

KANAT YUNUSLAMASI VE DEĞİŞKEN KANATÇIK AÇILARI SIRASINDA OLUŞAN BÜYÜK GİRDAP OLUŞUMLARININ SİMÜLASYONU

H. Arsev ERASLAN

Boğaziçi Üniversitesi
İstanbul
arsev.eraslan@boun.edu.tr

Ütğm. Ali ERGİN *

Hava Harp Okulu Havacılık ve Uzay Teknolojileri
Enstitüsü Yeşilyurt – İstanbul
aliergin2009@mynet.com

Geliş Tarihi: 15 Ağustos 2008, Kabul Tarihi: 23 Ocak 2009

ÖZET

Bu çalışmada yüksek hızlı, yüksek manevra kabiliyetine sahip sabit-kanat hava araçlarının gövde ve kanat tasarımı gerçekleştirilirken zamanla-hızlı-değişen (ZHD) yüksek saldırı açılarında zamanla-hızlı-değişen uçuş kararlılığı sınırlarının belirlenebilmesi ve uçuş kontrol yazılımlarının geliştirilebilmesi için gereken hava-akışı-dinamiği ve uçuş dinamiği koşullarının bağlantılı olarak incelenebilmesi için kanat ve kanatçıkların zamanla-hızlı-değişimleri esnasında uçak üzerindeki akımların çözülmesini sağlayan, çağdaş düzeyde bir ulusal sayısal modelleme yeteneği FLOWER Sayısal Modelinin bir ileri-gelişim derlemi olarak geliştirilmiştir.

***Anahtar Kelimeler:** Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği, Hesaplamalı Akışkanlar Fiziği, Kanat Yunuslaması, Ayırksal Kuram, Aero-FLOWER.*

PITCHING OF AN AIRFOIL AND THE SIMULATION OF CONSTUTION OF HUGE VORTICES DURING A VARIABLE ANGLES OF AN AILERON

ABSTRACT

In this work, a novel and national digital flow modelling capability has been developed as a further developing cluster for FLOWER Digital Modelling. With the developed model, in order to determine fast-varying flight stability borders and developing flight control softwares, related to flight dynamics and aero-dynamics, eddification of the daraught on an air vehicle during fast-varying wing and tail position changes has been estimated on designing body and wing of high manoeuvre-capable fixed-wing air vehicles.

***Keywords:** Computational Fluid Dynamics, Computational Fluid Physics, Pitching of an Airfoil, Discretal Theory, Aero-FLOWER.*

1. GİRİŞ

Yüksek uçuş kabiliyetinde geliştirilecek uçakların tasarımında, imalat sürecine başlamadan önce uçağın yüksek saldırı açılarında ve özellikle bütün uçuş manevraları esnasında kabiliyetlerinin nasıl etkilendiğinin düşük maliyet ile tespit edilmesi gerekmektedir. Birçok mühendislik ve tasarım alanında olduğu gibi havacılık mühendisliğinde de 1960' lı yıllarda Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) [Computational Fluid Dynamics (CFD)] kullanılmaya başlanmıştır.

Günümüzde uygulanan uçak tasarım çalışmalarında zamanla-hızlı değişen yüksek saldırı açılarında, manevraların oluşumunu sağlayan kanatçıkların zamanla-hızlı değişimlerinin uçağa etkilerinin bilinmesi ve elde edilen sonuçları kullanarak uçakların sayısal uçuş yönetim sistemlerinin giriş verileri olarak belirlenen ve özellikle geleceğin yaklaşımı olarak benimsenen Sayısal Uçuş (Digital Flight) yaklaşımının geliştirilmesi için gereken tüm bilgilerin imalat öncesinde elde edilmesi için HAD kullanılmaktadır.

* Sorumlu Yazar

2. HAD' NİN ÖNEMİ

Sivil ve askeri alanda ihtiyaç duyulan yüksek performanslı hava araçlarının, özellikle askeri alanda hareket ihtiyacını karşılayacak yüksek hızlı, yüksek manevra kabiliyetine sahip uçakların gövde ve kanat tasarımı gerçekleştirilirken zamanla-hızlı değişen yüksek saldırı açılarında manevra kabiliyeti ile birlikte manevra kabiliyetini sağlayan ve arttıran kanatçıkların zamanla-hızlı değişimleri esnasında uçak üzerindeki akımların çözülmesi gerekmektedir.

Rüzgar tünellerinde yapılan test çalışmalarında;

- Kullanılan modelin dinamik benzerliği ve özellikle,
- Gerçek uçuş şartlarında maruz kaldığı kargaşım yoğunluğunun tam olarak sağlanamaması,
- Yeterince büyük model boyutu kullanılmaması,
- Deney Mach sayısının uçuş Mach sayısına yakın alınmaması,
- Testler için yüksek maliyetler gerekmesi ve
- İhtiyaç duyulan tüm akışkan koşullarının gerçekleştirilememesi gibi olumsuzluklar ile karşılaşmaktadır.

Geleneksel rüzgar tüneli deneylerinde, gerçek uçuş şartlarındaki Reynolds sayılarında deneylerin yapılması imkansızdır. Deneylerde gerçek boyutlarda veya ona yakın büyüklükte model kullanımı, bu işe uygun rüzgar tünellerinin devasa boyutlara erişmesi nedeniyle çok pahalıdır. Daha küçük modeller kullanılması halinde ise Reynolds sayısını eşitlemek için başka düzenlemeler gerekir ki bu da yine maliyeti artırır. Bunun dışında model imalatı ve rüzgar tüneli testlerinin her zaman pahalı çalışmalar olduğu bir gerçektir. Bu bakımdan deneysel çalışmalar olabildiğince az sayıda yapılmalıdır.

Çözüm yolu olarak; hava araçları üzerinde oluşan zamanla-hızlı-değişken (fast-transient), 3 boyutlu hava akışlarını belirlemek için gereken özel yazılım yeteneği daha üstün teknolojiye sahip bir uçağın tasarım ve üretim masrafını düşürecek yol ve araçların aranması amaçlanmıştır. Bunun merkezinde ise "sayısal simülasyonlar" vardır. Bu sebeple; teorik çalışmalar arasında giderek gelişen sayısal yöntemler, diğer bir deyişle HAD yöntemleri ön plana çıkmıştır. HAD uygulamaları ile yukarıda belirtilen rüzgar tüneli deneylerinin sağladığı olumsuzluklar azaltılmıştır.

1960' lı yıllarda endüstriyel uçak tasarımı için HAD kullanılmaya başlanmıştır. Geçen kırk yıl süresince rüzgar tüneli veya uçuş deneylerinin eksiklerini gidermede kullanılmaktan, bir uçuş aracının tasarımındaki her aşamaya önemli katkılarda bulunan yeni bir teknoloji olarak tanımlanabilir hale gelmiştir.

SAD uygulamaları ile elde edilen çözümler sayesinde; kanat ve kanatçığın yeri, boyutları, şekli, sayısı, zamanla-hızlı-değişimleri ile elde edilen manevraların belirlenmesi, manevra ve uçuş kararlılığı kabiliyetini arttırmak için kanat ve kanatçıkların durumları belirlenebilmekte olup, zamanla-hızlı-değişimleri esnasında üzerlerine etkiyen basınç değerleri de elde edilebildiği için, hareketlerini sağlayacak servo motorların seçimi gerçekleştirilebilmektedir.

Önemli olarak, HAD ve SAF yeteneklerinin en ileri düzeylerde kullanımı ile "sayısal uçuş" yeteneği oluşturulacaktır. Sayısal uçuş yeteneği, gereken tüm aerodinamik bilgileri geliştirebilecek ve bu bilgileri kullanarak Ar-Ge çalışmalarında yüksek düzeylerde güvenilirlik artırımları ve tasarım ve yapımda yüksek düzeylerde harcama azaltımları sağlayacaktır. Önemli olarak, sayısal uçuş yeteneği, uçakların sayısal uçuş yönetim sistemlerinin giriş verileri olarak belirlenen "uçuş zarfları" için gereken tüm bilgileri de oluşturabilecektir. HAD ve SAF yetenekleri, günümüzde uçak motorlarının geliştirilmesi için gereken tüm Ar-Ge ve tasarım çabalarında da kullanılmaktadır ve yakın gelecekte, bu yetenekler daha yüksek bilimsel düzeylere erişecektir.

Günümüzde uzay yetenekleri gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerde, uzay araçları (uydu) sistemlerinin tasarım ve yapımda özellikle akışkan (yakıcı/yakıt) tanklarının, uzay elektrik enerjisi depolama (pil) alt sistemlerinin ve akışkan içeren tüm diğer alt sistemlerin uzay nitelikli (space qualified) olarak onaylanabilmesi için gereken tüm işlemler, yüksek bilimsel düzeylerde geliştirilmiş SAF yeteneklerine dayanan sayısal modeller kullanılarak oluşturulmaktadır.

