

# ÇAPRAZ TAKVİYE EDİLMİŞ KARE DELİKLİ TERMOPLASTİK KOMPOZİT LEVHALARDA ISIL GERİLME ANALİZİ

**Faruk ŞEN\*, Hakan PALANCIOĞLU\*\***

\*Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 35100/Bornova/İzmir

\*\*Niğde Üniversitesi, Aksaray Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 68100/Aksaray

Geliş Tarihi : 11.10.2005

## ÖZET

Bu çalışmada, çapraz takviye edilmiş kare delikli termoplastik levhalarda ısıl gerilme analizi yapılmıştır. Çelik fiberlerle takviye edilmiş, tabakalı ve ortasında kare delik bulunan kompozit levhalara ısıl yük olarak, üniform sıcaklık dağılımı seçilmiştir. Oryantasyon açısı olarak simetrik ve antisimetrik düzenleme yapılmıştır. Analizde, sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. Bu amaçla, çözüm ANSYS programı kullanılarak yapılmıştır. Üniform sıcaklık yükü olarak 40 °C ve 80 °C arasındaki çeşitli sıcaklık değerleri seçilmiştir. Isıl analizlerden elde edilen sonuçlar şekillerde ve tablolarda gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler :** Termoplastik kompozitler, Isıl gerilmeler, Sonlu elemanlar metodu, ANSYS

## A THERMAL STRESS ANALYSIS ON CROSS-PLY THERMOPLASTIC LAMINATED COMPOSITE PLATES WITH SQUARE HOLE

## ABSTRACT

In this study, a thermal stress analysis was carried out on cross-ply thermoplastic laminated composite plates with square hole. Steel fiber reinforced thermoplastic laminated composite plates with a centered square hole and uniform temperature distribution as thermal loading were selected for the analysis. The orientation angles were chosen symmetric and antisymmetric. The finite element method was used for the analysis. For this purpose, the solution was performed by using ANSYS programme. Uniform temperature loading was chosen between 40 °C and 80 °C. Results, which were obtained from thermal analysis, were illustrated in figures and tables.

**Key Words :** Thermoplastic composites, Thermal stresses, Finite element method, ANSYS

## 1. GİRİŞ

Termoplastik kompozitler, matriks olarak kullanılan plastik malzemenin, fiber olarak kullanılan çeşitli metal ve cam lifi gibi malzemelerle takviye edilmesiyle elde edilmektedir. Bu kompozitler, yüksek mukavemet, rijitlik, arttırılmış darbe dayanımı ve geliştirilmiş darbe toklukları gibi çeşitli avantajlara sahiptirler. Termoplastik kompozitlerin

önemli bir avantajı da yeniden ergitilerek yeni bir forma getirilebilmeleridir. Kolaylıkla tamir edilebilirler, örneğin bölgesel olarak meydana gelmiş delaminasyonlar ve çatlaklar ergitmek suretiyle giderilebilirler. Maliyetlerinin düşük olması nedeniyle özellikle otomotiv, tasarım ve mobilya endüstrilerinde yaygın bir kullanıma sahiptirler (Tong, 2002).

Şenel (2003) basit mesnetli, paslanmaz çelikle takviye edilmiş metal matrisli kompozit plaklarda elastik-plastik gerilme analizini gerçekleştirmiştir. Gigliotti et al. (2005), 0/90 tabakalı kare kompozit plaklarda üniform sıcaklık etkisinde meydana gelen ısı gerilmeleri incelemiştir. Sayman et al. (2003), çelik fiberlerle takviye edilmiş termoplastik kompozit bir kirişte meydana gelen ısı gerilmeleri elastik-plastik olarak ve lineer sıcaklık dağılımı etkisinde incelemiştir. Chung (2000), karbon fiber takviyeli polimer matrisli kompozitlerin ısı gerilme analizi üzerine çalışmıştır. Akay and Özden (1994), enjeksiyon kalıplama yöntemi ile ürettikleri termoplastik malzemelerin ısı gerilmelerini deneysel olarak ölçmüşlerdir. Şenel et al. (2004), tabakalı termoplastik kompozit plaklarda ısı yüklemeler altında meydana gelen ısı gerilmeleri analitik metotla bulmuşlardır. Shabana and Noda (2001), üretim aşamasında uygulanan sıcaklıklar nedeniyle meydana gelen ısı gerilmeleri dikkate alarak ısı elasto-plastik gerilme analizi yapmışlardır.

