

## VEKTÖR GÖZLEMLERİ İLE KÜÇÜK UYDULARDA YÖNELİM BELİRLEME YÖNTEMLERİ

Demet ÇILDEN\*

Cengiz HACIZADE

İTÜ, Uzay Mühendisliği Bölümü.  
cilden@itu.edu.tr

İTÜ, Uçak Mühendisliği Bölümü.  
cingiz@itu.edu.tr

*Geliş Tarihi: 30 Mayıs 2014, Kabul Tarihi: 30 Haziran 2014*

### ÖZET

*Uzay teknolojisinde yaşanan gelişmeler ile birlikte küçük uyduların uzay görevlerinde kullanılma sıklığındaki artış, bu uyduların yönelim belirleme yöntemleri konusunda yapılan bilimsel çalışmaların artmasını da beraberinde getirmiştir. Kütle ve boyutlarının küçük olmasının yanında ucuz olmaları da alt sistemlerinin ayrı ayrı test edilebilmesi ve hatta ilerleyen teknolojinin getirisiyle üretilebilecek tüm alt sistemlerin çeşitli uzay görevlerinde daha sık kullanılması için önemli bir parametre durumundadır.*

*Bu çalışmada, Wahba'nın hata fonksiyonunu minimuma indirmek amaçlı kullanılan yöntemlerden bazıları iki vektör kullanılarak kıyaslanmıştır. Bu iki vektör, güneş ile manyetik alan vektörleri, sensör verileri ve oluşturulmuş modeller sonucunda elde edilmiştir. Bu yöntemlerin, teklik sorunu olmaksızın çözüm üretebilmesi için hesaplarda kuvaterniyonlar kullanılmış, sonucunda ise hata hesabı yapması amaçlanmıştır. Kullanılan metodlar hız ve doğruluk açısından karşılaştırıldığı gibi anlık hata analizi de burada önemli bir parametre olmaktadır. Böylece yöntemler arası geçiş anları dahi belirlenebilmektedir. Teknolojinin gelişme göstermesi bilgisayar ortamında yapılan işlem hızları arasındaki farkı küçültse de bu farklılıkları gözetmek uzay ortamında gerekli olacak anlık değişimleri algılama yetisine sahip olmayı da sağlar. Dayanıklılığın önemli olduğu bu çalışmada, simülasyonlar da bunu açıkça ortaya koymuş ve kabul edilebilir bir yönelim tahmini yapılmıştır.*

**Anahtar Kelimeler:** Küçük Uydu, Yönelim Belirleme, Kuvaterniyon, Güneş Sensörü, Manyetometre.

### SMALL SATELLITE ATTITUDE DETERMINATION METHODS WITH VECTOR OBSERVATIONS

### ABSTRACT

*Scientific research about the methods of determining the orientation of the satellite are increasing with the developments in space technology combined with an increase in the use of small satellites in space missions. Either being cheap or small mass and size of the satellite is important to be tested all the sub-systems individually even with advancing technology, producing all subsystems more frequent use in a variety of space missions is a significant parameter.*

*In this study, different methods with using two vector algorithm to minimize the Wahba's loss function have been compared. These two vectors, sun direction vector and magnetic field vector, is obtained by using sensor data and the developed models. Quaternions are used to produce solutions without the problem of singularity; as a result, the error calculations is aimed. The methods have been compared in terms of speed and accuracy, as well as instantaneous error analysis is also an important parameter in this study. Thus, the transition moments between the methods can even be identified. Although the development in computer technology leads a smaller difference between the methods processing, in space environment these little and instant changes will be required to be capable of detecting and control. Simulations clearly obtained the importance of the robustness and acceptable attitude estimation has been determined with that approach.*

**Keywords:** Small Satellite, Attitude Determination, Quaternion, Sun Sensor, Magnetometer.

\* Sorumlu Yazar

## 1. GİRİŞ

Küp uydu standardının 1999 yılında tanıtılmasından sonra bu uyduların kullanımı için araştırmaların hızla arttığı görülmektedir [1]. Küçük uydular alt sistemlerin ayrı ayrı testlerinde de kullanıldığından, hem düşük maliyete küçük görevler daha kısa sürede uygulanabilmekte hem de çalıştığından ve nasıl sonuç verdiğinden emin olunan sistemler geliştirilebilmektedir. Daha büyük uyduların gönderilmesi esnasında yanında daha çok düşük yörüngelere bırakılan küçük uyduların standardının tanımlanması fırlatma açısından da önem taşımaktadır. Bu standart birçok birim uydu kullanılarak hacim ve kütle artırma olanağı da sağladığı için tasarımı da kolaylıklar getirmektedir. Bir birimi ise 10x10x11 cm boyutlarındadır.

Yönelim belirleme ve kontrol sistemi ayrı olarak test edilebileceği gibi uydular diğer alt sistemlerini test etmek için gönderildiğinde de yönelim kontrolüne ihtiyaç duymaktadırlar. Özellikle bilimsel faydalı yük enstrümanı, yüksek doğrulukta yönelime ihtiyaç duyabilir. Burada, sensörlerin ve kontrol ekipmanının doğruluklarının yüksek olmasının etkisi yanında, kullanılan yöntemler de sonucu büyük ölçüde etkilemektedir. Küçük uydular, görev isterleriyle de doğru orantılı olarak daha büyük görevler için tamamen bir test aracı olarak kullanılabilirler.

Kullanılan denklemlerdeki tekillik sorununu ortadan kaldırmak için kuvaterniyonlar kullanılmıştır [2]. Kuvaterniyonlar dönüşüm matrisinin elemanlarını elde ederken oluşan tekillik sorununu, trigonometrik fonksiyonları cebirsel ilişkilerle ifade ederek ortadan kaldırırlar. Ayrıca bu işlemleri yaparak Euler açılarına göre daha hızlı sonuç verirler. Tüm bu nedenlerden dolayı kuvaterniyonlar birçok çalışmada ana işlem elemanı olarak kullanılmışlardır [3-5].

