

SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNİ KULLANARAK İKİ-BOYUTLU YAPILARIN ÖZDİRENÇ İLERİ MODELLEMESİ

THE RESISTIVITY FORWARD MODELING OF TWO-DIMENSIONAL FEATURES USING THE FINITE ELEMENT METHOD

Sedat YILMAZ

Süleyman Demirel Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, 32260, Isparta

Yayına Geliş (Received): 06.11.07, Yayına Kabul (Accepted): 15.07.08

ÖZ: Bir-boyutlu özdirenç modellemesinin en büyük sınırlaması yeraltı özdirençinin yanal değişimlerini hesaba katmamasıdır. Yeraltının daha doğru bir modeline ulaşmak için, bir hat boyunca yanal ve düşey yönde özdirenç değişimlerini dikkate alan iki-boyutlu (2-B) modelleme yapılmalıdır. Bu durumda özdirençin araştırma hattına dik olan yönde değişmediği düşünülür. Bu çalışmada, 2-B özdirenç modelleme için sayısal modelleme tekniklerinden sonlu elemanlar yönteminin (SEY) temel kuramı sunulmaktadır ve modelleme için ihtiyaç duyulan yeraltı ağı irdelenmektedir. Çalışmada bir arkeolojik yapıyı temsil edebilecek türde modeller kullanılmıştır. 2-B modellerin dipol-dipol görünür özdirenç model tepkilerini hesaplamak için 103x19 düğümlü bir sonlu elemanlar ağı kurulmuştur. Modelleme sonuçları gerçek özdirençten N=1 seviyesinde yaklaşık %2 ve diğer seviyelerde ise %0.5'den daha az farklıdır. İleri modelleme ile hesaplanan görünür özdirenç değerleri andıran kesitler olarak sunulur ve yeraltı özdirenç dağılımının yaklaşık resmini verir. Bu model tepkisi (düz çözüm sonucu) ters çözüm için bir başlangıç rehberi olarak kullanılır.

Anahtar Kelimeler: Özdirenç, düz çözüm, sonlu elemanlar yöntemi, andıran kesit sunumu

ABSTRACT: The greatest limitation of the one-dimensional resistivity modeling is that does not take into account horizontal changes in the subsurface resistivity. To obtain a more accurate model of the subsurface, two-dimensional (2-D) modeling consisting of the resistivity changes in the vertical and the horizontal direction along the survey line must be done. In this case, it is assumed that resistivity does not change in the direction that is perpendicular to the survey line. In this study, the basic theory of the finite element method (FEM) from numerical modeling techniques is presented as two-dimensional resistivity forward modeling technique and the subsurface mesh needed for the modeling is examined. The models used in the study represent an archaeological feature. A finite element mesh with 103x19 nodes was designed to calculate the dipole-dipole apparent resistivity model responses of the 2-D models. The results of forward modeling differ from the true resistivity by approximately 2 percent for N=1 level while less than 0.5 percent for the other levels. The apparent resistivity values produced with the forward modeling are presented as pseudo-sections and they give a very approximate picture of the true subsurface resistivity distribution. The model response (result of forward modeling) can be used as an initial guide for the inversion.

Key Words: Resistivity, forward modeling, finite element method, pseudo-section presentation

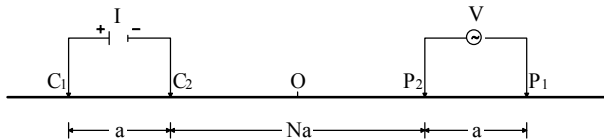
GİRİŞ

Doğru akım elektrik özdirenç yöntemi jeofizik sorunların çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır. Yer elektriksel özelliklerinin hem yatay hem de düşey değişimlerini yansıtan veriler 2-B özdirenç ölçümleri ile elde edilebilir ve 2-B modellenebilir. Bu yapının

tanımlanması ve gömülü yapıların derinliği için bir-boyutlu yaklaşımdan daha nitelikli yorumlar sağlamaktadır. 2-B özdirenç veri toplama, hidrojeoloji, çevre ve jeoteknik araştırmaları için oldukça faydalıdır (Griffiths ve Barker, 1993). Saha verilerinin yorumlanması için kullanılan ters çözüm

algoritmalarının hepsi, yeraltı modelinin kuramsal görünür öz dirençlerini hesaplamada bir düz çözüm yöntemi kullanılmaktadır. Elektrik yöntemlerde modelleme, özellikle analitik yöntemlerin sınırlamaları ve laboratuvar modellemenin zorluğu veya uygun olmaması yüzünden çok önemlidir. 2-B öz direnç sayısal düz çözüm modelleme teknikleri, kullanılan ilkelere dayanarak dört türde sınıflandırılır (Zhang vd., 1995); (1) Tümler denklem yöntemler (örneğin, Lee, 1972; Lee, 1975; Hohmann, 1975), doğrudan tekdüze bir ortam için Green işlevini kullanır ve basit model geometrileri için çok uyumludur. (2) Ağ yöntemi (örneğin, Pelton vd., 1978; Tripp vd., 1984), model öz dirençlerle orantılı olan direntilerin bir ağ oluşturması ile ana denklemleri yaklaşıtır. (3) Sonlu farklar yöntemi (örneğin, Mufti, 1976; Mufti, 1978; Dey ve Morrison, 1979; Mundry, 1984; Zhao ve Yedlin, 1996), fark denklemleri ile diferansiyel denklemleri yaklaşıtır. (4) Sonlu elemanlar yöntemi (Coggon, 1971; Rijo, 1977; Bibby, 1978; Pridmore vd., 1981; Sasaki, 1982; Queralt vd., 1991; Dittmer ve Szymanski, 1993; Sasaki, 1994; Tsokas vd., 1997; Zhou ve Greenhalgh, 2001) bir tümler işlevinin en küçüklenmesi için sınır değer sorununa dönüşür. Bu yöntemler içinde özellikle sonlu elemanlar yönteminin kuramsal temeli amacımıza uygun ve güvenilir sonuçlar veren bir temele sahiptir. Diğer sayısal yöntemler ile karşılaştırıldığında başlıca üstünlüğü, karmaşık geometrileri, genel sınır şartları ve uzaysal değişken veya doğrusal olmayan maddeleri kolayca ele alabilmesidir (Pridmore vd., 1981; Sasaki, 1994; Zhou ve Greenhalgh, 2001).