Bu çalışmada, çapraz takviye edilmiş; simetrik  $[0^{\circ}/90^{\circ}]_s$  ve antisimetrik  $[0^{\circ}/90^{\circ}]_2$  oryantasyona sahip, ortasında kare delik bulunan, çelik fiber tellerle takviye edilmiş termoplastik tabakalı kompozit levhalarda, uygulanan çeşitli üniform sıcaklık yükleri etkisiyle meydana gelen ısı gerilmeleri, sonlu elemanlar metodu kullanılarak incelenmiştir.

## 2. MATERYAL VE METOT

### 2. 1. Kompozitin ve Modelin Tanımlanması

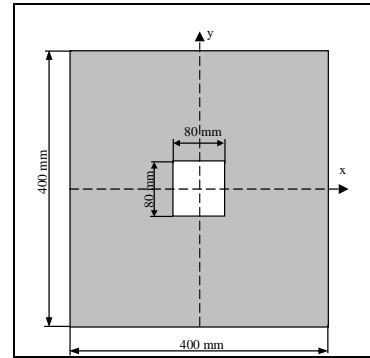
Isıl analizlerde kullanılan termoplastik tabakalı kompozit levhanın üretilmesinde yüksek yoğunluklu polietilen granüller ile fiber olarak çelik teller kullanılmıştır. İlk önce ısı ve basınç altında 2 mm kalınlığında termoplastik tabakacıklar meydana getirilmiştir. 2 mm kalınlığındaki, 2 tane tabakacığın tek yönlü olarak çelik tellerle takviye edilmesiyle kompozit tabaka elde edilmiş ve deneyler neticesinde mekanik özellikler bulunmuştur. Analizlerde kullanılan termoplastik kompozitin özellikleri Tablo 1'de (Bektaş and Sayman, 2002) gösterilmektedir.

Tablo 1. Kompozitin Mekanik Özellikleri

$E_1$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$G_{12}$ (MPa)	$\nu_{12}$	Isıl genleşme katsayısı ( $1/^{\circ}\text{C}$ )	
				$\alpha_1$	$\alpha_2$
38000	1300	480	0.25	$13.1 \times 10^{-6}$	$131 \times 10^{-6}$

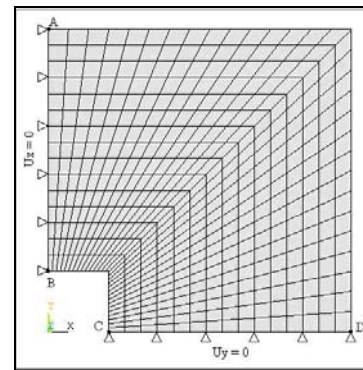
Analizlerde, günümüzde birçok mühendislik probleminin çözümünde yaygın bir şekilde kullanılan sonlu elemanlar metodundan yararlanılmıştır. Bu amaçla, sonlu elemanlarla problem çözümünde etkin bir paket program olan ANSYS kullanılmıştır.

Şekil 1'de kare delikli bir termoplastik kompozit levha gösterilmiştir. Burada, kare levhanın uzunlukları  $L = 400$  mm ve ortasında da  $a = 80$  mm boyutlarında kare delik ile kalınlığı  $h = 8$  mm, olan üç boyutlu modeller oluşturulmuştur. Seçilen çapraz takviyeli oryantasyondan dolayı, sonlu elemanlar tekniğinin bize sağladığı bir avantaj olarak, çözümü basitleştirmek amacıyla modelin  $1/4$ 'ü alınmış ve ona uygun sınır şartları belirlenmiştir (Şekil 2). Bilgisayar ortamında ANSYS programı kullanılarak oluşturulan bu modele uygun olarak düzgün bir mesh (ağ) yapısı elde edilmiştir.



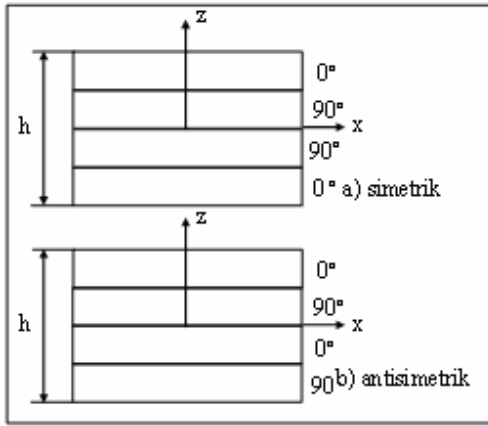
Şekil 1. Kare delikli termoplastik levha

Modelin sonlu elemanlara bölünmüş hali (ağ yapısı) Şekil 2'de gösterilmiştir. Sonlu elemanlarla çözümde, oluşturulan bu düzgün ağ yapısı (mapped mesh), gelişigüzel oluşturulan ağ yapısı (free mesh) yerine daha fazla tercih edilen ve çözüm için uygun olan bir sonlu elemanlara bölme işlemidir (Moaveni, 1999). Sonlu elemanlara bölme işlemi sonucunda 1350 eleman ve 1984 düğüm noktası elde edilmiştir.



