

HİBRİT ÖLÇÜMLERLE HEDEF KESTİRİM ALGORİTMASI TASARIMI

Suzan KALE*

Roketsan A.Ş.
skale@roketan.com.tr

Ali Türker KUTAY

ODTÜ, Havacılık ve Uzay Müh.
Bölümü

Geliş Tarihi: 30 Mayıs 2014, Kabul Tarihi: 30 Haziran 2014

ÖZET

Bazı güdümlü füzelerde, hedefe dair bilgiler (pozisyon/hız/ivme), arayıcının henüz hedefe kilitlenmediği durumda çalıştırılan arasafha güdüm algoritmalarında kullanılmak üzere, yer sisteminde bulunan radar tarafından ölçülerek/hesaplanarak veribağı yoluyla füzeyle iletilir. Veribağı iletiminin terminal fazda sürmesi durumunda, bu bilgiler aynı zamanda terminal fazda tanımlı ileri güdüm yöntemlerinin uygulanması ve güdüm performansının artırılması için kullanılabilir. Bu çalışmada, arayıcı ve radar tarafından sağlanan farklı frekanslardaki ölçümler, Extended Kalman Filtresi tabanlı kestirim yöntemiyle tümleştirilmiştir. 3 boyutlu füze-hedef kinematiğini yansıtan küresel koordinat sisteminde tanımlı sistem modelinde, hedefin ivmelenmediği varsayılmıştır. Bu çalışmanın sonucunda, hedefe kalan mesafe ve yaklaşma hızı kestirimi elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: pasif kestirim algoritması, Extended Kalman Filtresi, kalan mesafe kestirimi

DESIGN OF TARGET STATE ESTIMATION ALGORITHM WITH HYBRID MEASUREMENTS

ABSTRACT

In some missile systems, the information about the target (position/velocity/acceleration) which is measured/calculated by ground radar system is transferred to the missile via an up-link. This information is then utilized in midcourse guidance algorithms until the seeker lock-on is accomplished. If the communication between the ground radar and the missile sustain till terminal phase, this information can be used in advanced terminal guidance algorithms in order to enhance the guidance performance of the missile. In this paper, seeker and radar measurements with different sampling frequencies are integrated by Extended Kalman Filter based estimation algorithm. The system is defined in polar coordinate frame reflecting the 3D missile-target kinematics and the target is assumed to move with constant speed. As a result of this study, the estimation of range to-go and closing velocity is obtained.

Keywords: passive estimation algorithm, Extended Kalman Filter, range-to-go estimation

1. GİRİŞ

Bazı füze sistemlerinde hedefe dair bilgiler, arayıcının henüz hedefe kilitlenmediği durumda çalıştırılan arasafha güdüm algoritmalarında kullanılmak üzere, yer sisteminde bulunan radar tarafından ölçülerek/hesaplanarak veribağı yoluyla füzeyle iletilir. Veribağı iletiminin terminal fazda sürmesi durumunda, bu bilgiler aynı zamanda terminal fazda tanımlı ileri güdüm performansının artırılması için kullanılabilir.

Literatürde, radar sisteminden ve pasif arayıcıdan senkron bir şekilde veri alındığı varsayılarak, her iki ölçüm kartezyen koordinat sisteminde ifade edilen

sistem modeli kullanılarak, Extended Kalman tabanlı algoritma ile tümleştirilir. Ancak gerçekte, füze üzerinde bulunan pasif arayıcının ölçüm sıklığı, yer sisteminde bulunan radarın ölçüm sıklığından çok daha yüksektir. Bu sebeple, radar sisteminden ölçüm gelmediği durumda, hedef kestirimi yalnızca pasif algılayıcıdan elde edilen bilgiler ile yapılmaktadır. Pasif kestirimi ile ilgili literatürde yer alan çalışmalardan ([1]), kartezyen koordinat sisteminde ifade edilen sistem modeli ile çalıştırılan Extended Kalman tabanlı kestirim algoritmasının kararsız davranış gösterdiği bilinmektedir. Sistem modeli küresel koordinat cinsinden ifade edildiğinde ise, filtrenin kararlı olduğu tespit edilmiştir [2]. Küresel koordinatlarda ifade edilen filtrenin kararlı olmasının

* Sorumlu Yazar

sebebi; "kovaryans çökmesi" (İng. covariance collapse) olarak adlandırılan problemin oluşmasını önlemek amacıyla, gözlenebilen ve gözlenmeyen durum değişkenlerinin sistem modelinde birbirinden ayrılmış olmasıdır [2]. Bu sebeple, bu çalışmada da radardan veri alınmadığı zamanlarda pasif kestirim kararlı davranış sergilemesi için, sistem modeli küresel koordinatlarda tanımlanmıştır.

Bildiri şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde; pasif ve hibrit ölçümlerle ile oluşturulan Extended Kalman tabanlı hedef kestirim algoritmasının tasarımı sunulmuştur. Üçüncü bölümde ise bu algoritmanın performansı örnek senaryolar üzerinden gösterilmiştir.

2. HEDEF KESTİRİM ALGORİTMASI

Bu bölümde, Extended Kalman tabanlı hedef kestirim algoritmasının matematiksel modeli sunulmuştur.

