

ANLIK BASINÇ YÜKÜ ETKİSİ ALTINDAKİ KONSOL BİR PLAĞIN DİNAMİK ANALİZİ

Haydar UYANIK

Hava Harp Okulu Dekanlığı
34149 Yeşilyurt, İstanbul
h.uyanik@hho.edu.tr

Zafer KAZANCI

Hava Harp Okulu Dekanlığı
34149 Yeşilyurt, İstanbul
z.kazanci@hho.edu.tr

ÖZET

Sonik patlama ve anlık basınç yükü gibi zamana bağlı dış uyarımlar altındaki elastik yapıların dinamik cevabı hava-uzay araçlarının tasarımında oldukça önemli bir konudur. Bu zamana bağlı dış uyarımlar atmosferdeki türbülanslardan, nükleer patlamalardan, sonik patlamalardan (sonic boom), şok dalgalarından, yakıt patlamalarından vb. ortaya çıkabilir. Sonik patlama ses üstü uçuş yapan uçaklarda ve roketlerde ses hızının aşılması sırasında oluşur. Dolayısıyla uçak yapıları gerek civarında oluşan patlamalar etkisiyle gerekse ses hızının aşılmasında oluşan güçlü şok dalgaları nedeniyle anlık basınç yüklerine ve dolayısıyla zamana bağlı dış uyarımlara maruz kalabilmektedirler. Uçaklar, denizaltılar ve basınç tanklarına kadar bir çok uygulamada önem arz eden bu tür yüklere hava-uzay araçlarına ait yapıların dinamik cevabının belirlenmesine yönelik metodların bulunması, bu yüklerin hava-uzay araçlarının yapısal bütünlüğü ve işletim ömrü üzerindeki etkilerinden dolayı önem kazanmaktadır.

Anahtar Kelimeler : Semiloof, anlık basınç yükü, plak titreşimi.

ABSTRACT

The response of elastic structures to time-dependent pulses, such as sonic boom and blast loadings, constitutes a subject that is currently of much interest in the design of aeronautical and space vehicles. The air-blast load, which is the one type of extraordinary dynamic load, is produced as a consequence of explosion. In many applications ranging from aircrafts and submarines to pressure vessels, blast loadings and solving methods have a special importance. With the advent of structures and the effects of the blast loadings on their life-cycles, there is a need to reconsider the problem of dynamic behavior of plates under blast load.

Key Words : Semiloof, blast load, plate vibration.

1. GİRİŞ

Plak ve kabuk elemanlar, hava-uzay yapılarının gerek yüzey kaplamalarında gerekse uçuş ve kumanda kontrol yüzeylerinde en çok karşımıza çıkan yapı elemanları olup bu tip yapı elemanlarının dinamik analizleri büyük önem taşımaktadır. Bilgisayarların gelişmesiyle analizlerde sayısal yöntemlerin kullanımı da yaygınlaşmıştır. Özellikle Sonlu Elemanlar Yöntemleri yapısal analizlerde başarıyla kullanılan sayısal yöntemlerin başında yer almaktadır.

Bu çalışmada bir kenarından ankastre konsol bir plak semiloof sonlu eleman kabuk modeli kullanılarak modellenmiş ve bu amaçla hazırlanmış bir FORTRAN programı kullanılmıştır. Semiloof kabuk eleman modelinin test edilmesi için serbest titreşim frekansları ve mod şekilleri ANSYS yazılımı kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Plak modelinin zamana bağlı dinamik analizi için de Newmark Zaman İntegrasyonu yönteminin kullanıldığı başka bir

FORTRAN programı hazırlanmış, yapılmış bazı deneysel çalışmalardan elde edilen anlık basınç yükü modeli kullanılarak anlık basınç yükü etkisi altındaki plağın dinamik davranışı incelenmiştir.

2. SEMİLOOF KABUK ELEMAN MODELİ

Son yıllarda ince kabukların sonlu elemanlar analizleri büyük gelişmeler göstermektedir. İnce kabukların analizi için yeni sonlu elemanlar yöntemleri geliştirilmiştir. Bunların arasında Irons'ın[1] semiloof elemanı, formülasyonu ve performansı ile ayrı bir yer tutmaktadır. Semiloof eleman, izoparametrik elemanlarla –Ergatoudis[2]– membran ve istif edilmiş membran elemanların –Ahmad[3]– zamanla geliştirilmesinin bir sonucudur. Eğilme etkisini içeren bu elemanlar, rijid düz çizgi gibi davranan kenarlarda, 3 yer değiştirme ve 2 dönme içeren düğüm noktalı katı elemanlardan türetilerek elde edilmiştir. Elemanı ekonomik ve ince kabuklara daha elverişli hale getiren daha gelişmiş bir model, –Zienkiewicz[4]–

integrasyon indirgenme tekniği kullanılarak elde edilmiştir. Bu elemanın üstün performansı, görevini tam olarak yerine getiremeyen birinci elemanın kullanımını kaldırmıştır. Bu eleman –Irons[5] ve Baldwin[6]– istenmeyen değişkenleri elimine etmek için ayrık (discrete) Kirchhoff kayma kabullerini kullanmaktadır. Zira başta birim uzama–yer değiştirme denklemlerinden hareket edilmektedir. Bilahare Kirchhoff hipotezi ayrık noktalarda sayısal olarak sağlatılmaktadır. Semiloof kabuk elemanda istenmeyen değişkenler elimine edilirken benzer yöntemler kullanılır. Ancak ayrık olmayan (non-discrete) kısıtlarının sonucu olarak kısıt denklemleri çok karmaşıktır. Elemanın sayısal formülasyonu nispeten karışık olmasına rağmen, üstün performansı bu dezavantajı kapatmaktadır.

Semiloof elemana verimli bir çalışma elemanı olarak bakılmaktadır. Bu tipteki diğer elemanlara önderlik yapmaktadır. Çok bağlantılı ve köşeli kabuklarda, dönme problemlerini halletmek için, semiloof eleman birçok kullanıcı tarafından kullanılmıştır. [1-13] arasındaki makaleler günümüze kadar semiloof eleman kullanılarak yapılan bazı çalışmaları içermektedir. Semiloof elemanın dezavantajı aşırı karmaşık olan teoridir [1].

