

YARIİLETKEN KUANTUM ÇUKURUNDA ELEMENTER MODLARDA TEMEL PARAMETRELER VE BAZI NORMALİZE FREKANSLARDA ENERJİ ÖZDEĞER NOKTALARI

Mustafa TEMİZ

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi,
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü,
DENİZLİ
mustafatemiz@yahoo.com

Ö.Önder KARAKILINÇ

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi,
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü,
DENİZLİ
karakilinc@yahoo.com

ÖZET

Yarıiletken planar çift farklı yapılu lazerler (YPÇFYLR)'in yapılarının elektronik ve optik özellikleri, YPÇFYLR için kullanılan malzemelerin elektronik yapılarında iletim bandındaki elektronlar ve valans bandındaki deliklerin enerji öz değerleri (EÖDr)'i anlamında elektrik alanının bazı parametreleri cinsinden elde edilmiştir. Elektron ve delik gibi yüklü parçacıkların EÖDr'inin ζ ve η normalize (boyutsuz) koordinat parametreleri, asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapılu lazerlerin (AYPÇFYLR)'in ve simetrik yarıiletken planar çift farklı yapılu lazerlerin (SYPÇFYLR)'in bazı kaçınılmaz tasarım düşünceleri açısından önemli parametreleri arasındadır. Taşıyıcıların EÖDr'i, normalize frekans (NF) V ve normalize propagasyon sabiti (NPS) α gibi elektrik alan parametreleri cinsinden incelenmiştir. NPS α , SYPÇFYLR için kullanılan malzemelerin bir çok yapısal özelliklerini içeren önemli bir parametredir. Bu sabit, daima pozitifdir, 0 ile 1 arasındadır, kullanılan yarıiletken malzemenin bazı parametrelerinin ve aktif bölge (AB) ile gömlek bölgeleri (GBr) içindeki elektrik alanı propagasyonuna ait propagasyon sabitlerinin bir fonksiyonudur. Ayrıca NPS α , doğrudan doğruya, AB'deki taşıyıcılara ait bağlı enerjilerin ve/veya toprak enerjisinin de bir fonksiyonu olmaktadır. NPS α ve NF V ve SYPÇFYLR'e ait aktif bölgeler (ABr) içindeki yüklü parçacıkların EÖDr'inin ζ ve η normalize koordinat parametreleri bazı tasarım düşünceleri açısından elde edilebilir. $\zeta - \eta$ düzleminde EÖDr'nin noktaları NF V tarafından da belirlenir. Normalize frekansın 1 değerinde ($V=1$) bir elektron veya deliğe ait en düşük optik modlu çift elektrik alanı (ÇEA) $\cos\zeta$ için $\zeta - \eta$ düzleminde normalize ζ ekseninde 0 ve $\pi/2$ aralığında sadece bir tane EÖD çözümü vardır. En düşük optik modlu tek elektrik alanı (TEA) $\sin\zeta$ için normalize frekansın 1 değerinde ($V=1$) bir çözüm yok iken, normalize frekansın 2 değerinde ($V=2$) değerinde TEA $\sin\zeta$ için yalnız bir çözüm bulunur.

Anahtar Kelimeler: Simetrik kuantum çukuru, Asimetrik kuantum çukuru, Enerji özdeğerleri, normalize propagasyon sabiti.

ABSTRACT

Electronic and optical properties of the structures of semiconductor planar double- heterojunction lasers (SCPDHLs) are investigated in terms of some parameters of the electric field in the sense of energy eigenvalues (EEVs) of electrons in the conduction band or of holes in the valance band in the electronic structures of the materials used for the SCPDHLs. The normalized (dimensionless) coordinate parameters ζ and η of the EEVs of charged particles such as electrons or holes are important parameters of the asymmetric semiconductor planar double-heterojunction lasers (ASCPDHLs) and of the symmetric semiconductor planar double-heterojunction lasers (SSCPDHLs) for some inevitable design considerations. The EEVs of carriers are studied in terms of electric field parameters such as normalized propagation constant (NPC) α and normalized frequency (NF) V . The NPC α includes a lot of structural properties of the material used for the SCPDHLs and is an important parameters. This constant is always positive and between 0 and 1. This is also a function of the some parameters of the semiconductor material used such as the effective masses of the carriers and the refractive index of the material used and the propagation constants of the electric fields for the active region (AR) and the cladding layers (CLs). Furthermore, the NPC α is directly a function of bounded and/or ground energy for carriers in the AR. The parameters NPC α and the NF V and the normalized coordinate parameters ζ and η

of the EEVs of charged particles in the active regions (ARs) of the SCPDHLs are obtained for some inevitable design considerations. The energy eigenvalue (EEV) points of the carriers in the normalized coordinate system $\zeta - \eta$ (in the plane $\zeta - \eta$) can also be determined by the NF V. For $V=1$ there is only one EEV solution point for the lowest-mode optical even electric field (EEF) $\cos\zeta$ of an electron or a hole, but there is not EEV solution point for the lowest-mode optical odd electric field (OEF) $\sin\zeta$ of the carriers between 0 and $\pi/2$ on the dimensionless axis ζ in the plane $\zeta - \eta$. For the OEF function there is only one solution point for $V=2$.

Key Words: Symmetric quantum well, Asymmetric quantum well, Energy eigenvalues, Normalized propagation constant.

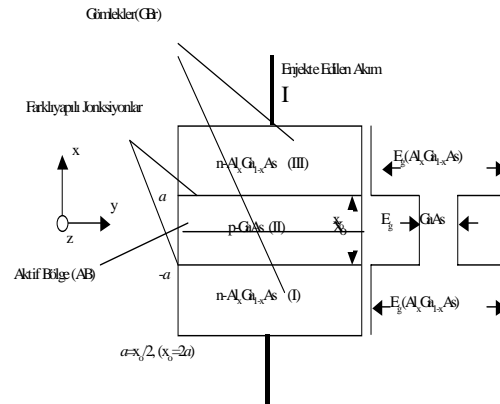
[1] GİRİŞ

Yarıiletken kuantum çukurları, geleneksel yarıiletken ve çoklu kuantum çukurlu lazerler veya süper kafeslere dayanan yarıiletken cihazların temel elemanı olarak kullanılır. Bu sebepten, adı geçen optik cihazların anlaşılması, bu temel elemanın parametrelerinin anlaşılmasına bağlıdır. Bir kuantum çukuru, Şekil 1'de görüldüğü gibi üç bölgeden oluşur. I, II ve III ile gösterilen bu bölgeler, n_I , n_{II} ve n_{III} ile gösterilen kırılma indislerine sahiptirler. Üç bölgenin iki farklı yapıları vardır. Bu farklı yapılar, yarıiletken yabancılık katkı enjeksiyonu ile elde edilen n-tipi ve p-tipi yarıiletkenlerle meydana getirilir. Geleneksel yapıların en önemlilerinden olan malzeme gurubu galyum-arsenik (GaAs) ve alüminyum-galyum arsenik ($Al_xGa_{1-x}As$) yarıiletkenleri olarak bilinirler. Buradaki x indisi, GaAs malzemesi içine katılan alüminyum (Al) malzemesinin yüzdesini gösterir. Yarıiletken malzeme içine katılan Al, bu malzemelerin iletkenliğini ve enerji-bant yapısını (E_g) etkin bir şekilde değiştirir. Bu değişiklik Şekil 1'de açık olarak görülmektedir. Al, içine katıldığı malzemenin enerji-bant yapısını büyütme ve kırılma indisini küçültmektedir. Al malzemesinin yarıiletkenlere bahsettiği bu özellik, ileri teknolojik malzeme üretiminde vazgeçilmez bir özellik olarak ortadadır [1,2].

Çift farklı yapı bir malzeme gurubu olarak bilinen Şekil 1'deki malzeme kompozisyonunda $AlAs$ 'in yapısındaki kristal kafesleri, ideal bir uyumu oluşturması bakımından, önemlidir [3]. Şekilde AYPÇFYL ve onun elektronik enerji-bant yapısı görülmektedir. Şekildeki bu yapı düzeninde n_I , n_{III} gömlek GBr'nin kırılma indislerini ve n_{II} ise AB'nin kırılma indisini oluşturur. Yarıiletken içine yabancı malzeme katkısıyla meydana getirilen bu yapı düzeninde, elektron ve deliklerin meydana getirdiği yük taşıyıcıları ile optik alan tarafından temsil edilen fotonlar AB içinde hapsedilir ve aynı bölge içinde taşıyıcılarla fotonlar etkileşirler [1,2]. AB genel anlamda yük taşıyıcıları için çok iyi bir dielektrik dalga kılavuzu özelliği taşır.

Bu çalışmada, yarıiletken kuantum çukurunda taşıyıcıların ÇEA ve TEA fonksiyonlarına ait temel

parametreler ve verilen bazı normalize frekanslarda enerji öz değerlerinin özellikleri incelenmektedir.