Unscented Kalman Filtresi (UKF) çözümü birçok kaynak tarafından kullanılmıştır. Referans [3] 'te önerilen yöntem anlık veriler yerine geçmiş bilgilerden de yararlanarak belli bir trendi takip etmektedir. Bu çalışmada, 3 eksenli manyetometre ve güneş sensörü verileri kullanılarak, uydu yönelimi belirlenmesi amaçlanmıştır. Güneşin görülmediği zamanda verilerin hatalı olduğunun anlaşılması için kullanılan metodlar, anlık olarak ne kadar doğru sonuç verildiğine dair veriler elde eder. Bu veriler, Kalman Filtresi vb. yöntem kullanılması durumunda hangi anda bu geçişlerin olacağını da belirler.

Belirli koordinat sistemleri tanımlanmış ve dönüşüm matrisi çıkarılarak tek bir referans sistemi üzerinde işlem yapılması amaçlanmıştır. Bu referans sisteminde ölçüm yapan sensörler ve koordinat dönüşümüyle elde edilen modeller sonucunda iki farklı vektör elde edilerek, minimum gereklilik sağlanmıştır. Bu iki vektörü kullanarak, farklı çözüm yöntemleriyle sonuçlar elde edilmiş, optimum yöntem bulunmaya çalışılmıştır.

## 2. KÜÇÜK UYDULARDA YÖNELİM BELİRLEME

Referans sistemi birbirine eşit ve dik üç birim vektörü ifade eder, ancak birçok şekilde kategorize edilebilir. Katı cisim hareketi Newton'un hareket kanunlarının geçerli olduğu Eylemsiz Dünya Merkezli (EDM) - *Earth Centered Inertial (ECI)* eksen takımında ifade edilebilir. Bu sistemde Dünya Güneş'in etrafında uzun bir sürede (yörünge boyunca periyod süresi) dönüşünü tamamladığından eylemsiz kabul edilir. Orijini Dünya'nın merkezinde ve z eksenini, Dünya'nın dönme eksenine paralel olarak kuzeye doğrudur [6]. x eksenini, ekliptik düzlem ile ekvator düzleminin kesişmesi sonucu ortaya çıkan doğrudur ve ilkbahar ekinoksu ile Güneş'e bakacak şekilde yönelmiştir. y eksenini ise sağ el kuralını tamamlar.

Hesaplanan modellerin ve sensör verilerinin ait olduğu iki farklı referans sistemi daha tanımlanabilir. Sensörler uydunun gövdesinde ölçüm yapacağından bu tanıma Gövde eksen takımı denirse, orijin uydunun kütle merkezinde tanımlanır. Uydunun yöneliminin değişmesi ile dönen bu eksen takımı ile yörüngesine sabitlenmiş bir eksen takımı arasındaki fark, uydunun yönelimini verir. Manyetik alan ve Güneş'e yönelme vektör modelleri de Yörünge eksen takımında tanımlanırsa, daha önce de bahsedildiği gibi bu iki eksen takımı arasında bir transformasyon matrisi elde edilir ve anlık olarak bu geçiş yapılabilir. Yörünge eksen takımında eksen takımı yine uydu ile birlikte hareket eder, fakat bu sefer x eksenini, uydunun yer değiştirme yönünü; z eksenini ise Dünya'nın merkezini hedef alır. y eksenini de sağ el kuralını tamamlayarak oluşturulur.

Referans sistemleri ve aralarındaki dönüşüm matrisinin tanımlanmasıyla, farklı bakış açılarına göre uydunun yönelimini de ifade etmek mümkün hale gelmiştir. Tanımlanan  $\underline{A}$  - dönüşüm matrisinin kullanılan yöntem için ortogonal olması gerekmektedir. [7].

## Vektör Gözlemleri ile Küçük Uydularda Yönelim Belirleme Yöntemleri

$$\underline{A}^T \underline{A} = 1 \quad (1)$$

$$\det(\underline{A}) = 1 \quad (2)$$

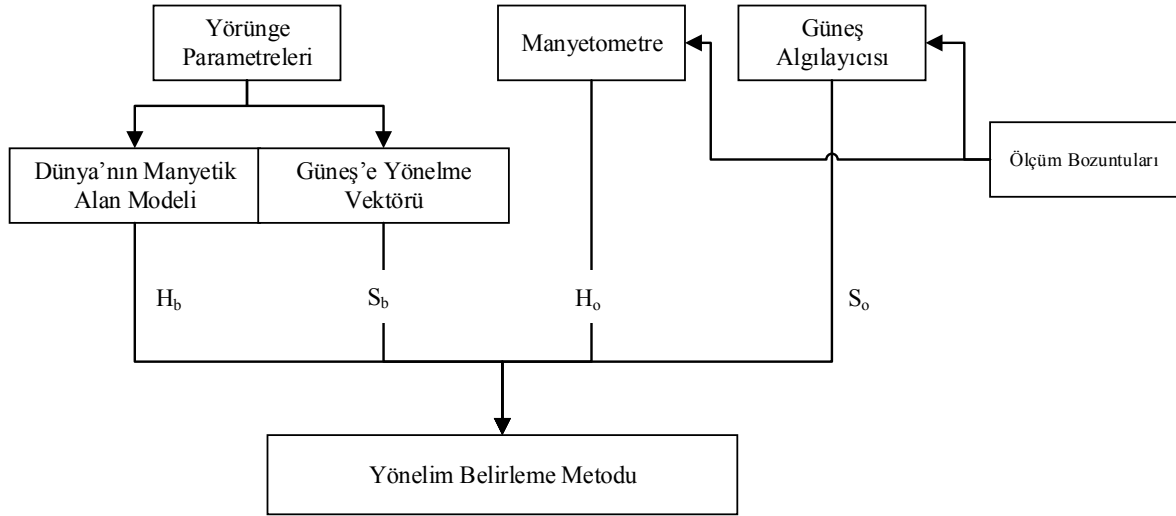
Euler açılarına göre tanımlanmış dönüşüm matrisi  $\underline{A}$ , bunlardan üçü birbirinden bağımsız olmak üzere dokuz parametreye sahiptir. Burada tekillik sorunuyla karşı karşıya kalınması kaçınılmazdır.