CFD uygulamalarının gelişiminde bu denli hızlı gelişim yaşanır iken 1980' li yılların başında Oak Ridge Araştırma Laboratuvarı (USA)' nda Prof. Arsev ERSLAN ve ekibi FLOWER Sayısal Modelini geliştirmişlerdir.

Genellikle, zamanla hızla değişen, 3 boyutlu akışları belirlemek için uygulanmakta olan FLOWER, en ileri fiziksel ve sayısal yöntemleri kullanarak geliştirilmiş bir "Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes (RONS)" [Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)] sayısal modeli olarak kullanılmaktadır. Günümüzde tüm yazılım kaynak kodları (source codes) elde olan FLOWER sayısal modelleme derlemi, hiçbir sayısal modelleme değişimi gerektirmeden, "Doğrudan Sayısal Benzetim (DNS)" [Direct Numerical Simulation (DNS)] düzeylerinden, "Büyük Girdap Benzetimi (BGB)" [Large Eddy Simulation (LES)] ve özellikle "Ayrık" (Detached) BGB [ABGB] ve "Kopan" (Shedding) BGB [DBGB] girdap oluşumlarını belirleyebilmek için gereken düzeylere kadar değişik uygulama alanlarında kullanılmaktadır [1].

FLOWER Sayısal Modeli, genel olarak, uçaklar üzerinde oluşan yüksek Reynolds sayısı düzeyinde hava akışlarının modellenmesi için genellikle türbülans (turbulence) koşullarını, sıradan olarak kullanılan tektürel (homogeneous) varsayımlara dayanan, k- ϵ , k- ω türü, tek- veya çok-denklemliler (Spalart-Allmaras türü) kullanarak uygulanabilmektedir. Sayısal modelin ileri-gelişim derlemleri, eşyönlü ve tektürel oluşum varsayımlarını kullanmayan, 21-bileşenli gerilimden oluşan, özgün bir karmaşık-akış modeli kullanılmaktadır. Bir bakıma, kavramsal açıdan, Smagorinsky-Lilly ve Baldwin-Lomax modellerine benzeyen, fakat özgün bir fiziksel yaklaşım uygulayarak geliştirilmiş, karmaşık-akış modeli, üç-yönlü yerel girdaplaşım (vorticity) bileşenlerini kullanarak, değişik-yönelimli alanlar üzerinde değişik olarak belirlenebilen, karmaşık-akış gerilim bileşenlerini oluşturabilmektedir. Geliştirilen sayısal modelin gelecek versiyonlarında Smagorinsky-Lilly türbülans modelinin geliştirilmesi planlanmaktadır.

Bu nedenle; hava akışlarını yüksek düzeyde güvenli olarak belirleyebilmek için geliştirilmekte olan Aero-Flower sayısal modelleme yeteneği, SAD olarak sınıflandırılan sayısal modelleme yeteneklerinden daha ileri bilimsel düzeyde ve önemli olarak SAD yeteneklerini fiziksel-düzye-doğru türbülans modeli ile tümleşik olarak kullanabilen bir "Sayısal Akışkan-Akışı Fiziği (SAAF)" [Computational Fluid-Flow Physics (CFFP)] olarak sınıflandırılabilir [2][3].

3. MODELLEME YETENEĞİNİN GELİŞTİRİLMESİ

Zamanla-hızlı-değişen 3 boyutlu akışların oluşturduğu Büyük Girdap Benzetimlerinin (BGB) sayısal modellenmesi fiziğin üç fiziksel oluşumunun gerçeğe en yakın sayısal doğrulukla çözümlenmesi ile gerçekleştirilmelidir. Bu eksikliği gidermek için önceki uygulamalarda temel fiziksel kuralların matematiksel betimlenmesinde kullanılan Tümevsel Kuram (Integral Theory) ve Türevsel Kuram (Differential Theory) olarak kullanılan iki geleneksel yaklaşımdan değişik olarak, yeni bir üçüncü Ayrık Kuram (Discretal Theory) yaklaşımı kullanılmaktadır. Gerçeğe en yakın sonuçların alınması için aşağıda bahsedilen fizik oluşumlarının yüksek doğruluk düzeyinde çözülmesi gerekmektedir.

3.1. Dalga Fiziği Olgusu

Dalga fiziği oluşumlarının, tüm fiziksel kurallara uygun olarak tanımlanabilmesi ve gereken matematiksel denklemlerin dalga fiziğinde etkin şekilde belirlenmesi için yüksek doğruluk düzeyinde olması gerekir.

Genellikle zamanla-hızlı-değişen büyük girdap oluşumlarının sayısal modelleme çalışmalarında, dalga fiziği ile ilgili fiziksel-matematiksel yaklaşımlar

gereken yüksek doğruluk düzeylerinde oluşturulması gereksiniminin önemi ayrıntılı olarak göz önüne alınmamaktadır. Bu çalışmada dalga fiziğinin önemi üzerinde durularak, fiziksel-matematiksel modellemenin geliştirilmesi aşaması hava-akustik (aero-acoustics) doğruluk düzeylerinde olmuştur. Uygulanan sayısal modelin önemli özelliklerinden biri, dalga fiziği göz önüne alınarak büyük girdapların oluşmasında alan etkilerini ayrıksal olarak incelemesi ve en yüksek doğruluk düzeylerinde belirleyebilmesidir.

3.2. Taşınım Fiziği Olgusu

Taşınım fiziği oluşumlarının, tüm fiziksel kurallara uygun olarak tanımlanması ve gereken matematiksel denklemlerin taşınım fiziğinin belirlenmesi için yüksek doğruluk düzeyinde düzenlenmesi gerekir. Genellikle zamanla-hızlı-değişen büyük girdap oluşumlarının sayısal modelleme çalışmalarında, taşınım fiziği ile ilgili fiziksel-matematiksel yaklaşımlar gereken yüksek doğruluk düzeylerinde gözönüne alınmaktadır.

3.3. Yayınım Fiziği Olgusu

Yayınım fiziği oluşumlarının, tüm fiziksel kurallara uygun olarak tanımlanması ve gereken matematiksel denklemlerin yayınım fiziğinin belirlenmesi için yüksek doğruluk düzeyinde düzenlenmesi gerekir. Genellikle zamanla-hızlı-değişen girdap oluşumlarının sayısal modelleme çalışmalarında, yayınım fiziği ile ilgili fiziksel-matematiksel yaklaşımlar gereken yüksek doğruluk düzeylerinde göz önüne alınmaktadır.

Önemli olarak, özellikle kopan büyük girdap oluşumlarının kopma frekanslarını yüksek doğruluk düzeyinde belirleyebilmek için dalga fiziği olgusunun özenle modellenmesi gerekir. Bu çalışmada kullanılan sayısal model, üç fiziksel olguyu ve özellikle dalga fiziği olgularını fiziksel olarak modellemektedir.

3.4. Fiziksel-Matematiksel Modellerin Geliştirilmesi

Yukarıda bahsettiğimiz üç fiziksel olgunun, "dalga fiziği" olgusu, "taşınım fiziği" olgusu ve "yayınım fiziği" olgusu etkilerinin yüksek doğruluk düzeyinde olabilmesi için matematiksel kurulumun genellikle belirlenmiş özdek (material) düzenleri belirlenir. Bu özdek düzenlerin tanımlanması için öncelikle gereken korunum ilkeleri ve diğer fiziksel ilkelerin bu ilkelere uygun olarak devingen-bölge (moving-domain) oluşumları (Lagrangian) belirlenir. Gereken fiziksel ilkeleri Eulerian olarak tanımlanan, kütle içeren, durağan-bölge (stationary-domain) oluşumlar için gerçekleştirilmesinde genellikle Reynolds Taşıma Kanıtı uygulanır [4].

Fiziksel ilkelerin içerdiği önemli özellikler özenle göz önüne alınır, Reynolds Taşıma Kanıtı'nın istenen durağan-bölge (Eulerian) koşullarını tam olarak gerçekleştiremediği görülür. Bu nedenle

Akışkanlar Dinamiği ile ilgili bilimsel matematiksel denklemlerin ve özellikle sayısal modellerin oluşturulmasında kullanılan fiziksel ilkelerin istenilen tam-olarak durağan-bölgeler için oluşturulamayacağı ve ancak devingen özellikleri içeren “karma (hybrid) durağan-devingen” bölgeler için oluşturulabileceği belirlenir. Bu fiziksel ilkelerin matematiksel denklemler olarak oluşturulmasında, “karma durağan-devingen” bölgelerin kullanımı gereksiniminin sayısal modellerin yüksek-doğruluk düzeyinde oluşturulmasında dikkatle göz önüne alınması gerekir.