Sonlu elemanlar modellemede en önemli konu uygun bir ağı kurulmasıdır. Bu çalışmada, bu sorunun üstesinden gelebilmek için bir dizi testler ile uygun bir ağ kurularak arkeolojik özellikli yapıların öz direnç modellemesi, Rijo (1977) tarafından önerilen bir FORTRAN programı yeniden güncellenerek yapılmıştır. Program çıktıları Surfer programının doğrudan okuyacağı formatta yazdırılmıştır. 2-B öz direnç modelleme dipol-dipol dizilimini (Şekil 1) esas almaktadır.



Şekil 1. Dipol-dipol dizilimi.

Figure 1. The dipole-dipole array.

SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Sonlu elemanlar yöntemi, çözümlenebilen sistemin bazı fiziksel özelliklerini tanımlayan diferansiyel denklemlere yaklaşık çözümleri

hesaplamak için kullanılabilen bir sayısal çözüm tekniğidir. Bu yöntem çok sayıda çalışmada (Coggon, 1971; Rijo, 1977; Pridmore vd., 1981; Sasaki, 1982; Chandrupatla ve Belegundu, 1991; Dittmer ve Szymanski, 1993) geniş olarak tanımlandığı için burada yöntemin kısa bir tanımı verilecektir.

2-B yerdeki elektrik potansiyelinin çözümü bir nokta akım kaynağı için elektrik akım yoğunluğunun süreklilik denklemi ile başlar ($\nabla \cdot \mathbf{J} = \mathbf{I} \delta(x) \delta(y) \delta(z)$). Ohm Kanunu'na göre $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ olup, burada σ iletkenlik (öz direncin ρ tersi) ve \mathbf{E} elektrik alanıdır. \mathbf{E} , bir skaler potansiyelin gradyentine göre ifade edilebilir ($\mathbf{E} = -\nabla V$). Bütün bunlar dikkate alındığında temel elektrik denklemin genel şekli şöyledir.

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \mathbf{I} \delta(x) \delta(y) \delta(z) \quad (1)$$

Denklem (1), elektrik potansiyelin (V) x , y ve z ile ifade edildiği temel denklemin genel üç-boyutlu şeklidir. Pratikte problem 2-B ise, temel denklemdeki y -yönündeki bütün özellikler sabit olacaktır, yani y -yönünde değişim olmayacaktır. Ancak, yer içine gönderilen akımın dağılımı 3-B olacaktır. İletkenlik sadece 2-B değiştiği halde akım dağılımı 3-B değiştiği için, potansiyel alan doğrudan 3-B değişkenliğe sahip olur (Coggon, 1971). Bir 2-B yer üzerinde bir 3-B akım kaynağı sorunu, Fourier dönüşümü vasıtasıyla y -bağımlı olarak yok edilerek tamamen 2-B probleme indirgenebilir. Bu durumda, 3-B yeraltı potansiyeli Fourier kosinüs dönüşümü ile 2-B potansiyele dönüştürülür. Kosinüs dönüşümü, akım kaynağı hem çift hem de gerçel olduğu için kullanılmaktadır.

$$\mathcal{V}^0(x, k, z) = \int_0^{\infty} V(x, y, z) \cos(ky) dy \quad (2)$$

Burada k dönüşüm değişkenidir. Denklem (2), denklem (1)'e uygulanırsa,

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{V}^0}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{V}^0}{\partial z} \right) + \frac{k^2}{\rho} \mathcal{V}^0(x, k, z) = \mathcal{I} \delta(x) \delta(z) \quad (3)$$

elde edilir. Denklem (3)'de potansiyel $V(x, y, z)$ 'yi elde etmek için, k 'nın farklı değerleri için $\tilde{V}(x, k, z)$ çözümleri hesaplanır ve ters Fourier kosinüs dönüşümü uygulanır.

$$V(x, y, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{V}(x, k, z) \cos(ky) dk \quad (4)$$

Sonlu elemanlar yöntemi, V için bir yaklaşık çözümü yerine koyarak temel denkleme çözümün yaklaşmasını aramaktadır. Bu çözüm basit fonksiyonların bir toplamıdır.

$$\Lambda(x, k, z; a) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x, z) a_i \quad (5)$$

Burada $\Lambda(x, k, z; a)$, elemanda potansiyel için deneme çözüm olarak adlandırılır. Bu durumda, potansiyel hem x , k ve z hem de a 'nın bir fonksiyonudur. a_i katsayıları serbestlik derecesi olarak bilinen tanımlanmamış parametreler ve $\phi_i(x, z)$, yaklaşık çözümü belirleyen deneme, temel veya şekil fonksiyonudur. Bu yaklaşım genellikle güç serileri olarak ifade edilebilir. Keyfi bir eleman düşünülürse, bu güç dizileri yaklaşımı temel denklem içinde yerine konulur ve yaklaşık ve gerçek çözümler arasındaki kalıntı hata aşağıdaki gibi verilir.

$$R(x, k, z; a) = -\sigma \nabla^2 \Lambda(x, k, z; a) + k^2 \sigma \Lambda(x, k, z; a) - f(x, z) \quad (6)$$