2.1. Durum Değişkenleri

Ref [2]'de küresel koordinatlarda ifade edilen ve 2 Boyutlu düzlemde tanımlı modelin durum değişkenleri; GH (Görüş hattı, İng. *line of sight*) açılal hızı, GH açısı, kalan mesafenin tersi ve yaklaşma hızının kalan mesafeye oranıdır:

$$y = [\dot{\lambda} \quad \lambda \quad \dot{r}/r \quad 1/r]^T$$

Bu çalışmada, füze-hedef kinematığını daha gerçekçi bir şekilde yansıtmak amacıyla, problem 3 boyutlu düzlemde modellenmiştir. Yeni durum değişkenleri ise şu şekilde seçilmiştir:

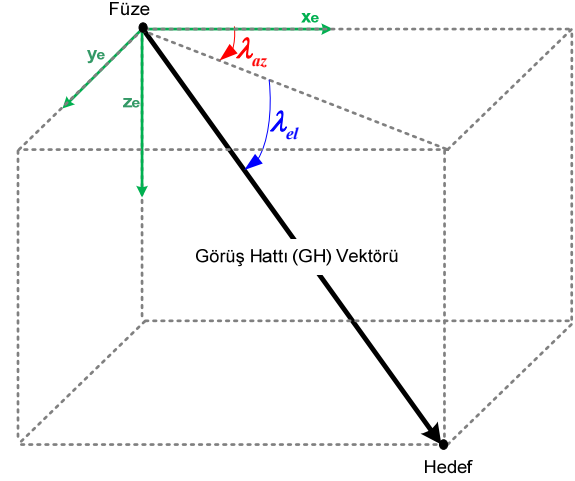
$$y = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \lambda_{el} \quad \lambda_{az} \quad \dot{r}/r \quad 1/r]^T \quad (1)$$

- $\bar{\omega}_{los/e}^{(e)} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3]^T$: Görüş hattı vektörünün, yer eksen takımına göre açılal hızıdır. Burada, açılal hız vektörü yer eksen takımında ifade edilmiştir.

- λ_{el} & λ_{az} : Görüş hattının yer eksen takımına göre oryantasyonunu belirten sapma ve yunuslama Euler açılarıdır. Açılarının gösterimi Şekil 1'de verilmiştir.

- r : Füze-hedef GH vektörünün büyüklüğüdür.

- \dot{r} : Füze-hedef GH vektörünün büyüklüğünün zamana göre değişimidir.



Şekil 1. Füze-hedef geometrisi ve GH açıları.

2.2. Sistem Modeli

Denklem 1'deki durum değişkenleri için tanımlı sistem modelinin çıkarımı, Ekler bölümünde yapılmıştır. Denklem 10 ile verilen sistem modelinin, Kalman uygulamasında kullanabilmesi için kesikli zaman düzlemine aktarılması gerekmektedir. Kesikli zamana dönüşüm, Euler integral varsayımı ile şu şekilde yapılmıştır:

$$y_k = y_{k-1} + T \cdot f(y_{k-1}, a_{k-1}) = g_{k-1}(y_{k-1}, a_{k-1}) \quad (2)$$

Bu denklemde, GH vektörünün yere göre ivmesi (a) sistemin girdisidir ve sabit hızlı hedef varsayımıyla, füzenin (yer eksen takımında ifade edilen) ivmesinin eksi değeri olarak alınmıştır: $\bar{a}^{(e)} = \bar{a}_r^{(e)} - \bar{a}_m^{(e)}$.

Füze-hedef kinematığını yansıtan sistem modeli, kartezyen koordinat sisteminde doğrusal iken, (Denklem 10'daki gibi) küresel koordinat sisteminde ifade edildiğinde doğrusal olmayan bir hal almaktadır. Extended Kalman algoritmasında kovaryans zaman güncellemesinde kullanılan sistem matrisini (A) elde etmek amacıyla, Denklem 2'de verilen sistem modeli doğrusallaştırılmalıdır. Doğrusallaştırma işlemi, her zaman güncellemesi etrafında şu şekilde yapılmıştır:

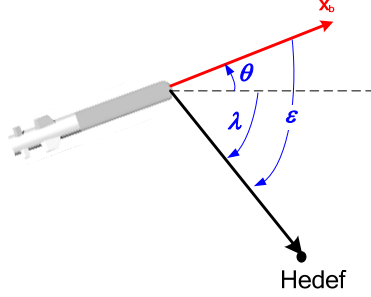
$$A_{k-1} = \frac{\partial g_{k-1}(y_{k-1}, a_{k-1})}{\partial y_{k-1}}$$

2.3. Ölçüm Modeli

2.3.1. Pasif Ölçümler

Bu çalışmada, füzenin üzerinde gimballı kızılötesi bir arayıcının bulunduğu varsayılmıştır. Gimballı yapıdaki arayıcılar kilitli moda, arayıcı işlemcisinde gömülü olan hedef takip algoritmalarının ürettiği komutlar doğrultusunda, gimbal sistemindeki elektrik motorları ve dönüölçerleri kullanarak, hedefin görüntüde ortalanmasını; başka bir deyişle, kameranın füze-hedef görüş hattı (GH) vektörüyle aynı

doğrultuya gelmesini sağlar. Takip döngüsü ideal bir şekilde işlediğinde, arayıcı kompleksinin üzerinde bulunan enkoderlerin ölçtüğü açı; füzenin hedefe olan bakış açısı (Şekil 2'deki ε açısı) olmaktadır.



Şekil 2. Bakış, GH ve gövde açısı gösterimi (Planar yunuslama düzlemi).

Buna ek olarak, bu tip sistemlerde, Oransal Seyrüsefer Güdüm (OSG) tabanlı algoritmaların uygulanması için ihtiyaç duyulan GH açısal hız bilgisi; gimbal dönüölçer çıktıları/stabilizasyon döngüsü komutlarından elde edilir. Dönüölçer ölçümleri ve stabilizasyon döngüsü komutu GH eksen takımında üretildiği için, bu verilerin kullanılmasıyla bulunan GH açısal hız bilgisi de yine aynı eksen takımında ifade ($\bar{\omega}_{los/e}^{(los)}$) edilmiştir.

