



KISA SÜRELİ FOURIER DÖNÜŞÜMÜ İÇİN BAŞARIM KARŞILAŞTIRMA

(*PERFORMANCE COMPARISON FOR THE SHORT TIME FOURIER TRANSFORM*)

Gülden KÖKTÜRK

ÖZET/ABSTRACT

Bu makalede çok oranlı işaret çözümü yöntemlerinden biri olan, kısa süreli Fourier dönüşümü (KSFD) kullanılarak elektrokardiogram (EKG) sinyalleri incelenmiştir. KSFD sonuçları, aynı EKG verisine uygulanan ayrık kosinüs dönüşümü (AKD) sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Analiz sırasında, yeni bir yöntem olan istatistiksel uyarlanabilir dönüşüm kodlama (İUDK) tekniği başarımları ölçütleri yönünden KSFD ve AKD'ünün karşılaştırılmasında kullanılmıştır. Sonuçta, bu yöntemin kullanılmasıyla farklı dönüşümlerin başarımları karşılaştırılmıştır.

KSFD içerisinde uygun işlevler kullanılarak algoritma için $2N$ çarpımsal işlemler yapılmıştır. Kullanılan tüm dönüşümler tersi alınabilir algoritmalar. Bu dönüşümlerin ilinti katsayılarının, pozitif ve AR(1) model kaynakları için kullanışlı olduğu görülmektedir.

This paper investigates analysis of electrocardiogram signals using the short time Fourier transform (STFT) that is a method in multirate signal analysis and, the STFT is compared with the discrete cosine transform (DCT). In whole analysis, a new tool called statistical adaptive transform coding is used. Finally, using this tool we compared their performance.

Choosing fitted function the usage of the STFT requires $2N$ real multiplication. It has inverse transform algorithm. Its correlation coefficients are positive and results of it's are very attractive to the DCT for AR(1) model source.

ANAHTAR KELİMELER/KEYWORDS

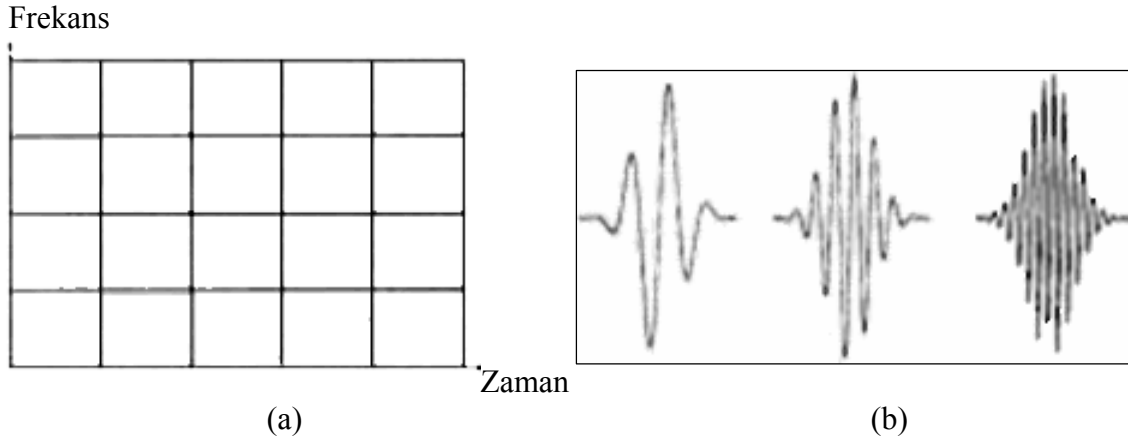
Kısa süreli Fourier dönüşümü, Başarımları karşılaştırma, Ayrık Fourier dönüşümü, İstatistiksel uyarlanabilir dönüşüm kodlama

Short time Fourier transform, Performance comparison, Discrete Fourier transform, Statistical adaptive transform coding