Şekil 1. Asimetrik yarıiletken planar çift farklı yapı lazerler (AYPÇFYL) ve onun elektronik enerji-bant yapısı. (a) Aktif bölge (AB) ve gömlekler bölgeleri (GBr), (b) Enerji-bant diyagramı

[2] ELEKTRİK ALANININ BAZI ÖNEMLİ PARAMETRELERİ

Dik kartezyen koordinat sisteminde AB'de hapsedilmiş bir elektrik alan dalgasının z-doğrultusunda yayıldığı farz edilir ve y-doğrultusundaki değişimi ihmal edilirse, AB ve GBr'ine ait dalga kılavuzu denklemi

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_{yi}(x) = [\beta_z^2 - n_i^2 k_0^2] E_{yi}(x) \quad (1)$$

olarak verilebilir. Denklem (1)'deki $[\beta_z^2 - n_i^2 k_0^2]$ ifadesine fizik kavramında öz fonksiyon denilen $E_{yi}(x)$ enine elektrik alanının öz değeri denir. i indisi i=I,II,III, değerlerinde olup AYPÇFYL'in yapısal 3 bölgesini temsil eder. AB içinde ÇEA ve TEA için (1) denklemini sağlayan bu alanlar

$$E_{yII} = A \cos(\alpha_{II}x) \quad (2)$$

$$e_{yII} = B \sin(\alpha_{II}x) \quad (3)$$

olarak verilir [1,2]. Bunlar, ÇEA ve TEA'nın en düşük modlarını oluştururlar. Bu alanlara karşı düşen GBr'indeki alanlar ise sırasıyla

$$E_{yI} = A_I \exp[\alpha_I(x+a)], \quad a = x_o/2,$$

$$A_I = A \cos(\alpha_{II}a) \quad (4)$$

$$E_{yIII} = A_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)]$$

$$A_{III} = A \cos(\alpha_{II}a) = A_I = A_{I,III} \quad (5)$$

$$e_{yI} = B_I \exp[\alpha_I(x+a)]$$

$$B_I = B \sin(\alpha_{II}a) \quad (6)$$

$$e_{yIII} = B_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)]$$

$$B_{III} = B \sin(\alpha_{II}a) = B_I = B_{I,III} \quad (7)$$

olarak verilirler. E_{yI} , E_{yIII} ve e_{yI} , e_{yIII} alanları sırasıyla AYPÇFYL'de ÇEA ve TEA'na ilişkin kaçak alanları temsil ederler. Görüldüğü gibi, (4) ve (5)'deki sırasıyla A_I ve A_{III} ve (6) ve (7)'daki B_I ve B_{III} , $x=a$ 'da sırasıyla ÇEA ve TEA'nın fonksiyonudurlar. Buradan hareket ederek, (2) ve (3)'deki genliklerin sırasıyla kendi ÇEA ve TEA'nın fonksiyonu olduklarını söyleyebiliriz. Bir asimetric yarıiletken planar çift farklı yapıli lazere (AYPÇFYL)'e ait α_I , α_{II} ve α_{III} propagasyon sabitleri

$$\alpha_I^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_I}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_I^2,$$

$$k_I = \frac{\omega n_I}{c} = k_o n_I$$

$$\alpha_{II}^2 = \left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2 = k_{II}^2 - \beta_z^2, \quad (8)$$

$$k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} = k_o n_{II}$$

$$\alpha_{III}^2 = \beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{III}}{c}\right)^2 = \beta_z^2 - k_{III}^2, \quad (9)$$

$$k_{III} = \frac{\omega n_{III}}{c} = k_o n_{III}$$

$$k = \frac{\omega n}{c}, \quad k_o = |k_o| = \omega/c \quad (10)$$

olarak tanımlanırlar.

β_z , z-doğrultusunda yayılan dalğanın faz sabiti, k dalga numarası ve λ dalga boyudur. Serbest uzayın (vakumun) dielektrik sabiti, manyetik geçirgenlik sabiti, dalga numarası ve ışık hızı sırasıyla ϵ_o , μ_o , k_o [1,3] ve c ile gösterilmiştir. Bunlar arasında $\epsilon_o \mu_o = 1/c^2$ ilişkisi bulunur. Her bir frekans ayrı bir dalga numarası tanımlar [2]. Eğer kırılma indisleri $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ olarak alınırlarsa, o zaman bir simetric yarıiletken planar çift farklı yapıli lazer (SYPÇFYL) elde edilir. Bu durumda α_I , α_{II} ve α_{III} propagasyon sabitleri arasındaki ilişki $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ şeklini alır. Bu suretle, AYPÇFYL'deki E_{yI} , E_{yIII} ve e_{yI} , e_{yIII} alanları, SYPÇFYL'de ÇEA için $E_{yI,III}$ ile ve TEA'nı için $e_{yI,III}$ ile gösterilebilir.

Yukarıda tanımlanan E_{y_i} ve/veya e_{y_i} alanları kısaca $u_{y_i}(x)$ öz fonksiyonu ile temsil edilirse, bu öz fonksiyon

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_i} \frac{d^2}{dx^2} + V_o \right] u_{y_i}(x) = E_{v_i} u_{y_i}(x)$$

$$\hbar = h / 2\pi, \quad i=I,II,III \quad (11)$$

veya AB için

$$\frac{d^2 u_{y_{II}}(x)}{dx^2} = -\alpha_{II}^2 u_{y_{II}}(x) \quad (12)$$

ve SYPÇFYL'de GBr'i için

$$\frac{d^2 u_{y_{I,III}}(x)}{dx^2} = \alpha_{I,III}^2 u_{y_{I,III}}(x) \quad (13)$$

olarak Schrödinger dalga denklemini sağlar [4]. Burada $E_{y_{I,III}}$ 'ün E_{yI} veya E_{yIII} için ve $e_{y_{I,III}}$ 'ün e_{yI} ya da e_{yIII} için ve (11)'deki $u_{y_i}(x)$, $i=I, II, III$, öz fonksiyonun ise ilgili bölgelerdeki yüklü taşıyıcılara ait öz değer fonksiyonları için kullanıldığı hatırlanmalıdır [1,2]. İfadelerdeki h Planck sabitini, V_o hapsedici çukur potansiyelini gösterir. Bu potansiyel malzemenin işlenmesiyle meydana getirilir [5].

ÇEA ve TEA'nına ilişkin öz değer denklemleri, AB'nin genişliği $2a$ olan bir AYPÇFYL'de [1,2]

$$\alpha_I / \alpha_{II} = \tan(\alpha_{II}a), \quad (14)$$

$$\alpha_{III} / \alpha_{II} = -\cot(\alpha_{II}a) \quad (15)$$

ve SYPÇFYL'de

$$\alpha_{I,III} / \alpha_{II} = \tan(\alpha_{II}a), \quad (16)$$

$$\alpha_{I,III}/\alpha_{II} = -\cot(\alpha_{II}a) \quad (17)$$

denklemleri ile verilirler.

3. YPÇFYLR'DE TAŞIYICILARA AİT ELEMENTER MODLAR

Kuantum çukurunda en düşük modlu ÇEA için kosinüslü ve TEA için sinüslü fonksiyonun bulunduğu görülmektedir. Bunların ve enerji öz değerlerinin daha yakından incelenmesi için çukur potansiyeli yok iken (çukur potansiyeli yoksa kuantum çukuru bir potansiyel çukuru özelliğindedir) $2a$ genişlikli iki duvara sahip olan bir dikdörtgen biçimli kuantum çukuru içine bir boyutta hapsedilmiş bir taşıyıcıya ait ÇEA ve TEA'nı

$$E_{y_{II}}(x)^{(n)} = a_{II} \cos(n\pi x/2a) \quad (n \text{ tek}) \quad (18)$$

$$e_{y_{II}}(x)^{(n)} = b_{II} \sin(n\pi x/2a) \quad (n \text{ çift}) \quad (19)$$

olsun. Denklem (18),(19)'da $n=0$ için $e_{y_{II}}=0$ and $E_{y_{II}} = \text{sabit}$ 'tir ve bunların fiziksel anlamları yoktur. n 'in negatif değerlerine ait çözümler, onun pozitif değerlerinin lineer bağımlısı değildir. Bu sebepten, n 'in bütün pozitif değerlerine ait olan ayrıık enerji seviyelerinin sonsuz bir sonucu vardır.