Euler açıları görsel olarak kolayca ifade edilebilir olmasına karşın, tekillik sonuçlar açısından büyük problemler yaratmaktadır. Dört elemandan oluşan kuvaterniyonlar, kinematik denklemlerde trigonometrik fonksiyonlar barındırmazlar ve başarılı dönüşümlerle uyumlu sonuçlar elde edebilirler, bu da hesaplanma esnasında hız kazandırır. Euler teoremine göre bir cismin dönüşü tek bir eksen etrafında tek bir rotasyon

olarak tanımlanabilir. Kuvaterniyonların dört elemanından bir elemanı skaler, diğerleri ise bir vektörü ifade eder. Vektör, dönme eksenidir ve bu eksen etrafındaki dönme açısı da skalerin büyüklüğü kadardır. Karmaşık sayı olarak tanımlanan kuvaterniyonların matematiksel ifadesi (3) numaralı denklemden görülebilir [8].

$$q = a + ib + jc + kd \quad (3)$$

Hamilton  $i, j, k$  hiper imajineri sayıları tanımlamıştır. Kuvaterniyonlar veya diğer ismiyle Euler simetrik parametreleri ise  $a, b, c, d$  vektör ve skalerden oluşan dört elemanlı ifadedir. Tanımın anlaşılabilirliği için bilgi sahibi olunması daha muhtemel olan sıkça kullanılan bir ifade olan  $x = a + ib$  bir imajineri bir tane de gerçek elemandan oluşan toplamda iki elemanlı bir karmaşık sayıdır.



**Şekil 1.** Dünya'nın manyetik alanı ve güneş vektörüne göre iki vektörlü yöntem yapısı.

Referans vektörlerini bulmak için yörünge parametreleri gereklidir. Radyo-teknik ölçümlerle elde edilebilecek  $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  ile bu parametreler bulunur. Şekil 1'de görülen yapı iki vektörlü algoritmayı elde etmede kullanılır. Sırasıyla, yörünge parametreleri belirlenip,

tahmin edilir. Ardından yörünge veya ataletsel referans sistemindeki ifadeler/modeller bulunur. Son olarak gövde eksen takımında bulunan birim vektörlerle beraber uydunun yönelimi belirlenebilir [10]. Bu çalışmada kullanılan metodlar iki vektör üzerinde uygulanmasına rağmen bu sayı çoğaltılabilmektedir.

### 3. YÖNELİM BELİRLEME METODLARI

1965 yılında Grace Wahba tarafından önerilen problemin çözümü ile yönelim belirlenebilmektedir [9]. Burada amaç tanımlanan kayıp fonksiyonunu minimum yapacak ortogonal A matrisini bulmaktır. Bu matrisi bulmak demek referans eksenine göre yönelim açılarını da bulmak demektir. Çünkü kuvaterniyonlar, Euler açıları ve transformasyon matrisleri birbiri cinsinden ifade edilebilirler. Gövde eksen takımındaki birim vektörler ( $b_i$ ), yörünge eksen takımındaki birim vektörler ( $r_i$ ), negatif olmayan yük ( $a_i$ ) harfleri ile temsil edilirse, kayıp fonksiyonu ( $L$ ) yazılabilir.

$$L(A) = \frac{1}{2} \sum_i a_i |b_i - Ar_i|^2 \quad (4)$$

$$\lambda_0 \equiv \sum a_i \quad (5)$$

$$B \equiv \sum a_i b_i r_i^T \quad (6)$$

$$L(A) = \lambda_0 - tr(AB^T) \quad (7)$$

$\lambda_0 \equiv \sum a_i$  yani varyansın tersinin kareleri toplamı ile A ve  $B^T$  matrislerinin çarpımının diyagonelleri toplamı (trace fonksiyonu) arasındaki fark kayıp fonksiyonunu verir. Sonucunda açıkça görülmektedir ki kayıp minimumda tutmak için (7) numaralı denklemden ikinci terimi de maksimum yapmak gerekir. Bunu sağlamak için SVD, q, QUEST, ESOQ, FOAM gibi birçok yöntem kullanılabilir. Bu çalışmada ise öncelikli olarak SVD methodu, q methodu ve q'dan türetilen QUEST methodu iki vektör kullanılarak uygulanmıştır.

(6) numaralı denklemden belirtilen B matrisi tekil değer ayrışması (SVD) ile ortogonal iki farklı matris cinsinden ifade edilebilir (U, V). MATLAB programında ( $U, S, V$ ) = svd(X) fonksiyonu kullanılarak kolay bir şekilde bu matrisler oluşturulmuş, bunların tekil değerleri de sıralı olarak (8) numaralı denklem ile elde edilerek optimum transformasyon (A) matrisine ulaşılmıştır [11].

$$B = U \sum V^T = Udiag \left[ \sum_{11} \quad \sum_{22} \quad \sum_{33} \right] V^T \quad (8)$$

$$\sum_{11} \geq \sum_{22} \geq \sum_{33} \geq 0 \quad (9)$$

Kayıp fonksiyonu ve transformasyon matrisi ile uydunun bu yöntemle bulunmuş yönelimi ortaya çıkar.