1. GİRİŞ

Dönüşüm kodlama, dönüşüm yöntemlerinin dikkensellik özelliklerinden faydalanılarak bit hızında azaltma sağladığı için iletimde sıklıkla kullanılmaktadır. Birçok araştırmacı görüntü ve ses sinyali uygulamaları için çeşitli dönüşüm yöntemleri önermektedir (Tanaka ve Yamashita, 2001; Archer ve Leen, 2000; David ve Dirk, 2002). Ahmed vd., AKD üzerine çalışmış ve bu dönüşümü diğer dönüşüm yöntemleri ile karşılaştırmıştır (Ahmed vd., 1974). Haddad ve Akansu ses sinyal kodlamada ayrık Hermite dönüşümünü kullanmıştır (Haddad ve Akansu, 1990). Chen ve Smith ise görüntü işleme üzerine, uyarlanabilir dönüşüm kodlama yöntemini uygulamıştır (Chen ve Smith, 1977).

Standart Fourier dönüşüm yöntemi sinyal işlemenin bir çok alanında başarıyla kullanılır. Fakat, sinyal sonlu süreli olduğunda iyi bir frekans çözünürlüğüne sahip değildir. Gabor'un geliştirdiği KSFD olarak adlandırılan Fourier dönüşümünün iyileştirilmiş bir sürümü, sonuçları daha iyi bir hale getirmiştir (Allen ve Rabiner, 1977). Bu yöntemde, sinyal; $x(t)$, bir pencere fonksiyonu, $g(t)$, ile evriştirilmiştir. Böylece Fourier dönüşümü, bir çok üstünlüğe sahip merkezlenmiş zaman bölgesi evriştirilmiş sinyalin üzerinden alınır. Bu yöntemin zaman frekans çözünürlüğü Şekil 1'de verilmiştir (Rioul ve Vetterli, 1991). Şekilden de görülebileceği gibi, KSFD ile bir boyutlu sinyal, iki boyutlu fonksiyon uzayına eşlenmiştir.



Şekil 1. KSFD'nün taban fonksiyonu ve zaman frekans düzlemi; (a) KSFD için zaman frekans çözünürlük kaplamı, (b) KSFD için taban fonksiyonları

Bu çalışmada, bütün dönüşümlere uygulanabilir ve ayrık işaret işlemede daha iyi frekans çözünürlüğüne sahip İUDK yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem, KSFD ve AKD üzerine uygulandıktan sonra sonuçlar, sinyal-gürültü oranı ve dönüşüm kazancı başarımlar ölçütleri yönünden karşılaştırılmıştır.

2. KISA ZAMANLI FOURİER DÖNÜŞÜMÜ (KSFD)

Bir sinyalin standart Fourier dönüşümü gösterimi, zaman ve frekanstaki içeriği ile ilişkilidir. Fourier dönüşümü ile sinyal bileşenlere ayrılır ve bileşenin gücü belirlenir. Ancak, bu işlev tüm frekans karakteristiğini içermez. Standard Fourier dönüşümünde frekans ortamında lokal bir noktadan bahsederken bu zaman ortamında tüm zaman aralığına karşı gelmektedir. Bu nedenle, durağan olmayan sinyaller için standart Fourier dönüşümü kullanışlı değildir. Çünkü, durağan olmayan sinyaller, sabit periyoda sahip değildir ve ani değişimler içerir.

Sonlu enerjiye sahip bir $x(t)$ sinyali alınsın.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \quad (1)$$

Burada $x(t)$ sinyalinin tüm t değerleri için tanımlı olduğu kabul edilmiştir.

Hem zaman n , hem de frekans ω_s 'de değerlendirilen $x(n)$ 'in KSFD, $\{X_n(e^{j\omega_s})\}$ şeklindedir (Jayant ve Noll, 1984). Genelde bu tanım, dilemsel süzgeç bankasının çıkışına bağlı olduğu için, frekansta tektürel dağılıma sahip bakışimli (simetrik) bant geçiren süzgeçin temel formu ile sınırlı kalmaktadır. Basitlik için, KSFD'de alçak geçiren süzgeç olarak süzgeç bankasının tüm özelliklerine sahip bir pencereleme fonksiyonu $w(n)$ kullanılır. Böylece KSFD

$$X_n(e^{j\omega_s}) = \sum_k w(n-k)x(k)e^{-j\omega_s k} \quad (2)$$

şeklinde tanımlanır.