Şekil 2. Oluşturulan modelin mesh (Ağ) yapısı ve delik çevresinin detayı

Bir kompozit levhada, çapraz takviyeli oryantasyonun ısıl gerilmeler üzerindeki etkisini incelemek için, tabakalı kompozit levha oluşturulurken, oryantasyon olarak simetrik  $[0^\circ/90^\circ]_s$  ve antisimetrik  $[0^\circ/90^\circ]_2$  düzenleme seçilmiştir. Bunlar sırasıyla Şekil 3 (a) ve (b)'de gösterilmiştir. Koordinat eksen takımı, termoplastik tabakalı kompozit levhanın orta noktasına yerleştirildiğinde, h toplam tabaka kalınlığını göstermek üzere, model z yönünde dört tabakadan meydana gelmektedir ve x eksenine göre tabakaların dizilişi simetrik ve antisimetrik oryantasyonu meydana getirmektedir.



Şekil 3. Çapraz takviyeli levhalarda oluşturulan oryantasyonlar

Isıl yük olarak seçilen üniform sıcaklık miktarındaki değişimin, ısıl gerilmeleri ne şekilde etkilediğini belirleyebilmek amacıyla, oluşturulmuş olan modellere 40 °C'den 80 °C'a kadar sıcaklık aralığında 10 °C artırılarak, farklı değerlere sahip üniform sıcaklık yükleri uygulanmıştır. Bu üniform sıcaklık yükleri nedeniyle meydana gelen ısıl gerilmeler bulunmuştur. Analizlerde malzeme özelliklerinin sıcaklığa bağlı olarak değişmediği kabul edilmiştir.

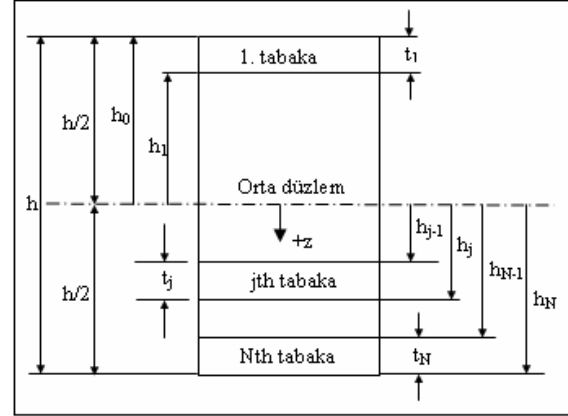
## 2. 2. Matematiksel Formülasyon

Tabakalı kompozit plaklarda gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi için klasik bir teori (lamination theory) kullanılmaktadır. Tabakalı bir kompozit yapı orta düzleme göre (midplane) Şekil 4'te gösterilmektedir. Tabakalarda meydana gelen şekil değiştirmeler orta düzlem ile ilişkili olarak şu şekildedir (Mallick, 1993).

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{xx}^o + z k_{xx} \\ \varepsilon_{yy} &= \varepsilon_{yy}^o + z k_{yy} \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^o + z k_{xy} \end{aligned} \quad (1)$$

Burada,

- $\varepsilon_{xx}^o, \varepsilon_{yy}^o$  = Tabakanın orta düzlemindeki normal şekil değiştirmeleri,
- $\gamma_{xy}^o$  = Tabakanın orta noktasındaki kayma şekil değiştirmeleri,
- $k_{xx}, k_{yy}$  = Tabakadaki eğilme eğrilikleri,
- $k_{xy}$  = Tabakadaki burulma eğrilikleri,
- $z$  = Kalınlık boyunca orta noktadan itibaren uzaklığı göstermektedir.