Kararlılık ve titreşim problemlerinin çözümüne yönelik lineer elastik çalışmaların sonuçları Albuquerque[7] , Martins[8] , Martins ve Owens[9] tarafından yayınlanmıştır. Owen ve Dinis[10] dinamik analizlerde bazı sonuçlar elde etmişlerdir. Mecitoğlu[11], takviyeli dairesel silindirik kabuk yapıların serbest titreşimlerini semiloof eleman kullanarak incelemiştir. İlk olarak Irons[1] tarafından

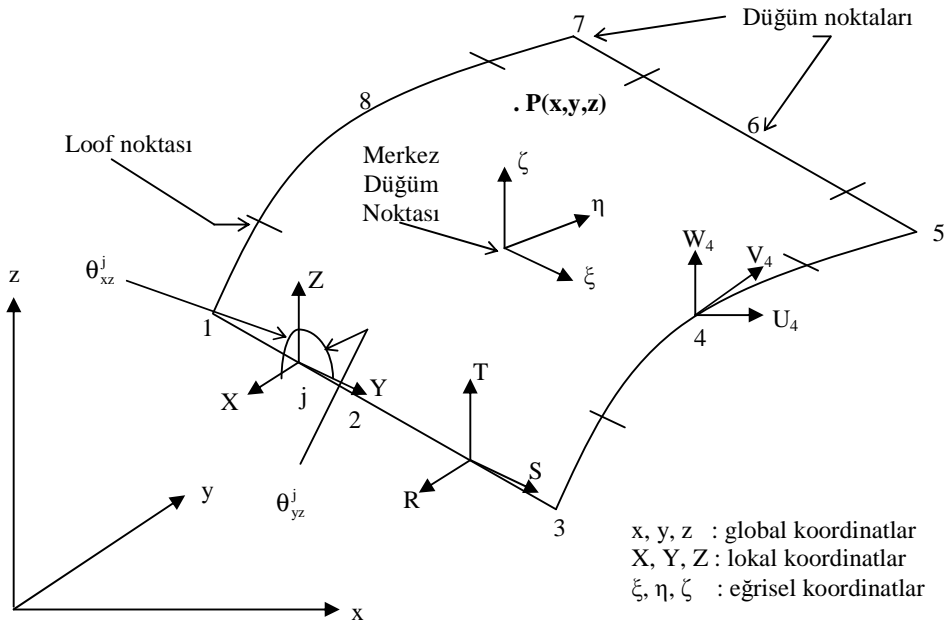
tanımlanan semiloof kabuk elemanın önemli bazı özellikleri şöyle sıralanabilir :

- Eleman bilinen izoparametrik 8 düğüm noktalı parabolik model olarak kullanılabilir.
- C^1 sürekliliğinin bazı ölçüleri, eleman çevresindeki Loof noktalarındaki normal rotasyon değişkenlerinin tanımlanması ile sağlanır.
- İnce kabuklar için geçerlidir.
- Süreksiz kalınlığa, keskin köşeler veya çok bağlantılılığa müsaade eder.

Şekil 1’de semiloof kabuk eleman görülmektedir. Burada x, y, z global koordinatları, X, Y, Z lokal koordinatları ve ξ, η, ζ eğrisel koordinatları göstermektedir. Şekilden görüleceği üzere semiloof eleman için 3 değişik tipte düğüm noktası vardır ;

- a. Köşe ve orta düğüm noktaları: Global yer değiştirme vektörünün üç bileşeni düğüm noktası parametreleri olarak alınır.
- b. Loof düğüm noktaları: Bu düğüm noktaları Gaussian quadratik noktalarında yer alırlar. Düğüm noktası parametreleri sadece iki yönde θ_{xz}, θ_{yz} dönme dönelemleridir.
- c. Merkez düğüm noktası: Yerel yer değiştirme vektörünün üç bileşeni ve eğrisel ξ ve η koordinatlarındaki 2 dönme düğüm noktası parametreleri olarak alınır.

Köşe ve kenar orta noktalarında 3 serbestlik derecesi, loof noktalarında 2 serbestlik derecesi, merkez düğüm noktasında 5 serbestlik derecesi olup bir eleman toplam 45 serbestlik derecesine sahiptir. Serbestlik derecesi sayısı kayma kısıtları uygulanarak 32’ye indirgenmektedir.



Şekil 1. Semiloof kabuk eleman

Eleman Formülasyonu

Yukarıda açıklandığı gibi semiloof kabuk elemanın düğüm noktaları, köşelerde, kenar ortalarında, Loof noktalarında, ve merkezde bulunan toplam 17 noktadan oluşmaktadır. Bu düğüm noktalarının her birinde ayrı bir şekil fonksiyonu tanımlıdır. Semiloof elemanın şekil fonksiyonları köşelerdeki düğüm noktalarında

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(\xi_0 + \eta_0 - 1) \quad (1)$$

kenar ortalarındaki düğüm noktalarında

$$N_i = (1 - \xi^2)(1 + \eta_0), \quad \xi_i = 0 \quad (2)$$

$$N_i = (1 - \eta^2)(1 + \xi_0), \quad \eta_i = 0$$

merkezdeki düğüm noktasında

$$N_c = (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) \quad (3)$$

ve loof noktalarında

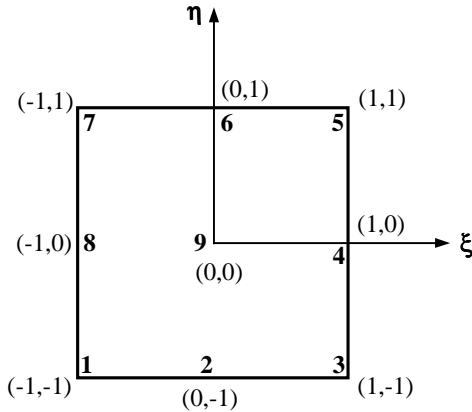
$$L_i = \frac{3}{32}(3\xi^2 - \eta^2) + \frac{1}{8}[3\xi_0(1 - \eta^2) + 3\eta_0\{3\xi^2 + \xi_0 - 1 + \frac{3}{2}\xi_0(\xi^2 - \eta^2)\}] ; \xi_i = \pm 1$$

$$L_i = \frac{3}{32}(3\eta^2 - \xi^2) + \frac{1}{8}[3\eta_0(1 - \xi^2) + 3\xi_0\{3\eta^2 + \eta_0 - 1 + \frac{3}{2}\eta_0(\eta^2 - \xi^2)\}] ; \eta_i = \pm 1 \quad (4)$$

şeklinde. Burada

$$\xi_0 = \xi \xi_i ; \quad \eta_0 = \eta \eta_i \quad (5)$$

ile tanımlıdır. Şekil 2'de semiloof kabuk elemanın düğüm noktalarındaki ξ , η eğrisel koordinatları verilmiştir.