Bu eşitlik ik yolla gerçekleştirilebilir. Bunlar; süzgeç banka toplama yöntemi ve örtüştür ekle yöntemidir. İlk yöntemde $\{X_n(e^{j\omega_s})\}$, ω_s için n 'in bir fonksiyonu olarak gerçekleştirilir. Bu durumda $\{X_n(e^{j\omega_s})\}$, $\omega(n)$ ve $x(n)e^{j\omega_s n}$ 'in evrişiminin bir formudur. Bu

$$X_n(e^{j\omega_s}) = [x(n)e^{-j\omega_s n}] * w(n) \quad (3)$$

şeklinde gösterilir. Burada $\omega(n)$, $x(n)e^{j\omega_s n}$ sinyaline uygulanan alçak geçiren filtredir. $e^{-j\omega_s n}$, $x(n)$ ile modüle edilir ve frekansta 0'dan ω_s 'e kadar kaydırılır. Bu durumda KSFD, ω_s 'de $\omega(n)$ alçak geçiren süzgeç ile frekansta kaydırılmış $x(n)$ 'in süzgeçlenmesi ile bulunur.

İkinci gerçekleştirme yöntemi olan örtüştür ekle yöntemine göre $\{X_n(e^{j\omega_s})\}$, z -dönüşümü ile ilişkili $x(n)$ 'in değiştirilmiş bir dizisinin genel Fourier dönüşümü alınarak türetilir. Bu dizi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$y_n(k) = x(k)w(n-k) \quad (4)$$

Sabit n değerleri için $\{X_n(e^{j\omega_s})\}$, ω_s 'in bir fonksiyonudur. Eşitlik 4'te $y_n(k)$, x ve ω ile ilişkilidir. y_n 'in genel Fourier dönüşümü, x ve ω 'ın karmaşık evrişimidir.

KSFD'de istenilen zaman ve frekans için en önemli kural, pencere seçimidir. Örneğin pencere fonksiyonu olarak Hamming pencere kullanılsın. Hamming pencere, nedenseldir ve N örnekli Hamming pencere fonksiyonu için

$$w(n) = 0 \quad n < 0, n > N$$

$$w(n) \neq 0 \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (5)$$

Şeklindedir. $\omega(n)$ için tipik Hamming pencere fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$w(n) = \begin{cases} 0,54 - 0,46 \cos(2\pi n / N), & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & n < 0 \text{ ve } n > N-1 \end{cases} \quad (6)$$

3. UYARLANIR DÖNÜŞÜM KODLAMA (UDK)

Dönüşüm kodlama sistemlerinde giriş sinyali, katsayıların nicemlenmesi ve iletilebilmesi için bir dizi haline dönüştürülür. Katsayıların istatistiksel değerleri, her katsayı için iletimi sağlayan bit sayısı sabitken zamanda değişebilirliğe sahiptir. Bu durum, geniş zaman aralıklarında problem yaratır. Bu problemi çözümenin en elverişli yolu örneklenmiş giriş sinyalinin kısa zaman istatistiksel değerlerinin hesaba katılmasıdır. Bu işlem, dönüşüm kodlama sisteminin katsayıları uyarlanarak yapılabilir (Akansu, 1987).

Bir dönüşüm kodlama sistemi uyarlanırlı hale getirilebilir. Bu yöntem UDK olarak adlandırılır. Bu sistem, uyarlanırlı bit özüleme ile gerçekleştirilir. Uyarlanırlı bit özüleme kullanımı ile kalitenin olduğu kadar SNR'ın artması da sağlanacaktır.