Yani, $|E_y|^2$ 'nin ya da $|e_y|^2$ 'nin fiziksel bir anlamı olduğu için $-n$ ile belirlenen bir enerji durumu $+n$ ile belirlenen enerji durumu ile aynıdır. Bu yüzden (18) ve (19)'nın mod numaralarını temsil eden n 'nin sadece pozitif değerlerini almak yeter. Potansiyel çukuru içine hapsedilen n modlu bir fonksiyon çukur içinde alt enerji seviyeleri meydana getirir. Bu enerji seviyelerinin öz fonksiyon ve öz değerleri $V=(n-1)$ seviyesinden başlar. v , çukur içindeki alanın modunu ve enerji seviyesini gösterir [4]. Bununla beraber, kılavuz içinde böyle modların yalnız bir tanesi nakledilebilir. v mertebeli kılavuzlanmış bir modun var olma şartı $2a \rangle v\pi/k_0$ veya $4a/\lambda \rangle v$ ya da $\lambda_e \rangle v\lambda$ ile verilir ki en azından bu en düşük modlu ÇEA'nı için $\lambda_e = \lambda$ [6] ve en düşük modlu TEA'nı için $2\lambda_0 \rangle v$ veya en azından $2\lambda_0 = \lambda$ olur. Eğer AB'nin $2a$ genişliği oldukça küçülürse, hiç bir mod tutunamaz. Bu durumlar, ÇEA'nı için $2a \langle \pi/k_0$ veya $4a \langle \lambda$ ya da $\lambda_e \langle \lambda$ ve TEA'nı için $2\lambda_0 \langle \lambda$ için ortaya çıkarlar. AB'nin genişliği ($2a$) büyümeye başlayınca önce tek modlu alan meydana gelir, bu genişlik arttıkça sonlu sayıda alan modları ortaya çıkar[6].

Bir yük taşıyıcısının AB bölge içindeki bir noktada bulunma ihtimali %100 olduğu için, (*) ile kompleks eşleniği göstererek ve $E_{y_{II}}$ ve/veya $e_{y_{II}}$ alanlarını $u_{y_{II}}$ fonksiyonu ile temsil ederek

$$\int_{-a}^a u_{y_{II}}(x)u_{y_{II}}(x) *dx = \int_0^{2a} u_{y_{II}}(x)u_{y_{II}}(x) *dx = 1 \quad (20)$$

entegralini yazabiliriz. Yani, (20) ifadesi, yük taşıyıcısının AB içinde bulunma ihtimalinin 1 (%100) olduğunu gösterir. (2), (3), (18) ve (19) ifadeleri (20)'de konularak A, B, a_{II} , ve b_{II} sabitleri

$$A = a_{II} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II}a + \sin(2\alpha_{II}a)}} = \sqrt{\frac{1}{a + \frac{a}{\pi} \sin \pi}}, \quad (\alpha_{II} = \pi/2a) \quad (21)$$

$$B = b_{II} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\alpha_{II}a - \sin(2\alpha_{II}a)}} = \sqrt{\frac{2}{2a - \frac{a}{\pi} \sin 2\pi}}, \quad (\alpha_{II} = \pi/a). \quad (22)$$

olarak bulunurlar.

Özel bir hal olarak (21) ve (22)'deki sinus terimi $\sin(2\alpha_{II}a) = 0$ olarak alınırsa, A, B, a_{II} , ve b_{II} sabitleri $1/\sqrt{a}$ bulunur. Yani, ÇEA ve TEA'nın genlikleri AB'nin yarım genişliğinin kare kökü ile ters orantılıdır. $\sin(2\alpha_{II}a) = 0$ durumu, $2\alpha_{II}a = 2\pi k$, $k=0,1,2,3,\dots$, rezonans ilişkisini verir ki bu $\lambda = 2\pi/\alpha_{II} = 4a/k$ biçiminde yazılabilir. Buna Fabry-Perot interferometresi denir. Bu etki $x=-a$ ve $x=a$ uçları arasında gidip gelen elektrik dalgasının girişimi sonunda ortaya çıkar [7].

AB'ye ait ÇEA için $n=1$ ve TEA için $n=2$ olarak sırasıyla (18) ve (19)'da elde edilen $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ ve $e_{y_{II}}^{(2)}(x)$ alanları

$$E_{y_{II}}(x)^{(1)} = a_{11} \cos(\pi x / 2a) \quad (23)$$

$$e_{y_{II}}^{(2)}(x) = b_{11} \sin(\pi x / a) \quad (24)$$

olur. Denklem (23),(24)'deki alanlar Şekil 2'de çizilir. (2), (3), (18), (19), (23) ve (24) ifadelerinin (1), (12) ve (13) dalga denklemlerini sağladığına dikkat etmelidir. Şekil 2'de görüldüğü gibi, ÇEA

$E_{y_{II}}(x)^{(1)}$, $2a$ genişliği içinde yalnız bir alternansa ve TEA $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ iki alternansa sahiptir. (2) ve (3)'de [veya (18) ve (19)'da] görüldüğü gibi, A, B (veya a_{11} ve b_{11}) sabitleri α_{II} propagasyon sabitinin ve a uzunluğunun fonksiyonudurlar. Ayrıca, (4)-(7) ifadelerindeki A_I , A_{III} , B_I ve B_{III} sabitleri $x=a'$ da alan fonksiyonlarına bağlıdır. (2) ve (3) ifadeleri (18) ve (19) ile karşılaştırılarak

$$\alpha_{II} = n\pi/2a \quad (25)$$

bulunur. $V_0 > 0$ için

referans [2]'deki $\alpha_{II} = 1/\hbar\sqrt{2m_{II}^* [V_0 - E_{y_{II}}]}$ ile (25) ifadelerinin eşitlenmesi V_0 duvar potansiyeline sahip olan YÇFYL içinde taşıyıcılara ait EÖD'ni

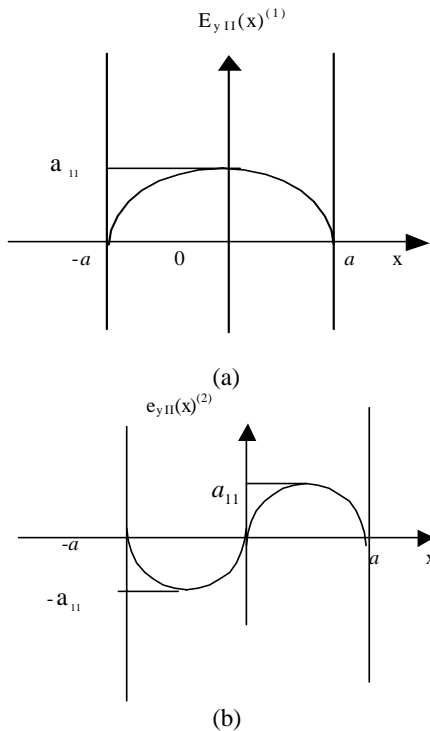
$$E_V = V_0 - n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2 \quad (26)$$

$n=1,3,5$ (ÇEA için), $n=0,2,4$ (TEA için)

olarak verir. $V_0 < 0$ 'a [13] karşı düşen EÖD'i için

$$E_V = -V_0 + n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m^* a^2, \quad (27)$$

bulunur. Burada v çukur içindeki enerji durumlarını ve alanların modlarını belirler.



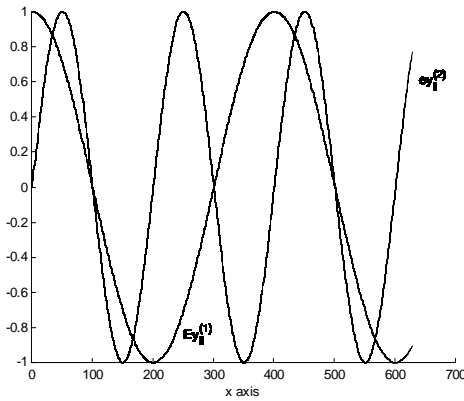
Şekil 2. En düşük alan modlarının değişimleri, (a) ÇEA $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$, (b) TEA $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$

Dikkat edilmelidir ki, (21) ve (22)'deki $\alpha_{II} = \pi/2a$ ve $\alpha_{II} = \pi/a$ ilişkileri, ki bunlar sırasıyla (23)'de $n=1$ için ÇEA $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ ve (24)'de $n=2$ için TEA $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ alanlarına karşı düşen EÖD E_1 ve EÖD E_2 'ye karşı düşer, (21) ve (22)'deki α_{II} 'nin değerlerinin referans [2]'de yerine konmasıyla sırayla $n=1$ ve $n=2$ için (26)'yı verir.