Şekil 2. Semiloof elemanın düğüm noktalarında ξ , η eğrisel koordinatları

Şekil 1 de gösterilen bir semiloof elemanda herhangi bir $P(x,y,z)$ noktasındaki \bar{X} ve \bar{Y} yerel koordinatları, ξ ve η eğrisel koordinatlara göre türevler kullanılarak aşağıdaki gibi tanımlanırlar.

$$\bar{X} = \frac{\partial \bar{P}}{\partial \xi} ; \quad \bar{Z} = \frac{\partial \bar{P}}{\partial \xi} \times \frac{\partial \bar{P}}{\partial \eta} \quad (6)$$

\bar{Y} koordinatı diğer iki koordinatın oluşturacağı düzleme dik olacaktır. Böylece

$$\bar{Y} = \bar{X} \times \bar{Z} \quad (7)$$

elde edilir. \bar{q}_L yerel yer değiştirmelerinin global koordinatlardaki yer değiştirme vektörü \bar{q}_G 'ya ve eleman düğüm noktası yer değiştirmeleri vektörü \bar{Q}^e 'ye bağlı ifadeleri

$$U = \bar{X}^T \bar{q}_G = \bar{X}^T [N] \bar{Q}^e$$

$$V = \bar{Y}^T \bar{q}_G = \bar{Y}^T [N] \bar{Q}^e \quad (8)$$

$$W = \bar{Z}^T \bar{q}_G = \bar{Z}^T [N] \bar{Q}^e$$

ile ifade edilir. Burada global ve yerel koordinatlardaki yer değiştirme vektörleri

$$\{q_G\} = \begin{Bmatrix} u(x, y, z, \tau) \\ v(x, y, z, \tau) \\ w(x, y, z, \tau) \end{Bmatrix} ; \{q_L\} = \begin{Bmatrix} U(X, Y, Z, \tau) \\ V(X, Y, Z, \tau) \\ W(X, Y, Z, \tau) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

şeklinde tanımlıdır. u, v, w ise yerel koordinatlardaki yer değiştirme bileşenleridir. (8) denklemlerindeki $[N]$ ifadesi şekil (interpolasyon) fonksiyonları matrisidir. Semiloof elemanın şekil fonksiyonları (1)–(5) arasında verilmiştir. Düzlem içi türevler yerel yer değiştirmelerin global koordinatlara göre birinci türevleri (8) denklemleri kullanılarak

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \bar{X}^T \frac{\partial [N]}{\partial x} \bar{Q}^e \quad (10)$$

şeklinde ifade edilir.

Düzlem dışı türevleri elde etmek için, hem yer değiştirmelerden gelen hem de dönmelerden gelen ifadeler kullanılmalıdır. Düzlem dışı türevlerde $\frac{\partial U}{\partial Z}$ türevi iki türlü katkıda bulunur. \bar{q}^e yer değişimlerinden gelen kısım

$$\left(\frac{\partial U}{\partial Z} \right)^N = -\frac{1}{t} \left[T_x \bar{X}^T \frac{\partial [N]}{\partial X} + T_y \bar{X}^T \frac{\partial [N]}{\partial Y} \right] \bar{Q}^e \quad (11)$$

şeklinde ve $\bar{\theta}_{xz}^e$ dönmelerinden gelen kısım

$$\left(\frac{\partial U}{\partial Z} \right)^L = \frac{1}{t} \left[\bar{X}^T \bar{R} \bar{L} \bar{\theta}_{xz}^e + \bar{X}^T \bar{S} \bar{L} \bar{\theta}_{yz}^e \right] \quad (12)$$

ile ifade edilir. Burada t skaler kalınlık, T_x ve T_y ise

$$\bar{T}_j = t_j \bar{Z}_j \quad (13)$$

şeklinde bir düğüm noktasında tanımlanan kalınlık vektörünün bileşenleridir. Bu denklemlerdeki \bar{R} dönme vektörüdür ve herhangi bir j düğüm noktasında

$$\bar{R}_j = \bar{T}_j \times \bar{Y}_j \quad (14)$$

şeklinde tanımlıdır. Eğim vektörü ise

$$\bar{S}_j = t_j \bar{Y}_j \quad (15)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemlerdeki t_j herhangi bir j düğüm noktasındaki skaler kalınlığı simgelemektedir. Aynı şekilde $\frac{\partial V}{\partial Z}$ için de benzer

ifadeler yazılabilir. Elemanın eğilme davranışı incelenecek olursa,

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial Y \partial Z} \right) = \frac{1}{t} \left[-\frac{\partial T_x}{\partial Y} \bar{X}^T \frac{\partial [N]}{\partial X} - \frac{\partial T_y}{\partial Y} \bar{X}^T \frac{\partial [N]}{\partial Y} + \frac{\partial T_z}{\partial Y} \bar{Z}^T \frac{\partial [N]}{\partial X} \right] \bar{Q}^e + \frac{1}{t} \left[\bar{X}^T \bar{R} \frac{\partial \bar{L}}{\partial Y} \bar{\theta}_{xz}^e + \bar{X}^T \bar{S} \frac{\partial \bar{L}}{\partial Y} \bar{\theta}_{yz}^e \right] \quad (16)$$

şeklinde ifade edilebileceği görülür. Aynı şekilde $\frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Z}$, $\frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Z}$ ve $\frac{\partial^2 V}{\partial Y \partial Z}$ için de benzer ifadeler elde edilebilir.