3.1. İstatistiksel Uyarlanırlı Dönüşüm Kodlama (İUDK)

Giriş sinyalinin istatistiksel değerlerinin değiştirilmesiyle kodlama sistemi, uyarlanırlı hale getirilir. Bu yöntem, dönüşüm katsayılarının istatistiksel özelliklerini kullanan bir tekniktir ve İUDK olarak adlandırılır.

$x(t)$, bir Gaussian benzer süreç olsun. Bu sürecin zamanda istatistiksel özellikleri değişkendir. Matris formunda dönüşüm katsayıları bulunduğunda

$$\underline{q} = A \underline{x} \quad (7)$$

elde edilir. İstatistiksel özellikler; kısa-zaman ortalama ve değışinti, aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\eta_1 = \frac{1}{N} \sum_s [\theta^s(t)]^2; \quad s, 1 = 0, 1, \dots, N-1 \quad (8)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_s [\theta^2(t)]^2 - \eta_1^2; \quad s, 1 = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

İUDK'da, analiz için alt çerçeve yaklaşımı kullanılır. Benzer bir yaklaşım Hung tarafından gerçek zaman duragan olmayan sinyaller için geliştirilmiştir (Chadwick ve Bray, 1988).

Bu çalışmada, örtüşme olmadan örneklenmiş giriş sinyali, N örneklı bloklara bölünmüştür. Her N örnek, karşılaştırma için ayrı ayrı AKD ve KSFD'üne uygulanmıştır. Böylece, İUDK hatayı azaltığı kadar dinamik alanı da artırır.

4. KARŞILAŞTIRMA İÇİN BAŞARIM ÖLÇÜTLERİ

4.1.1. Dönüşüm Kazancı, N_{GTC}

Bir AR(1) kaynağı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$x(k) = rx(k-1) + z(k) \quad (10)$$

Burada; r , $-1 < r < 1$, ilinti katsayısıdır ve $z(k)$; veri ile ilintilenmemiş beyaz, sıfır-ortalama ayırık gürültüdür.

Darbe kod kiplenimi (DKK) üzerine dönüşüm kodlama kazancı, dönüşümlerde değerlendirilen başarımının bir kriteri olarak alınır. Matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir.