En düşük modlu (23)'deki $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ ($n=1$) ve (24)'deki $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ ($n=2$) fonksiyonları, x ekseninde 400 noktada 2π aralığında $a=1$ için Şekil 3'de hassas olarak çizilir. $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ 'nin periyodunun $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ 'in periyodundan daha az nokta içerdiği ve görülmektedir. Ayrıca, $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ 'nin frekansı da $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ 'in frekansından büyüktür. Bu sebepten, $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ 'nin enerjisi, $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ 'in enerjisinden daha büyük olur. $V=1$ 'den dolayı $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ tek modlu bir alan, $V=2$ 'den dolayı $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ 2 modlu bir alandır. Dolayısıyla, tek modlu $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ alanı, çift modlu $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ alanından izafi olarak daha fazla enerji gerektirir. Şekil 3'te 50 noktasında $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ maksimum değer alırken, 100 noktasında $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ sıfır değerini almaktadır. 300 ve 500 adet nokta $2a$ aralığında sırasıyla $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ ve $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ alanlarının periyotlarını meydana getirir. Mesela, $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ için Şekil 3'de x ekseninde 0 ve 400 noktaları sırasıyla $\pi/2$ ve 2π 'ye karşı düşmektedirler. Bu sebepten, Şekil 3'ün Şekil 2 ile karşılaştırılmasından görülmektedir ki, 300 ve 500 noktaları sadece bir tane pozitif alternansa sahip olan $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ için ve bir negatif ve bir pozitif alternansa sahip olan $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ için sırasıyla $(-a)$ ve $(+a)$ noktalarını temsil ederler. Yani, $(-a)$ ve $(+a)$ noktaları $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ ve $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ için Şekil 3'de x ekseninde sırasıyla 300 ve 500 noktalarına karşı düşmektedirler. Bu şunu gösterir ki, AB'nin $2a$ genişliği bu halde $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ ve $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ alanları için sırasıyla 400 ve 200 noktadan meydana gelmektedir. Bundan dolayı, buradaki düşünce sistematığına göre dalga boyu $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ için $\lambda_e = 4a$ ve $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ için $\lambda_o = 2a$ olur [8]. Yani, dalga boyu (2) ve (23) ifadeleri için $\lambda_e = v / \alpha_{II} = v / (\pi/2a) = 2va / \pi$ ve (3) ve (24) ifadeleri için $\lambda_o = v / \alpha_{II} = v / (\pi/a) = va / \pi$ olarak elde edilir. Bu sebepten, görülür ki, λ_e 'nin λ_o 'ra oranı 2 olur. Bunun anlamı şunu gösterir: $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ 'e ait f_o frekansının $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ 'e ait f_e frekansına oranı, $f_o/f_e = 2$ 'dir. Yani, $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ ve $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ alanlarına ait frekanslar sırasıyla $f_e = v / \lambda_e = v / 4a$ ve

$f_0 = v/\lambda_0 = v/2a$ olarak bulunur. Burada v dalgalanın AB'deki faz hızını gösterir.

Foton enerjisi $E=hf$ [9] ifadesine göre $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ alanı için $E_1=hf_0=hv/4a$ ve $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ alanı için $E_2=hf_0=2hv/4a$ ile verilir. Dolayısıyla, $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ alanına ait E_1 enerjisinin $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ alanına ait E_2 enerjisine oranı $E_1/E_2=1/2$ olarak ortaya çıkar. Bu, $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ alanının $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ alanından 2 kat daha az enerji gerektirdiğini gösterir.



Şekil 3. En düşük modlu $E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ ve $e_{y_{II}}(x)^{(2)}$ alanlarının hassas değişimleri

4. KUANTUM ÇUKURUNUN YAPISAL PARAMETRELERİ

AB ve GB için $i=II$ ve $i=I, III$ olarak (12) ve (13) denklemlerinin (1) denklemiyle kıyaslanması ve (8) ve (9) denklemlerinin göz önünde bulundurulmasıyla AYPÇFYLR için propagasyon sabitleri α_I, α_{II} ve α_{III} ve SYPÇFYLR için propagasyon sabitleri $\alpha_{II}, \alpha_{III}$ iletim bandındaki bir elektronun veya valans bandındaki bir deliğin efektif kütlesi cinsinden, aşağıdaki şekillerde elde edilirler:

$$\alpha_{II} = 1/\hbar \sqrt{2m_{II}^* [V_0 - E_{vII}]} = \sqrt{[n_{II}^2 k_0^2 - \beta_z^2]} \quad (28)$$

$$\alpha_j = 1/\hbar \sqrt{2m_j^* E_{nj}} = \sqrt{[\beta_z^2 - n_j^2 k_0^2]}, \quad j=I, III, n=1, 2, 3, \dots \quad (29)$$

Burada, $m_j, j=I, III$, bir yük taşıyıcısının j . bölgedeki efektif kütlesini gösterir. SYPÇFYLR'de

$n_I = n_{III} = n_{I,III}$ 'den dolayı $m_I^* = m_{III}^* = m_{I,III}^* = m^*$ alınrsa (29) eşitliği

$$\alpha_{I,III} = 1/\hbar \sqrt{2m_{I,III}^* E_{vI,III}} = 1/\hbar \sqrt{2m^* E_{vI,III}} = \sqrt{[\beta_z^2 - n_{I,III}^2 k_0^2]} \quad (30)$$

olarak bulunur. SYPÇFYLR'de $\alpha_{I,III}$ ve $n_{I,III}$ 'ün sırasıyla α_I veya α_{III} 'ü ve n_I ya da n_{III} 'ü gösterdiği hatırlanmalıdır. Yani, $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ olarak alınrsa, o zaman (8) ve (9)'dan $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ ilişkisi elde edilir.

AYPÇFYLR'de $\zeta = \alpha_{II} a$, $\eta_I = \alpha_I a$, $\eta_{III} = \alpha_{III} a$ tanımları yapılarak ve SYPÇFYLR'de $\eta_{I,III} = \eta = \alpha_{I,III} a$ olarak yüklü taşıyıcıların enerji öz değerleri için normalize $\zeta - \eta$ koordinat sisteminde yeni parametrik değişkenler tanımlanabilir. Buna göre (28) ve (29) ifadeleri, AYPÇFYLR'de

$$\zeta = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m_{II}^* [V_0 - E_{vII}]} \quad (31)$$

$$\eta_I = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m_I^* E_{nI}}, \quad \eta_{III} = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m_{III}^* E_{nIII}} \quad (32)$$

ve SYPÇFYLR'de $m_{II}^* = m^*$ için

$$\zeta = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* [V_0 - E_{vII}]} \quad (33)$$

$$\eta_{I,III} = \eta = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* E_{nI,III}}, \quad (34)$$

şeklini alırlar. Burada λ dalga boyunu

$$\lambda = 2\pi a/\zeta = \hbar/\sqrt{2m^* (V_0 - E_n)} = 2\pi\hbar/\sqrt{2m^* (V_0 - E_n)}$$

ifadesinden hesaplamak mümkündür. (28)-(34) ifadelerindeki v . enerji öz değerleri (EÖD)'ri $E_{ni} = n^2 \hbar^2 \pi^2 / 8m_i^* a^2 = n^2 E_{1i}$, $n=1, 2, 3, \dots, i=I, II, III$. ile verilebilir. Bu, EÖD'lerinin ayrıık cümlesini oluşturur ve yük taşıyıcılarının kararlı durumlarının kısıtlanmasıyla elde edilir. Taşıyıcıların bu ayrıık EÖD'leri cihazın yapıldığı malzemenin optik ve elektronik özelliklerini belirler.

Elektrik dalgası AB içinde tam yansıma ile ilerlerken AB'nin karşılıklı yüzeylerinden yansıya yansıya ilerler. Yani, GBr'inde mesela SYPÇFYL'ine ait $E_{y,I,III}$ and $e_{y,I,III}$ alanları tam yansımaya iştirak eder. Bu konu referans [2]'de detaylı olarak açıklanmıştır. Daha fazla duyarlı dalga kılavuzlanması gösterir ki bu alanlar, AB'den güç çıkışı olmamasına rağmen GBr'i içine doğru birkaç dalga boyu kadar ilerler [10]. (33) ve (34) ifadeleri

$$V = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2} = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_0} \quad (35)$$

şeklinde normalize frekansı (NF)'ı verir ki bu, SYPÇFYLr'de $\frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* V_0}$ yarıçaplı bir daire tanımlar. NF, $2a$ kalınlıklı AB'li bir dalgayı, onun n_{II} indisini ve GB'nin $n_{I,III}$ indisini karakterize eder. SYPÇFYLr'in analizini kolaylaştırmak için

$$\alpha = \eta^2 / V^2 \quad (36)$$

ile verilen normalize propagasyon sabiti (NPS) tanımlanır [11] ki bu, SYPÇFYLr'in yapısal özelliklerinin bir çoğunu içerir. Bazı işlemlerle

$$\begin{aligned} 1 - \alpha &= (V^2 - \eta^2) / V^2 = \zeta^2 / V^2 \rightarrow \zeta = V\sqrt{1 - \alpha}, \\ \alpha &= \eta^2 / V^2 \rightarrow \eta = V\sqrt{\alpha} \end{aligned} \quad (37)$$

elde edilir ki burada

$$\begin{aligned} V &= \left\{ \omega a / c \right\} \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2} = 2\pi a / \lambda NA = \\ &k_0 NA a = k_0 n_{II} a \sqrt{2\Delta} \end{aligned} \quad (38)$$

bulunur. Δ , normalize kırılma indisi farkıdır ve

$$\Delta = 2 \left[n_{II}^2 - n_{I,III}^2 \right] / 2n_{II}^2 \cong (n_{II} - n_{I,III}) / n_{II} \quad (39)$$

ile verilir. Burada $NA = \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2}$, SYPÇFYL'lerde mümerik açıklık adını alır [11]. NPS'ti, ζ ve η parametrelerinin reel olmaları için 0 ile 1 arasında alınır. Burada çukur potansiyelinin

$$V_0 = V^2 E_n / \eta^2 \quad (40)$$

olarak elde edilebileceği kolayca görülebilir.