Fakat çözümün ne kadar doğru sonuç verdiğini gözlemek, gerçek bir uydu görevinde mümkün olmayacaktır. Simülasyon ortamında atanan gerçek değerler ile bulunan değerler karşılaştırılarak mutlak hatalar bulunabilir. Markley ve Mortari [4] açı hataları vektörü kovaryansı (P) hesabı için bir öneride bulunmuştur. Bunun sonucunu simülasyon verilerine göre bulunan mutlak hata ile karşılaştırma olanağı olduğundan, hangi saniyeler için bu hatalarda yükselme olduğu çıktısı alınabilir ve birbirleri ile tutarlılığı test edilebilir. SVD metodunda kullanılan tekil değerler  $s_1, s_2, s_3$  ve elde edilen hata kovaryans matrisi P, aşağıda verilmiştir.

$$s_1 = \sum_{11} \quad (10)$$

$$s_2 = \sum_{22} \quad (11)$$

$$s_3 = \det(U) \det(V) \sum_{33} \quad (12)$$

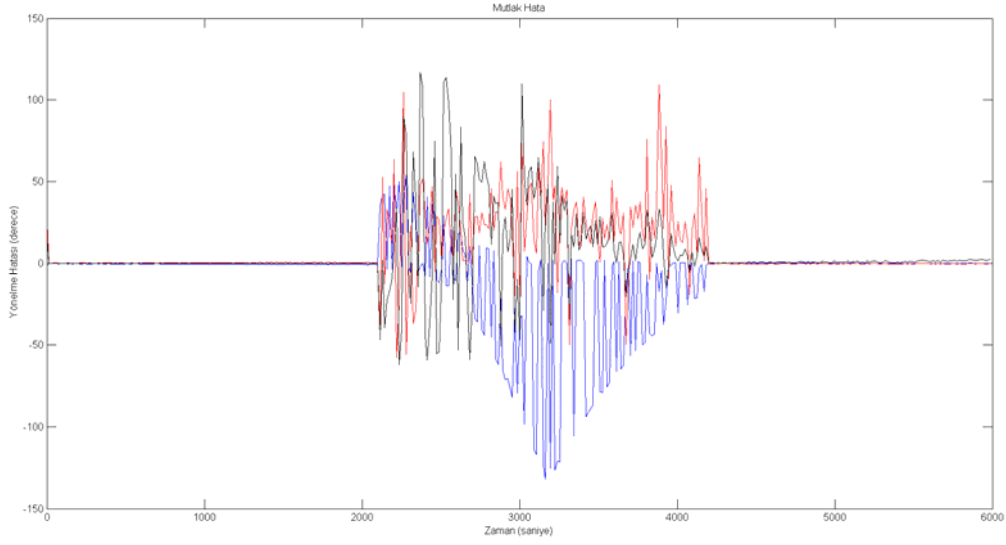
$$P = Udiag \left[ (s_2 + s_3)^{-1} \quad (s_3 + s_1)^{-1} \quad (s_1 + s_2)^{-1} \right] U^T \quad (13)$$

Vektör gözleminin yapılamaması gibi bir durum olursa, P hata fonksiyonu sonsuza gider. İki vektörlü algoritmada güneş sensörünün kullanıldığı durumda; Güneş'in görülmediği zaman aralıklarında (eclipse) veya vektörlerin birbirine paralel olduğu durumlarda da bu hata sonsuza gidecektir.

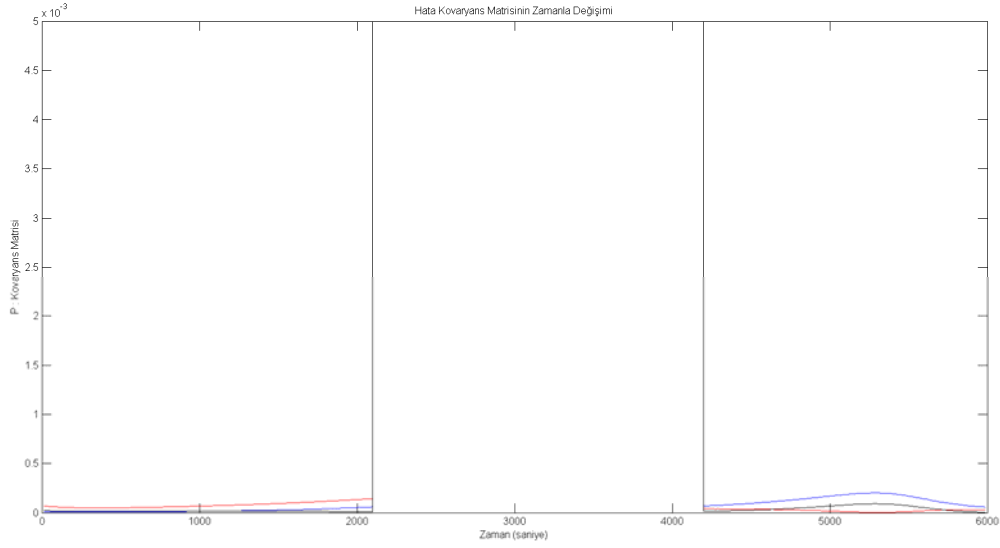
MATLAB programında manyetik alan ve güneş vektörünün eldesi yapıldıktan sonra, SVD Metodu ayrı bir dosyada bu işlemlerin sonuçlarını çağırarak kendi işlemini devam ettirir. Sensör verilerini simüle etmek için oluşturulan modeller temel alınmış, üzerine bozuntu ekleyerek, gövde eksen takımında ifade edilmiştir. Böylece yörünge ekseninden ve gövde ekseninden alınan ikişer vektör verisi vardır. Gerçek değerler yörünge ilerletmesi yapılarak elde edildiğinden bunlara karşılık gelen kuvaterniyonlar da kolayca dönüştürülebilirler. Yörünge bilgileri bir birimlik düşük yörünge küp uydusuna aittir [12, 13]. Bu bilgiler hem uydunun yörünge ilerletmesinde hem de birim vektörlerin bulunmasında kullanılmıştır.