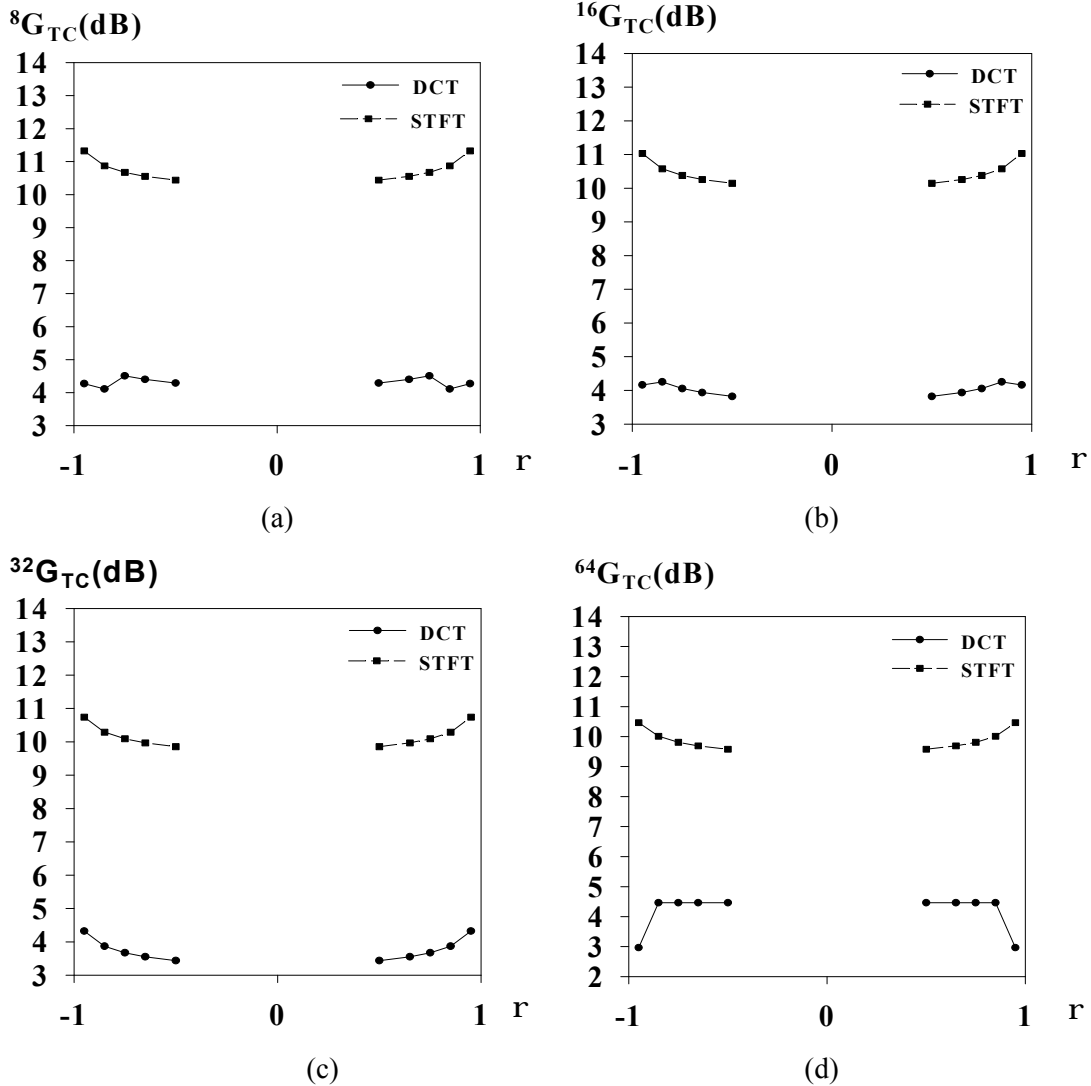
$$\max\{N G_{TC}\} \equiv \frac{\frac{1}{N} \sum_j s_j^2}{\left[\prod_j s_j^2 \right]^{1/N}} \quad (11)$$

Burada N, dönüşüm boyutudur. Bu da

$$SNR|_{TC}(dB) = SNR|_{PCM}(dB) + 10 \log N G_{TC} \quad (12)$$

olduğunu gösterir.

Bu çalışmada, KSFD ve AKD için dönüşüm kodlama kazancı, sırasıyla N=8, 16, 32 ve 64 alınarak hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 2’de verilmiştir. Şekilden de görülebileceği gibi, katsayıların değışinti değeri aritmetik ve geometrik değışimleri aynıdır. Bu nedenle, dönüşüm kodlama kazancı işareten bağımsızdır. ρ ’ya göre AKD ve KSFD için bir simetri vardır. Ayrıca, KSFD’nün dönüşüm kazanç başarımı AKD’nünkinden yaklaşık 5 dB daha iyidir.