Burada $f(x, z)$, $I\delta(x - x_e)\delta(z - z_e)$ veya sıfırdır. x_e ve z_e ise akım girişlerinin koordinatlarıdır ve bir düğüme karşılık gelmektedir. Eğer yaklaşım tam ise eleman üzerinde $\Lambda = V$ ve $R(x, k, z; a)$ sıfır olabilir. Bunun olması muhtemel olmayacağı için, bazı optimum yöntemler bu kalıntı hatayı kullanmaktadır. En sık kullanılan ağırlıklı kalıntı Galerkin yöntemidir. Her eleman üzerinde $R(x, k, z; a)$ 'yi en küçükleyen Galerkin kalıntı denklemleri aşağıda gösterilmiştir:

$$\iint_e R(x, k, z; a) \phi_i(x, z) dx dz = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

Denklem (6) denklem (7)'de yerine konulursa,

$$\begin{aligned} & -\iint_e \sigma (\nabla^2 \Lambda) \phi_i dx dz + \iint_e k^2 \sigma \Lambda \phi_i dx dz \\ & - \iint_e f(x, z) \phi_i dx dz = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (8)$$

elde edilir. Sol taraftaki tümleve zincir kuralı uygulanarak deneme çözümündeki yüksek mertebeli türevlerin derecesi azaltılır ve sonra 2-B iraksay kuramı uygulanarak yüzey sınırları üzerinde bir çizgi tümlevine indirgenebilir.

$$\begin{aligned} & \iint_e \left[\left(\sigma_x \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \right) + \left(\sigma_z \frac{\partial \Lambda}{\partial z} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right) \right] dx dz \\ & + \iint_e k^2 \sigma \Lambda \phi_i dx dz = \iint_e f \phi_i dx dz \\ & + \oint_e \left[\sigma_x \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \phi_i n_x + \sigma_z \frac{\partial \Lambda}{\partial z} \phi_i n_z \right] ds, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (9)$$

Burada, σ_x ve σ_z homojen iletkenliğin ve n_x ve n_z elemanın kenarlarına dışa doğru birim normalin x ve z bileşenleridir. Denklem (9) içine denklem (5)'deki Λ yerine konulursa, eleman denklemlerinin genel şekli elde edilir.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \left[\iint_e \left(\sigma_x \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} + \sigma_z \frac{\partial \phi_j}{\partial z} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right) dx dz + \iint_e k^2 \sigma \phi_j \phi_i dx dz \right] a_j \\ & = \iint_e f \phi_i dx dz + \oint_e \xi_{-n} \phi_i ds, \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (10)$$

Eleman denklemlerini dizey şeklinde yazarsak,

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

elde edilir. Katsayı dizisindeki terimleri açık olarak yazarsak,

$$\begin{aligned} K_{ij} &= \iint_e \sigma_x \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} dx dz + \iint_e \sigma_z \frac{\partial \phi_j}{\partial z} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} dx dz \\ & + \iint_e k^2 \sigma \phi_j \phi_i dx dz \end{aligned} \quad (12)$$

elde edilir. Yük dizisindeki terimleri de açık olarak yazarsak,

$$F_i = \iint_e f \phi_i dx dz + \oint_e \xi_{-n} \phi_i ds \quad (13)$$

elde edilir. Eleman denklemlerini içeren dizeyi daha basit şekilde yazarsak,

$$\mathbf{K}_{ij} \mathbf{a}_j = \mathbf{F}_i \quad (14)$$

elde edilir. Denklem (14) her bir elemana özgü n eleman denklemleri verecektir. \mathbf{K}_{ij} 'nin boyutları o elemana bağlantılı düğümlerin sayısına bağlıdır. Tüm bölge için eleman denklemlerinin hepsi basit dizey eklemesi ile sistem denklemleri içerisine toplanır.

$$Ka = F \quad (15)$$

K dizeyi, sistemdeki düğüm sayısına bağlı olarak $n \times n$ boyutlarındadır. Bu dizey tipik olarak seyrek ve band dizeyidir. a yöneyi, yaklaşık dönüştürülmüş potansiyelin sayısal değerine eşittir. F dizeyi ise, akım girişlerinden sistem içerisine ve dışına akan akımı ve uygulanan sınır şartlarını kapsamaktadır. Denklem (15) sistemi dönüşüm değişkenininin (k) bir kaç değeri için çözüldükten sonra, toplam potansiyel ters Fourier dönüşümü uygulanarak hesaplanır. Düğümlere ait potansiyeller bilindiği için, noktadan noktaya potansiyel farklar ve görünür özdirençler kolayca elde edilir.