3.5. Ayrık-Kuram Fiziksel-Matematiksel Modellerin Geliştirilmesi

Günümüzde “zamanla-hızlı-değişen” akışkanlar fiziği ile ilgili çalışmalarda uygulanmakta olan sayısal modellerin çoğunun kuruluş yapıları (framework) “Tümlevsel Kuram” veya “Türevsel Kuram” olarak geliştirilmişlerdir. Bu sayısal modellerin özellikleri göz önüne alınır, genellikle belirlenmiş-uygulamaya-özgün (ad/hoc) olarak tanımlanabilecek düzeylerde oldukları görülür. Bu nedenle, günümüzde evrensel-uygulama (universal-application) düzeylerine yakın yetenekler içeren çok az sayısal model bulunmaktadır. Fiziksel-matematiksel modellemenin daha az kullanılan, birinci, “Tümlevsel Kuram” yaklaşımı, genellikle, “Sonlu Büyük” (Finite-Large) boyutunda oylum üzerine kurulmuş bir kuram olarak tanımlanabilir. Daha çok kullanılan, ikinci, “Türevsel Kuram” yaklaşımı, genellikle, “Sonsuz Küçük” (Infinitesimal) boyutunda (noktaya yaklaşan) oylum üzerine kurulmuş bir kuram olarak tanımlanabilir. Günümüzde, zamanla-hızlı-değişen, akışkanlar fiziği ile ilgili çalışmalarda bu iki tür kuramsal yaklaşım için geliştirilmiş olan explicit (doğrudan), veya implicit (dolaylı) algoritmalar genellikle birleşik “taşınım fiziği” ve “yayınım fiziği” için gereken sayısal modellerin geliştirilmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Akışkanlar fiziği modelleme gereksinimleri dikkatle göz önüne alınır bu tür sayısal işlemlere en uygun kuralın, “Sonlu Küçük” boyutlu oylum üzerine kurulmuş bir kuram olması gerektiği belirlenir.

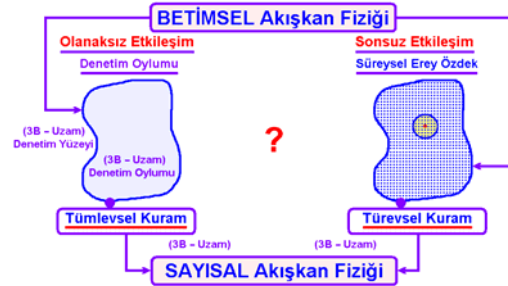
Önemli olarak, Ayrık Kuram yaklaşımı temeli, “Sonlu Küçük” boyutlu oylum tanımlaması iki kurala bağlı olarak geliştirilir. Birinci kural olarak, bir Sonlu Küçük boyutlu oylum içinde oluşan yoğunluk ρ , tüm oylum için yoğunluğun oyluma göre ortalaması olarak belirlenir. İkinci kural olarak, bir “Sonlu Küçük” boyutlu oylum için, her “kütleye-özel” fiziksel özellik ϕ oylumun içinde oluşan kütleye göre ortalama olarak belirlenir.

$$\bar{\rho} = \frac{1}{V_{ev}} \iiint_{V_{ev}} \rho dv; \quad \bar{\phi} = \frac{1}{\bar{\rho} V_{ev}} \iiint_{V_{ev}} \phi \rho dv \quad (1)$$

Belli uygulama alanlarında yüksek doğruluk düzeylerinde sonuçlar elde etmek için gereken SAD uygulamaları için geliştirilen algoritmaların evrensel düzeylerde, yeterli doğru sonuçlar vermediği görülmektedir. Yapılan uygulamalar incelendiğinde, Ayrık Kuram ile geliştirilen HAD uygulamalarının evrensel düzeyde, her uygulama alanında yüksek doğruluk düzeyinde sonuçlar verdiği tespit edilmiştir [5].

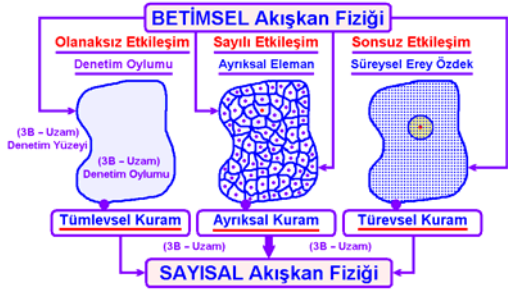
Betimsel Akışkan Fiziği ilk uygulamalarında, şekil 1’de görüldüğü gibi “Tümlevsel Kuram” yasaları kullanılmıştır. Tümlevsel kuramda integral denklemler kullanılarak gerçekleştirilen hesaplamalardan edinilen sonuçlar akışkan içerisindeki etkileşimi belirtmekte yetersiz kaldığı için tümlevsel kuramda “Reynolds Taşıma Teoremi” ve “Gauss Divergence” teoremi kullanılarak “Türevsel Kurama” gidilmiştir. Türevsel kuramda diferansiyel denklemler kullanılmakta olup yapılan hesaplamalar sonlu büyük oylum boyutundan sonsuz küçük oylum boyutuna indirgenmiştir. Sonsuz küçük oylum boyutu üzerindeki hesaplamalarda, boyut olmadığı için ısı, nem vb. hesaplamalar yapılamamaktadır. Nokta üzerinde hesaplamalar yapılabilmektedir. Fakat nokta üzerinde erişilen sonuçlar, etrafındaki diğer noktaların durumunu belirtmeye yetmemektedir. Diferansiyel denklemler ile nokta bazına indirgenen hesaplamalar tekrar üç boyutlu denetim oylumuna erişilebilmek için integral denklemler ile noktalardan denetim oylumu yaratılmaya çalışılmıştır. Fakat bu işlem esnasında “sonlu büyük oylum boyutundan” “sonsuz küçük oylum boyutuna” gelindiğinde kaybedilen değerlere ulaşamadığı için; evrenden nokta bazına inilmeden, noktaya $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ mesafede hesaplama durdurularak sonuçlar alınmıştır. Elde edilen sonuçları doğru kabul edebilmek için; noktaya $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ mesafede elde edilen sonuçlarda; $\Delta x^2, \Delta y^2, \Delta z^2$, den büyük hatalar olmamalıdır [8][9].

İlk HAD uygulamalarında, akışkan içerisindeki sonsuz etkileşimi hesaplamak için, teoremlerin sonsuz küçük oylum boyutunda uygulanması Türevsel Kuram ile gerçekleştirilmiştir (Şekil 1).



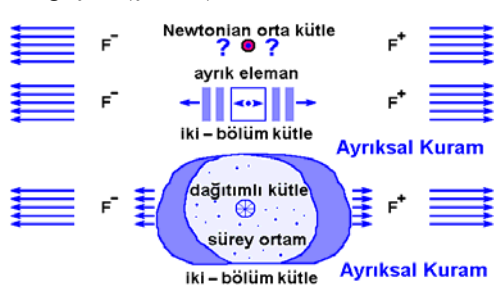
Şekil 1. Betimsel Akışkan Fiziğinin Gelişimi-Türevsel Kuram

Fakat sonsuz küçük oylum bazında yapılan hesaplamalardan elde edilen sonuçların uygulama alanında yeterli verimi sağlayamamakta olduğu gözlemlenmiştir. Bunun için, Şekil 2’ de görüldüğü gibi sonsuz küçük oylum boyutlarının birleşmesinden oluşan ayrıksal elemanlar içerisinde hesaplamalar yapılarak, istenilen sonuçlara varılmıştır.



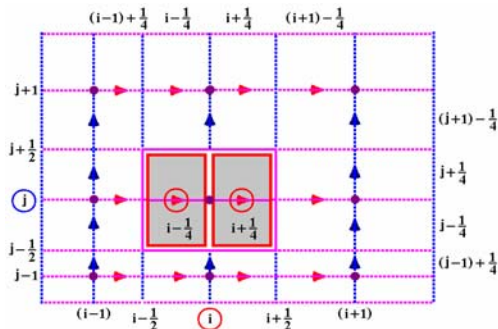
Şekil 2. Betimsel Akışkan Fiziğinin Gelişimi-Ayrıksal Kuram

Akışkana aynı eksen üzerinde zıt yönlü eşit kuvvet uygulandığında, sonsuz küçük oylum boyutlarının ayrışımı gözlenemediğinden dolayı fiziksel hesaplama yapmak güçtür (Şekil 3).