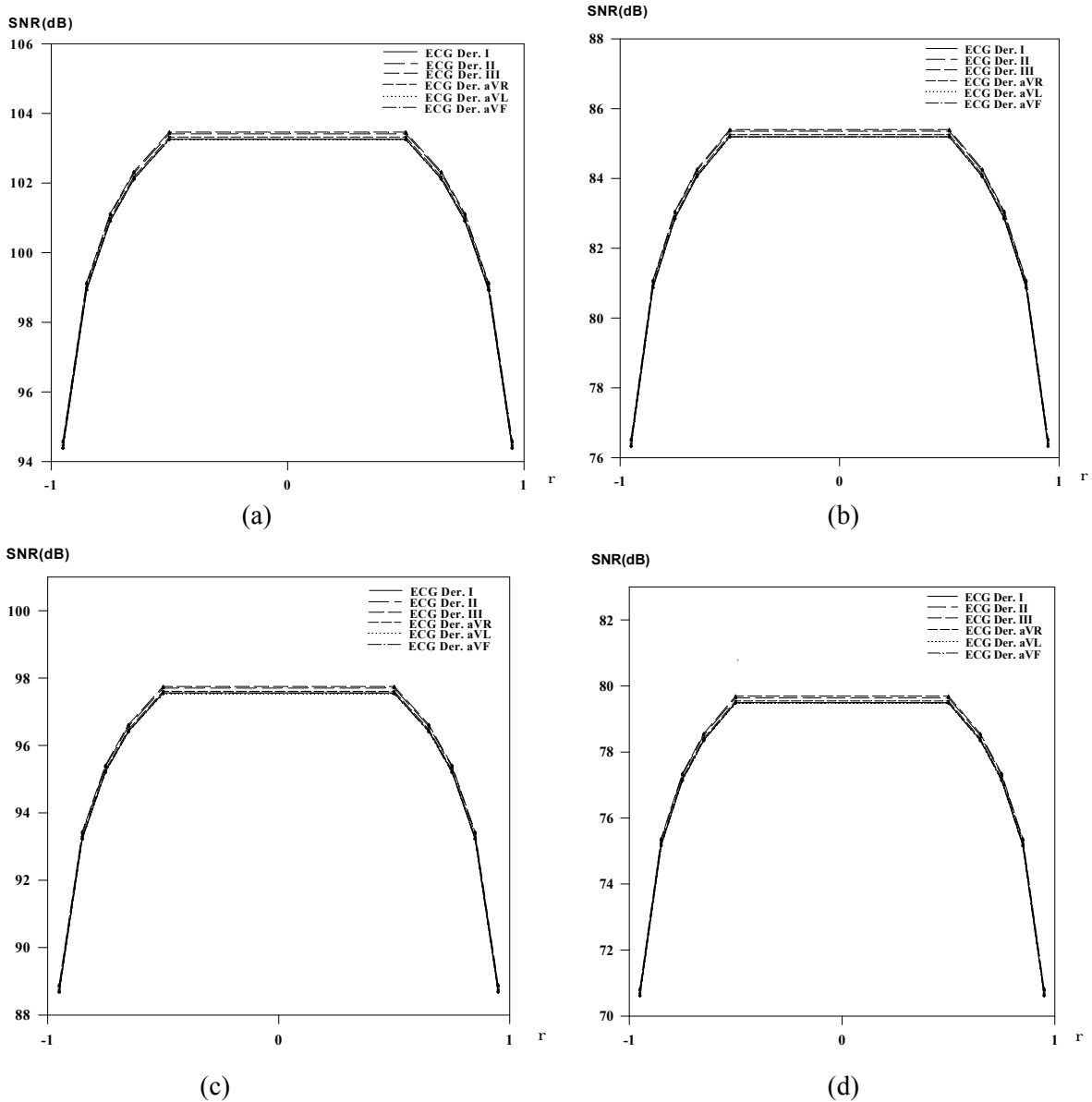


Şekil 2. DKK üzerine dönüşüm kodlama kazancı, (a) N=8 için AKD’nün KSFD ile karşılaştırılması (b) N=16 için AKD’nün KSFD ile karşılaştırılması (c) N=32 için AKD’nün KSFD ile karşılaştırılması (d) N=64 için AKD’nün KSFD ile karşılaştırılması