Bu aşamada (8) ve (9)'daki faz sabiti, $E = 2\pi f \hbar = \omega \hbar$ olmak üzere, SYPÇFYL'ler için yukarıda tanımlanan parametreler cinsinden

$$\begin{aligned} \beta_z &= n_{II} \sqrt{1 - (2\Delta - \alpha)} = \frac{V}{a} \sqrt{\frac{1}{2\Delta} + 1 + \alpha} \\ &= \frac{V}{a} \sqrt{\frac{L}{2\Delta} + L} = k_0 n_{II} \sqrt{1 + 2\Delta\Delta + \alpha} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} v &= \omega \hbar / \sqrt{2m^* (V_0 - E_n)} \\ &= 2\pi \hbar / \sqrt{2m^* (V_0 - E_n)} = E / \sqrt{2m^* (V_0 - E_n)} \end{aligned} \quad (42)$$

veya

$$v = \omega / \beta_z = c / n_{\text{eff}} = c / n_{II} \sqrt{1 - 2\Delta\Delta - \alpha} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{I,III} &= k_0 NA = k_0 n_{II} \sqrt{2\Delta\Delta} = (V/a) \sqrt{\alpha}, \\ \eta &= V \sqrt{\alpha} \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{II} &= k_0 NA = k_0 n_{II} \sqrt{2\Delta(1 - \alpha)} = (V/a) \sqrt{1 - \alpha} \\ \zeta &= V \sqrt{1 - \alpha} \end{aligned} \quad (45)$$

olarak elde edilebilirler. Burada n_{eff} efektif kırılma indisi adını alır ve

$$n_{\text{eff}} = n_{II} \sqrt{1 - 2\Delta\Delta - \alpha} \quad (46)$$

şeklinde verilir. (35)'deki NF V , verilen $n_{I,III}$, n_{II} indisleri ve λ optik dalga boyu için kesim frekansının belirlemek için kullanılabilir. $V = m \pi$ [10] ifadesinde ÇEA'ı için $m=0, 2, 4, \dots$, ve TEA'ı için $m=1, 3, 5, \dots$, olarak alınmak üzere kesim frekansı

$$f_c = mc / 2a NA \quad (47)$$

olarak bulunur. Kesim frekansı bize, dominant modun iyi bir şekilde kılavuzlanması için [9], AB'nin $2a$ genişliğini ve GBr'ndeki kırılma indislerini hesaplama imkanını verir. (34) ve (35)'in (36)'da yerine konularak SYPÇFYLr 'de en düşük modlu optik ÇEA'ına ait NPS

$$\alpha = \frac{E_{vII}}{V_0} = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* n_{II} a^2 V_0} = \frac{n^2 E_1}{V_0}, n=1 \quad (48)$$

veya TEA'ına ait NPS

$$\alpha = \frac{e_{vII}}{V_0} = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{8m^* n_{II} a^2 V_0} = \frac{n^2 E_1}{V_0}, n=2 \quad (49)$$

olarak bulunur. (48)'de en düşük modlu ÇEA'nı için bulunan EÖD E_{vII} ve (49)'da en düşük modlu TEA'nı için bulunan EÖD e_{vII} AB'de hapsedilirler. E_1 toprak enerjisidir. Bundan dolayı, özel halde, NPS, hapsedilmiş enerji ve/ veya toprak enerjisinin bir fonksiyonudur. (48) ve (49)'dan görülmektedir ki, NPS, YPÇFYLr için kullanılan malzemenin tabi ve yapısal özelliklerine kuvvetle

bağlıdır. Eğer SYPCFYLr için tanımlanan ζ ve η parametreleri değişken olarak düşünülürse.(14) ifadesinden

$$\alpha_{II} = k_0 NA \cos \zeta \quad (50)$$

ve

$$\eta / \zeta = \tan \zeta \quad (51)$$

bunur ki buradan

$$\begin{aligned} \zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta, \\ \sin^2 \zeta = \alpha, \quad \cos^2 \zeta = 1 - \alpha \end{aligned} \quad (52)$$

elde edilir. (8) ve (52) ifadelerinden ve (38), (39) ve (50)'deki ifadeler faz sabitini

$$\begin{aligned} \beta_Z = k_0 \sqrt{\alpha n_{II} + \alpha_{I,III}(1-\alpha)} \\ = k_0 \sqrt{\alpha n_{II} + \alpha_{I,III}(1-\alpha)} = k_0 n_{II} \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)} \end{aligned} \quad (53)$$

olarak verir. (39)'un (32)'yi verdiği dikkat ediniz. Bundan dolayı, kırılma indisini

$$\begin{aligned} n_{eff} = \beta_Z / k_0 = \sqrt{\alpha n_{II} + \alpha_{I,III}(1-\alpha)} \\ = n_{II} \sqrt{1-2\Delta(1-\alpha)} \end{aligned} \quad (54)$$

olarak elde ederiz. (53)'deki sonuçlar sırasıyla [12], [13] referanslarındakilerle uyumaktadır. Aynı usul ile e_{yII} fonksiyonu ve $2a$ AB genişliği için (17) ifadesi

$$\eta / \zeta = -\cot \zeta \quad (55)$$

eşitliğini verir k, bu

$$\begin{aligned} \zeta = V \sin \zeta, \quad \eta = V \cos \zeta, \quad \cos^2 \zeta = \alpha, \\ \sin^2 \zeta = 1 - \alpha \end{aligned} \quad (56)$$

fonksiyonlarını ortaya çıkarır. (52) ve (56) şunu gösterir ki NPS α daima pozitifdir ve 0 ve 1 arasındadır. ζ ve η parametrik koordinatları $\zeta, \eta > 0$ olmalıdır ve (37) ifadesini sağlarlar. ζ ($\eta = 0$) ekseninde (52) ifadesindeki E_{yII}^e fonksiyonunda $\zeta = 2k\pi$, $k=0, 1, 2, 3, \dots$, ve (56) ifadesindeki e_{yII} fonksiyonunda $\zeta = 2k\pi + \pi/2$, $\alpha=0$ 'rı verir ki, bu diğer bir kesim frekansı şartını ortaya çıkarır. Fakat E_{yII} fonksiyonunda $\zeta = 2k\pi + \pi/2$ ve e_{yII} fonksiyonunda $\zeta = 2k\pi$, ζ ekseninde $\alpha = 1$ 'ri verir. Bunlar, NPS'nin uç değerleridir. Netice itibariyle, taşıyıcılara ait EÖD'lerinin ζ ve η parametrik koordinatları, ζ - η düzleminde

(yani, ζ - η normalize koordinat sisteminde) E_{yII} fonksiyonu için

$$\zeta = V \cos \zeta, \quad \eta = V \sin \zeta, \quad (57)$$

olarak ve e_{yII} fonksiyonu için

$$\zeta = V \sin \zeta, \quad \eta = V \cos \zeta, \quad (58)$$

olarak verilir. Başka bir ifadeyle, $\zeta = 2k\pi$, $k=0, 1, 2, 3, \dots$, E_{yII} fonksiyonu için ζ ve η parametrik koordinatlarını ve α NPS'ni sırasıyla $\zeta = V$ ve $\eta = 0$ ve $\alpha = 0$ (e_{yII} fonksiyonu için $\zeta = 0$, $\eta = V$ ve $\alpha = 1$) olarak ve $\zeta = 2k\pi + \pi/2$ e_{yII} fonksiyonu için ζ ve η parametrik koordinatlarını ve α NPS'ni sırasıyla $\zeta = 0$, $\eta = V$ and $\alpha = 1$ (E_{yII} fonksiyonu için $\zeta = V$, $\eta = 0$ ve $\alpha = 0$) olarak verir. Yani, E_{yII} (e_{yII}) fonksiyonu halinde ζ ve η parametrik koordinatları ve α NPS $\zeta = 2k\pi$ ($\zeta = 2k\pi + \pi/2$) için sırasıyla $V, 0$ ve 0 ($0, V$ ve 1) olur.

Görülmektedir ki, NPS α taşıyıcıların kütlelerinin, bölgelerin kırılma indislerinin, taşıyıcıların EÖD'lerinin, çukur potansiyelinin, AB'nin α_{II} ve

GBr'nin α_I , α_{III} propagasyon sabitlerinin bir fonksiyonudur. Bu sebepten, ζ ve η parametrik koordinatları (56) ve (58)'den görüldüğü gibi bu α parametresi cinsinden ifade edilebilir.

Sonunda görürüz ki, NPS α , ki sırasıyla bu AB ve GBr'ine ait α_{II} ve $\alpha_{I,III}$ propagasyon sabitleri,

kırılma indisleri ve taşıyıcıların efektif kütleleri gibi kullanılan yarıiletken malzemenin parametrelerinin cinsindedir, AB'deki bağlı enerji durumları tarafından belirlenir. NPS α 'nın önemi bu durumlar sebebiyledir. Nitekim, literatürde de farklı metotlar kullanılarak normalize progasyon sabiti üzerine çalışmaların yoğun olduğu görülmektedir [14]. Bitirirken diyebiliriz ki, NPS α , NF V ve yüklü taşıyıcılara ait EÖD'lerinin de fonksiyonu olan ζ ve η parametrik koordinatları Şekil 9'da görüldüğü gibi, tasarım düşünceleri için YPÇHLr'inin önemli bazı parametreleridirler.