SONLU ELEMANLAR AĞI

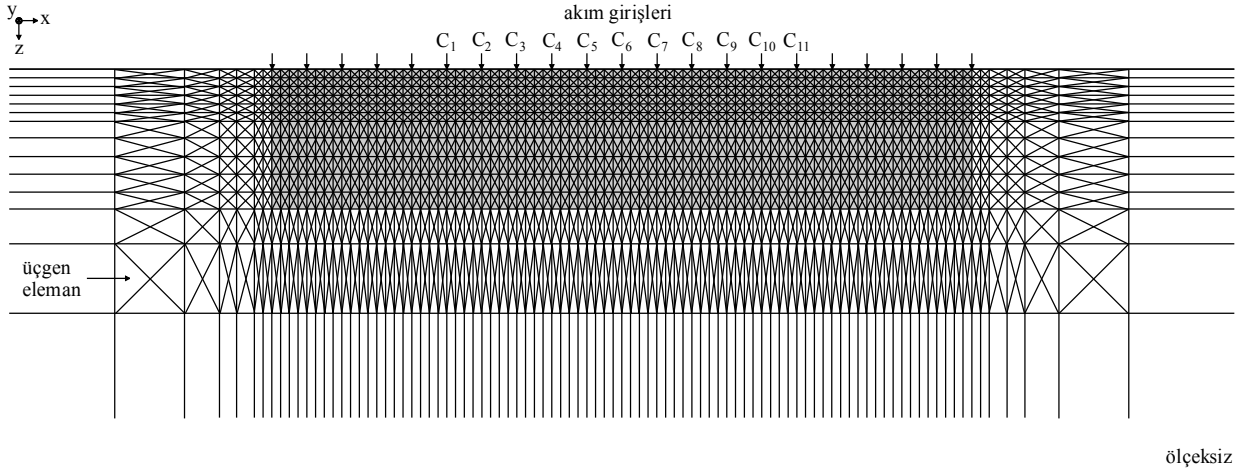
Bir fiziksel problemin çözümü için, analitik bir tanımlama yapmanın ya da bu denklemleri analitik yollarla çözümleninin güç olduğu durumlarda sayısal çözüm yöntemleri kullanılır. Pek çok bilim ve mühendislik alanında olduğu gibi jeofizikte de bu işlem, problemi temsil eden bir model kurarak modelin tepkisini sayısal yöntemlerle hesaplamaya dayanır. Kurulan model küçük hücreleri olan bir ağla örtülerek ağın her bir hücresi problemin bir parçası olarak ele alınır. Bu durumda, bir ağ içerisinde yer altı modelini ifade etmek önemli bir işlemdir. Ağın doğru kurulması çözümün doğruluğunda oldukça önemlidir. Ağın kurulması bazı kurallara bağlı olsa da deneyim gerektirmektedir. Kullanıcıdan gelen hatalar, yöntemin yanlış sonuç vermesine neden olabilir. Ağ kurulmasında aşağıdaki kriterler dikkate alınmalıdır (Coggon, 1971; Rijo, 1977; Loke, 2001):

- Yatay ve düşey ayırıklaştırma elektrotların bulunduğu alanda birim elektrot aralığının en az dörtte biri olmalı,
- Eleman boyutları bir elemandan sonraki elemana 2 kattan fazla değişmemeli,
- Tek özdirenç ortam yaklaşık 4 eleman genişliğinden veya 3 eleman kalınlığından az olmamalı,
- Düşey eleman boyutları derine doğru yaklaşık üstel olarak arttırılabilir,

- Yanal ve alt ağ sınırları, sınır koşullarının geçerli olabilmesi için yüksek düğüm yoğunluklu bölgeden oldukça uzak olmalıdır. Eleman boyutları ağın kenarlarına doğru üstel arttırılabilir.

Yukarıdaki kriterler dikkate alınarak, bu çalışmada kullanılan 2-B modellerin sonlu elemanlar hesabı için bir ağ kurulmuştur (Şekil 2). İlgilenilen bölge 20 birim uzunluğunda olup elektrotlar 1 birim aralıklar ile sıralanmıştır. Ağın yüzeyinde merkeze yerleştirilmiş olarak 11 adet (32., 36., 40., 44., 48., 52., 56., 60., 64., 68., 72. düğümler) akım girişi vardır. Ağdaki her bir elektrot arasında dört eleman vardır. Bu ağ toplam olarak 102x18x4 üçgen elemandan oluşmaktadır. Yüzeyde ilk elektrot ağın sol kenarından 12. yatay düğüme yerleştirilmiştir. Benzer şekilde, son elektrot ve ağın sağ kenarı arasında 12 düğüm vardır. Düğüm yoğunluğunun çok olduğu bölgede (elektrotlar arasında), elemanların genişlikleri birim elektrot ara mesafesinin dörtte biri kadardır. Bu bölge dışında ağın kenarlarına doğru elemanların boyutları artmaktadır.

Özdirenç modelleme sonuçlarındaki hataların miktarı kullanılan sonlu elemanlar ağına bağlıdır. İlgilenilen bölgede, düğüm yoğunluğunun gerekenden az olması sonuçlarda hatalara neden olurken, tersine düğüm yoğunluğunun gerekenden fazla olması sonuçlarda hatayı azaltır, fakat ağın boyutları arttığı için bilgisayar kapasitesine bağlı olarak hesaplama zamanını arttırabilir (Tablo 1). Testler için homojen bir model düşünülmüş olup, özdirenç 1000 Ωm 'dir. Hesaplamalar dipol-dipol dizilimini kapsamaktadır. Birinci ağ (63x18 düğümlü) vasıtasıyla hesaplanan görünür özdirençlerde, N=1 seviye için %6.6, N=2 seviye için %3.3 ve diğer N seviyeler için %2'den daha az hata vardır. İkinci ağ (103x19 düğümlü) vasıtasıyla hesaplanan görünür özdirençlerde N=1 seviye için %2.1 ve diğer N seviyeler için %0.5'den daha az hata vardır. Üçüncü ağ (183x21) vasıtasıyla hesaplanan görünür özdirençlerde hata yok denecek kadar azdır. Bu çalışmada, kabul edilebilir hata ve hesaplama zamanı dikkate alındığında, 2-B yer modellerinin sonlu elemanlar hesabı için 103x19 düğümlü ağ tercih edilmiştir.



Şekil 2. Çalışmada sunulan modellerin sonlu elemanlar hesabı için kurulan 2-B ağı.

Figure 2. The 2-D mesh designed for finite element calculation of the effect of the models presented in this study.

Tablo 1. Farklı sonlu elemanlar ağıın modellemeye etkisi.

Table 1. The effect of the different finite element meshes on the forward modelling.