Şekil 4. Tabakalı kompozitin geometrisi

Tabakalı bir kompozitte uygulanan kuvvet ve momentler (Şekil 5), orta düzlemdeki şekil değiştirmelere ve eğilmelere bağlı olarak şu şekilde yazılabilir (Mallick, 1993).

$$\begin{aligned} N_{xx} &= A_{11}\varepsilon_{xx}^o + A_{12}\varepsilon_{yy}^o + A_{16}\gamma_{xy}^o + B_{11}k_{xx} + B_{12}k_{yy} + B_{16}k_{xy} \\ N_{yy} &= A_{12}\varepsilon_{xx}^o + A_{22}\varepsilon_{yy}^o + A_{26}\gamma_{xy}^o + B_{12}k_{xx} + B_{22}k_{yy} + B_{26}k_{xy} \\ N_{xy} &= A_{16}\varepsilon_{xx}^o + A_{26}\varepsilon_{yy}^o + A_{66}\gamma_{xy}^o + B_{16}k_{xx} + B_{26}k_{yy} + B_{66}k_{xy} \\ M_{xx} &= B_{11}\varepsilon_{xx}^o + B_{12}\varepsilon_{yy}^o + B_{16}\gamma_{xy}^o + D_{11}k_{xx} + D_{12}k_{yy} + D_{16}k_{xy} \\ M_{yy} &= B_{12}\varepsilon_{xx}^o + B_{22}\varepsilon_{yy}^o + B_{26}\gamma_{xy}^o + D_{12}k_{xx} + D_{22}k_{yy} + D_{26}k_{xy} \\ M_{xy} &= B_{16}\varepsilon_{xx}^o + B_{26}\varepsilon_{yy}^o + B_{66}\gamma_{xy}^o + D_{16}k_{xx} + D_{26}k_{yy} + D_{66}k_{xy} \end{aligned} \quad (2)$$

Matris şeklinde yazılacak olursa,

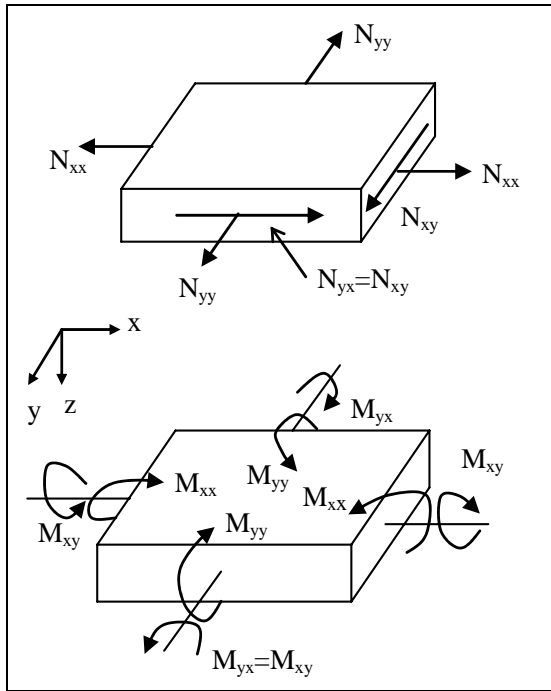
$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^o \\ \varepsilon_{yy}^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ve

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^o \\ \varepsilon_{yy}^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + [D] \begin{Bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Burada,

- $N_{xx}$  = birim genişlik başına, x yönünde normal kuvvet nedeniyle,  
 $N_{yy}$  = birim genişlik başına, y yönünde normal kuvvet nedeniyle,  
 $N_{xy}$  = birim genişlik başına, kayma kuvveti nedeniyle,  
 $M_{xx}$  = birim genişlik başına, yz düzleminde eğilme momenti nedeniyle,  
 $M_{yy}$  = birim genişlik başına, xz düzleminde eğilme momenti nedeniyle,  
 $M_{xy}$  = birim genişlik başına, burulma momenti nedeniyle oluşan bileşenlerdir.



Şekil 5. Bir levha üzerine uygulanan eğilme ve burulma yükleri (Mallick, 1993).