Yerel yer değiştirme ifadelerinin türevlerine, katılık ve kütle matrislerinin belirlenmesi için ihtiyaç duyulmaktadır. Bu ifadeler aşağıdaki gibi toparlanabilir.

$$G = \left\{ u, v, w, \frac{\partial U}{\partial X}, \frac{\partial U}{\partial Y}, \frac{\partial V}{\partial X}, \frac{\partial V}{\partial Y}, \frac{\partial U}{\partial Z}, \frac{\partial V}{\partial Z}, \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Z}, \frac{\partial^2 U}{\partial Y \partial Z}, \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Z}, \frac{\partial^2 V}{\partial Y \partial Z} \right\}^T \quad (17)$$

γ_{xz} ve γ_{yz} ifadeleri ise

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{1}{t} \Delta \bar{X} - \frac{1}{t} \left[\frac{\partial U}{\partial X} \bar{R} + \frac{\partial U}{\partial Y} \bar{S} \right] \quad (18)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial W}{\partial Y} + \frac{1}{t} \Delta \bar{Y} - \frac{1}{t} \left[\frac{\partial V}{\partial X} \bar{R} + \frac{\partial V}{\partial Y} \bar{S} \right]$$

şeklinde dir.

Kayma Kısıtlarının Uygulanması

Sadece normal bir sapma elde etmek için, merkezde yer değiştirmeleri birleştirilerek 2 düzlem-içi yer değiştirme elimine edilerek 45 olan serbestlik derecesi 43'e indirgenmiş olur. Kirchhoff hipotezi ile aşağıdaki kayma kısıtları uygulanırsa serbestlik derecesi 32'ye indirgenmektedir.

Loof noktalarında

$$\gamma_{YZ} = 0 \quad (19)$$

alınarak 8 serbestlik derecesi elimine edilmektedir. Merkez noktasında

$$\int_A \bar{X}_c \bar{\gamma} dA = \int_A \bar{Y}_c \bar{\gamma} dA = 0 \quad (20)$$

alınarak 2 serbestlik derecesi elimine edilmektedir.

Burada yan kayma vektörleri $\bar{\gamma} = \bar{X} \gamma_{xz} + \bar{Y} \gamma_{yz}$

şeklinde tanımlıdır. \bar{X}_c ve \bar{Y}_c merkez düğüm noktasındaki birim vektörlerdir.

$$\int_{kalınlık} \gamma_{xz} d(sınırlar) = 0 \quad (21)$$

alınarak bir serbestlik derecesi daha elimine edilmektedir. Böylece toplam 11 serbestlik derecesi daha elimine edilerek serbestlik değeri 32'ye azalmaktadır.

3. ANLIK BASINÇ YÜKÜ MODELİ

Anlık basınç yükleri atmosferde şok veya patlama dalgası şeklinde ortaya çıkar. Şok veya patlama dalgası ise patlama kaynağından üretilen sıcak gazların çevresindeki atmosferi kuvvetli bir şekilde geri itmesiyle oluşmaktadır. Patlama dalgası şiddetine bağlı olarak yakın ve uzak çevresindeki yapılara değişik boyutlarda hasar verebilmektedir. Türkmen[12] çalışmasında, patlama kaynağının yapının yakınında olduğunda basınç yükünün hem zamana bağlı hem de yapı üzerinde konuma bağlı düzgün olmayan sinüzoidal bir dağılım gösterdiğini ortaya koymuştur. Patlama kaynağının yapıdan yeteri kadar uzakta olduğu durumlarda ise yapı üzerindeki basınç dağılımı zamana bağlı düzgün yayılı basınç yükü olarak kabul edilebilir hale gelmektedir.

Patlama kaynağından yeteri kadar uzakta düzgün dağılım gösteren basınç yükünün zamana göre değişimi modifiye edilmiş Friedlander fonksiyonu

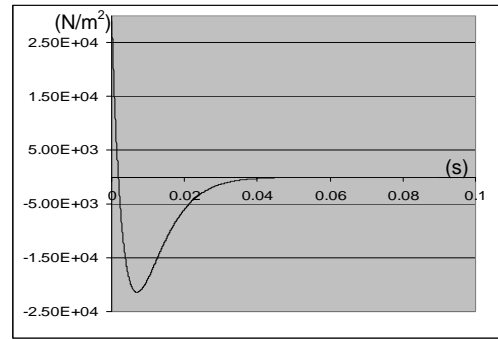
$$p(t) = p_m (1 - t/t_p) e^{-\alpha t/t_p} \quad (22)$$

ifadesi ile verilmektedir. Burada p_m basıncın zaman içindeki maksimum değerini, t_p basıncın etki süresini, α basınç dalga formu parametresini göstermektedir. Türkmen ve Mecitoğlu[13] çalışmalarında patlama kaynağından $d=100$ cm uzakta bulunan bir panele etkiyen anlık basınç yükü parametrelerini Tablo 1'de verildiği şekilde elde etmişlerdir.

Tablo 1. Basınç Yükü Parametreleri

p_m (N/m ²)	d (cm)	α	t_p (s)
28 906	100	0.35	0.0018

Tablo 1'deki parametrelere göre (22) denklemi ile ifade edilen basınç yükünün zamana bağlı değişimi Şekil 3'te gösterilmiştir.



Şekil 3. Anlık basınç yükünün zamana bağlı değişimi.

4. ÇÖZÜM YÖNTEMİ, NEWMARK ZAMAN İNTEGRASYONU

Sonlu elemanlar dinamik hareket denklemi en genel haliyle, M kütle matrisi, K katılık matrisi, C sönüm matrisi, $R(t)$ zamana bağlı dış yük vektörü, U konum vektörü, \dot{U} hız vektörü, \ddot{U} ivme vektörü olmak üzere

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = R(t) \quad (23)$$

şeklinde ifade edilen dinamik bir sistemin çözümü doğrudan integrasyon yöntemleri kullanılarak elde edilmektedir. Doğrudan integrasyon ifadesi, denklemlerin başka bir forma dönüştürülerek çözülmesi anlamında olmayıp sayısal olarak zaman adımlarında integrasyon yapılması anlamındadır. Doğrudan sayısal integrasyon yöntemi temelde iki ana düşünceye dayanmaktadır. Bunlardan birincisi (23) ile verilen hareket denkleminin her t anında çözümünün elde edilmesine çalışılmayarak incelenen başlangıç ve bitiş zaman aralığında belirli Δt zaman adımlarında bu denklemin sağlanmasıdır. İkincisi ise her bir Δt zaman adımı aralığında konum, hız ve ivme değişimlerini için bir kabul yapılmasıdır.