Tüm adımlarda kuvaterniyonlar kullanılmıştır, fakat sonuçları akılda daha iyi canlandırabilmek için son adımda Euler açılara dönüşüm yapılarak, o şekilde hatalar bulunmuştur. Mutlak hata ve anlık kovaryans verilerinin birbiriyle orantılı olarak değişimi Şekil 2 ve 3'te görülebilir.

## Vektör Gözlemleri ile Küçük Uydularda Yönelim Belirleme Yöntemleri



Şekil 2. SVD metodu mutlak hata - manyetik alan ve güneş'e yönelme vektörü.

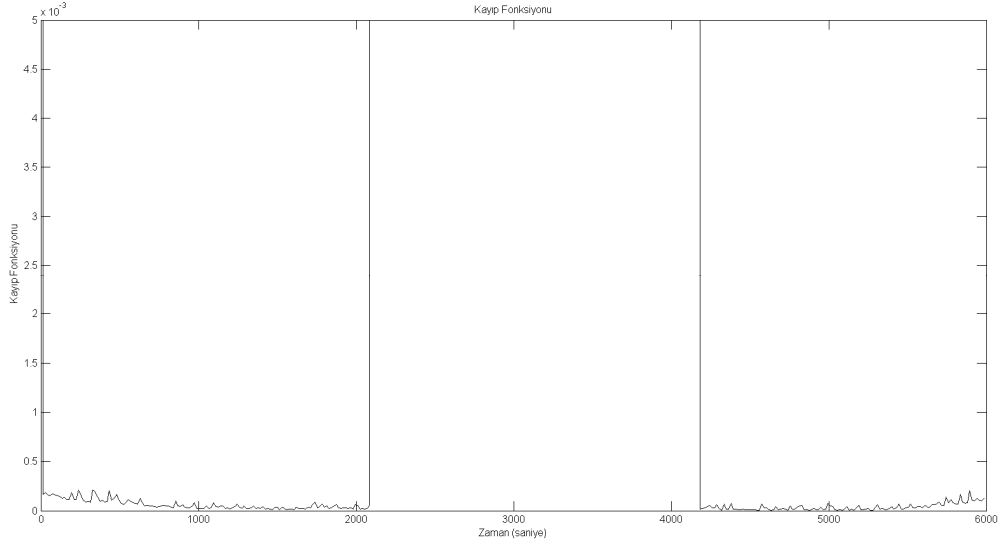


Şekil 3. SVD metodu anlık kovaryans – manyetik alan ve güneş'e yönelme vektörü.

Belirlenen uydunun bir yörünge periyodundaki açı hataları incelenmiştir. Güneş algılayıcısı, Güneş'in görülmediği zaman aralıklarında, (0,0,0) değerini vereceğinden ikinci bir vektör elde edilemez ve bu aralıkta yüksek bir hata beklenir. Bu beklentiye karşılayacak grafikler hem mutlak hata için hem de kovaryans için verilmiştir. Anlık kovaryans grafiğinde hatalı aralıkta değerler sonsuza gider, bu nedenle uygun bir değer seçilerek burada kestirim yapılmıştır. Uydunun Güneş'i görmediği zaman aralığı (eclipse) 2100 ve 4200 saniyeler arası olarak açıkça görülmektedir. SVD

metodundan uyduya her an bu hata değerleri gönderilebilir ve burada olduğu gibi yüksek hatayla karşılaştığında başka bir yöntem geçmesi gibi bir komut verebilir, SVD metodunun önemli bir sonucu da budur. Diğer bölgelerdeki hatalar incelenirse, ne kadar doğru sonuçlar verdiği de ortaya çıkmaktadır. Kayıp fonksiyonunun normalleştirilmesiyle elde edilen grafik için Şekil.4 incelenirse sıfıra çok yakın bir değer aldığı görülebilir. Böylece SVD metoduyla amaçlanan sonuç gerçekleşmiştir. Güneş'in görülmediği zaman aralıklarında bu değer yine sonsuza gitmektedir.

## Vektör Gözlemleri ile Küçük Uydularda Yönelim Belirleme Yöntemleri



Şekil 4. SVD metodu kayıp fonksiyonun zamanla değişimi.

q metodu, Wahba problemini yönelim kuvaterniyonları yani birim normaller cinsinden kuadratik (ikinci dereceden) bir formda ifade eder. Paul Davenport tarafından öne sürülen bu yöntemde özdeğer ve özvektörler yardımıyla kuvaterniyonlar elde edilir [14]. En büyük özdeğere bağlı özvektör optimum kuvaterniyon matrisini bulur, bu şekilde Euler açılımlarına dönüşüm sağlanarak mutlak hata bulunabilir.