N-seviye	Ağıdaki düğüm sayıları		
	(63 x 18)	(103 x 19)	(183 x 21)
1	934	979	999
2	967	994	1000
3	983	996	1000
4	989	997	999
5	992	997	999
6	994	997	998
7	995	997	998
8	996	997	998
İntel Pentium III işlem zamanı (s)	0.77	1.38	3.02

ANALİTİK ve SAYISAL ÇÖZÜMLERİ KARŞILAŞTIRMA

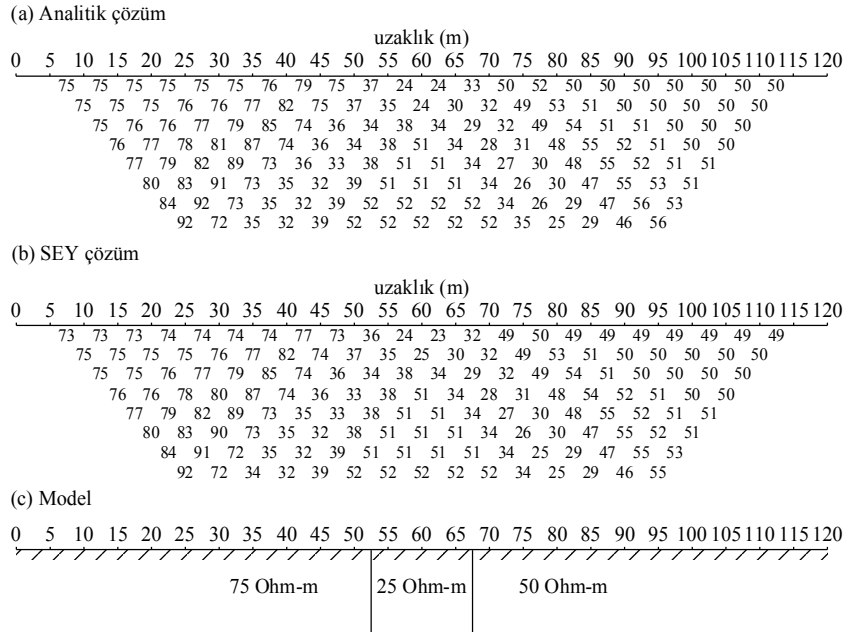
Çalışmada kullanılan arkeolojik modellerin sonlu elemanlar çözümlerinin doğruluğunu sınamak için, analitik olarak öz direnç tepkisi hesaplanabilen yüzeylemiş sonsuza uzanan düşey bir dayk modeli kullanılmıştır (Şekil 3). Dayk 15 m genişliğinde ve 25 Ω m öz direncindedir. Daykın solundaki ortam 75 Ω m ve sağındaki ortam 50 Ω m öz direncindedir. Birim elektrot

aralığı $a=5$ m olup dipol aralığı en fazla 40 m ($N=8$)'dir. Bu modelin dipol-dipol dizilimine göre görünür öz dirençlerini analitik olarak hesaplamak için bir FORTRAN programı (Chunduru vd., 1991) kullanılmıştır. Sonlu elemanlar ve analitik çözümler arasındaki uyum açıkça görülmektedir.

2-B YERALTINI MODELLEME

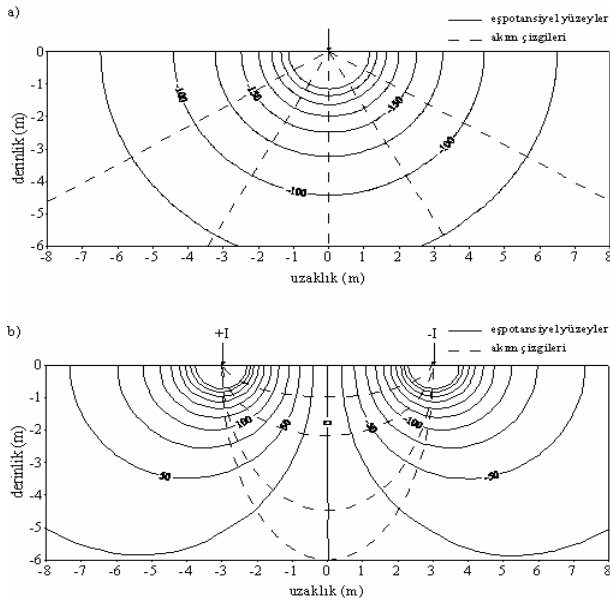
Potansiyel alanın hesaplanması yeraltı akım akışının analizine olanak sağlamaktadır. Şekil 4, bir ve iki akım kaynağı için homojen ortamda (öz direnci 100 Ω m) eşpotansiyelleri ve akım akışını göstermektedir. Eşpotansiyel yüzeyler yarı küre şeklindedir. Akım çizgileri bunlara varsayım olarak dik olduğu için sonradan çizilmiştir. Şekil 5 ise, gömülü iletken kütlelerin bozulan etkisini ve bir dirençli kütle muhtemelen daha arkeolojik durumunu göstermektedir. Eşpotansiyel yüzeyler iletken kütlede uzaklaşırken (Şekil 5a), tersine dirençli kütlede yaklaşmaktadır (Şekil 5b). Bu durumda, doğal olarak iletken kütle kendisine doğru akımı zorlarken, dirençli kütle karşıt etkiye neden olmaktadır.

Çalışmada dört model düşünülmüş ve andıran kesitler yukarıda sunulan sonlu elemanlar yöntemini kullanarak hesaplanmıştır. Modeller ile birlikte hesaplanan öz direnç tepkileri Şekil 6 ve 7'de gösterilmektedir. Bu modeller arkeolojik özellik olan gömülü duvarı temsil etmektedir.



Şekil 3. Yüzeylemiş sonsuza uzanan düşey bir daykın analitik (a) ve sonlu elemanlar yöntemi (b) ile hesaplanan dipol-dipol görünür öz direnç andıran kesit verilerini karşılaştırma. Daykın genişliği 15 m ve dizilimin birim elektrot aralığı 5 m.