5. DALGA KILAVUZU DENKLEMLERİ VE EN DÜŞÜK MERTEBELİ MODLARIN EÖD'LERİ

Tek modlu bir elektrik alanının kapsamı içinde olan NF $V=1$ için SYPCFYL'inde sadece AB'deki elektron ve deliklerin hapsedilmiş durumlarını elde etmek istersek, ÇEA'nı $\cos \zeta$ ve TEA'nı $\sin \zeta$ için

elektron ve deliklere ait EÖDr'inin denklemleri, sırasıyla, (ÇEA'mı için)

$$\zeta \tan \zeta = \eta \rightarrow \tan \zeta = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

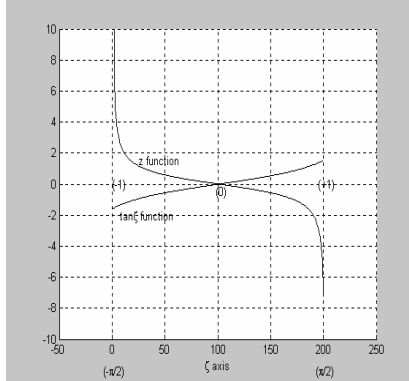
$$\cot \zeta = \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = y, \quad (59)$$

(TEA'mı için)

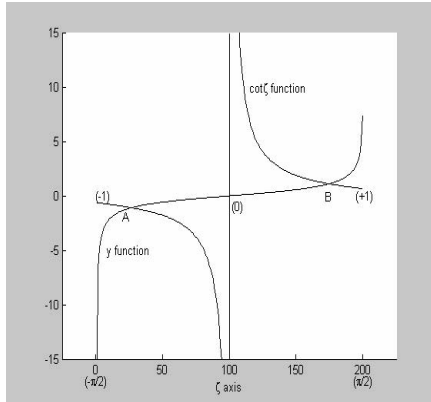
$$-\zeta \cot \zeta = \eta \rightarrow \tan \zeta = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

$$\tan \zeta = -\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = z, \quad (60)$$

olarak elde edilir. Bu denklemlerin ζ 'ya göre değişimleri Şekil 4'de verilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 4. ÇEA $\cos \zeta$ ve TEA $\sin \zeta$ fonksiyonlarının $V=1$ için değişimleri: (a) TEA $\sin \zeta$, (b) ÇEA $\cos \zeta$.

Yukarıdaki (60) ifadesinden görüldüğü gibi, $z = -\zeta / \sqrt{1-\zeta^2}$ eğrisi ve $\tan \zeta$ orijinde kesişirler.

Bundan dolayı, Şekil 4 (a)'de görüldüğü gibi, $V=1$ 're ilişkin olarak, TEA $\sin \zeta$ için, sıfır değerinin dışında, bir çözüm değeri yoktur. ÇEA $\cos \zeta$ için NF $V=1$ 'de, Şekil 4(b)'de görüldüğü gibi, A ve B noktalarına karşı düşen iki değer vardır. Gerçekte, ÇEA $\cos \zeta$ için NF $V=1$ 'de çözüm bir tanedir. Çünkü, $\zeta > 0$ 'ra ait nokta çözüm noktasıdır. Şekilde, 0 ile $\pi/2$ noktası arasında 100 eksen noktası vardır. Yani, grafikte 100 nokta $\pi/2$ 'ye karşı düşmektedir.

Sonuç olarak, $V=1$ için bir elektron veya deliğin $E_{yII}(x) = a_{II} \cos(\alpha_{II}x)$ alanında sadece bir çözüm vardır. Yani, normalize ζ ekseninde 0 ile $\pi/2$ arasında SYPÇFYL'inin AB'deki ÇEA $\cos \zeta$ için sadece bir çözüm bulunur. Normalize ζ ekseninde 0 ile $\pi/2$ arasında SYPÇFYL'inin AB'deki TEA $\sin \zeta$ için çözüm yoktur.

6. $\zeta - \eta$ DÜZLEMİNDE EÖD'LERİNE AİT EĞRİLERİN ANALİZİ VE PARAMETRİK KOORDİNATLARI

Elektrik alanına ait NF V NPS'nin [15] ve AYPÇFYLr'de m. modun bir fonksiyonudur [11] ve

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[m\pi + \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha+\tau}{1-\alpha}} \right]$$

$$\tau = \frac{n_I^2 - n_{III}^2}{n_{II}^2 - n_I^2}, \quad m=1,2,3,\dots \quad (61)$$

ifadesiyle verilir. Burada τ 'ya asimetric faktör denir [16]. SYPÇFYLr için (61) formülü

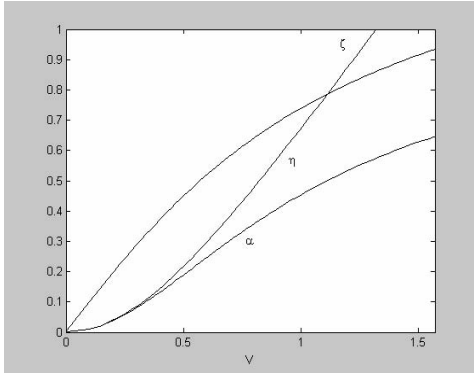
$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[\tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + m \frac{\pi}{2} \right], \quad m=0,1,2,3,\dots$$

$$\tan(V\sqrt{1-\alpha}) = \sqrt{\alpha/(1-\alpha)}$$

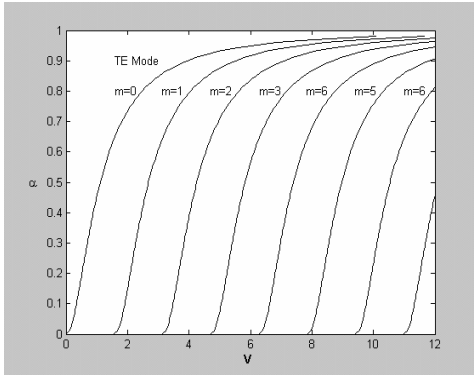
$$\cot(V\sqrt{1-\alpha}) = -\sqrt{\alpha/(1-\alpha)} \quad (62)$$

olur. (62)'da m arttıkça NF V de artar. Bu artış (38)'de frekansın artışıyla lineer olarak artan serberst uzaya ait dalga numarası k_0 'ın artışıyla elde edilir. Tek modlu alanlar için $V < \pi/2$ elde edilir (Şekil 5). NF V 'nin 1.57'den daha büyük değerlerinde çok modlu alanlar söz konusudur [11]. $\alpha=0$ ve $m=0$ için $V=0$ elde edilir. Bu durum (38)'re göre $k_0=0$ olmasıyla mümkündür. Bu ise frekansın sıfır alınması demektir. Elde edilen bu moda TE₀ modu denir. Bunun anlamı şudur: TE₀ modunun kesim frekansı $m=0$ için (47) ifadesine göre sıfır olur. $\alpha=0$ ve $m=1$, ki bu $m=1$ 'den dolayı

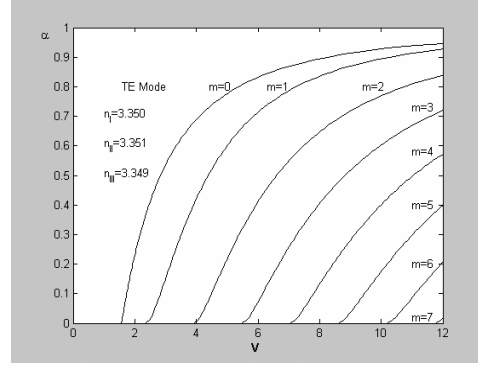
$E_{y_{II}}(x)^{(1)}$ çift fonksiyonuna karşı düşer, (62)'deki ifadeye göre $V = \pi/2$ eşitliğini verir. Dolayısıyla bu moda TE_1 modu adı verilir ki bu sıfırdan farklı bir kesim frekansına sahiptir. Yani, TE_1 modunda $NF V$, 1.57'ye eşittir ($V_c=1.57$) [17]. Sonuç olarak tek modlu alanlarda $NF V$, $V > V_c > 0$ aralığındadır. TE_0 modu bu aralıkta yayılır [1,2]. Şekil 6'da $0 < V < 12$ için elde edilen ve NPS'ni modlara göre veren çok modlu dispersiyon eğrileri görülmektedir. Şekil 7'de AYPÇFYLR'de kırılma indisleri $n_I=3.350$, $n_{II}=3.351$ ve $n_{III}=3.349$ olarak alınmışlardır. Dikkat edilmelidir ki, SYPÇFYLR'de orijinden geçen eğri bulunduğu halde, AYPÇFYLR'de orijinden geçen bir eğri yoktur. Bunun anlamı şudur AYPÇFYLR'de $NF V$ hiçbir zaman sıfır olmamaktadır.