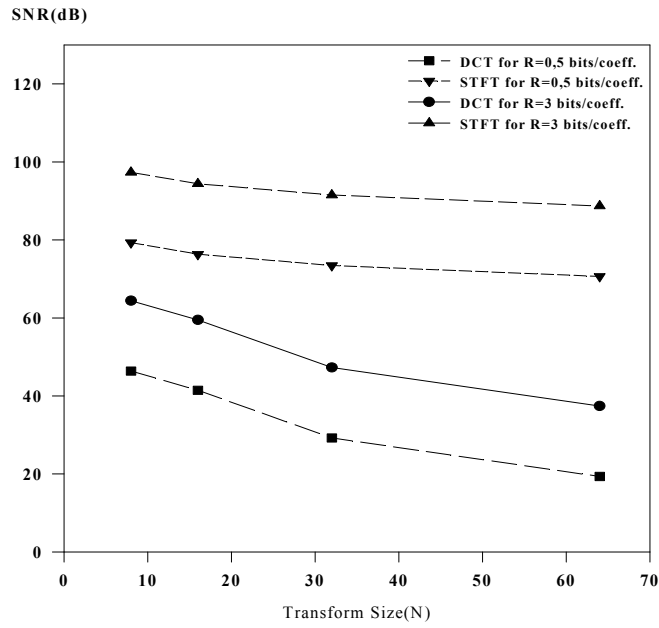
4.1.2. Sinyal Gürültü Oranı

Bu çalışmada, İUDK algoritması kullanılarak dönüşüm yöntemlerinin SNR başarıları hesaplanmıştır. Normal ve hasta bireylerden alınan EKG sinyalleri bilgisayara depolanmış ve her sinyal, algoritmaya uygulanmadan önce ölçüm sisteminden kaynaklanan gürültüyü ortadan kaldırmak için süzgeçlenmiştir. İUDK algoritması, alt çerçeve yaklaşımı kullanılarak KSFD ve AFD için yeniden düzenlenmiştir. Daha sonra, kısa zaman ortalama ve değişinti hesaplanarak KSFD ve AFD'ünün SNR değerleri bulunmuştur.

Şekil 3'te KSFD'ü uygulanmış farklı EKG türetileri için SNR sonuçları verilmiştir. Burada R, katsayı başına ortalama bit değeridir. Şekil 4'te ise İUKD algoritmasının SNR başarımı verilmiştir ve sadece EKG türetim I alındığında, $R=0,5$ bit/katsayı ve $R=3$ bit/katsayı için SNR gösterilmiştir. SNR başarımı testi yönünden KSFD'ünün AKD'üne göre daha iyi olduğu Şekil 4'te görülmektedir. EKG türetim sonuçları aynı zamanda Çizelge 1'de verilmiştir.



Şekil 3. KSFD için SNR sonuçları, (a) $N=16$ ve $R=0,5$ bit/katsayı için (b) $N=16$ ve $R=3$ bit/katsayı için (c) $N=64$ ve $R=0,5$ bit/katsayı için (d) $N=64$ ve $R=3$ bit/katsayı için (ECG türetileri normal bireylerden alınmıştır)



Şekil 4. AKD ve KSFD’de R=0,5 bit/katsayı, R=3 bit/katsayı, $\rho=0,95$ ve ECG türetim I için SNR değerleri

KSFD için SNR başarımlarından da kolayca görülebileceği gibi, KSFD’nün SNR değerleri AKD’ne göre daha iyidir. Bu iyi yönlü başarımlar, düşük N değerlerinde en az 30 dB, büyük N değerlerinde ise yaklaşık 50 dB’lik bir artışla kendini gösterir.

Çizelge 1. KSFD için SNR başarımları

N	$\rho=0,95$; R=0,5 bit/katsayı						
	ECG Türetimleri:						
	I	II	III	aVR	aVL	AVF	
8	97,34	97,5	97,55	97,4	97,33	97,34	
16	94,4	94,55	94,6	94,46	94,38	94,39	
32	91,51	91,66	91,71	91,56	91,49	91,5	
64	88,7	88,84	88,89	88,75	88,67	88,69	
N	$\rho=0,95$; R=3 bit/katsayı						
	8	79,28	79,44	79,49	79,34	79,27	79,28
	16	76,33	76,49	76,54	76,39	76,32	76,33
	32	73,44	73,6	73,65	73,5	73,43	73,44
	64	70,64	70,78	70,83	70,69	70,61	70,63

5. SONUÇ

Bu makalede, AKD ve KSFD, dönüşüm kazancı ve SNR başarımı yönünden karşılaştırılmıştır. Her iki başarımların ölçütü yönünden KSFD, AKD'ne göre daha iyi sonuçlar vermiştir. SNR başarımı, dönüşüm için alt çerçeve 8'den 64'e doğru artırıldığında artmıştır. Buda, EKG sinyallerinde KSFD'ünün alt çerçeve boyutu artırıldığında daha iyi zaman çözünürlüğünün elde edildiğini göstermektedir.