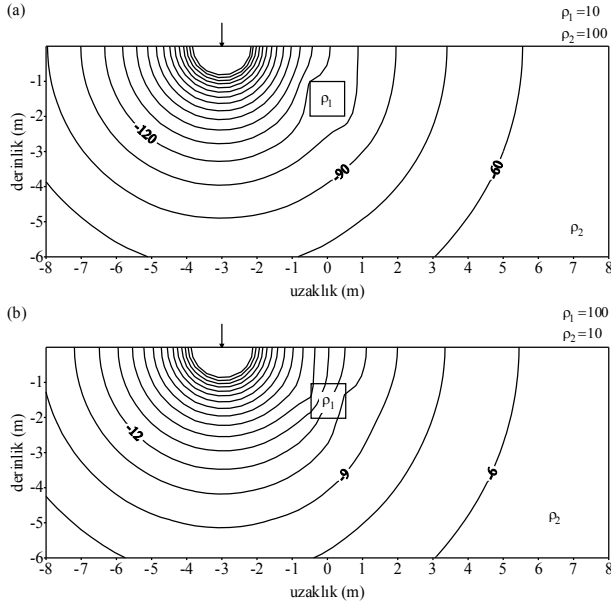
Figure 3. Comparison of the dipole-dipole apparent resistivity pseudo-sections data computed using (a) analytical and (b) finite element methods over an infinitely deep outcropping vertical dike. The width of dike is 15 m, and the unit electrode interval is 5 m.



Şekil 4. Homojen bir ortamdan dolayı yüzeyde (a) bir nokta akım kaynağı ve (b) iki akım kaynağından dolayı hesaplanan potansiyel dağılım ve akım akışı. Konturlar keyfi birimlidir ve koordinatlar nispi ağ koordinatlarını gösterir.

Figure 4. The potential distribution and current flow pattern for (a) a single probe and (b) a source and sink electrode arrangement inserted in a homogeneous ground. The contours are in arbitrary units and the horizontal and vertical coordinates indicate the relative mesh coordinates.

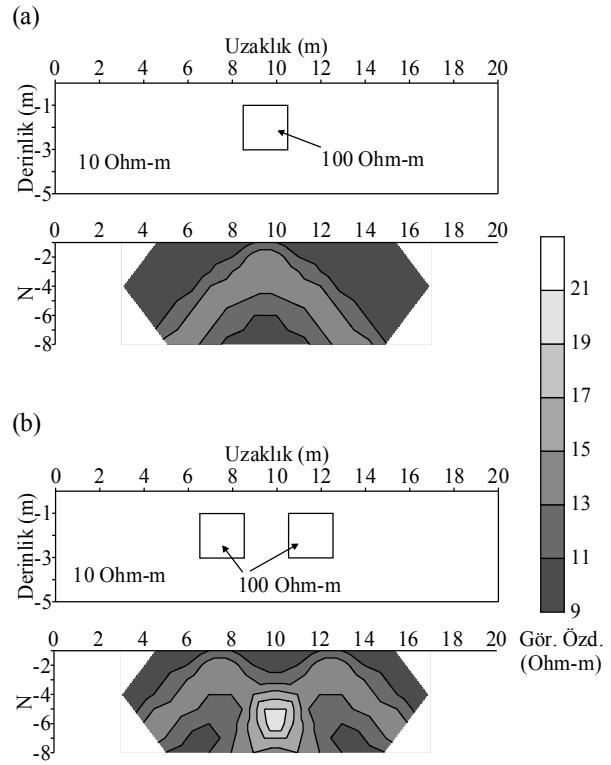
Birinci model, yarı sonsuz bir ortamda (öz direnci 10 Ω m) gömülü arkeolojik duvar özelliğine sahip bir bloktan (öz direnci 100 Ω m) oluşmaktadır. İkinci model ise, birinci model ile aynı fiziksel özelliklere sahip olup iki bloktan oluşmaktadır. Her iki modelde bloklar yüzeyden 1 m derinlikte, 2 m kalınlıkta ve 2 m genişliktedir. Dipol-dipol dizilimi için profil uzunluğu 20 m, birim elektrot aralığı 1 m ve dipol aralığı en fazla $N=8$ 'dir. Bu arkeolojik modellerin görünür öz direnç andıran kesitleri Şekil 6'da gösterilmiştir. Tek duvar özellikli modelin görünür öz direnç andıran kesitinde görünür öz direnç değişimi 9-15 Ω m aralığındadır (Şekil 6a). Dirençli bloğun tepkisi kesitte bakışlımlı (açık gri renkli bölge) ve ters V şeklindedir. İki duvar özellikli modelin görünür öz direnç andıran kesitinde ise görünür öz direnç değişimi 9-21 Ω m aralığındadır (Şekil 6b). 2 m aralıklı dirençli blokların tepkisi kesitte bakışlımlı ve ters W şeklindedir. Bu durum, yakın iki bloktan dolayı öz dirençlerdeki bindirmeden dolayıdır.



Şekil 5. Yüzeyde bir nokta akım kaynağından dolayı (a) iletken ve (b) dirençli kütle için potansiyel dağılımına etkisi. Konturlar keyfi birimlidir ve koordinatlar nispi ağı koordinatlarını gösterir.

Figure 5. The effect on the potential distribution of (a) a conductive and (b) a resistive body because of a single current electrode. The contours are in arbitrary units and the horizontal and vertical coordinates indicate the relative mesh coordinates.

Yukarıda gösterilen iki arkeolojik duvar özellikli modellere bir örtü katmanı (kalınlığı 1 m ve öz direnci 50 Ωm) eklenmesi durumu Şekil 7'de gösterilmiştir. Örtü katmanlı tek duvar özellikli modelin görünür öz direnç andıran kesitinde görünür öz direnç değ işimi 8-55 Ωm aralığındadır (Şekil 7a). Gömülü tek bloktan dolayı kesitteki ters V durumu (Şekil 6a), bu model için hesaplanan kesitte örtü katmanının etkisi yüzünden bozulmuştur. Örtü katmanlı iki duvar özellikli modelin görünür öz direnç andıran kesitinde ise görünür öz direnç değ işimi yine 8-55 Ωm aralığındadır (Şekil 7b). Öncekinde olduğu gibi, gömülü iki bloktan dolayı kesitteki ters W durumu (Şekil 6b), bu model için hesaplanan kesitte örtü katmanının etkisi yüzünden yine bozulmuştur.