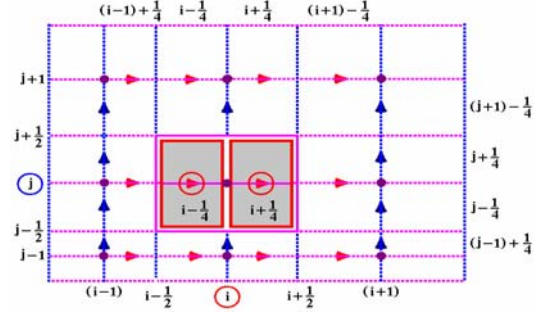
Şekil 3. Ayrıksal elemana etkiyen kuvvetler

Ayrıksal elemanda ise akışkana aynı eksen üzerinde zıt yönlü eşit kuvvet uygulandığında ayrık eleman daha öncekinden farklı olarak zıt yönlerde doğru ayrılım göstereceğinden $(-V_x)$ ve $(+V_x)$ olmak üzere iki yön hız hesaplamaya katılmaktadır. Aynı işlem üç boyut için (x,y,z) gerçekleştiğinden, ayrıksal eleman her boyutta eşit iki parçaya bölünecektir (Şekil 4-5-6).

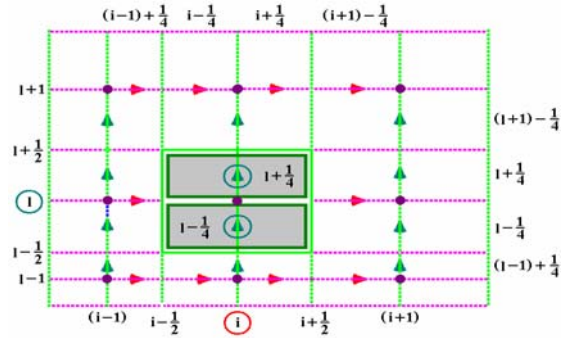


Şekil 4. X Ekseninde ayrıksal elemanın ikiye bölünümü

Her bir ayrıksal elemanın orta noktası için tek bir basınç değeri hesaplayabilmek için, nem, ısı ve yoğunluk değerlerinin de hesaba dahil edilmesi gerekmektedir.



Şekil 5. Y Ekseninde ayrıksal elemanın ikiye bölünümü



Şekil 6. Z Ekseninde ayrıksal elemanın ikiye bölünümü

Akışkanlar mekaniğinde, kullanılacak temel yasalar sonsuz küçük veya sonlu sistemler ve kontrol hacimleri için ifade edilebilir. Denklemler, iki durumda farklı yapıda olacaktır. İlk durumda elde edilen denklemler, doğrusal denklemler (lineer) olup elde edilen sonuçlardaki hata oranı diferansiyel denklemler $(\Delta X$ yerine ΔX^2 , Δt yerine Δt^2) kullanılarak azaltılmıştır [9].

Diferansiyel yaklaşım (yani hareketi ifade eden diferansiyel denklemlerin kullanımı), akış hakkında ayrıntılı (nokta-nokta) bilgi edinilmesini sağlar. İncelenen problemler akış hakkında ayrıntılı bilgiyi gerektirmez ise temel yasaların integral ifadelerini yani sonlu sistem ve kontrol hacmi için yazılmış ifadeleri kullanılır. Integral yaklaşım, genellikle diferansiyel yaklaşımdan daha kolaylıkla uygulanır.

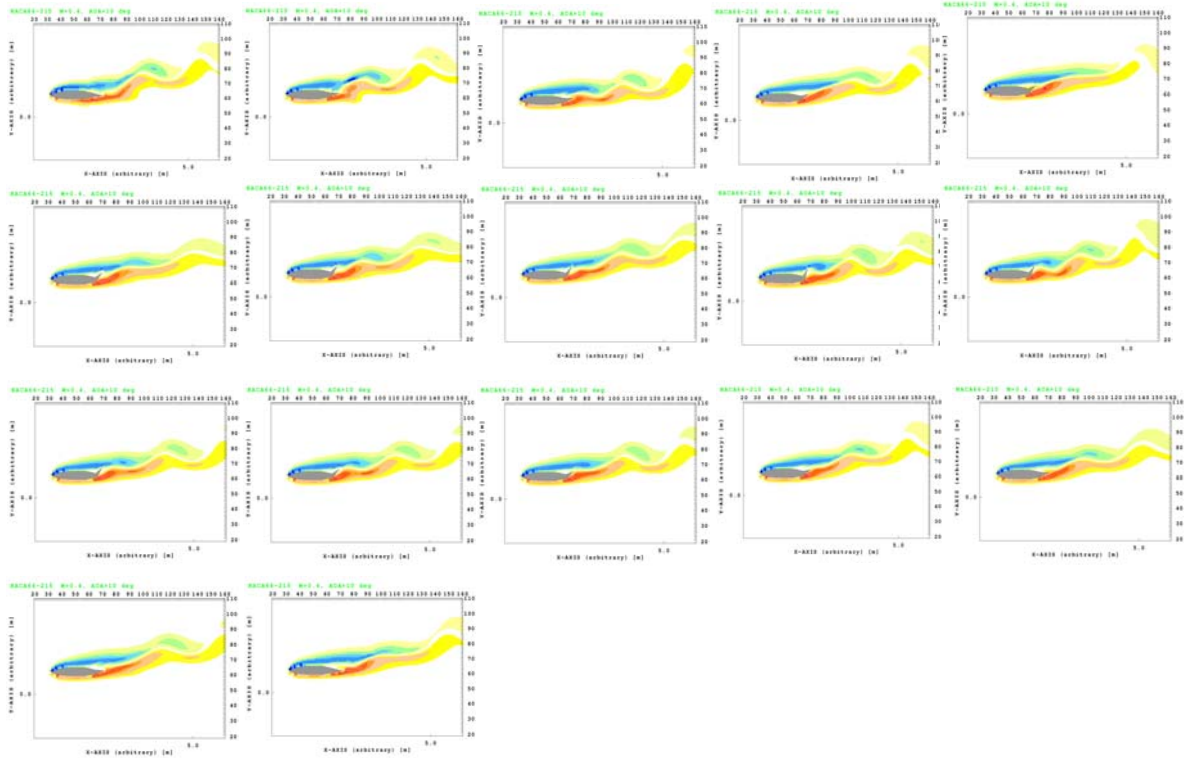
Buradaki genel uygulama için oluşturulmuş modelin temel sayısal yapısı "Ayrık-Element Yöntemi (AEY)" [Discrete-Element Method (DEM)] yaklaşımını uygulayarak geliştirilmiştir. Ön işlemci (pre-processor) yazılım derlemi, NACA 66-215 kanat kesidi profilinden başlayarak ve gereken AEY (DEM) uygulama düzeninin gerektirdiği işlemleri sıralı olarak

Kanat Yunuslaması ve Değişken Kanatçık Açılı Sırasında Oluşan Büyük Girdap Oluşumlarının Simülasyonu

oluşturarak, Aero-FLOWER Sayısal Modeli yazılımının gerektirdiği 2B geometrik-özellikleri belirlenmiş ayırık-eleman (discrete-element) toplum verilerini otomatik olarak oluşturabilecek yetenek düzeylerinde geliştirilmiştir.

Ard işlemci (post-processor) yazılım derlemi, sayısal modelin uygulamalarının ürettiği hava akışı bilgilerini içeren verileri otomatik olarak belirlemiş 2B veya 3B görüntüler olarak sunabilecek yetenek düzeylerinde geliştirilmiştir. Ön-işlemci ve ard-işlemci yazılım

derlemleri ile birlikte uygulanması gereken ve sayısal modelin kolaylıkla kullanılmasını sağlayan bir “Görüntüleme Kullanıcı Arayüzü (GKA)” [Graphical User Interface (GUI)] yazılım derlemi de oluşturulmuş ve uygulanmıştır. NACA 66-215 kanat kesidi profiline 10° saldırı açısında kanatçığının 0°’den 65°’ye zamanla-hızlı-değişimi esnasında foil üzerinde ve çözüm ağı içerisindeki akım değişimleri Şekil 7’de gösterilmektedir.