Sayısal integrasyon yöntemleri ile çözüme ulaşmak için incelenen zaman aralığı, yani başlangıç zamanı $t=0$ ve bitiş zamanı T olmak üzere, n tane zaman aralığına bölünür (yani $\Delta t=T/n$) ve başlangıç anında konum, hız ve ivme vektörleri sırasıyla $\mathbf{U}_0, \dot{\mathbf{U}}_0, \ddot{\mathbf{U}}_0$ olarak bilindiği kabul edilerek $0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, t, t+\Delta t, \dots, T$ zaman aralıklarında sayısal integrasyon işlemi uygulanır. Burada herhangi bir zaman adımına ait değerlerin hesaplanması için daha önceki zaman adımlarında elde edilen değerlerin kullanıldığı algoritmalarından yararlanılır. Yani $t+\Delta t$ zamanına ait konum, hız ve ivme vektörlerinin bulunması için daha önceki $0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, t$ zaman adımlarındaki değerleri çözülmüş olmalıdır.

Çözüme ulaşmak için Merkezi Farklar Metodu, Houbolt Metodu, Wilson θ Metodu, Newmark Metodu yaygın olarak kullanılan algoritmalarıdır. Bathe[14] tarafından yapılan analizde doğrudan integrasyon yöntemleri, örnek bir problem gözönüne alınarak çözüme ulaşabilme kararlılık karakteristiği açısından test edilmiş ve Newmark Zaman İntegrasyonu Metodunun kararlılık karakterinin en iyi kararlılık özelliğine sahip olduğu gösterilmiştir.

Newmark Zaman İntegrasyonunun lineer ivmelenme metodunun genişletilmiş bir uygulaması olarak düşünülmesi, anlaşılmasını kolaylaştırır. Bu yöntemde $t+\Delta t$ anına ait hız ve konum vektörleri için

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{U}}_t + [(1-\delta)\ddot{\mathbf{U}}_t + \delta\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (24)$$

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{U}_t + \dot{\mathbf{U}}_t\Delta t + \left[\frac{1}{2}-\alpha\right]\ddot{\mathbf{U}}_t + \alpha\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}\Delta t^2 \quad (25)$$

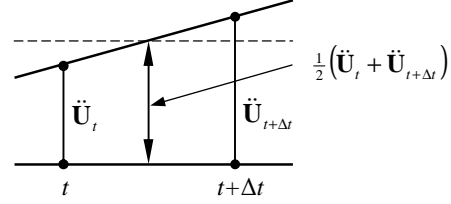
kabulleri yapılır. Bu ifadelerde yer alan α ve δ parametreleri integrasyon doğruluğu ve kararlılığını sağlamak için $\delta \geq 0.5$ ve $\alpha \geq 0.25(0.5+\delta)^2$ olacak şekilde seçilir. $\delta = \frac{1}{2}$ ve $\alpha = \frac{1}{6}$ seçilmesi halinde bu durum lineer ivmelenme metoduna (Wilson θ metodunda $\theta=1$ durumuna) karşılık gelir. Newmark integrasyon metodunun kesin kararlılığı için $\delta = \frac{1}{2}$ ve $\alpha = \frac{1}{4}$ değerlerine karşılık gelen ve Şekil 4'te verilen sabit-ortalama-ivmelenme metodu önerilmektedir.

Yukarıda bahsedilenlere ilave olarak $t+\Delta t$ anına ait konum, hız ve ivme vektörlerinin çözümü için (23)

ifadesi $t+\Delta t$ anı için düzenlenerek

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{R}_{t+\Delta t} \quad (26)$$

şeklinde yazılır. (25) ifadesindeki $\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}$ ivme vektörü $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ terimleri cinsinden düzenlenir ve (24)'de yazılırsa sadece bilinmeyen $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ yer değiştirme vektörü ifadesine bağlı $\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}$ ivme vektörü ve $\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}$ hız vektörü ifadeleri bulunur. Bulunan ifadeler (26) denkleminde kullanılarak $t+\Delta t$ anına ait $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ konum vektörü çözülür ve ardından (24) ile (25) denklemleri kullanılarak $t+\Delta t$ anına ait ivme ve hız vektörleri elde edilir.



Şekil 4. Newmark sabit-ortalama-ivmelenme şeması.

Newmark zaman integrasyonu yöntemine ait işlem adımlarını aşağıdaki şekilde özetlemek mümkündür:

A. Başlangıç Hesaplamaları :

a. Sistemin \mathbf{K} katılık matrisi, \mathbf{M} kütle matrisi ve \mathbf{C} sönüm matrisinin hesaplanması,

b. Başlangıç anı $t=0$ için \mathbf{U}_0 konum, $\dot{\mathbf{U}}_0$ hız ve $\ddot{\mathbf{U}}_0$ ivme vektörlerinin tanımlanması,

c. Zaman adımı Δt , integrasyon parametreleri δ ile α değerlerinin seçilerek integrasyon sabitlerinin hesaplanması,

$$\delta \geq 0.5 ; \quad \alpha \geq 0.25(0.5+\delta)^2$$

$$a_0 = \frac{1}{\alpha\Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t}; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t}; \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1;$$

$$a_4 = \frac{\delta}{\alpha}; \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right); \quad a_6 = \Delta t(1-\delta); \quad a_7 = \delta\Delta t$$

d. Efektif katılık matrisi $\widehat{\mathbf{K}}$ hesaplanması :

$$\widehat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C}$$

B. Herbir zaman adımında yapılacak hesaplamalar :

a. $t+\Delta t$ anına ait efektif yük vektörünün hesaplanması

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{R}}_{t+\Delta t} = & \mathbf{R}_{t+\Delta t} + \mathbf{M}(a_0\mathbf{U}_t + a_2\dot{\mathbf{U}}_t + a_3\ddot{\mathbf{U}}_t) \\ & + \mathbf{C}(a_1\mathbf{U}_t + a_4\dot{\mathbf{U}}_t + a_5\ddot{\mathbf{U}}_t) \end{aligned}$$

b. $t+\Delta t$ anındaki yer değiştirme nin çözülmesi :

$$\widehat{\mathbf{K}}\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \widehat{\mathbf{R}}_{t+\Delta t}$$

c. $t+\Delta t$ anındaki ivme ve hız vektörlerinin hesaplanması:

$$\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = a_0(\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - a_2\dot{\mathbf{U}}_t - a_3\ddot{\mathbf{U}}_t$$