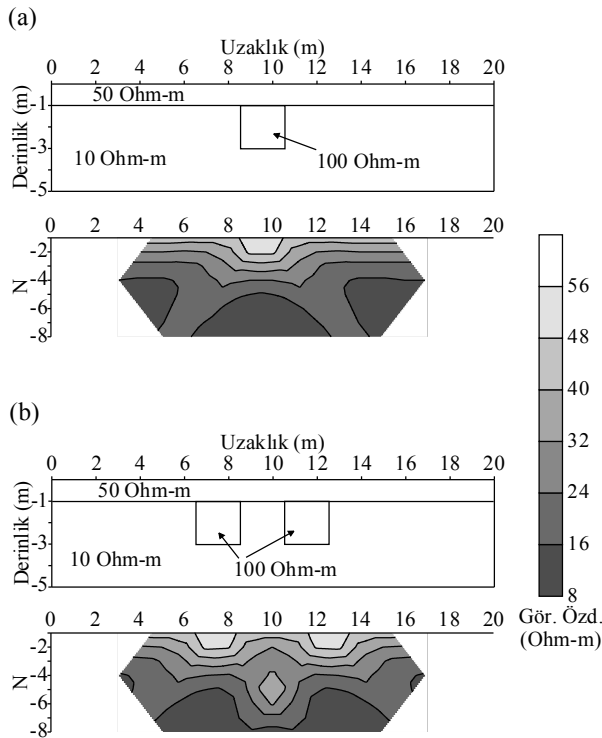
Şekil 6. Arkeolojik duvar özellikli gömülü (a) tek blok ve (b) iki bloktan dolayı hesaplanan görünür öz direnç andıran kesitler.

Figure 6. The calculated apparent resistivity pseudo-sections for (a) a buried wall and (b) two buried walls.

SONUÇLAR

2-B öz direnç modellemesi ile elde edilen veriler 1-B modellemeye göre daha nitelikli bilgiler sağlamaktadır. Modelleme işlemi, arazi ölçmelerinden önce, muhtemel yeraltı yapılarının yüzeyde ölçülecek tepkilerinin bilinmesini sağlayarak, bize ölçme planlaması aşamasında yardımcı olabilir. 2-B görünür öz direnç verilerini andıran kesit sunumu, gerçek yeraltı öz direnç dağılımının çok uygun bir resmini vermektedir. Bu şekilde bir çizim, ölçülen görünür öz direnç değerlerini görüntülemek için bir araç ve daha ileriki yorum aşamalarında bir başlangıç rehberi olacaktır için faydalıdır.

Özdirenç yöntemleri için yeraltı yapılarından kaynaklanan belirtileri hesaplama işlemi için sayısal teknikleri kullanmak, özellikle analitik yöntemlerin sınırlamaları ve laboratuvar modellemenin zorluğu veya uygunsuzluğu nedeniyle çok önemlidir. Sayısal modelleme tekniklerinden SEY, özdirenç modellemede kullandığı ağ sayesinde üstünlüklere sahiptir. Sonlu elemanlar ağının doğru düzenlenmesi algoritmanın doğru çalışmasında önemli bir etkidir. Ağın kurulması kullanıcıya bağlıdır ve iyi tanımlanmış belli ilkeleri olsa da jeolojik problemlerin çeşitliliği nedeniyle deneyim de gerektirir. Kullanıcıdan gelen hatalar algoritmanın yanlış sonuç vermesine neden olabilir. İlgilenilen bölgede düğüm yoğunluğunun az olması sonuçlarda hatalara neden olurken, tersine düğüm yoğunluğunun fazla olması sonuçlarda hatayı azaltabilir. Ağ boyutlarına bağlı olarak modelleme zamanı farklılık gösterir. 2-B modellerin etkisinin sonlu elemanlar hesabı için 21 elektrota göre tasarlanan 103x19 düğümlü ağ vasıtasıyla yapılan hesaplamalar yaklaşık %99 üzerinde doğruluk sağlamıştır. Karşılaştırma amacıyla yüzelemiş bir dayk modeli için analitik ve SEY yöntemlerini kullanarak görünür özdirenç andıran kesit verileri hesaplanmıştır. Sonuçlar birbiriyle oldukça uyumludur.



Şekil 7. Arkeolojik duvar özellikli örtü katmanlı gömülü (a) tek blok ve (b) iki bloktan dolayı hesaplanan görünür özdirenç andıran kesitler.

Figure 7. The calculated apparent resistivity pseudo-sections for (a) a buried wall and (b) two buried walls with overburden.

SEY yüzeydeki akım kaynaklarından dolayı karmaşık yeraltı potansiyel dağılımının belirlenmesine izin vermektedir. Bir nokta akım kaynağından dolayı hesaplanan potansiyel dağılıma gömülü iletken veya dirençli cismin bozucu etkisi gösterilmiştir. Eşpotansiyel yüzeyler iletken cisimden uzaklaşmaya çalışırken dirençli cisme yaklaşmaya çalışır. Bu durum, iletken kütlemin kendisine doğru akımı zorladığı ve dirençli kütlemin ise karşıt etkiye neden olduğu sonucunu göstermektedir.