Şekil 5. $V/\pi/2$ için SYPÇFYLR'de tek modlu alanın $\alpha - V$ eğrileri



Şekil 6. $0 < V < 12$ için SYPÇFYLR'de TE_m modunun $\alpha - V$ eğrileri



Şekil 7. AYPÇFYLR'de $0 < V < 12$ için TE_m 'ye ait $\alpha - V$ eğrileri

AYPÇFYLR'de η_I ve η_{III} ordinarlarının geometrik ortalaması

$$\eta_e = \sqrt{(1/2)[\eta_I^2 + \eta_{III}^2]} \quad (63)$$

olarak alınabilir. Burada belirtmekte fayda vardır ki, (61) ifadesi, $\eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III} = \eta_c$ için $\eta_e = \eta_{I,III} = \eta_c$ eşitliğini verir ki bu SYPÇFYLR'ine aittir. AYPÇFYLR'e ait ifadelerde bir takım matematik işlemlerden sonra taşıyıcılara ait EÖDE'lerinin ζ_e absisi ve η_e ordinatı

$$\zeta_e = \frac{ak_0 NA}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2} = \frac{V_e}{2} \sqrt{(1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2} \quad (64)$$

$$\eta_e = V_e$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}[1 - (1-\alpha)(1/4)(1+\sqrt{1+a_p})^2] + \frac{1}{8}[4(1+a_p) - (1-\alpha)(1+\sqrt{1+a_p})^2]} \quad (65)$$

$$V_e = ak_0 NA$$

olarak elde edilir ki burada a_p antisimetrik faktörü [15--14]

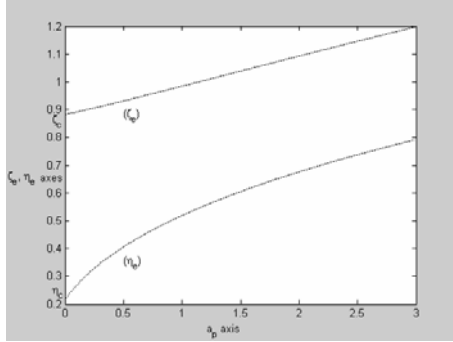
$$a_p = (n_I^2 - n_{III}^2)/(n_{II}^2 - n_I^2) \quad (66)$$

ile verilir. ζ_e absisi ve η_e ordinatının a_p asimetrik faktörüne göre değişimi Şekil 8'de verilmiştir.

AYPÇFYLR için (64) ve (65) ifadelerinde a_p asimetrik faktörü sıfır alınırsa, o zaman

$$\zeta_c = V_c \sqrt{1-\alpha}, \quad \eta_c = V_c \sqrt{\alpha}. \quad (67)$$

olacak şekilde, YPÇFYLR için $\eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III} = \eta_C$ eşitliği bulunur ki bu ifadeler LMOEEF $\cos \zeta$ içindir. Örneğin NF, $V_e=1.34945847682430$ olarak alınırsa, buna karşılık NPS α , EÖD'rin ζ_e absisi ve η_e ordinatı, sırasıyla, $\alpha = 0.30210522390668$, $\zeta_e = 0.88278071904685$ ve $\eta_e = 0.21556317076312$ olarak elde edilir.



Şekil 8. ζ_e absisi ve η_e ordinatının a_p asimetric faktörüne göre değişimi

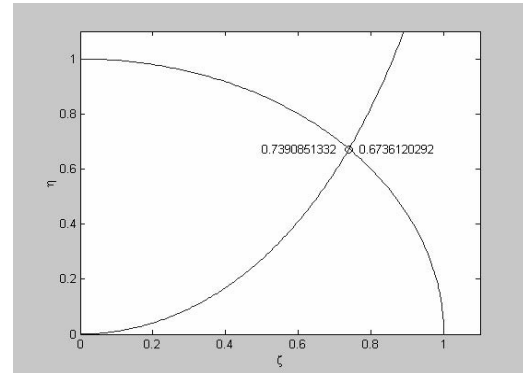
Şekil 8, a_p asimetric faktörüne göre ζ_e absisi ve η_e ordinatının değişimini vermektedir. a_p asimetric faktörü sıfır alınırsa elde edilen SYPÇFYLR'inde EÖD'rinin ζ_C absis ve η_C ordinatının $\zeta_C = 0.88278071904685$ ve $\eta_C = 0.21556317076312$ olarak elde edildiğine dikkat edilmelidir.

7. BAZI NORMALİZE FREKANSLARDA EÖD'LERİ

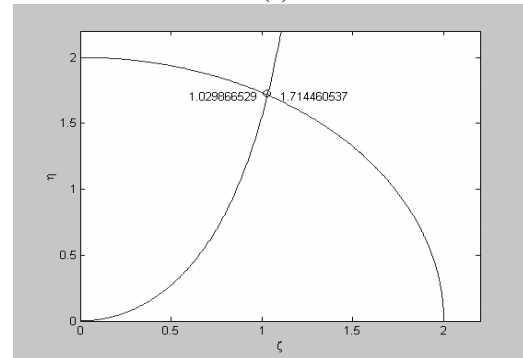
Şekil 9 -ki bu $\zeta - \eta$ normalize koordinat sisteminde ζ ekseninde 0 ile 2 arasında $V=1$ ve $V=2$ NF'ları için çizilmiş-TEA $\sin \zeta$ ve ÇEA $\cos \zeta$ 'ya ait gerçek EÖD'lerini gösterir. TEA $\sin \zeta$ 'ya ait eğri Şekil 9 (c)'de gösterilmiştir. Şekil 9(a), NF $V=1$ 'de ÇEA $\cos \zeta$, için bulunan bir gerçek EÖD'ni temsil eder. Şekil 9 (b)'de $V=2$ NF'ları için ÇEA $\cos \zeta$ 'ya ait ve Şekil 9 (c)'de $V=2$ NF'sı için TEA $\sin \zeta$ 'ya ait EÖD'leri vardır. Görüldüğü gibi, $V=1$ NF'sı için TEA $\sin \zeta$ 'ya ait EÖD'ri yoktur. Bununla beraber, Şekil 9 (c)'de görüldüğü gibi, $V=2$ için TEA $\sin \zeta$ 'ya ait 1 adet çözüm bulunur.

Sonuç olarak, $V=1$ ve $V=2$ için toplam olarak üç çözüm vardır. Bunların iki tanesi ÇEA $\cos \zeta$ 'ya ve bir tanesi TEA $\sin \zeta$ 'ya ait olan EÖD'leridir.

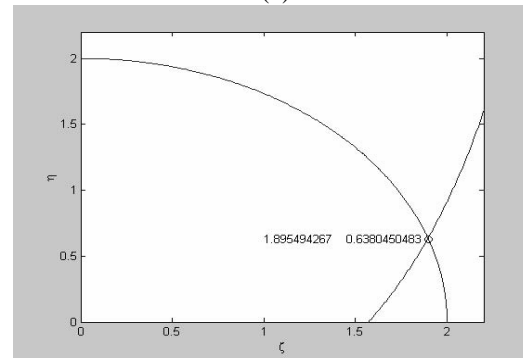
Şekil 9'da, $\zeta - \eta$ normalize koordinat sisteminde, pratik olarak yapılmış bir yazılım program vasıtasıyla belirlenen gerçek EÖD'leri noktalarının değerleri ζ_o, η_o olsun. Mesela, ÇEA $\cos \zeta$, ki bu $x=a$ için çift elektrik alan fonksiyonu $\cos \alpha_{II} x$ 'e karşı düşer, $V=1$ için $[(\zeta_o)_1 = 0.739085133215161, (\eta_o)_1 = 0.673612029183215]$ ve $V=2$ için $[(\zeta_o)_2 = 1.02986652932226, (\eta_o)_2 = 1.71446053666503]$ EÖD noktalarına sahiptir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 9 $\zeta - \eta$ normalize koordinat sisteminde normalize ζ ekseninde 0 ve $\pi/2$ arasında bir taşıyıcıya ait ÇEA $\cos \zeta$ 'nin gerçek ve tam olarak bulunmuş EÖD noktaları, (a) ÇEA $\cos \zeta$ 'ya ait $V=1$ için $(\zeta_o)_1=0.739085133215161$, $(\eta_o)_1=0.673612029183215$ (b) $V=2$ için $(\zeta_o)_2=1.02986652932226$, $(\eta_o)_2=1.71446053666503$ (c) TEA $\sin \zeta$ 'ya ait $V=2$ için $(\zeta_o)_2=1.89549426703398$, $(\eta_o)_2=0.638045048285238$.