Ölçüm modelinin karmaşıklığını en az seviyede tutmak amacıyla, ölçüm olarak enkoder açısı yerine GH vektörünün yere göre açısı (λ_{el} & λ_{az}) alınmış ve GH açısal hız ölçümünün de yer eksen takımında ifade edildiği ($\bar{\omega}_{los/e}^{(e)}$) varsayılmıştır.

Algoritmada ölçüm olarak alınan GH açıları (λ_{el} & λ_{az}) aşağıdaki yönelim kosinüs matrisinden elde edilmektedir.

$$C^{(e,los)} = C^{(e,b)} C^{(b,los)}$$

$$C^{(e,b)} = R_3(\psi) R_2(\theta) R_1(\phi)$$

$$C^{(b,los)} = R_3(\varepsilon_{az}) R_2(\varepsilon_{el})$$

Burada, ε_{az} & ε_{el} ; sapma ve yunuslama enkoderleri tarafından sağlanan bakış açısı ölçümleridir. Füzenin Euler açılarının (ϕ, θ, ψ) ise hatasız olarak hesaplandığı varsayılmıştır.

Buna göre, ölçüm denklemi ve modeli aşağıdaki gibidir:

$$z = [\bar{\omega}_{los/e}^{(e)} \quad \lambda_{el} \quad \lambda_{az}]^T$$

$$z_k = C_{pk} y_k + H_{pk} v_k = [I_{5 \times 5} \quad 0_{5 \times 2}] x_k + I_{5 \times 5} v_k$$

Burada, ölçüm gürültüsü Gauss (normal, N) dağılımına sahip, ortalama değeri sıfır, kovaryansı ise R_p olan rastsal bir gürültü olarak modellenmiştir:

$$v_k \sim N(0, R_p) \quad , \quad R_p = \text{diag}(\sigma_{\lambda_1}^2, \sigma_{\lambda_2}^2, \sigma_{\lambda_3}^2, \sigma_{\lambda_4}^2, \sigma_{\lambda_5}^2)$$

Ölçüm kovaryans matrisinde, GH açısının ve açısal hızlarının bütün eksenlerde eşit belirsizlik değerinde (σ_{λ_i} & σ_{λ_j}) ölçüldüğü varsayılmıştır.

2.3.2. Hibrit Ölçümler

Bu çalışmada, radar sisteminden ölçüm olarak kalan mesafenin alındığı varsayılmıştır. Denklem 10'da verilen sistem için, kalan mesafe ölçüm (r_m) olarak dahil edildiğinde, ölçüm modeli doğrusal olmayan bir hal alır. Daha sonradan yapılacak doğrusallaştırma işleminde, doğrusallaştırmadan kaynaklanan hatayı en aza indirmek amacıyla; radardan alınan ölçüm kalan mesafenin tersi ($1/r_m$) olacak şekilde modellenmiştir. Buna göre, pasif ölçümlere ek olarak radar ölçümünün de dahil edilmesiyle, hibrit ölçüm modeli aşağıdaki gibi olur:

$$z = [\bar{\omega}_{los/e}^{(e)} \quad \lambda_{el} \quad \lambda_{az} \quad 1/r]^T$$

$$C_{hk} = \begin{bmatrix} I_{5 \times 5} & 0_{5 \times 2} \\ I_{1 \times 6} & 1 \end{bmatrix}$$

Radar tarafından ölçülen kalan mesafenin ölçüm hatası Δr olarak alındığında, $1/r$ cinsinden hata ($\Delta_{1/r}$) aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\Delta_{1/r} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r + \Delta r} \approx \frac{\partial(1/r)}{\partial r} \Delta r = -\frac{1}{r^2} \Delta r$$

Hatanın belirsizliği ise her iki tarafın standart sapmasının alınmasıyla,

$$\sigma_{1/r} = \frac{1}{r^2} \sigma_r$$

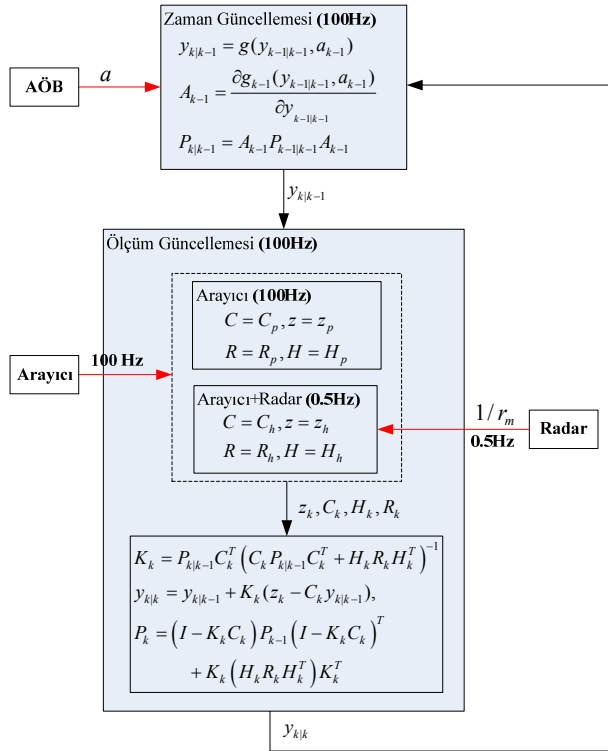
şeklinde elde edilebilir:

Sonuç olarak, gürültü matrisi ve gürültü aşağıdaki gibi modellenmiştir:

$$H_{hk} = \text{diag}(1_{1 \times 6}, y_6^2)$$

$$v_k \sim N(0, R_h) \quad , \quad R_h = \text{diag}(\sigma_{\lambda_1}^2, \sigma_{\lambda_2}^2, \sigma_{\lambda_3}^2, \sigma_{\lambda_4}^2, \sigma_{\lambda_5}^2, \sigma_r^2)$$

2.4. Hibrit Algoritma Yapısı



Şekil 3. Hibrit kestirim algoritması.