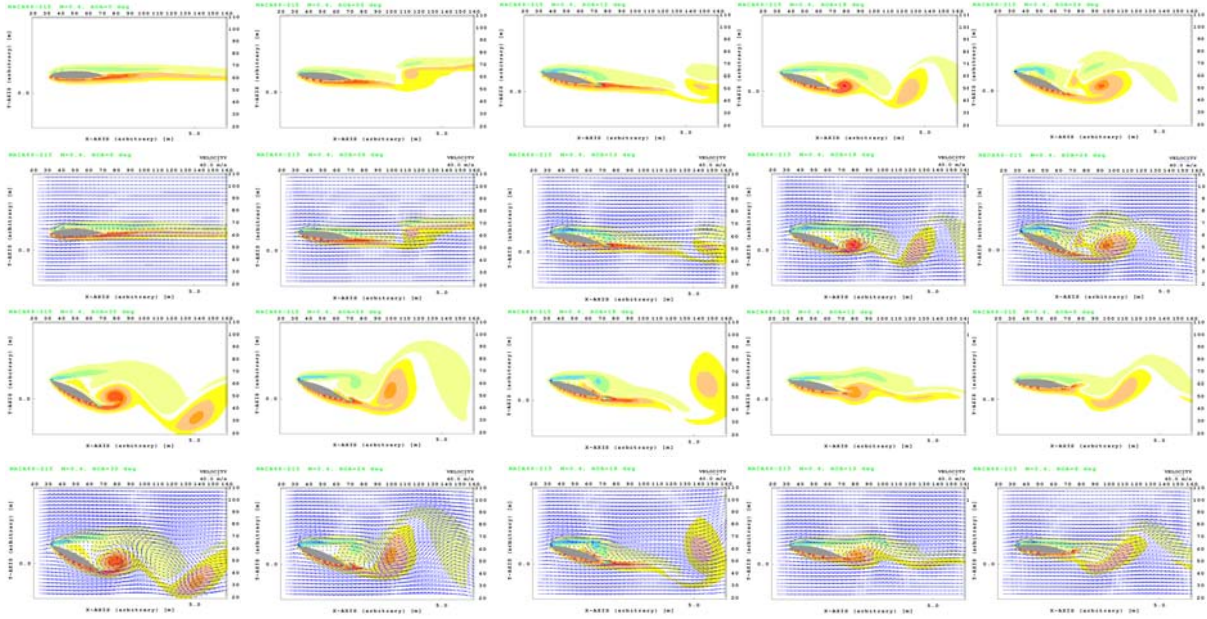
Şekil 7. 10° Hücüm açısında kanatçığın 0° ile 65° arasında zamanla-hızlı-değişimi sonucunda akım değişimi

Kanat, kanatçık, gövde veya diğer birimlerin ilk tasarımı veya modifikasyonu yapılırken ortaya çıkan yeni geometrinin aerodinamik yükleri nasıl etkilediği, yüksek uçuş kabiliyetinde geliştirilecek uçakların tasarımında, imalat sürecine başlamadan önce uçağın yüksek saldırı açılarında ve özellikle bütün uçuş

manevraları esnasında kabiliyetlerinin nasıl etkilendiği görülebilmektedir.

NACA 66-215 kanat kesidi profiline saldırı açısının 0°’den 30°’ye zamanla-hızlı-değişimi esnasında çözüm ağı içerisindeki akım değişimleri Şekil 8’de gösterilmiştir.

Kanat Yunuslaması ve Değişken Kanatçık Açılı Sırasında Oluşan Büyük Girdap Oluşumlarının Simülasyonu



Şekil 8. Hücum açısının 0^0 ile 30^0 arasında zamanla-hızlı-değişimi sonucunda akım değişimi

4. DEĞERLENDİRME VE SONUÇ

Bu çalışmada yüksek hızlı, yüksek mavevra kabiliyetine sahip sabit-kanat hava araçlarının gövde ve kanat tasarımı gerçekleştirilirken zamanla-hızlı-değişen yüksek saldırı açılarında zamanla-hızlı-değişen uçuş kararlılığı sınırlarının belirlenebilmesi ve uçuş kontrol yazılımlarının geliştirilebilmesi için gereken hava-akışı-dinamiği ve uçuş dinamiği koşullarının bağlantılı olarak incelenebilmesi için kanat ve kanatçıkların zamanla-hızlı değişimleri esnasında uçak üzerindeki akımların çözülmesini sağlayan, çağdaş düzeyde bir ulusal sayısal modelleme yeteneğinin geliştirilmiş olup kaynak kod üzerinde gerekli değişikliklerin yapılması ile uygulamalara özel sonuçlar elde etme imkanı kazanılmıştır.

5. KAYNAKLAR

- [1] Eraslan, A. H., Erhan, İ. H., Lin, W. L. 1981. A Fast Transient, Two-Dimensional, Discrete element Rainfall-Runoff Model, For Channelized, composite Subsurface-Surface Flows In Valleys Steep Terrain, Proceedings of the International Symposium on Rainfall-Runoff Modeling held, Mississippi State University, Mississippi State, Mississippi, USA.
- [2] Eraslan, A. H., Ahmadi, G. 1993. A Computer Code For Analyzing Transient Three-Dimensional Rapid Granular Flows In Complex Geometries. Computer Fluids, Vol. 22, No. 1, pp.25-50, USA.
- [3] Eraslan, A. H. 1995. Computationally Challenging Problems in Fast-Transient Multiphase Convective Heat Transfer. American Society of Mechanical Engineering, Energy&Environmental Expo 95, Texas.

[4] Tang, J., Vieru, D., Shyy, W. 2007. A Study of Aerodynamics of Low Reynolds Number Flexible Airfoils, 37th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Miami.

[5] Eraslan, A. H., Lin, W. L., ve Sharp, R. D. 1983. FLOWER: A Computer Code For Simulating Three-Dimensional Flow, Temperature And Salinity Conditions in Rivers, Estuaries and Coastal Regions. Rapor No: NUREG/CR-3172, U.S. Nuclear Regulatory Commission, Office of Nuclear Regulatory Research, Washington, D. C., ve Rapor No.: ORNL/TM-8401, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee.

[6] Eraslan, H. A. 2006. Turbulence: Proper Reynolds Transport Theorem Versus Formal Reynolds Decomposition Hypothesis. J. Fluid Mech. (under consideration for publication).

[7] Eraslan, H. A. 2006. Discretal Theory of Fluid Flow Physics: Toward a Universal Computational Algorithm. Journal of Computational Physics (under consideration for publication).

[8] Johnson, A. A., Tezduyar, T. E. 1994. Mesh Update Strategies in Parallel Finite Element Computations of Flow Problems with Moving Boundaries and Interfaces. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 119, 73-94.

[9] Özdemir, M. A., Onbaşıoğlu, S. 2004. F-4 Phantom II Uçağının Etrafındaki Akışın HAD Analizi Kısım 1: Kanat Kök Profili NACA 0006. Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi Cilt1 Sayı 4 (1-6), Türkiye.

[10] Camelli, F., Löhrer, R. 2002. Combining the Baldwin Lomax and Smagorinsky Turbulence Models to Calculate Flows with Separation Regions, 40th

AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, Nevada.

ÖZGEÇMİŞLER

Prof.Dr. H. Arsev ERASLAN

1958 yılında Robert College (Boğaziçi Üniversitesi) Makine Mühendisliği bölümünde Lisans eğitimini tamamladı. 1959 yılında aynı üniversitede Yüksek Lisans eğitimini bitirdi. 1964 yılında North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, USA'de Hava-Uzay Mühendisliği ve Uygulamalı Matematik Doktora öğrenimini bitirdi.

Öğretim Görevlisi olarak sırası ile; North Carolina State University, Tennessee Technological University, University of Tennessee Space Institute, University of Tennessee (Full Professor with tenure) olarak (Seçkin Profesör ödülü alarak) ve Clarkson University'de bulundu. İlgili Profesör (Adjunct Professor) olarak sırası ile Georgia Institute of Technology ve Rice University'de bulundu. Davetli özel ders konuşmacısı olarak ABD, Türkiye, ve Taiwan üniversitelerinde sayısal matematik ve fizik (computational mathematics and physics) konuları üzerinde bulundu. İkiyüz-elli üzerinde bilimsel ve teknik raporlar, bildiriler (yılın en iyi bilimsel bildirisi ödülü) ve sunumlar gerçekleştirmiştir.

Kırk sene üstünde bir sürede, ve sürekli olarak, en ileri bilimsel düzeyde sayısal modelleme ve yazılım teknolojileri geliştirme Ar-Ge projelerinin yöneticiliğini yapmıştır. Bu AR-Ge projeleri ABD Federal Devlet (U.S. Federal Government) projeleri olarak, U.S. Department of Defense (Air Force, Navy, Army), NASA (National Aeronautics and Space Administration), U.S. Department of Energy, U.S. Nuclear Regulatory Commission, U.S. Environmental Protection Agency, U.S. Department of Interior, and U.S. Department of Justice tarafından desteklenmiştir. Aynı sürede, bilimsel uzman danışman olarak, ABD Federal Devlet kurumlarına ve özel-sektör AR-GE kurumlarına, U.S. Air Force, Arnold Engineering and Development Center, Oak Ridge National Laboratory (DOE), International Atomic Energy Agency (Vienna,

Austria), HDR, Inc. (Vice-President), ve Black and Veatch, Inc. ile çalışmıştır. U.S. Government, U.S. House of Representatives Expert Witness (Uzman Tanık) olarak seçilmiş, ve U.S. Nuclear Regulatory Commission, ve U.S. Federal Power Commission tarafından ABD kongresine Nuclear Plant Environmental Impact and Safety konuları ile ilgili bilimsel bilgiler vermek için çağırılmıştır.