Birim kuvaterniyon olarak A matrisi düzenlenebilir. Burada kuvaterniyonların ikinci dereceden homojen olarak ifade edildiği göz önüne alınırsa aşağıdaki denklemler yazılabilir. Burada, tanımlarından dolayı kuvaterniyonların (q) kareleri toplamı bire eşittir.

$$q = \begin{bmatrix} q \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$A(q) = (q_4^2 - |q_v|^2)I + 2q_v q_v^T - 2q_4 [q_v \times] \quad (15)$$

$$\text{tr}(AB^T) = q^T K q \quad (16)$$

Burada tanımlanan K değeri simetrik 'izsiz' (traceless) bir matristir. İçinde bulundurduğu S matrisi ise 3x3 boyutunda model ve sensör verilerinden oluşturulan B matrisinin transpozuyla toplanmasıyla elde edilir. Yine B matrisi değişimiyle elde edilen z harfiyle tanımlanan 3 birimlik vektör ilerde kuvaterniyonları elde edeceğimiz K matrisini oluştururlar.

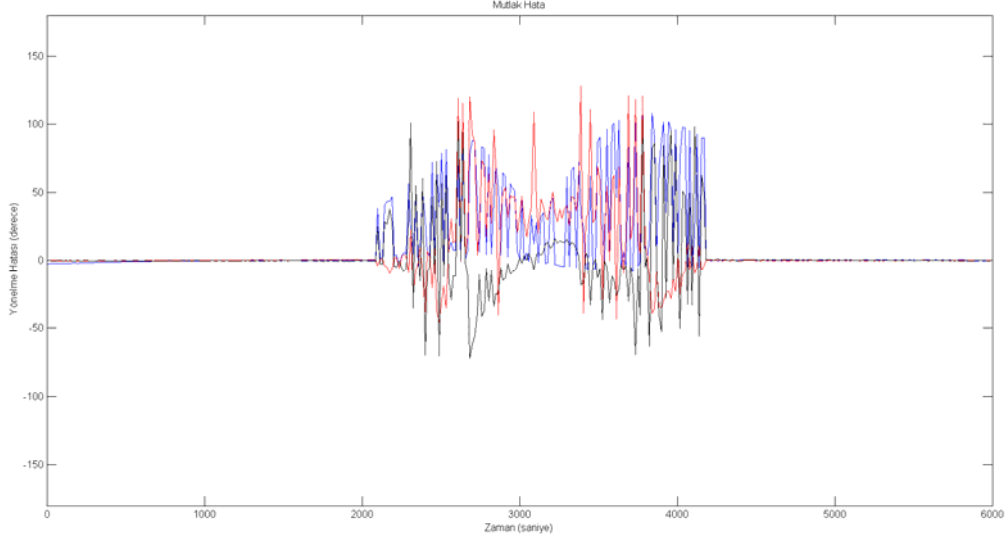
$$K \equiv \begin{bmatrix} S - \text{Itr}(B) & z \\ z^T & \text{tr}(B) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$S \equiv B + B^T \quad (18)$$

$$z \equiv \begin{cases} B_{23} - B_{32} \\ B_{31} - B_{13} \\ B_{12} - B_{21} \end{cases} = \sum_i a_i b_i \times r_i \quad (19)$$

$$Kq_{opt} \equiv \lambda_{\text{maksimum}} q_{opt} \quad (20)$$

Denklemlerden de açıkça kanıtlanabileceği gibi optimum kuvaterniyon K matrisinin en büyük özdeğerine göre normalleştirilmiş özvektördür. Çözüm yukarıdaki gibi ifade edilebilir. Özdeğer problemi için MATLAB kendi içinde kolay ve hızlı bir pakete sahiptir, bu kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir. Fakat maksimum özdeğer bulunurken çakışma olması durumunda yani iki değer birbirine eşit olması durumunda doğru sonuç elde edilemez. Markley'e göre bu q metodunun bir hatası olarak algılanmamalıdır, buradan verilerin yönelim bulmaya uygun olmadığı sonucu çıkarılabilir. SVD metodunda da Güneş görülmediği durumda elde edilen sonsuz hata gibi bir sonuç beklenmektedir. Bu yöntem birçok çalışmada da kullanılmıştır [15].



Şekil 5. q Metodu mutlak hata - manyetik alan ve güneş'e yönelme vektörü.

q metodunda özdeğer ve özvektörler hesaplanırken nümerik teknikler de kullanılabilir. Bunun yanında işlemleri hızlandırmak için bazı değerleri hesaplamak yerine sabit bir değer atayarak da belli yöntemler yönelimin belirlenmesinde kullanılabilir. QUEST (Kuvaterniyon Kestirici) yöntemi de bunlardan bir tanesidir. Newton-Raphson yöntemi kullanılarak Gibbs Vektörü elde edilir ve kuvaterniyonun tanımından gelen eşitlik ile denklem sistemi çözülerek sonuç elde edilebilir, fakat tanımlamalardan dolayı tekillik sorunlarıyla karşılaşmaktadır. Bunu yok etmek için de yine belli yöntemler ortaya konmuştur [16]. SVD metodu diğer yöntemler gibi Wahba problemini çözmeyi amaçlar, ama kuvaterniyonların yanında doğrudan Euler açılarıyla da çözüm elde edebilir. Tanımlanan diğer yöntemlerle sadece kuvaterniyonları kullanılabilmektedir.