Kestirim algoritmasında öncelikle, doğrusal olmayan sistem modeli çalıştırılır. Kalman algoritması Extended tabanlı olduğu için, sistem modeli her adımda doğrusallaştırılarak, kovaryans matrisi güncellemesi gerçekleştirilir. Bu çalışmada, zaman güncellemesi 100Hz'de yapılmaktadır. Daha sonra, arayıcıdan alınan pasif ölçümlerle 100Hz'de, arayıcı ve radardan alınan ölçümler ile 0.5Hz'de ölçüm güncellemesi yapılır. Algoritmanın *Hibrit* kestirim olarak adlandırılmasının sebebi, algoritmanın hem pasif (100Hz'de) hem de aktif (0.5Hz'de) kestirim mantığıyla çalışıyor olmasıdır.

2.5. Algoritma İklendirmesi

- **Durum 1-5:** Algoritmanın durum değişkenlerinden olan GH açısai hızı ve açısı ($\vec{\omega}_{los/e}^{(e)}, \lambda_{el}$ ve λ_{az}) algoritmaya ölçüm olarak da alındığından, bu değişkenlerin ilk değeri, algoritmanın çalışmaya başladığı zaman adımında alınan ölçümlerinden elde edilir. Dolayısıyla, ilk değer belirsizliği de ölçüm belirsizliğine eşittir.

- **Durum 6:** Kalan mesafenin büyüklüğünün zamana göre değişimi, füze-hedef bağıl hızının GH vektörü üzerindeki bileşenidir: $\dot{r} = V_{tr} - V_{mr}$. Bu bileşenin algoritmadaki ilk değeri, sıfır hedef hızı varsayımı yapıldığında, aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\dot{r}_o = -V_{mr}(0)$$

Füzenin GH vektörü üzerindeki hız bileşeni, kartezyen koordinat sistemindeki bileşenleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılır.

$$V_{mr} = \cos \lambda_{el} (V_x \cos \lambda_{az} + V_y \sin \lambda_{az}) - V_z \sin \lambda_{el}$$

Bu değer belirsizliği (σ_{i_o}) ise, füzenin bertaraf etmesi beklenen hedefin ortalama hızı olarak seçilebilir. Örneğin, tanksavar füzeleri için, hedef hızı füzenin hızına göre ihmal edilebilir olduğundan, belirsizlik küçük tutulmalı, ancak bir hava savunma füzesi için bu değer 300-500 m/s civarında seçilmelidir.

Bunun yanısıra, altıncı durum değişkeni yaklaşma hızının kalan mesafeye olan oranı olduğu için, ilk değerdeki belirsizlik şu şekilde bulunabilir.

$$\Delta_{i_o/r_o} \cong \frac{\partial(\dot{r}_o / r_o)}{\partial \dot{r}_o} \Delta \dot{r}_o \quad (3)$$

Bu denklemin standard sapması,

$$\sigma_{i_o/r_o} = \frac{1}{r_o} \sigma_{i_o}$$

olarak elde edilir.

- **Durum 7:** Kestirim algoritmasının çalıştırabilmesi için gerekli ön koşul; arayıcının hedefi tespit ederek hedefe kilitlenmiş olmasıdır. Bu durum, güdüm algoritmasının füzeyi arayıcı görüş açısı sınırlarına (FOV) girecek şekilde yönlendirildiği varsayımı ile, normal koşullarda kilitlenme menziline gerçekleşir. Bu sebeple, algortmada kalan mesafenin (r_o) ilk değeri olarak, arayıcının hedefi tespit ettiği menzil (lock-on-range, LOR) alınabilir. Teorik olarak belirlenebilen bu değer, kötü hava koşulları vs. sebebiyle testler sonucunda teorik değerinden ne kadar saptığı belirlenerek, kilitlenme mesafesinin belirsizliğinde kullanılabilir. Denklem 3'e benzer bir durum, kalan mesafenin tersi olan durum değişkeni için de çıkarılabilir; $\sigma_{r_o} = \sigma_{r_o} / r_o^2$.

Sonuç olarak, durum değişkeni ve kovaryans matrisinin ilk değeri;

$$y_{0|0} = [\vec{\omega}_{los/e}^{(e)}(0) \quad \lambda_{el}(0) \quad \lambda_{az}(0) \quad -V_{mr}(0)/r_{LOR} \quad 1/r_{LOR}]^T$$

$$P_{0|0} = \text{diag} \left[\begin{array}{cccccc} \sigma_{\lambda} & \sigma_{\lambda} & \sigma_{\lambda} & \sigma_{\lambda} & \sigma_{\lambda} & \frac{\sigma_{i_o}}{r_{LOR}} & \frac{\sigma_r}{r_{LOR}^2} \end{array} \right]$$

olarak atanmıştır.¹

¹ Radar ölçümü, kestirim algoritması çalıştırılmadan önce alınabildiği durumda, kalan mesafenin ve belirsizliğin ilk değeri bu ölçüm ile atanır.