[A]= uzama rijidliği matrisi (N/m)

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \quad (5)$$

[B]= uzama-eğilme etkileşim rijidliği matrisi (N)

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \quad (6)$$

[D]= eğilme rijidliği matrisi (N-m)

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (7)$$

[A], [B] ve [D] matrislerinde yer alan elemanlar şu şekilde hesaplanabilir (Mallick, 1993);

$$A_{mn} = \sum_{j=1}^N (\bar{Q}_{mn})_j (h_j - h_{j-1}) \quad (8)$$

$$B_{mn} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\bar{Q}_{mn})_j (h_j^2 - h_{j-1}^2) \quad (9)$$

$$D_{mn} = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^N (\bar{Q}_{mn})_j (h_j^3 - h_{j-1}^3) \quad (10)$$

Burada,

- $N$  = Tabakalı kompozitteki toplam tabaka sayısı,  
 $(\bar{Q}_{mn})_j$  = jth tabakanın  $[\bar{Q}]$  matrisi içindeki elemanları,  
 $h_{j-1}$  = jth tabakanın üst yüzeyinden orta düzleme kadar olan mesafe,  
 $h_j$  = jth tabakanın alt yüzeyinden orta düzleme kadar olan mesafedir.

Şekil 4'te gösterilen koordinat sistemine göre  $h_j$ , orta düzlemde aşağıya doğru pozitif ve orta düzlemde yukarı doğru negatif değer olacaktır.

Eğer tabaka üzerinde normal kuvvet ve momentlerin etkisi biliniyorsa orta düzlemde şekil değiştirmeleri ve eğrilikleri Denklem (3) ve (4)'ten şu şekilde hesaplanabilir,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^o \\ \varepsilon_{yy}^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} = [A_1] \begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} + [B_1] \begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (11)$$

ve

$$\begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \end{bmatrix} = [C_1] \begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} + [D_1] \begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Burada,

$$\begin{aligned} [A_1] &= [A^{-1}] + [A^{-1}][B](D^*)^{-1}[B][A^{-1}] \\ [B_1] &= -[A^{-1}][B](D^*)^{-1} \\ [C_1] &= -[(D^*)^{-1}][B][A^{-1}] = [B_1]^T \\ [D^*] &= [D] - [B][A^{-1}][B] \\ [D_1] &= [(D^*)^{-1}] \end{aligned} \quad (13)$$

Sıcaklık değişimi  $\Delta T$  mevcut ise, tabaka şekil değiştirmeleri şu şekilde olacaktır,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{xx}^M + \varepsilon_{xx}^T = \varepsilon_{xx}^o + z k_{xx} \\ \varepsilon_{yy} &= \varepsilon_{yy}^M + \varepsilon_{yy}^T = \varepsilon_{yy}^o + z k_{yy} \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^M + \gamma_{xy}^T = \gamma_{xy}^o + z k_{xy} \end{aligned} \quad (14)$$

Burada; M ve T sırasıyla mekanik ve ısıl şekil değiştirmeleri göstermektedir. Isıl etkiler göz önüne alındığında Denklem (3) ve (4) şu şekilde yazılabilir (Mallick, 1993).

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^o \\ \varepsilon_{yy}^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \end{Bmatrix} - [T^*] \Delta T \quad (15)$$

Ve

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^o \\ \varepsilon_{yy}^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + [D] \begin{Bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \end{Bmatrix} - [T^{**}] \Delta T \quad (16)$$

Burada,

$$[T^*] = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^N [(\bar{Q}_{11})_j(\alpha_{xx})_j + (\bar{Q}_{12})_j(\alpha_{yy})_j + (\bar{Q}_{16})_j(\alpha_{xy})_j](h_j - h_{j-1}) \\ \sum_{j=1}^N [(\bar{Q}_{12})_j(\alpha_{xx})_j + (\bar{Q}_{22})_j(\alpha_{yy})_j + (\bar{Q}_{26})_j(\alpha_{xy})_j](h_j - h_{j-1}) \\ \sum_{j=1}^N [(\bar{Q}_{16})_j(\alpha_{xx})_j + (\bar{Q}_{26})_j(\alpha_{yy})_j + (\bar{Q}_{66})_j(\alpha_{xy})_j](h_j - h_{j-1}) \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$[T^{**}] = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^N [(\bar{Q}_{11})_j(\alpha_{xx})_j + (\bar{Q}_{12})_j(\alpha_{yy})_j + (\bar{Q}_{16})_j(\alpha_{xy})_j](h_j^2 - h_{j-1}^2) \\ \sum_{j=1}^N [(\bar{Q}_{12})_j(\alpha_{xx})_j + (\bar{Q}_{22})_j(\alpha_{yy})_j + (\bar{Q}_{26})_j(\alpha_{xy})_j](h_j^2 - h_{j-1}^2) \\ \sum_{j=1}^N [(\bar{Q}_{16})_j(\alpha_{xx})_j + (\bar{Q}_{26})_j(\alpha_{yy})_j + (\bar{Q}_{66})_j(\alpha_{xy})_j](h_j^2 - h_{j-1}^2) \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Çeşitli ara işlemler yapıldıktan sonra şekil değiştirmeler (Mallick, 1993).