QUEST yönteminde belli varsayımlar yapılarak, özdeğer ve özvektörlerin hesaplama kısmı kısaltılarak, yaklaşık bir denklemin çözümüyle Gibbs vektörünün ( $\underline{g}$ ) eldesi sağlanabilir. Kuvaterniyonların tanımı gereği gelen denklemin de eklenmesiyle oluşturulan denklem sistemi nümerik olarak çözdürülür. q metodunu tanımlarken kullanılan K matrisi elemanları kullanılarak

Gibbs vektörüyle beraber aşağıdaki denklemler yazılabilir.

$$\underline{g} = \begin{pmatrix} g1 \\ g2 \\ g3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1/q_4 \\ q_2/q_4 \\ q_3/q_4 \end{pmatrix} \quad (21)$$

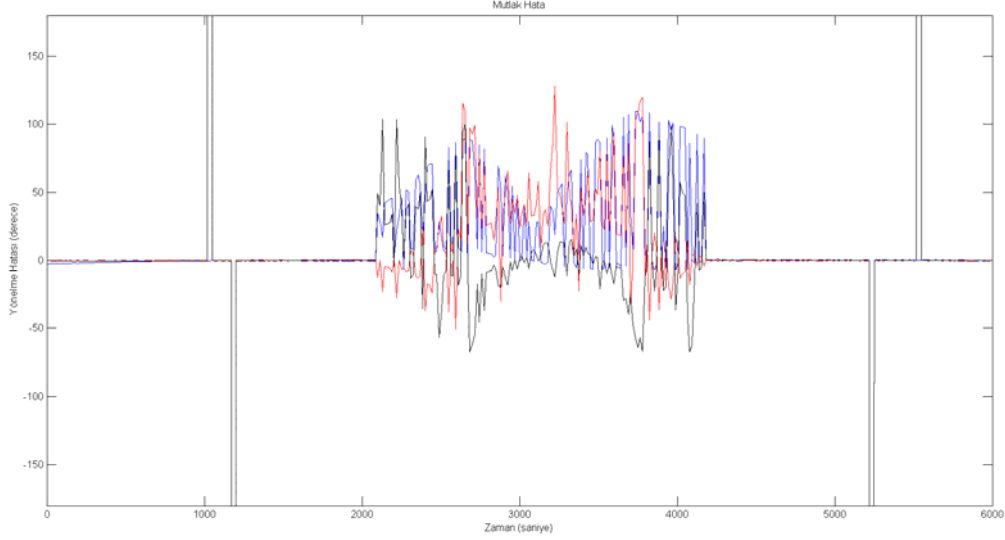
$$(S - \sigma I)\underline{q} + zq_4 = \lambda_{maksimum}\underline{q} \quad (22)$$

İkinci sıradaki denklem, skaler kuvaterniyona ( $q_4$ ) bölünürse ve  $\lambda_{maksimum}$  değeri 'bir' olarak atanırsa, yeni bir denklem ortaya çıkar. Kayıp fonksiyonu, normalde 'sıfır'a yaklaşırken burada yapılan kabul ile 'bir' değerine yaklaşmış olur. Denklem 23'te ,

$$(S - \sigma I - I)\underline{g} + z = 0 \quad (23)$$

kullanılan parametreler q metoduyla aynı olmakla birlikte,  $\sigma$  değeri trace(B)'yi ifade eder. Burada 'S' matrisi yine 3x3'lük tamamen sensör ve model verilerine dayalı 'B' matrisinden oluşmaktadır.

## Vektör Gözlemleri ile Küçük Uydularda Yönelim Belirleme Yöntemleri



**Şekil 6.** QUEST metodu mutlak hata - manyetik alan ve güneş'e yönelme vektörü.

Denklemlere bakılarak, QUEST çözümü sonuçlarının daha hatalı olması beklenir. Gibbs parametrelerinin tanımı gereği  $180^{\circ}$ lik bir açıda kötü sonuç verdikleri bilindiğinden, yukarıdaki grafikteki sıçramalar beklenen sonuçlardır [7]. Gerçek değerler  $\pm 180$  derece olduğunda, QUEST yönteminden bulunan değerler sonsuza gider. Aşağıdaki tabloda tüm yöntemlerin ortalama olarak karşılaştırılması yapılmıştır. QUEST'in özel durumu için sıçramalar göz ardı edilerek hata hesaplanırsa,  $1.1270$  derecelik bir hata bulunur. Algoritmanın oluşturulduğu bilgisayarın hızına bağlı olarak tüm yöntemlerin hız karşılaştırılması değişmektedir. Hatta aynı bilgisayar için bile bu değerler değişebilmektedir, uyduda kullanılacak bilgisayarın hızı da burada devreye girmektedir. Fakat bulunan sonuçlara göre, yöntem hızları arasındaki fark çok küçüktür.

Tablo.1'de görüldüğü gibi SVD metodu hem doğrudan Euler değerleriyle hem de kuvaterniyonlar kullanılarak elde edilebilmektedir, diğer yöntemlerde sadece kuvaterniyonlar kullanılmıştır. MATLAB programında var olan süre hesaplaması sayesinde, yöntemlerin hız karşılaştırılması kolayca yapılabilmektedir. Aralarındaki farkın küçük olması neticesinde kullanılacak yönteme karar verilirken, daha doğru sonuç veren algoritmanın seçimi daha cazip hale gelmiştir. Üç eksenindeki hatanın pozitif değerlerinin birbiriyle toplanması ve ortalamasının alınmasıyla hatalar hesaplanmıştır. Burada dikkat edilecek husus, Güneş görülmeyen zamanlarda çok büyük hatalar elde edildiğinden, bu kısımları çıkararak hataları karşılaştırmak, daha doğru karar vermemizi sağlar. Tabloda 'Ortalama Hata (Derece-Güneşli)' olarak belirtilen sütun tam da bu sonuçları vermektedir.