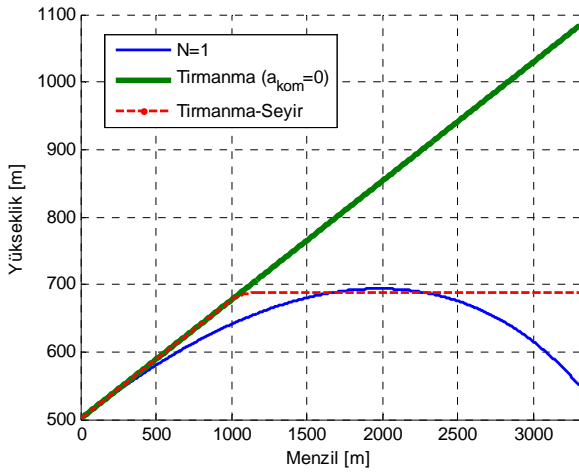
3. ÖRNEK BENZETİM KOŞUMLARI

3.1. Pasif Kestirim Benzetimleri

Bu bölümde, örnek senaryolar üzerinden yalnızca pasif algılayıcıdan alınan ölçümlerle uygulanan hedef kestirim algoritmasının sonuçları sunulmuştur.

3.1.1. Gözlenebilirlik

Ref [3]'te pasif kestirim problemi için gözlenebilirlik kriteri çıkarılmıştır. Bu çalışmaya göre, kalan mesafe kestirimi, gözlemcinin (bu durumda füzenin) herhangi bir manevra yapmadığı durumlarda gözlenebilir değildir. Füze manevra yaptığı anda ise, kestirim algoritmasının gözlenebilirliği ve dolayısıyla performansının arttığı bilinmektedir. Bu çalışmada, füze yörüngesi gözlenebilirliğe bağlı optimize edilmemiştir. Gözlenebilirliğin etkisini göstermek amacıyla, örnek olarak Şekil 4'de verilen yörüngeler seçilmiştir:



Şekil 4. Örnek yörüngeler.

1. Yörünge: Kestirim problemi, GH açısal hızı sıfırlandığında gözlenebilir değildir [3]. Bu sebeple, örnek olarak uygulanan Oransal Seyrüsefer Güdüm kanununda, N katsayısının değeri 1 olarak seçilmiştir. Bu yörünge hedefin sabit bakış açısı ile takip edilmesine yol açacaktır.

2. Yörünge: Füze bu yörüngede, ilk açısını koruyarak sabit bir açıyla tırmanmaktadır. Yer çekimi ihmal edildiğinden, füze her hangi bir ivme komutu verilmemiştir.

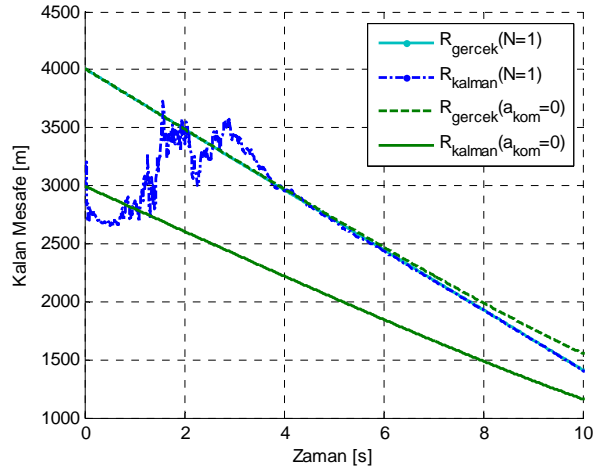
3. Yörünge: Füze bu yörüngede, ikinci yörüngeye benzer bir şekilde sıfır ivme çekerek sabit bir açıyla tırmanmaktadır. Ancak burada farklı olarak, 1000 m menzile ulaşıldığında, füze seyir manevrası yapacak şekilde ivme komutu verilir.

Örnek senaryonun ve kestirim algoritmasının parametreleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Örnek simülasyon parametreleri.

$P_m(0)$	$[0 \ 0 \ -500]$ m
$P_t(0)$	$[4000 \ 0 \ -150]$ m
$V_t(t)$	$[0 \ 0 \ 0]$ m/s
$V_m(0)$	$270[\cos(10^\circ) \ 0 \ -\sin(10^\circ)]$ m/s
r_{LOR}	3000 m
σ_{r_o}	1000 m
σ_{v_o}	50 m/s
$\sigma_{\dot{\lambda}}$	0.001%/s
σ_{λ}	0.03°

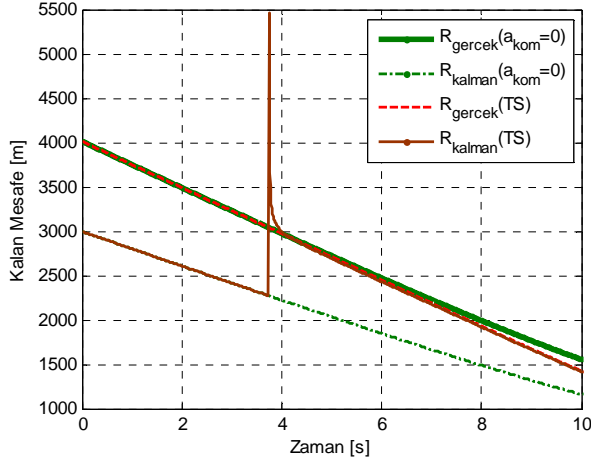
Şekil 5 ve Şekil 6'da, kestirim algoritmasının sonuçları sunulmuştur.