1996 - 2001 yıllarında, NASA National Technology Transfer Center (NTTC) Baş Bilim Adamı (Chief Scientist) olarak görev yapmıştır. Aynı sürede U.S. Department of Justice (DOJ), National Institute of Justice (NIJ), Office of Science and Technology (OS&T), Office of Law Enforcement Technology Commercialization Center (OLETC) Baş Bilim Adamı (Chief Scientist) olarak da görevlendirilmiştir. 2001 yılında ABD'de emekli olmuştur.

TAI, STM (SSM), DPT, ASELSAN gibi firma ve kurumlarda Türkiye'de danışman olarak görev almıştır.

Hv.Mu.Ütğm. Ali ERGİN

1981 yılında Adana'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Adana'da tamamladı. 1997 yılında Hava Harp Okulu Bilgisayar Mühendisliği Bölümünde lisans eğitimine başladı. 2001 yılında Teğmen olarak Hava Teknik ve Sınıf Okulları Eğitim Merkezi Komutanlığına atandı. Eylül 2001 – Temmuz 2002 yılları arasında Hava Teknik Okullar Komutanlığı MEBS Okul Komutanlığı Gazimir/İZMİR Kursiyer Subay, Temmuz 2002 – Ağustos 2004 Destek Üs MEBS Tabur Komutanlığı/DİYARBAKIR Bilgi Sistemleri Takım Komutanı, Bakım Bölük ve Müşterek Harekat Bölük Komutanı, Ağustos 2004 – Eylül 2006 228 Nolu Taşınabilir Hava Radar Kıt'a Komutanlığı/DİYARBAKIR Kıt'a Komutanı görevlerinde bulunduktan sonra Ekim 2006 – Ekim 2008 Hava Harp Okulu Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsünde Bilgisayar Mühendisliği Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans öğrenimini tamamladı. Halen Genelkurmay Personel Başkanlığı Akıllı Kart Yönetim Merkezi'nde Sistem Yazılım ve Üretim Geliştirme Subayı olarak görevine devam etmektedir. Bekar olup, İngilizce bilmektedir.

EK

Kütle Korunum İlkesi:

Kütle korunumu süreklilik denklemi ayrışal kuramda fiziksel düzene uygun olarak aşağıdaki şekilde belirtilmektedir.

$$\bar{\rho} = \frac{1}{v_{ev}} \iiint_{v_{ev}} \rho \, dv \quad ; \quad m = \bar{\rho} v_{ev} \quad (1)$$

$$\left(\frac{Dm}{Dt}\right)_{dev} = \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} v_{ev}) + \iint_{A_{cs}} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot \hat{n}_s dA_s = 0 \quad (2)$$

t = zaman

m = kütle

$\left(\frac{D}{Dt}\right)_{dev}$ = devingen-bölge (domain) zamanla değişimi (Lagranginan)

ρ = yoğunluk

cv = durağan-bölge denetim oylumu ile ilgili (control volume)

v_{cv} = durağan-bölge denetim oylumu

cs = durağan-bölge kapsam (enclosure) denetim alanı (control surface) ile ilgili

A_{cs} = durağan-bölge kapsam denetim alanı

s = durağan-bölge kapsamı (denetim alanı ile ilgili)

\vec{V}_s = durağan-bölge kapsam alanı üzerinde yönlü hız (devingen-bölge ile ilgili)

$\tilde{\rho}_s$ = durağan-bölge kapsam alanından geçen yoğunluk (devingen-bölge ile ilgili)

\hat{n}_s = durağan-bölge kapsam alanı üzerinde yerel dışarı-artı düzgülü vektör (outward positive normal vector)

dA_s = durağan-bölge kapsam alanı üzerinde yerel alan ögesi (elemental area)

dv = durağan-bölge oylum ögesi (elemental volume)

Doğrusal Momentum-Kuvvet İlkesi (Newton'un 2nci İlkesi):

Genel olarak üç yön momentum-kuvvet için ayrı ayrı belirlenebilir.

x – yön doğrusal momentum-kuvvet ilkesi

$$\bar{V}_x = \frac{1}{m_{ev}} \iiint_{v_{ev}} V_x \rho dv = \frac{1}{(\bar{\rho}_{ev} v_{ev})} \iiint_{v_{ev}} V_x \rho dv ; M_x = \iiint_{v_{ev}} V_x \rho dv = \bar{V}_x \bar{\rho} v_{ev} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{DM_x}{Dt}\right)_{dev} &= \frac{\partial}{\partial t}(\bar{V}_x \bar{\rho} v_{ev}) + \iint_{A_{cs}} [\tilde{V}_{x,s} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s] \cdot \hat{n}_s dA_s = (\bar{f}_{b,x} v_{ev}) \\ &+ \iint_{A_{cs}} [-p \hat{u}_x] \cdot \hat{n}_s dA_s + \iint_{A_{cs}} \bar{\sigma}_{sx} \cdot \hat{n}_s dA_s + \iint_{A_{cs}} \overline{\tau''_{sx}} \cdot \hat{n}_s dA_s \end{aligned} \quad (4)$$

M_x = x-yön-momentum

V_x = x-yön-hız

$f_{b,x}$ = oyluma özel x-yön kuvvet

p = basınç

$\bar{\sigma}_{sx}$ = x-yön düzenli (laminar) zorlanım (stress) vektör (denetim-alanı ögesi üzerinde)

$\overline{\tau''_{sx}}$ = x-yön kargaşık (turbulent) zorlanım vektör (denetim-alanı ögesi üzerinde)

y – yön doğrusal momentum-kuvvet ilkesi

$$\bar{V}_y = \frac{1}{m_{ev}} \iiint_{v_{ev}} V_y \rho dv = \frac{1}{(\bar{\rho}_{ev} v_{ev})} \iiint_{v_{ev}} V_y \rho dv ; M_y = \iiint_{v_{ev}} V_y \rho dv = \bar{V}_y \bar{\rho} v_{ev} \quad (5)$$

$$\left(\frac{DM_y}{Dt}\right)_{dev} = \frac{\partial}{\partial t}(\bar{V}_y \bar{\rho} v_{ev}) + \iint_{A_{cs}} [\tilde{V}_{y,s} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s] \cdot \hat{n}_s dA_s = (\bar{f}_{b,y} v_{ev})$$

$$+ \iint_{A_{cs}} [-p \hat{u}_y] \cdot \hat{n}_s dA_s + \iint_{A_{cs}} \bar{\sigma}_{sy} \cdot \hat{n}_s dA_s + \iint_{A_{cs}} \overline{\tau''_{sy}} \cdot \hat{n}_s dA_s \quad (6)$$

$f_{b,y}$ = oyluma özel y-yön kuvvet

$\bar{\sigma}_{sy}$ = y-yön düzenli zorlanım vektör (denetim-alanı ögesi üzerinde)

$\overline{\tau''_{sy}}$ = y-yön kargaşık zorlanım vektör (denetim-alanı ögesi üzerinde)

z – yön doğrusal momentum-kuvvet ilkesi

$$\bar{V}_z = \frac{1}{m_{ev}} \iiint_{v_{ev}} V_z \rho dv = \frac{1}{(\bar{\rho}_{ev} v_{ev})} \iiint_{v_{ev}} V_z \rho dv ; M_z = \iiint_{v_{ev}} V_z \rho dv = \bar{V}_z \bar{\rho} v_{ev} \quad (7)$$

$$\left(\frac{DM_z}{Dt}\right)_{dev} = \frac{\partial}{\partial t}(\bar{V}_z \bar{\rho} v_{ev}) + \iint_{A_{cs}} [\tilde{V}_{z,s} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s] \cdot \hat{n}_s dA_s = (\bar{f}_{b,z} v_{ev})$$

$$+ \iint_{A_{cs}} [-p \hat{u}_z] \cdot \hat{n}_s dA_s + \iint_{A_{cs}} \bar{\sigma}_{sz} \cdot \hat{n}_s dA_s + \iint_{A_{cs}} \overline{\tau''_{sz}} \cdot \hat{n}_s dA_s \quad (8)$$