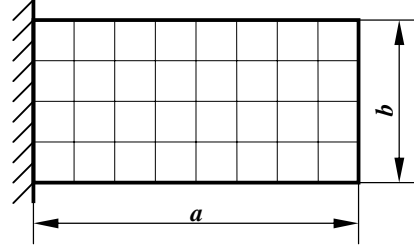
$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{U}}_t + a_6\ddot{\mathbf{U}}_t + a_7\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}$$

5. SAYISAL SONUÇLAR

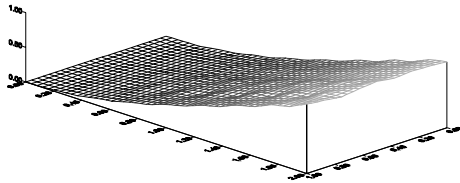
Anlık basınç yükü etkisindeki plak için dinamik analiz çözümüne geçmeden önce sonlu eleman modelinin güvenilirliğini test etmek amacıyla, serbest titreşim analizleri yapılarak elde edilen sonuçlar ANSYS yazılımının sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonlu eleman analiz sonuçlarının karşılaştırılması amacıyla Şekil 5'te gösterilen çelikten yapılmış, bir kenarından ankastre mesnetli diğer kenarları serbest, $a/b=2$ olan sabit $t/a=0.02$ kalınlıklı bir plak modeli seçilmiştir. Ardından zamana bağlı sabit basınç yükü etkisi altındaki plağın dinamik davranışını incelenmiş ve sonuçlar yine ANSYS yazılımı sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Ardından bölüm 3'te anlatılan anlık basınç yükü modeli kullanılarak, anlık basınç yükü etkisi altındaki plağın zamana bağlı dinamik davranışı incelenmiştir.

Semiloof sonlu eleman modeli kullanılarak modellenen plak için serbest titreşim analizi sonucunda elde edilen frekanslarla bu frekans değerlerine karşılık gelen mod şekilleri Şekil 6(a-f)'de

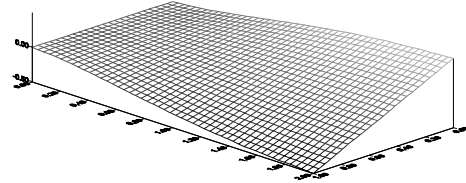
verilmiştir. Elde edilen sonuçları karşılaştırmak amacıyla aynı özelliklerde bir plak ANSYS sonlu elemanlar yazılımı ile modellenerek serbest titreşim frekansları ve mod şekilleri elde edilmiş ve sonuçlar Şekil 7(a-f)'de verilmiştir. Her iki analiz sonucunda elde edilen frekanslar ise Tablo 2'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



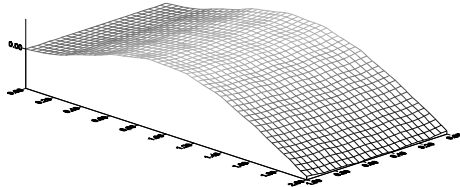
Şekil 5. Plak modeli



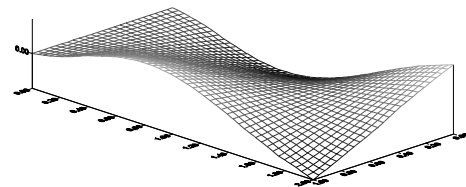
(a) Mod 1 , $f= 4.170$ Hz.



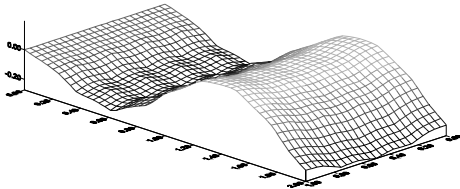
(b) Mod 2 , $f= 17.886$ Hz.



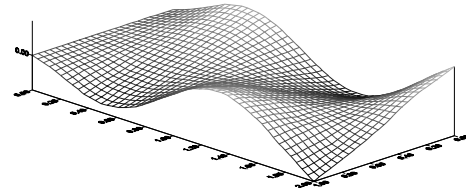
(c) Mod 3 , $f= 25.791$ Hz.



(d) Mod 4 , $f= 58.305$ Hz.