Katsayı bit atama, UDK'nın SNR başarımında kayıp oluşturmaya rağmen AKD ve KSFD'deki simetriden dolayı SNR başarımında iyileşme gözlenir. Burada belirtilmelidir ki, KSFD'deki simetri AKD'ndekine benzerdir. SNR başarımı farklı yöntemler kullanılarak iyileştirilebilir. Bir sonraki araştırmada, EKG sinyalleri için SNR başarım artımı gerçekleştirilecektir.

KSFD durağan olmayan sinyallerin analizi için uygundur. Ancak, hesaplama karmaşıklığı çok önemlidir. Dönüşüm kodlama yönteminde en az 2N gerçel çarpma ve toplama işlemi yapılmaktadır. KSFD kullanılarak hesaplama zorlukları azaltılabilir. Aslında, KSFD'ün hesaplaması AKD'e göre daha kolaydır.

Bu çalışmada, SNR başarımında N azaltıldığında alt çerçeve yaklaşımının daha iyi sonuç verdiği gösterilmiştir. Ayrıca SNR başarımı R değeri ile ilişkilidir. Çünkü, R değeri artırıldığında SNR değeri de artar. Bunun yanında, bu çalışma ile, alt çerçeve boyutu artırıldığında KSFD için DKK üzerine dönüşüm kodlama kazancının 1 ve 2 dB'lik bir kayba sahip olduğu gösterilmiştir. Buradan da anlaşılacağı gibi 1 ve 2 dB'lik kayıp oldukça küçüktür. Böylece dönüşüm kodlama uygulamaları için alt çerçeve yaklaşımının faydalı olduğuda gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- Ahmed N., Natarajan T., Rao K.R. (1974): "Discrete Cosine Transform", IEEE Trans. on Computers, pp. 90-93, January.
- Akansu A.N. (1987): "The Modified Hermite Transformation, A New Transform for Statistical Adaptive Transform Coding of Speech Signals", Ph.D. Thesis, June.
- Allen J.B., Rabiner L.R. (1977): "A Unified Approach to Short-Time Fourier Analysis and Synthesis", IEEE Proc., vol.65, no.11, pp. 1558-1564, November.
- Archer C., Leen T.K. (2000): "Adaptive Transform Coding as Constrained Vector Quantization", Neural Network in Signal Processing X, IEEE Press.
- Chen W.H., Smith C.H. (1977): "Adaptive coding of Monochrome and Color Images", IEEE Trans. on Commun., vol. 25, no. 11, November.
- Chadwick V.J, Bray P.T. (1988): "The Modified Hung Method of Multiresolution Frequency Analysis", Signal Processing, Elsevier Science Publishes (North-England), Vol. 14, No.1, pp. 25-35, January.
- David M., Dirk S. (2002): "Backward Adaptive Transform Coding of Vectorial Signals: A Comparison between Unitary and Causal Approaches", Eurosipco.
- Haddad R.A., Akansu A.N. (1990): "A New Orthogonal Transform for Signal Coding", IEEE Trans. on ASSP, vol. 36, no.9, pp. 1404-1411, September.
- Jayant N.S., Noll P. (1984): "Digital Coding of Waveform", Prentice-Hall Inc., Eaglewood Cliffs: NJ, pp. 510-590.
- Rioul O., M. Vetterli M. (1991): "Wavelets and Signal Processing", IEEE SP Magazine, Vol.8, No.4, pp. 14-38, October.
- Tanaka T., Yamashita Y. (2001): "Adaptive Transforms with Overlapping Basis Functions for Image Coding", Journal of Electronic Imaging.