Şekil 5. N=1 ve tırmanma yörüngelerinde kalan mesafe kestirimi.

Şekil 5'te, Ref [3]'te çıkarılan gözlenebilirlik kriterlerine uygun olarak, füzenin tırmanma yörüngesinde herhangi bir manevra yapmaması sebebiyle, kestirim gözlenebilir olmadığı gösterilmiştir. Kestirim çıktısı, ilk değer olarak atanan kalan mesafe ile yaklaşma hızının ilk değerinin sistem modelinde integrallenmesi sonucunda elde edilmiştir. Bunun yanısıra, kalan mesafe durum değişkeninin varyansı da ilk değerini korumaktadır.

Şekil 6'da tırmanma manevrasına ek olarak, tırmanma-seyir yörüngesi sırasında yapılan kestirim sonuçları gösterilmiştir. Buradan, seyir manevrası gerçekleştirildiği sırada, kestirim gözlenebilir olduğu ve gerçek değerine yakınsadığı anlaşılmaktadır.



Şekil 6. Tırmanma ve tırmanma-seyir (ts) yörüngelerinde kalan mesafe kestirimi.

3.1.2. Modelleme farkı

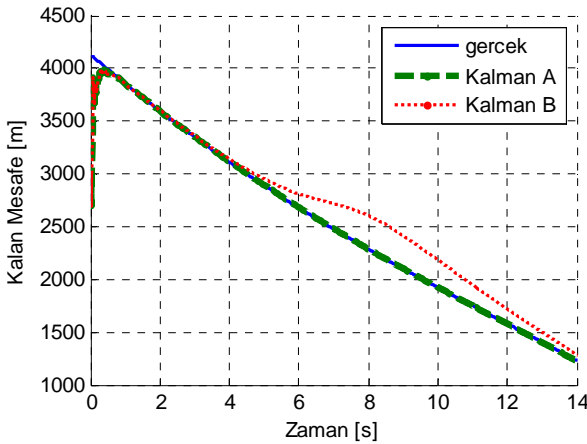
Literatürdeki pasif kestirim algoritmalarında, GH açılma hız vektörünün ilk elemanı (ω_1) diğerlerine göre küçük olduğu varsayımıyla yok sayılmaktadır. Bu çalışmada, ω_1 modele dahil edilmiştir. Ölçüm yalnızca ω_2 ve ω_3 olduğu durumda modele dahil edilen (KALMAN A) ve dahil edilmeyen (KALMAN B) algoritmaların sonuçları Şekil 7 ve Şekil 8'da verilmiştir.

Bu bölümdeki örnek benzetimde, bir önceki koşuma göre yalnızca hedefin konumu ve hızı değiştirilmiştir:

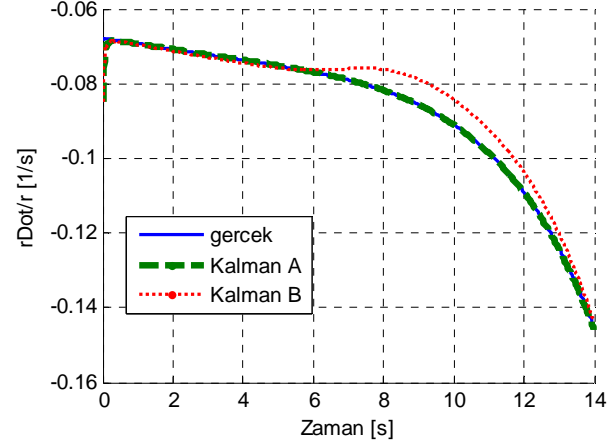
$$P_i(0) = [4000 \ 1000 \ -150]^T, V_i(t) = [0 \ 0 \ -300]^T$$

Yunuslama ekseninde, güdüm katsayısının değeri önceki bölümdeki gibi 1 olarak alınmıştır. Sapma da ise, katsayısı 3 olarak seçilmiştir.

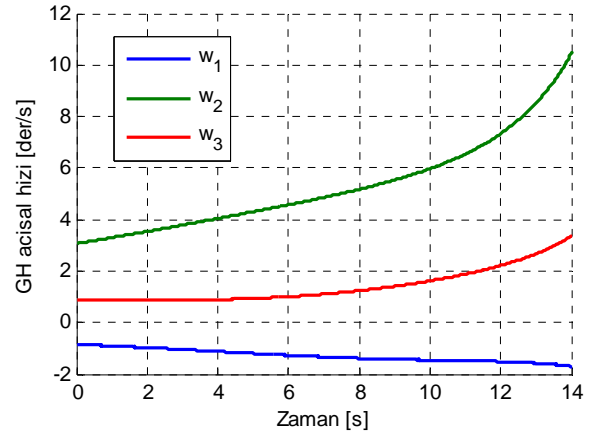
Sonuçlardan anlaşılacağı üzere, örnek olarak verilen senaryo için, ω_1 dahil edilmeyen durumda, kestirim hatası artmaktadır. Bunun sebebi seçilen senaryo için, Şekil 9'de gösterildiği gibi ω_1 'in değerinin diğer eksenlerdeki değerlere göre ihmal edilebilir olmamasıdır.



Şekil 7. Kalan mesafe kestirimi W_1 'in etkisi.



Şekil 8. Yaklaşma hızı/kalan mesafe kestiriminde W_1 'in etkisi.



Şekil 9. GH açılma hızı.