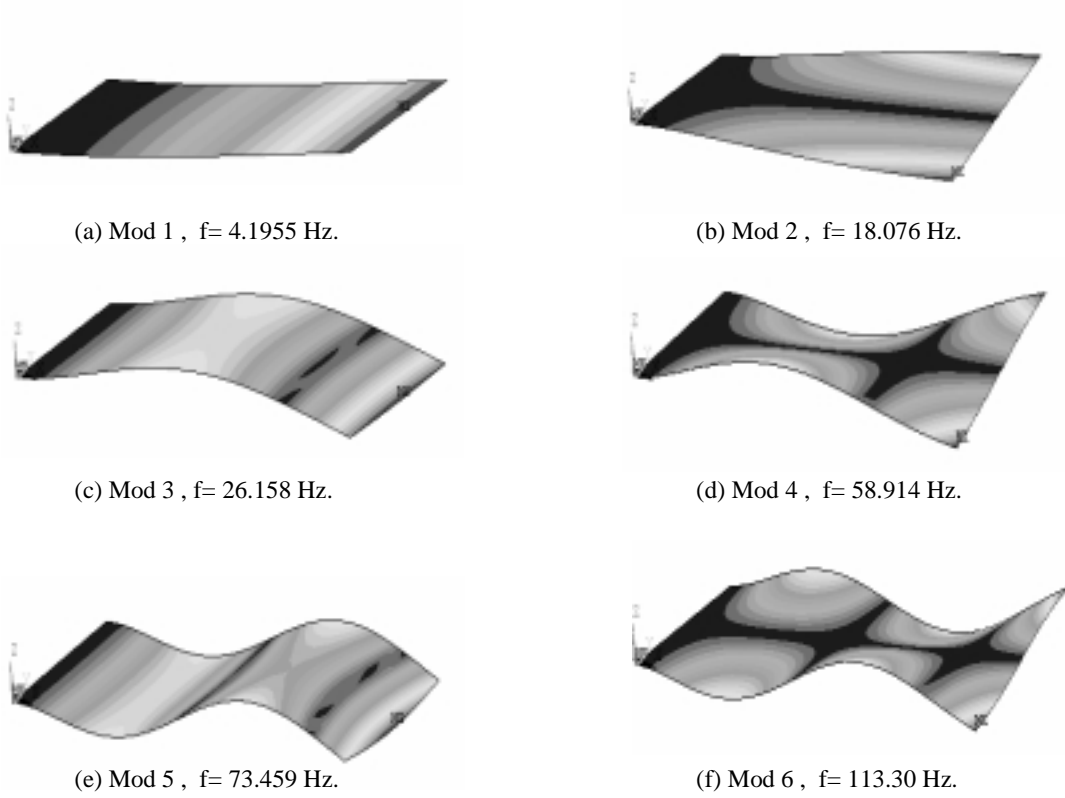


(e) Mod 5 , $f= 71.581$ Hz.



(f) Mod 6 , $f= 111.951$ Hz.

Şekil 6. Plak mod şekilleri ve frekansları (Semiloof Eleman)

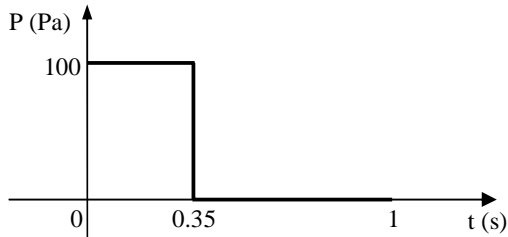


Şekil 7. Plak mod şekilleri ve frekansları (ANSYS)

Tablo 2. Semiloof eleman ve ANSYS yazılımı ile elde edilen frekansların karşılaştırılması (Hz).

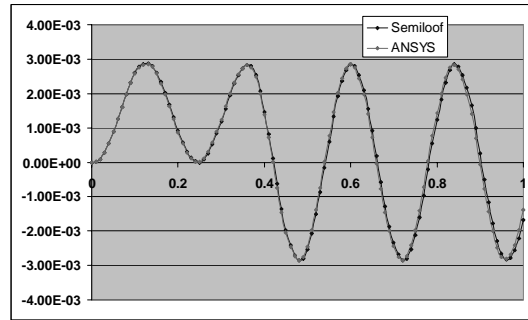
	MODLAR	1	2	3	4	5	6
FREKANSLAR	Semiloof Plak	4.170	17.886	25.791	58.305	71.581	111.951
	ANSYS	4.195	18.076	26.158	58.914	73.459	113.30

Zamana bağlı sabit basınç yükü etkisindeki plak davranışını incelemek amacıyla Şekil 8’de verilen yükleme durumu göz önüne alınmıştır.



Şekil 8. Zamana bağlı sabit basınç yükü grafiği

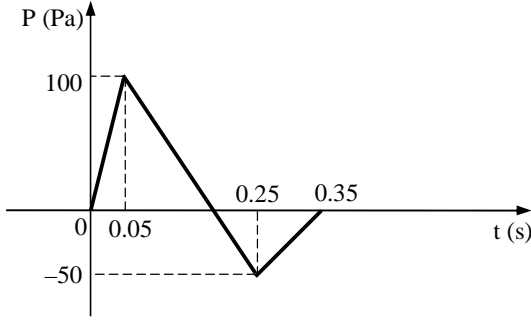
Yukarıdaki yükleme durumunda Semiloof sonlu eleman modeli oluşturulan plakın serbest kenar orta noktasının zamana bağlı hareketi ANSYS yazılımı sonucu ile birlikte Şekil 9’da gösterilmiştir.



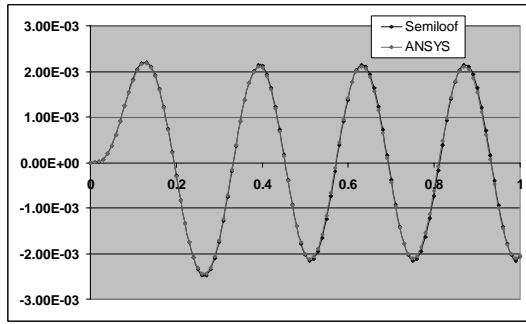
Şekil 9. Zamana bağlı sabit basınç yükü etkisindeki plakın Semiloof ve ANSYS sonucu

Zamana bağlı değişken basınç yükü etkisindeki plak davranışını incelemek amacıyla Şekil 10’da verilen yükleme durumu gözönüne alınmış ve bu yükleme durumunda sonlu eleman modeli oluşturulmuş plakın düğüm noktalarının zamana bağlı hareketi elde edilmiştir. Kullanılan çözüm yönteminin test edilmesi

için yine serbest kenar orta noktasının zamana göre hareketi ANSYS modelinden elde edilen sonuçlarla Şekil 11’de karşılaştırılmıştır.

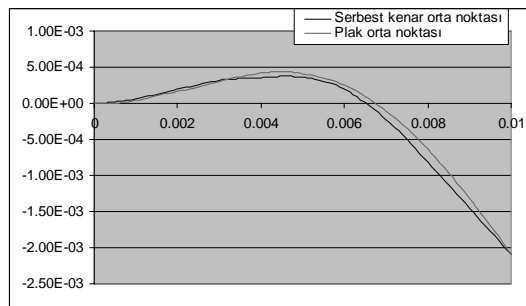


Şekil 10. Zamana bağlı değişken basınç yükü grafiği

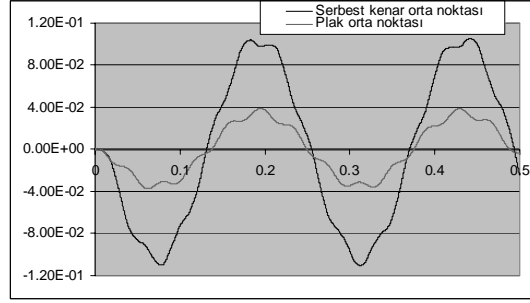


Şekil 11. Zamana bağlı değişken basınç yükü etkisindeki plâğın Semiloof ve ANSYS sonucu

