Research and Development*, 3, 1 (2011).
- [14] N. Balakrishnan, Simple Heuristics for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows. *Journal of the Operational Research Society*, 44, 3, 279-287 (1993).
- [15] C. Rego, Node-Ejection Chains for the Vehicle Routing Problem: Sequential and Parallel Algorithms. *Parallel Computing*, 27, 201-222 (2001).

- [16] P. Augerat, , J.M. Belenguer, E. Benavent, A. Corberan, D. Naddef, Separating Capacity Constraints in the CVRP Using Tabu Search. *European Journal of Operational Research*, 106, 2, 546-557 (1998).
- [17] P. Toth, D. Vigo, Models, Relaxations and Exact Approaches for the Capacitated Vehicle Routing Problem. *Discrete Applied Mathematics*, 23, 487-512 (2002).
- [18] J. Dethloff, Vehicle Routing and Reverse Logistics: The Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-Up. *OR-Spektrum*, 23, 1, 79-96 (2001).
- [19] G. N. Yücenur, N. Ç. Demirel, A Hybrid Algorithm with Genetic Algorithm and Ant Colony Optimization for Solving Multi-Depot Vehicle Routing Problems. *Journal of Engineering and Natural Sciences*, Sigma 29, 340-350 (2011).
- [20] P. M. Özfırat, Exact and Heuristic Algorithms for the Variants of the Vehicle Routing Problem, Ph. D. Thesis, Dokuz Eylul University Graduate School of Natural and Applied Sciences, Izmir, 2008.