**Tablo 1.** Yöntem sonuçları.

Yöntem	Süre (Saniye)	Ort. Hata (Derece Toplam)	Ort. Hata (Derece Güneşli)
QUEST	0.23462	39.5888	7.6246
SVD (Euler)	0.361080	37.5056	0.9834
q Metodu	0.361912	34.6527	1.0684
SVD (Kuvaterniyon)	0.362957	35.1972	0.9007

## 4. SONUÇ

Çalışmada Güneş'e yönelme vektörü ile Dünya'nın manyetik alan vektörlerinin elde edilmesi için sensör ve model verileri kullanılmıştır. Bu sensörler küçük uydularda sıkça kullanıldığından, bu konuda birçok çalışmaya rastlamak mümkün olmuştur. Fakat günümüz tarihine doğru gelirse, yöntemlerin seçim kriterleri teknoloji ile doğru orantılı olarak değişim göstermektedir. Çalışmanın sonunda grafiklerin karşılaştırılmasının yanında, tablodaki değerler de hem süre farkları için hem de hata değerleri için net bir sonuç ortaya koymaktadır. Hatanın sonsuza gittiği durumda farklı bir yönteme geçme ihtiyacı, hem o bölgedeki



sonuçların verimsizliğinden çıkarım yapılarak, hem de çoğu uzay görevinde filtrelerin kullanım sıklığına bakılarak bu geçişin gerekliliğine karar verilebilir.

Elde edilen değerlerin listelenmesiyle, kuvaterniyonların kullanıldığı SVD metodunun en doğru sonucu verdiği gözleniyor. Buradaki diğer tartışma konusu şüphesiz, farklı yöntemle geçiş olmadan bu yöntemin sürekli kullanılabilmesidir. Güneş'e bağlı olmayan, doğruluğu yüksek sensör tercihi bunu sağlayabilmektedir. Yöntemin tanımından dolayı kullanılan vektörlerin artırılması da bu bağımlılığı göz ardı eder ve tüm bölgeler için doğru bir sonuç elde edilebilir.

## 5. TEŞEKKÜR

Bu çalışma; Von Karman Enstitüsü'nün yürütmekte olduğu QB-50 görevinde; İstanbul Teknik Üniversitesi, Uzay Sistemleri Tasarım ve Test Laboratuvarı (ITU/USTTL) ile Hava Harp Okulu, Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü (HHO/HUTEN)'nün proje sahibi olduğu BeEagleSat uydu projesinin yönelim belirleme başlığı altındaki araştırmanın ürünü olarak ortaya çıkmıştır.

## 6. KAYNAKLAR

- [1] CalPolySLO. *CubeSat Design Specification*. Available from: [http://www.cubesat.org/images/developers/cds\\_rev12.pdf](http://www.cubesat.org/images/developers/cds_rev12.pdf).
- [2] Hanson, A.J., *Visualizing Quaternions*. 2006.
- [3] Crassidis, J.L. and F.L. Markley, *Unscented filtering for spacecraft attitude estimation*. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2003. **26**(4): p. 536-542.
- [4] Markley, F.L. and D. Mortari, *Quaternion attitude estimation using vector observations*. Journal of the Astronautical Sciences, 2000. **48**(2-3): p. 359-380.
- [5] Vinther, K., et al., *Inexpensive Cubesat Attitude Estimation Using Quaternions And Unscented Kalman Filtering*. Automatic Control in Aerospace, 2011. **4**.
- [6] Serway, R.A. and D.F. Bartlett, *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*. Physics Teacher, 1984. **22**(7): p. 468-&.
- [7] Wertz, J.R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*. 1994: p. 510-524.
- [8] Chaudhuri, S. and S.S. Karandikar, *Recursive methods for the estimation of rotation quaternions*. Ieee Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996. **32**(2): p. 845-854.

[9] Wahba, G., *Problem 65-I: A Least Squares Estimate of Satellite Attitude*. 1965: p. 409.

[10] Hajiyeve, C. and M. Bahar, *Increase of accuracy of the small satellite attitude determination using redundancy techniques*. Acta Astronautica, 2002. **50**(11): p. 673-679.

[11] Markley, F.L., *Attitude Determination Using Vector Observations and Singular Value Decomposition*. Journal of the Astronautical Sciences, 1988. **36**(3): p. 245-258.

[12] *TLE Data of UWE-2 Satellite* 2012.

[13] Kurz, O., *Design and Implementation of an Attitude Determination System for the Cubesat UWE-2 (Hardware based)*. 2007.

[14] Keat, J.E., *Analysis of Least-Squares Attitude Determination Routine DOAOP*. Computer Sciences Corporation, 1977.

[15] Zanetti, R., et al., *Q Method Extended Kalman Filter*. NASA Technical Reports, 2012.

[16] Bar-Itzhack, I.Y., *REQUEST - A Recursive QUEST Algorithm for Sequential Attitude Determination*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996. **19**(5): p. 1034-1038.

## ÖZGEÇMİŞLER

### Demet ÇILDEN

İstanbul Teknik Üniversitesi, Uzay Mühendisliği bölümünde son sınıf öğrencisi olmakla beraber Elektrik-Elektronik Fakültesi, Mekatronik bölümünde de yandal yapmaktadır. Okulda yürütülen bazı projelerin yönelim belirleme ve kontrol sistemleri kısmında görev almaktadır.

### Prof. Dr. Cengiz HACIZADE

1981 yılında Moskova Havacılık Üniversitesi'nin Uçan Araçların Otomatik Kontrolü Sistemleri Fakültesi'nden yüksek onur derecesiyle mezun oldu. 1987'de Ph.D., 1993'de D.Sc.(Eng.) derecelerini aldı. 5 uluslararası bilimsel derginin yayın kurulu üyesidir. 250'den fazla uluslararası dergi ve konferans makalesi basılmıştır. 1996 yılından bu yana İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Uçak Mühendisliği Bölümü'nde profesör olarak görev yapmaktadır. İlgi alanları; Aviyonik Sistemler, Tümlleştirilmiş Seyrüsefer Sistemleri, Arıza Toleranslı Uçuş Kontrol Sistemleri, Uydu Yönelme Belirleme ve Kontrol Sistemleri.