$f_{b,z}$ = oyluma özel z-yön kuvvet

$\bar{\sigma}_{sz}$ = z-yön düzenli zorlanım vektörü (denetim-alanı ögesi üzerinde)

$\overline{\tau''_{sz}}$ = z-yön kargaşık zorlanım vektörü (denetim-alanı ögesi üzerinde)

Enerji Korunum Dengesi:

$$e = e_T + \frac{V^2}{2} + (e...) \quad (9)$$

$$\bar{e} = \frac{1}{m_{ev}} \iiint_{v_{ev}} e \rho dv = \frac{1}{(\bar{\rho}_{ev} v_{ev})} \iiint_{v_{ev}} e \rho dv ; E = \iiint_{v_{ev}} e \rho dv = \bar{e} \bar{\rho} v_{ev} \quad (10)$$

$$\left(\frac{DE}{Dt}\right)_{dev} = \frac{\partial}{\partial t}(\bar{e} \bar{\rho} v_{ev}) + \iint_{A_{cs}} [\tilde{e}_s \tilde{\rho}_s \vec{V}_s] \cdot \hat{n}_s dA_s = \bar{q}_v v_{ev}$$

$$+ \left[\iint_{A_{cs}} [\bar{q}_{T,s} + \overline{q''_{e,s}}] \cdot (-\hat{n}_s) dA \right] \quad (11)$$

e = kütle-özel (mass intensive) enerji

e_T = kütle-özel ısısal (thermal) enerji

$\frac{V^2}{2}$ = kütle-özel devingen (kinetic) enerji

E = enerji

E_{cv} = denetim-oylumunun enerjisi

\tilde{e}_s = devingen kütle-özel enerji (denetim-alanı ögesi üzerinde)

$\overline{\overline{q}}''_{e,s}$ = kargaşık ısısal enerji vektörü (denetim-alanı ögesi üzerinde)

$\vec{q}_{T,s}$ = düzenli ısısal enerji vektörü (denetim-alanı ögesi üzerinde)

\dot{q}_v = oyluma-özel enerji üretim/tüketim (generation/dissipate)

Kütle-Bileşimi (Nem) Korunum İlkesi:

$$\bar{C}_k = \frac{1}{m_{ev}} \iiint_{v_{ev}} C_k \rho dv = \frac{1}{(\bar{\rho}_{ev} v_{ev})} \iiint_{v_{ev}} C_k \rho dv ; m_k = \iiint_{v_{ev}} C_k \rho dv = \bar{C}_k \bar{\rho} v_{ev} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{Dm_k}{Dt} \right)_{dev} &= \frac{\partial}{\partial t} (\bar{C}_k \bar{\rho} v_{ev}) + \iint_{A_{cs}} [\tilde{C}_{k,s} \rho_s \vec{V}_s] \cdot \hat{n}_s dA_s = \bar{m}_k v_{ev} \\ &+ \left[\iint_{A_{cs}} \left[\vec{q}_{k,s} + \overline{\overline{q}}''_{k,s} \right] \cdot (-\hat{n}_s) dA \right] \end{aligned} \quad (13)$$

m_k = k-bileşimi kütlesi

C_k = oyluma-özel k-bileşim oranı

\dot{m}_k = oyluma-özel k-bileşim üretim/tüketim hızı

$\vec{q}_{k,s}$ = düzenli k-bileşimi yayınım vektörü (denetim-alanı-ögesi üzerinde)

$\overline{\overline{q}}''_{k,s}$ = kargaşık k-bileşimi yayınım vektörü (denetim-alanı-ögesi üzerinde)

$$\Psi = \iiint_{v_{ev}} \varphi \rho dv \quad (14)$$

Ψ = ayırık-eleman oylumu akışkan özelliği

$$\frac{\partial}{\partial t} [\bar{\varphi} (\bar{\rho} v_{ev})] = (\bar{\rho} v_{ev}) \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} + \bar{\varphi} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} v_{ev}) \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} v_{ev}) = - \iint_{A_s} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot \hat{n}_s dA_s \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\bar{\varphi} (\bar{\rho} v_{ev})] &= (\bar{\rho} v_{ev}) \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} - \bar{\varphi} \left[\iint_{A_s} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot \hat{n}_s dA_s \right] \\ &= (\bar{\rho} v_{ev}) \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} - \iint_{A_s} \bar{\varphi} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot \hat{n}_s dA_s \end{aligned} \quad (17)$$

$\bar{\rho}$ = ayırık-eleman içinde ortalama yoğunluk

$\bar{\varphi}$ = ayırık-eleman içinde ortalananmış kütle-özel akışkan özelliği

$$\left(\frac{D\Psi}{Dt} \right)_{dev} = (\bar{\rho} v_{ev}) \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \iint_{A_s} \bar{\varphi} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot \hat{n}_s dA_s + \iint_{A_s} \tilde{\varphi}_s \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot \hat{n}_s dA_s \quad (18)$$

$$\left(\frac{D\Psi}{Dt}\right)_{dev} = (\bar{\rho} v_{ev}) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \iint_{A_s} (\tilde{\varphi}_s - \bar{\varphi}) \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot \hat{n}_s dA_s \quad (19)$$

$$\bar{p} = \frac{1}{v_{ev}} \iiint_{v_{ev}} p dv \quad ; \quad \iiint_{v_{ev}} p dv = \bar{p} v_{ev} \quad (20)$$

\bar{p} = ayırık-eleman içinde ortalanan basınç

$$\iint_{A_{es}} \bar{p} (-\hat{n}_s) dA_s = \bar{p} \left[\iint_{A_{es}} (-\hat{n}_s) dA_s \right] = \bar{p} [0] = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \iint_{A_{es}} p_s (-\hat{n}_s) dA_s &= \iint_{A_{es}} p_s (-\hat{n}_s) dA_s + [0] = \iint_{A_{es}} p_s (-\hat{n}_s) dA_s + \iint_{A_{es}} \bar{p} (-\hat{n}_s) dA_s \\ &= \iint_{A_{es}} (p_s - \bar{p}) (-\hat{n}_s) dA_s \end{aligned} \quad (22)$$

A = ayırık-eleman denetim alanı

Eleman-Yoğunluğu ve /veya Eleman-Oylumu Çözümü

$$\frac{\partial}{\partial t} [\bar{\rho} v] = \left[\iint_{A_{es}} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA \right] \quad (23)$$

x- yön doğrusal momentum-kuvvet ilkesi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial t} &= \frac{1}{\bar{\rho} v_{ev}} \left[\iint_{A_{es}} (\tilde{V}_{x;s} - \bar{V}_x) \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_{es} \right. \\ &\quad + \iint_{A_{es}} (p_s - \bar{p}) (-\hat{n}_s) \cdot \hat{u}_x dA_{es} \\ &\quad \left. + \iint_{A_{es}} \bar{\sigma}_{sx} \hat{u}_x \cdot \hat{n}_s dA_{es} + \iint_{A_{es}} \bar{\tau}_{sx}'' \cdot \hat{n}_s dA_{es} + \bar{f}_{b,x} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

v_{ev} = ayırık-eleman denetim oylumu

$\bar{f}_{b,x}$ = ayırık-eleman içinden ortalanan oyluma-özel x-yön kuvvet

y- yön doğrusal momentum-kuvvet ilkesi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial t} &= \frac{1}{\bar{\rho} v_{ev}} \left[\iint_{A_{es}} (\tilde{V}_{y;s} - \bar{V}_y) \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_{es} \right. \\ &\quad + \iint_{A_{es}} (p_s - \bar{p}) (-\hat{n}_s) \cdot \hat{u}_y dA_{es} \\ &\quad \left. + \iint_{A_{es}} \bar{\sigma}_{sy} \hat{u}_y \cdot \hat{n}_s dA_{es} + \iint_{A_{es}} \bar{\tau}_{sy}'' \cdot (-\hat{n}_s) dA_{es} + \bar{f}_{b,y} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

$\bar{f}_{b,y}$ = ayırık-eleman içinden ortalanan oyluma-özel y-yön kuvvet

z- yön doğrusal momentum-kuvvet ilkesi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial t} = \frac{1}{\bar{\rho} v_{ev}} & \left[\iint_{A_{es}} (\tilde{V}_{z,s} - \bar{V}_z) \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_{es} \right. \\ & + \iint_{A_{es}} (p_s - \bar{p})(-\hat{n}_s) \cdot \hat{u}_z dA_{es} \\ & \left. + \iint_{A_{es}} \bar{\sigma}_{sz} \hat{u}_z \cdot \hat{n}_s dA_{es} + \iint_{A_{es}} \bar{\tau}_{sz}'' \cdot (-\hat{n}_s) dA_{es} + \bar{f}_{b,z} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$\bar{f}_{b,z}$ = ayrılcı-eleman içinden ortalanmış oyluma-özel z-yön kuvvet