Doğru ağın kurulması önemli bir düşünce olmasına rağmen, bu teknik karmaşık iletkenlikli yapıların az veya hiç çaba göstermeden kolayca modellenmesine izin veren ek avantaja sahiptir. Diğer bir avantajı ise, ters çözüm işleminin önemli bir parçasını oluşturmasıdır.

SUMMARY

The data measured from 2-D resistivity data supply more qualified results compared to 1-D resistivity surveys. The interpretation of the 2-D data can be made more reliable if the apparent resistivity data of the possible subsurface structures are computed by forward modeling. The pseudo-section presentation of the measured 2-D apparent resistivity data gives an approximate picture of the true subsurface resistivity distribution. The presentation in pictorial form is useful as a means to present the measured apparent resistivity values, and as an initial guide for further quantitative interpretation.

In this study, a useful technique for 2-D resistivity modeling is examined. A flexible and reliable resistivity forward modeling procedure is of vital importance if accurate inversions of field data are to be produced. This study uses FEM, which is a method widely employed in engineering, to model archaeological features. In this method, FEM results are compared with analytical method results for an infinitely deep outcropping vertical dike. The 2-D mesh with 103x19 nodes used for the FEM calculations of the apparent resistivity pseudo-section of the models presented in this study gives error approximately 2% for N=1 level while less than 0.5% for the other levels. The potential distribution in homogeneous and heterogeneous ground due to a point current source and a pair of current electrodes on the ground surface is calculated using FEM and the contours are presented in arbitrary units in the relative mesh coordinates.

The FEM presented in this paper supply more accurate interpretation of field data. A flexible and reliable resistivity forward modeling for 2-D ground has vital importance for further inversion procedure.

DEĞİNİLEN BELGELER

- Bibby, H. M., 1978**, Direct current resistivity modeling for axially symmetric bodies using the finite element method, *Geophysics*, 43, 3, 550-562.
- Chandrupatla, T.R., and Belegundu, A.D., 1991**, Introduction to finite elements in engineering, Prentice Hall, New Jersey, 414 p.
- Coggon, J.H., 1971**, Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method, *Geophysics*, 36, 1, 132-155.
- Chunduru, R.K., Nagendra, R., and Patangay, N.S., 1991**, A Fortran program for computing apparent resistivity over an infinitely deep outcropping vertical dike, *Computers & Geosciences*, 17, 10, 1395-1408.
- Dey, A. and Morrison, H.F., 1979**, Resistivity modeling for arbitrary shaped two-dimensional structures, *Geophysical Prospecting*, 27, 1020-1036.
- Dittmer, J.K., and Szymanski, J.E., 1993**, The forward modeling of resistive two-dimensional features using the finite element method, *Geophysical Exploration of Archaeological Sites*, Edit by Andreas Vogel, Vieweg Publishing, 7, 103-122.
- Griffiths, D.H., and Barker, R.D., 1993**, Two-dimensional resistivity imaging and modeling in areas of complex geology, *Journal of Applied Geophysics*, 29, 211-226.
- Hohmann, G.W., 1975**, Three-dimensional induced polarization and electromagnetic modeling, *Geophysics*, 40, 2, 309-324.
- Lee, T., 1972**, A general technique for the direct interpretation of resistivity data over two-dimensional structures, *Geophysical Prospecting*, 20, 847-859.
- Lee, T., 1975**, An integral equation and its solution for some two- and three-dimensional problems in resistivity and induced polarization, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 42, 81-95.
- Loke, M.H., 2001**, Two-dimensional and three-dimensional electrical imaging surveys, <http://www.geoelectrical.com>.
- Mufti, I.R., 1976**, Finite-difference resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures, *Geophysics*, 41, 1, 62-78.
- Mufti, I.R., 1978**, A practical approach to finite-difference resistivity modeling, *Geophysics*, 43, 5, 930-942.
- Mundry, E., 1984**, Geoelectrical model calculations for two-dimensional resistivity distributions, *Geophysical Prospecting*, 32, 124-131.
- Pelton, W.H., Rijo, L., Swift, C.M., 1978**, Inversion of two-dimensional resistivity and induced polarization data, *Geophysics*, 43, 4, 788-803.
- Pridmore, D.F., Hohmann, G.W., Ward, S.H., and Sill, W.R., 1981**, An investigation of finite-element modeling for electrical and electromagnetic data in the three dimensions, *Geophysics*, 46, 7, 1009-1024.
- Queralt, P., Pous, J., and Marcuello, A., 1991**, 2-D resistivity modeling: an approach to arrays parallel to the strike direction, *Geophysics*, 56, 7, 941-950.
- Rijo, L., 1977**, Modeling of electric and electromagnetic data, Ph.D. Thesis, University of Utah, Salt Lake City, 242 p.
- Sasaki, Y., 1982**, Automatic interpretation of induced polarization data over two-dimensional structures, *Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University*, 42, 1, 59-74.
- Sasaki, Y., 1994**, 3-D resistivity inversion using the finite element method, *Geophysics*, 59, 11, 1839-1848.
- Tripp, A.C., Hohmann, G.W., and Swift, C.M., Jr., 1984**, Two-dimensional resistivity inversion, *Geophysics*, 49, 10, 1708-1717.
- Tsokas, G., Tsourlos, P., and Szymanski, J., 1997**, Square array resistivity anomalies and inhomogeneity ratio calculated by the finite element method, *Geophysics*, 62, 2, 426-435.
- Zang, J., Mackie, R., and Madden, T., 1995**, 3-D resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients, *Geophysics*, 60, 1313-1325.
- Zhao, S., and Yedlin, M.J., 1996**, Some refinements of the finite-difference method for 3-D dc resistivity modeling, *Geophysics*, 61, 5, 1301-1307.
- Zhou, B., and Greenhalgh, S.A., 2001**, Finite element three-dimensional direct current resistivity modeling: accuracy and efficiency considerations, *Geophys. J. Int.*, 145, 679-688.