ÇEA $\cos \zeta$ 'ya ait iki noktanın bu değerleri NF'nin her biri için gerçek ve tam değerlerdir. Sonuç itibarıyla, ÇEA $\cos \zeta$, $V=1$ ve $V=2$ için, Şekil 9 (a ve b)'de görüldüğü gibi, iki çözüm noktasına ve TEA $\sin \zeta$, $V=2$ için, Şekil 9 (c)'de görüldüğü gibi, bir çözüm noktasına sahiptir. Yani, ÇEA $\cos \zeta$, $V=1$ ve $V=2$ 'nin her biri için sadece birer çözüme sahip iken, TEA $\sin \zeta$ ancak $V=2$ için bir çözüme sahiptir. ÇEA $\cos \zeta$ 'ya ait herhangi bir tasarım için bu nümerik değerler kullanılabilir. Gerekirse, ÇEA $\cos \zeta$ 'ya ait $V=1$ için $\zeta - \eta$ normalize koordinat sistemindeki $[(\zeta_o)_1=0.739085133215161$, $(\eta_o)_1=0.673612029183215]$ ve $V=2$ için $[(\zeta_o)_2=1.02986652932226$, $(\eta_o)_2=1.71446053666503]$ sonuçlarını doğrudan doğruya kullanabiliriz. $[(\zeta_o)_1, (\eta_o)_1]$ ve $[(\zeta_o)_2, (\eta_o)_2]$ noktaları oldukça duyarlı olarak elde edilmiştir. Bu sonuçlar (35) formülünü doğrulamaktadır.

Aktif bölge genişliği, bölgelere ait propagasyon sabitleri, faz sabitleri de ayrıca hesaplanabilir: (38) ifadesi a 'yı $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, $n_{II} = 3.352$ ve $\Delta = 0.01$ değerleri için $a_I = 0.520394648733411 \mu\text{m}$ olarak bulunur. Aynı zamanda (8)-(10) ifadelerindeki sabitler $(\alpha_{II})_1 = (\zeta_o)_1/a_I = 1.42023968734886 \times 10^6 \text{m}^{-1}$, $(\alpha_{II})_2 = (\zeta_o)_2/a_2 = 0.989505303166408 \times 10^6 \text{m}^{-1}$, $(\alpha_{I,III})_1 = (\eta_o)_1/a_I = 1.29442535741426 \times 10^6 \text{m}^{-1}$, $(\alpha_{I,III})_2 = (\eta_o)_2/a_2 = 1.64726956823812 \times 10^6 \text{m}^{-1}$ $\beta_{z1} = 13.5134676227667 \times 10^6 \text{m}^{-1}$ ve $\beta_{z2} = 13.5518178864275 \times 10^6 \text{m}^{-1}$ buluruz. SYPÇFYL'inin AB'de ÇEA $\cos \zeta$ ve TEA $\sin \zeta$ 'ya ait taşıyıcıların EÖD'lerinin diğer NF

değerlerine karşı düşen diğer ζ_c ve η_c parametrik koordinatları da benzer şekilde hesaplanabilir [18].

8. SONUÇLAR

Bu çalışmada ÇEA $\cos \zeta$ 'nin, TEA $\sin \zeta$ 'dan daha az enerji gereksinimi olduğu gösterilmiştir. Bundan başka, hassas grafik çözümleri elde edilmiştir. Ayrıca, mesela, genel olarak modlara ilişkin NF V ve NPC α sırasıyla SYPÇFYL için (68) ve (69) ifadelerine ilişkin olan Şekil 5 ve 6'den ve AYPÇFYLr için Şekil 7'deki eğrilerden elde edilebilir. SYPÇFYLr'de verilen bir λ dalga boyu ve kesim frekansı için (38) ve (47) ifadelerinden $2a$ AB genişliği ve NA nümerik açıklık bulunabilir. Dolayısıyla, eğer Δ kırılma indisi yüzdesi verilirse o zaman AB'ye ait (38) ifadesinden n_{II} kırılma indisi elde edilir. Böylece, (53)'deki β_z faz sabiti ve (54)'deki efektif kırılma indisi n_{eff} , ki bundan hareket ederek $\alpha_{I,III}$ değeri de, hesaplanabilir.

n_{eff} efektif kırılma indisindeki $n_{I,III}$ 'in değeri, (35) (36), (38), (39) ve (54) ifadelerine göre, kuantum çukurlu lazerler halinde, AB kalınlığının seçimi veya λ dalga boyu tarafından belirlenebilir. Bu hesaplamalar, (71) ve (72) yardımıyla AYPÇFYLr için $\zeta = \alpha_{II}a$ absisi ve $\eta_I = \alpha_{I}a$, $\eta_{III} = \alpha_{III}a$ ordinatlarından α_I , α_{II} ve α_{III} değerlerinin bulunma imkanlarını sağlar. Ayrıca SYPÇFYLr'e ait $\zeta = \alpha_{II}a$ absisi ve $\eta_{I,III} = \alpha_{I,III}a$ ordinatı da verilen bir AB genişliği için (67) ifadesi yardımıyla hesaplanabilir. SYPÇFYLr'e ait diğer hesaplamalar yukarıdaki formüllerde ilgili parametreler için istenen tasarım düşüncelerine göre benzer şekilde bulunabilir.

9. KAYNAKLAR

- [1] Temiz, M., "The Effects of the Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes", *Laser Phys.*, Vol.11, No.3, 297-305, 2001.
- [2] Temiz, M., "Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices", *Laser Phys.*, Vol.12, No.7, 989-1006, 2002.
- [3] Temiz, M., "Yarıiletkenler", Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Ders Kitapları Yayın No.006, Denizli.
- [4] Schiff, L. I., "Quantum Mechanics", McGraw-hill Book Comp., Tokyo, 1982.

- [5] Chow, W.W., Koch, S.W., “Semiconductor Laser Fundamentals”, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1999.
- [6] Syms, R., Cozen, J., “Optical Guided Waves and Devices”, McGraw-Hill Book Comp., England, 121, 1992.
- [7] Gasiorowicz, S., “Quantum Physics”, John Wiley and Sons., New York, 79-80, 1974.
- [8] Millman, Halkias, “Electronics Devices and Circuits”, McGraw-Hill Book Comp, 65, 1967.
- [9] Kroemer, H., “Quantum Mechanics”, Prentice Hall, New Jersey, 1994.
- [10] Ruck, J.A., “Fundamentals of Optical Fibers”, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1994.
- [11] Iga, K., “Fundamentals of Laser Optics”, New York, 1994.
- [12] Selvarajan, A., Srinivas, T., “Optical Amplification and Photoresistivity in Solgel Based Waveguides”, Journal of Quantum Electronics, Vol.37, No.9, 1120, 2001
- [13] Paiano, G., Pellicoro, M., “Propagation Constant of Weakly Guiding Optical Fibers: A new Eigenvalue Condition”, Journal of Lightwave Technology, Vol.19, No.10, 1992, 2001
- [14] V.A. Popescu “Improving the accuracy of normalized propagation constant for waveguides by using higher-order variational method”, Optics Communications, Vol.234, 177–181, 2004.
- [15] Iga, K., “Fundamentals of Laser Optics”, New York, 110, 1994.
- [16] Bhattacharya, P., “Semiconductor Optoelectronic Devices”, New Jersey, Appendix 10, 572, 1998.
- [17] Iga, K., “Fundamentals of Laser Optics”, New York, 111-112, 1994.
- [18] Temiz, M., Karakılınç, Ö.Ö., “A Novel Procedure and Parameters for Design of Symmetric Quantum Wells in Terms of Normalised Propagation Constant as a Model α in the Single Mode” , Hava Harp Okulu, Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü, Cilt 1, Sayı 2, Sayfa 73-81, 2003.

ÖZGEÇMİŞLER

Doç. Dr. Mustafa TEMİZ

Mustafa TEMİZ 1948 yılında Gümüşhane’de doğdu. Samsun Ondokuzmayıs Lisesinden 1967 yılında ve İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik Mühendisliği bölümünden 1973 yılında mezun oldu. Lise ve üniversite yıllarında TÜBİTAK bursu aldı. Bir süre Samsun Azot fabrikasında çalıştıktan sonra İ.T.Ü. Sakarya Mühendislik Fakültesi’nde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı. İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü’nde 1984 yılında doktoraasını tamamladı. 1985 yılında Dokuz Eylül Üniversitesi Denizli Mühendislik Fakültesi’ne

Yard.Doç. olarak atandı. 1993 yılında Doç.Dr. olan TEMİZ halen Pamukkale Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği bölüm başkanlığı görevini sürdürmektedir. İlgi alanları, Elektromanyetik alanlar ve dalgalar, optik dalga kılavuzları, yarıiletken lazerler konularını içermektedir

Araş. Gör. Ö. Önder KARAKILINÇ

Denizli’de 1977 yılında doğdu. Ortaöğrenimini Denizli’nin Çal ilçesinde tamamladı. Yıldız Teknik Üniversitesi Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği bölümünden 1999 yılında mezun oldu. Bir süre ulusal bir GSM operatörü için saha mühendisi olarak çalıştıktan sonra askerliğini müteakip Pamukkale Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı. Halen aynı bölümde yüksek lisans eğitimini sürdürmektedir. Araştırma konularını yarıiletken lazerler, elektromanyetik kirlilik ve hücre sel haberleşme oluşturmaktadır.