Enerji Korunum Dengesi:

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial t} = \frac{1}{\bar{\rho} v_{ev}} \left\{ \iint_{A_{cs}} (\tilde{e}_s - \bar{e}) \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_s + \bar{q}_v v_{ev} + \iint_{A_{cs}} (\bar{q}_{T,s} + \bar{q}_{e,s}'') \cdot (-\hat{n}_s) dA \right\} \quad (27)$$

Kütle-Bileşimi (Nem) Korunum İlkesi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_k}{\partial t} = \frac{1}{\bar{\rho} v_{ev}} & \left\{ \iint_{A_{cs}} (\tilde{C}_{k,s} - \bar{C}_k) \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_s + \bar{m}_k v_{ev} \right. \\ & \left. + \iint_{A_{cs}} (\bar{q}_{k,s} + \bar{q}_{k,s}'') \cdot (-\hat{n}_s) dA \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

Sayısal Modellemenin Tanımı ve Uygulaması

Eleman-Yoğunluğu ve /veya Eleman-Oylumu Çözümü:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\bar{\rho}_{i,j,l} v_{i,j,l}] = \left[\iint_{A_{es}} \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_s \right]_{i,j,l} + \left[\iint_{A_{es}} (\bar{q}_{\rho}'') \cdot (-\hat{n}_s) dA_s \right]_{i,j,l} \quad (29)$$

x- yön doğrusal momentum-kuvvet ilkesi

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \bar{V}_{x;i\mp\frac{1}{4},j,l} & = \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (\tilde{V}_{x,s} - \bar{V}_x) \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} \\ & + \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (p_s - \bar{p})(-\hat{n}_s) \cdot \hat{u}_x dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} \\ & + \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (\sigma_{sx})_s \hat{u}_x \cdot \hat{n}_s dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} \\ & + \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (\bar{\tau}_{sx}'') \cdot (-\hat{n}_s) dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} + \bar{a}_{x;i\mp\frac{1}{4},j,l} \end{aligned} \quad (30)$$

y- yön doğrusal momentum-kuvvet ilkesi

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \bar{V}_{y;i\mp\frac{1}{4},j,l} &= \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (\tilde{V}_{y;s} - \bar{V}_y) \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} \\
 &+ \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (p_s - \bar{p})(-\hat{n}_s) \cdot \hat{u}_y dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} \\
 &+ \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (\sigma_{sy})_s \hat{u}_y \cdot \hat{n}_s dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} \\
 &+ \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (\overline{\tau''}_{sy})_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} + \bar{a}_{y;i\mp\frac{1}{4},j,l}
 \end{aligned} \tag{31}$$

z- yön doğrusal momentum-kuvvet ilkesi

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \bar{V}_{z;i\mp\frac{1}{4},j,l} &= \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (\tilde{V}_{z;s} - \bar{V}_z) \tilde{\rho}_s \vec{V}_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} \\
 &+ \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (p_s - \bar{p})(-\hat{n}_s) \cdot \hat{u}_z dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} \\
 &+ \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (\sigma_{sz})_s \hat{u}_z \cdot \hat{n}_s dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} \\
 &+ \frac{1}{\bar{\rho}_{i\mp\frac{1}{4},j,l} v_{i\mp\frac{1}{4},j,l}} \left[\iint_{A_{es}} (\overline{\tau''}_{sz})_s \cdot (-\hat{n}_s) dA_s \right]_{i\mp\frac{1}{4},j,l} + \bar{a}_{z;i\mp\frac{1}{4},j,l}
 \end{aligned} \tag{32}$$

Enerji Korunum Dengesi

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \bar{e}_{i,j,l} &= \frac{1}{\bar{\rho}_{i,j,l} v_{i,j,l}} \left\{ \iint_{A_{cs}} (\tilde{e}_s - \bar{e}) \cdot (-\hat{n}_s) dA_s + \bar{q}_v v_{ev} \right. \\
 &\left. + \iint_{A_{cs}} \left(\bar{q}_{T,s} + \overline{q''}_s \right) \cdot (-\hat{n}_s) dA \right\}
 \end{aligned} \tag{33}$$

Kütle-Bileşimi (Nem) Korunum İlkesi

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} C_{k;i,j,l} &= \frac{1}{\bar{\rho}_{i,j,l} v_{i,j,l}} \left\{ \iint_{A_{cs}} (\tilde{C}_{k,s} - \bar{C}_k) \cdot (-\hat{n}_s) dA_s + \bar{m}_k v_{ev} \right. \\
 &\left. + \iint_{A_{cs}} \left(\bar{q}_{k,s} + \overline{q''}_{k,s} \right) \cdot (-\hat{n}_s) dA \right\}
 \end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{\partial V_z}{\partial z} \right); \sigma_{yy} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \\
 \sigma_{zz} &= \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_y}{\partial y} \right)
 \end{aligned} \tag{35}$$

$$\sigma_{xy} = \mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) = \sigma_{yx}; \sigma_{xz} = \mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) = \sigma_{zx}; \sigma_{yz} = \mu \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) = \sigma_{zy} \quad (36)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{ij} = \bar{v}''_{il} \frac{\partial V_j}{\partial x_l} = \left\langle \frac{1}{2} v'_i v'_l \delta t' \right\rangle \frac{\partial V_j}{\partial x_l} \quad (37)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{ix} = \bar{v}''_{il} \frac{\partial V_x}{\partial x_l} = \bar{v}''_{ix} \frac{\partial V_x}{\partial x} + \bar{v}''_{iy} \frac{\partial V_x}{\partial y} + \bar{v}''_{iz} \frac{\partial V_x}{\partial z} \quad (38)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{xx} = \bar{v}''_{xx} \frac{\partial V_x}{\partial x} + \bar{v}''_{xy} \frac{\partial V_x}{\partial y} + \bar{v}''_{xz} \frac{\partial V_x}{\partial z} \quad (39)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{yx} = \bar{v}''_{yx} \frac{\partial V_x}{\partial x} + \bar{v}''_{yy} \frac{\partial V_x}{\partial y} + \bar{v}''_{yz} \frac{\partial V_x}{\partial z} \quad (40)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{zx} = \bar{v}''_{zx} \frac{\partial V_x}{\partial x} + \bar{v}''_{zy} \frac{\partial V_x}{\partial y} + \bar{v}''_{zz} \frac{\partial V_x}{\partial z} \quad (41)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{iy} = \bar{v}''_{il} \frac{\partial V_y}{\partial x_l} = \bar{v}''_{ix} \frac{\partial V_y}{\partial x} + \bar{v}''_{iy} \frac{\partial V_y}{\partial y} + \bar{v}''_{iz} \frac{\partial V_y}{\partial z} \quad (42)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{xy} = \bar{v}''_{xx} \frac{\partial V_y}{\partial x} + \bar{v}''_{xy} \frac{\partial V_y}{\partial y} + \bar{v}''_{xz} \frac{\partial V_y}{\partial z} \quad (43)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{yy} = \bar{v}''_{yx} \frac{\partial V_y}{\partial x} + \bar{v}''_{yy} \frac{\partial V_y}{\partial y} + \bar{v}''_{yz} \frac{\partial V_y}{\partial z} \quad (44)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{zy} = \bar{v}''_{zx} \frac{\partial V_y}{\partial x} + \bar{v}''_{zy} \frac{\partial V_y}{\partial y} + \bar{v}''_{zz} \frac{\partial V_y}{\partial z} \quad (45)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{iz} = \bar{v}''_{il} \frac{\partial V_z}{\partial x_l} = \bar{v}''_{ix} \frac{\partial V_z}{\partial x} + \bar{v}''_{iy} \frac{\partial V_z}{\partial y} + \bar{v}''_{iz} \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (46)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{xz} = \bar{v}''_{xx} \frac{\partial V_z}{\partial x} + \bar{v}''_{xy} \frac{\partial V_z}{\partial y} + \bar{v}''_{xz} \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (47)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{yz} = \bar{v}''_{yx} \frac{\partial V_z}{\partial x} + \bar{v}''_{yy} \frac{\partial V_z}{\partial y} + \bar{v}''_{yz} \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (48)$$

$$\frac{1}{\rho} \bar{\tau}''_{zz} = \bar{v}''_{zx} \frac{\partial V_z}{\partial x} + \bar{v}''_{zy} \frac{\partial V_z}{\partial y} + \bar{v}''_{zz} \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (49)$$