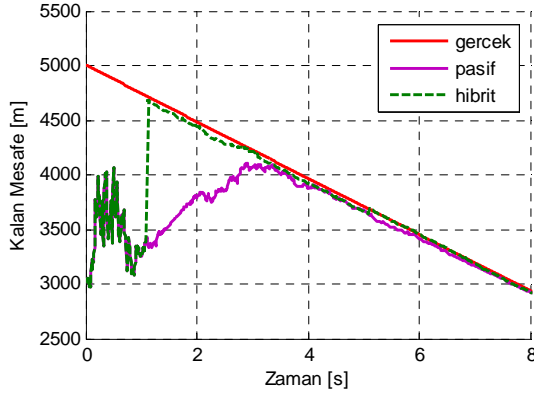
3.2. Hibrit Kestirim Benzetimleri

Senaryo ve algoritma parametreleri

Tablo 2'de verilen örnek benzetimde, radardan (algoritma çalışmaya başladıktan 1.1 sn sonra) 0.5Hz, arayıcıdan ise 100Hz'de veri alındığı varsayılmıştır. Hibrit kestirim algoritmasında, kestirim radardan elde edilen kalan mesafe ölçümü ile iyileştirilmektedir. İyileştirmenin performansını bir örnek üzerinden göstermek amacıyla, pasif algılayıcıdan elde edilen GH açısı ve açılma hızının gürültüsü yüksek tutulmuştur.

Tablo 2. Senaryo parametreleri.

$P_i(0)$	$[5000 \ 0 \ -150] \text{ m}$
$V_i(t)$	$[0 \ -100 \ 0] \text{ m/s}$
σ_R	50 m
$\sigma_{\dot{\lambda}}$	$0.1^\circ/\text{s}$
$\sigma_{\dot{\lambda}}$	0.1°



Şekil 10. Hibrit algoritması kalan mesafe kestirimi.

4. SONUÇ

Bu çalışmada, 3 boyutlu füze-hedef kinematikğini yasitan ve küresel koordinat sisteminde tanımlı sistem modeli ile, arayıcı ve radar tarafından sağlanan farklı frekanslardaki ölçümler, Extended Kalman Filtresi tabanlı kestirim yöntemiyle tümleştirilmiştir.

5. EKLER

Bu bölümde, sürekli zamanda tanımlı doğrusal olmayan sistem modelinin çıkarımı sunulmuştur.

Genel olarak, sürekli zamanda tanımlı sistem modeli $\dot{y} = f(y, a)$ şeklinde ifade edilir. Sistemin davranışını tanımlayan $f(y, a)$ fonksiyonunun çıkarılması için, sistem durum değişkenlerinin zamana göre türevi bulunmalıdır.

Durum 1-3:

Görüş hattı vektörünün yer eksen takımına göre açılal hızı vektörel olarak şu şekilde ifade edilir:

$$\bar{\omega}_{los/e}^{(e)} = \frac{\bar{r}^{(e)} \times \bar{v}^{(e)}}{r^2}$$

Bu vektörün yer eksen takımına göre türevinin alınmasıyla, sistem modelinin ilk üç diferansiyel denkleminde ulaşılır:

$$\frac{d\bar{\omega}_{los/e}^{(e)}}{dt} \Big|_e = \frac{\bar{r}^{(e)} \times \bar{a}^{(e)}}{r^2} - 2\bar{\omega}_{los/e}^{(e)} \left(\frac{\dot{r}}{r} \right) \quad (4)$$

Bu denklem yer eksen takımında (e) yazıldığı için, bütün vektörler bu eksen takımında ifade edilmelidir. Burada, $\bar{r}^{(e)}$; füze-hedef GH vektörü, $\bar{a}^{(e)}$ ise GH vektörünün yer eksen takımına göre ivmesidir.

Yer eksen takımında tanımlı GH hattı vektörü, GH (los) eksen takımından şu şekilde türetilmiştir.

$$\bar{r}^{(e)} = C^{(e, los)} \begin{bmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Yer eksen takımından GH eksen takımına olan dönüşümlerin sırası,

$$\mathfrak{S}_e \xrightarrow{\lambda_{az}} \mathfrak{S}_1 \xrightarrow{\lambda_{el}} \mathfrak{S}_{los}$$

ile gösterilmektedir. Bu sıralamaya göre, GH eksen takımında tanımlı bir vektörün yer eksen takımındaki ifadesini bulmak için kullanılan yönelim kosinüs matrisi aşağıdaki gibidir.

$$C^{(e, los)} = \begin{bmatrix} \cos \lambda_{az} & -\sin \lambda_{az} & 0 \\ \sin \lambda_{az} & \cos \lambda_{az} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \lambda_{el} & 0 & \sin \lambda_{el} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \lambda_{el} & 0 & \cos \lambda_{el} \end{bmatrix}$$

Sonuç olarak, Denklem 4

$$\ddot{\omega}_{los/e}^{(e)} = \begin{bmatrix} (a_2 \sin \lambda_{el} + a_3 \cos \lambda_{el} \sin \lambda_{az}) / r \\ -(a_1 \sin \lambda_{el} + a_3 \cos \lambda_{az} \cos \lambda_{el}) / r \\ \cos \lambda_{el} (a_2 \cos \lambda_{az} - a_1 \sin \lambda_{az}) / r \end{bmatrix} - 2\bar{\omega}_{los/e}^{(e)} \left(\frac{\dot{r}}{r} \right) \quad (6)$$

halini alır. Bu denklemde, kalan mesafenin büyüklüğü denklemin paydasında yer almaktadır. Daha sonra bu parametreye bağlı yapılacak olan doğrusallaştırma işlemini basitleştirmek için, durum değişkeni olarak kalan mesafenin (r) yerine kalan mesafenin tersi (1/r) kullanılmıştır [2].