Zamana bağlı sabit ve değişken şiddetli basınç yüküne maruz plâğın semiloof sonlu eleman modeli ile ANSYS modelinden elde edilen sonuçların uyumlu olduğu görülmektedir. Bu aşamadan sonra üçüncü bölümde verilen ve deneysel sonuçlardan elde edilmiş anlık basınç yükü (patlama etkisi) modeli kullanılarak semiloof sonlu eleman modeli ile plâğın dinamik davranışı incelenmiştir. Basınç yükünün ilk 10 ms’deki etkisiyle plâğın orta ve kenar orta noktalarının zamana bağlı deformasyonu Şekil 12’de verilmiştir. Basınç yükü etkisi 40~50 ms sonra kaybolmaktadır. Plâğın orta noktası ile serbest uç kenar orta noktasının ilk 0.5 s içindeki yer değiştirmesi ise Şekil 13’te gösterilmiştir.



Şekil 12. İlk 10 ms’de plâğın orta noktasının ve serbest kenar orta noktasının deplasman değişimi



Şekil 13. İlk 0.5 saniyede plâğın orta noktasının ve serbest kenar orta noktasının deplasman değişimi

6. SONUÇ

Semiloof kabuk sonlu eleman modeli başarılı bir şekilde oluşturulmuştur. Patlama ve anlık basınç yükü modelleri kullanılarak konsol bir plâğın zamana bağlı hareketi için Newmark Zaman İntegrasyonu yöntemi ile dinamik analiz yapılmıştır. Bundan sonraki aşamalarda hava ve uzay araçlarında kullanılan kompozit malzemelere yönelik incelemelerin yapılmasının uygun olacağı ve ortaya çıkan titreşimlerin sönümlenmesi konularının araştırılabileceği değerlendirilmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Irons, B.M., 1976. The Semiloof Shell Element, In Finite Elements for Thin Shells and Curved Members. Wiley, New York.
- [2] Ergatoudis, J. G., 1968. Isoparametric Finite Elements in Two and Three Dimensional Analysis, *PhD Thesis*, University of Wales, Swansea.
- [3] Ahmad, S., 1969. Curved Finite Elements in The Analysis of Solid Shell and Plate Structures, *PhD Thesis*, University of Wales, Swansea.
- [4] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., and Too, J. M., 1974. Reduced Integration Technique in General Analysis of Plates and Shells, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 13, 275-290.
- [5] Irons, B. M., 1973. A Further Modification of the Ahmad Shell element, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 6, 305-309
- [6] Baldwin, J. T., Razzaque, A., and Irons, B. M., 1973. Shape Functions Subroutine for an Isoparametric Thin Plate Element, *Internal Report of Civil Eng. Dept.*, University of Wales, Swansea.
- [7] Albuquerque, F., 1973. A Beam Element for Use with the Semiloof Shell Element, *MSc Thesis*, University of Wales, Swansea,
- [8] Martins, R. A. F., 1974. Finite Element Eigenvalue Solution Employing the Semiloof Shell Element, *MSc Thesis*, University of Wales, Swansea,
- [9] Martins, R. A. F., and Owen, R. J., 1977. Structural Stability and Natural Vibration Analysis of thin Arbitrary Shells by Use of the Semilof Shell

Element, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 11, 481-498.

[10] Owen, D. R. J., and Dinis, L. M. S., 1978. Transient Dynamic Analysis of Thin Shells, Including Visco-Plastic and Large Displacement Effects, *In the Mathematics of Finite Elements and Applications*, Brunel University, April.

[11] Mecitoğlu, Z., 1988. Takviyeli Silindirik Kabuk Yapıların Serbest Titreşimlerinin İncelenmesi, *Doktora Tezi*, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, appeared at 1990. Vibration Analysis of Stiffened Cylindrical Thin Shells, Proc. 17th Congress of the

International Council of Aeronautical Sciences, Stockholm, 986-993.

[12] Türkmen, H.S., 1997. KatmanlıKompozit Panellerin Anlık Basınç Yüğüne Dinamik Cevabı, *Doktora Tezi*, İstanbul Teknik Üniversitesi, 1997.

[13] Türkmen, H.S., and Mecitoğlu, Z., 1999. Dynamic Response of A Stiffened Laminated Composite Plate Subjected to Blast Loading, *Journal of Sound and Vibration*, 221(3), 371-389.

[14] Bathe, K-J, Wilson E.L., Numerical Methods in Finite Element Analysis, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1976

ÖZGEÇMİŞLER

Haydar UYANIK

1968 yılında Konya'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Konya'da tamamladıktan sonra, 1993 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Uçak Mühendisliği Bölümü'nden Uçak Mühendisi olarak mezun oldu. 1994 yılında yüksek lisans çalışmasına devam ederken Hava Kuvvetleri'nde muvazzaf subay olarak göreve başladı. Halen Hava Harp Okulu Dekanlığı'nda öğretim elemanı olarak görev yapmakta olup, İTÜ Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi'nde doktora çalışmalarına devam etmektedir. Titreşim, kontrol ve yapıların sonlu elemanlar yöntemiyle analizi konuları ile ilgilenmektedir.

Zafer KAZANCI

1974 yılında Kahramanmaraş'ta doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Kahramanmaraş'ta tamamladıktan sonra 1996 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Uçak Mühendisliği Bölümü'nden Uçak Mühendisi olarak mezun oldu. İTÜ Uçak Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladıktan sonra 1997 yılında Hava Kuvvetleri Komutanlığı'nın açtığı sınavı kazanarak Hava Harp Okulu Komutanlığı'na muvazzaf subay olarak atandı. Halen Hava Harp Okulu Dekanlığı'nda öğretim elemanı olarak görev yapmakta olup, İTÜ Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi'nde doktora tez aşamasındadır. Titreşim, kompozit malzemeler,yapısal dinamik ve anlık basınç yüğü etkisi altında yapıların davranışı konuları ile ilgilenmektedir.