Durum 4-5:

GH vektörünün yere göre oryantasyonunu yansıtan λ_{el} ve λ_{az} açılalın türevleri, doğrudan $\bar{\omega}_{los/e}^{(e)}$ ile ilişkilidir:

$$C^{(los, e)} \bar{\omega}_{los/e}^{(e)} = \bar{\omega}_{los/1}^{(los)} + \bar{\omega}_{1/e}^{(los)} = C^{(los, e)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\lambda}_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\lambda}_{el} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki eşitlikten, yunuslama ve sapmadaki GH açılalın türevi, açılal hız cinsinden Denklem 7'deki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{el} &= \omega_2 \cos(\lambda_{az}) - \omega_1 \sin(\lambda_{az}) \\ \dot{\lambda}_{az} &= \omega_3 + \tan(\lambda_{el}) (\omega_1 \cos(\lambda_{az}) + \omega_2 \sin(\lambda_{az})) \end{aligned} \quad (7)$$

Durum 6:

Yaklaşma hızının kalan mesafeye oranı olan 6.durum değişkeninin zamana göre türevi şu şekildedir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{r}}{r} \right) = \frac{\ddot{r}}{r} - \frac{\dot{r}^2}{r^2} = \frac{\ddot{r}}{r} - \left(\frac{\dot{r}}{r} \right)^2$$

Yaklaşma hızının türevi \dot{r} , GH eksen takımında tanımlı GH vektörünün ($\bar{r}^{(los)}$) yer eksen takımına göre iki kere türevinin alınmasıyla oluşan aşağıdaki denklemden elde edilebilir.

$$\begin{aligned} C^{(los,e)}\bar{a}^{(e)} = & \ddot{\bar{r}}^{(los)} + 2\bar{\omega}_{los/e}^{(los)} \times \dot{\bar{r}}^{(los)} + \dot{\bar{\omega}}_{los/e}^{(los)} \times \bar{r}^{(los)} \\ & + \bar{\omega}_{los/e}^{(los)} \times \left(\bar{\omega}_{los/e}^{(los)} \times \bar{r}^{(los)} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Burada; $\ddot{\bar{r}}^{(los)} = [\ddot{r} \ 0 \ 0]^T$ olması sebebiyle, Denklem 8'in ilk satırından, \ddot{r} / r aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} \ddot{r} / r = & (\omega_3 \cos \lambda_{el} + \omega_1 \cos \lambda_{az} \sin \lambda_{el} + \omega_2 \sin \lambda_{az} \sin \lambda_{el})^2 \\ & + (\omega_2 \cos \lambda_{az} - \omega_1 \sin \lambda_{az})^2 \\ & + (a_1 \cos \lambda_{az} \cos \lambda_{el} + a_2 \cos \lambda_{el} \sin \lambda_{az} - a_3 \sin \lambda_{el}) / r \end{aligned} \quad (9)$$

Sonuç olarak, sürekli zamanda tanımlı doğrusal olmayan sistem modeli, Denklem (6), (7) ve (9)'undan şu şekilde bulunur:

$$\dot{y} = \begin{pmatrix} y_7 (a_2 \sin y_4 + a_3 \cos y_4 \sin y_5) - 2y_1 y_6 \\ -y_7 (a_1 \sin y_4 + a_3 \cos y_5 \cos y_4) - 2y_2 y_6 \\ y_7 \cos y_4 (a_2 \cos y_5 - a_1 \sin y_5) - 2y_3 y_6 \\ y_2 \cos(y_5) - y_1 \sin(y_5) \\ y_3 + \tan(y_4)(y_1 \cos(y_5) + y_2 \sin(y_5)) \\ (-y_6^2 (y_3 \cos y_4 + y_1 \cos y_5 \sin y_4 + y_2 \sin y_5 \sin y_4)^2 \\ + (y_2 \cos y_5 - y_1 \sin y_5)^2 \\ + y_7 (a_1 \cos y_5 \cos y_4 + a_2 \cos y_4 \sin y_5 - a_3 \sin y_4) \\ - y_6 y_7 \end{pmatrix} \quad (10)$$

4. KAYNAKLAR

- [1] Aidala, V. J., "Kalman Filter Behavior in Bearings-Only Tracking Applications," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-15, July 1979, pp. 29-39.
- [2] Aidala, V. J., and Hammel, S. E., "Utilization of Modified Polar Coordinates for Bearings-Only Tracking," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-28, Aug. 1983, pp. 283-294.
- [3] Nardone, S. C., and Aidala, V. J., "Observability Criteria for Bearings-Only Target Motion Analysis," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-17, July 1981, pp. 162-166.

ÖZGEÇMİŞLER

Suzan KALE

ODTÜ Havacılık Mühendisliği Bölümü'nden 2009'da mezun olduktan sonra, Roketsan A.Ş.'de işe başlamıştır. Burada, Güdüm ve Otopilot Tasarım biriminde halen çalışmaktadır. Yüksek lisans çalışmaları ise halen sürmektedir.

Yrd. Doç. Dr. Ali Türker KUTAY

1996 ve 1999 yıllarında ODTÜ Havacılık Mühendisliği Bölümü'nden lisans ve yüksek lisans, 2005 yılında Georgia Teknoloji Enstitüsü Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü'nden doktora derecesi aldı. Georgia Teknoloji Enstitüsü'nde araştırma görevlisi, doktora sonrası araştırmacı ve araştırma mühendisi olarak çalıştı. Halen ODTÜ Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü'nde öğretim üyesidir.