$$\varepsilon_{xx}^o = \frac{R_2 U_2 - R_3 U_1}{R_2^2 - R_1 R_3} \Delta T \quad (19)$$

$$\varepsilon_{yy}^o = \frac{R_2 U_1 - R_1 U_2}{R_2^2 - R_1 R_3} \Delta T \quad (20)$$

$$\gamma_{xy}^o = \frac{-T_3^* \Delta T + A_{16} \varepsilon_x^o + A_{26} \varepsilon_y^o}{A_{66}} \Delta T \quad (21)$$

Burada,

$$\begin{aligned} R_1 &= A_{11} A_{66} - A_{16}^2 \\ R_2 &= A_{12} A_{66} - A_{16} A_{26} \\ R_3 &= A_{22} A_{66} - A_{26}^2 \\ U_1 &= -A_{16} T_3^* + A_{66} T_1^* \\ U_2 &= -A_{26} T_3^* + A_{66} T_2^* \end{aligned} \quad (22)$$

Burada,  $T_1^*$ ,  $T_2^*$  ve  $T_3^*$  bileşenleri Denklem (15) ve (16) da yer alan sıcaklık ifadelerinin matris formunda yazılması ile elde edilen ısıl değerlerdir. Isıl genişleme katsayıları, kompozit malzemenin fiber ve fibere dik doğrultularındaki 1 ve 2 yönlerinde hesaplanan ısıl genişleme katsayıları  $\alpha_1$  ve  $\alpha_2$  değerlerine (Tablo 1) bağlı olarak şu şekilde yazılabilir (Mallick, 1993).

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \alpha_1 m^2 + \alpha_2 n^2 \\ \alpha_y &= \alpha_1 n^2 + \alpha_2 m^2 \\ \alpha_{xy} &= 2mn(\alpha_1 - \alpha_2) \end{aligned} \quad (23)$$

$$m = \cos \theta$$

$$n = \sin \theta$$

Tabakalı kompozit levhayı meydana getiren her bir levhacık için gerilme bileşenleri şekil değiştirme bileşenlerine bağlı olarak, gerilme-şekil değiştirme bağıntısını kullanarak şu şekilde hesaplanabilir (Mallick, 1993).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^o \\ \varepsilon_{yy}^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} \quad (24)$$

Ayrıca, direngenlik ifadelerini ve poisson oranını şu şekilde yazmak mümkündür (Mallick, 1993).

$$Q_{11}^k = \frac{E_1^k}{1 - v_{12}^k v_{21}^k}, Q_{12}^k = \frac{v_{21}^k E_1^k}{1 - v_{12}^k v_{21}^k} = \frac{v_{12}^k E_2^k}{1 - v_{12}^k v_{21}^k},$$

$$Q_{22}^k = \frac{E_2^k}{1 - v_{12}^k v_{21}^k}, Q_{66}^k = G_{12}^k, Q_{16}^k = 0, Q_{26}^k = 0, \quad (25)$$

$$v_{21} = v_{12} \frac{E_2}{E_1}$$

Bu denklemlerde k tabaka numarasını göstermektedir. Gerilme bileşenleri, fiber ve fibere dik doğrultudaki 1 ve 2 yönlerinde yazılmak istenirse matris formunda şu şekildedir,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2nm \\ n^2 & m^2 & -2nm \\ -nm & nm & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

### 3. BULGULAR VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada, çelik fiberlerle çapraz olarak takviye edilmiş, simetrik ve antisimetrik oryantasyona sahip kare delikli, termoplastik tabakalı kompozit levhalarda, üniform sıcaklık etkisiyle meydana gelen ısıl gerilmeler, sonlu elemanlar metodu kullanılarak hesaplanmıştır.

Simetrik ve antisimetrik oryantasyona sahip levhalarda, seçilen düğüm noktaları A, B, C ve D (Şekil 3'te gösterilmiştir) üzerinde meydana gelen, normal gerilmeler ve kayma gerilmeleri, x ve y yönleri ile uygulanan sıcaklığa bağlı olarak Tablo 2'de gösterilmektedir. A ve D düğüm noktaları levhanın kenarında olmakla birlikte, B ve C düğüm noktaları kare deliğin hemen kenarında seçilmiştir. Simetrik oryantasyon ile yapılan analizde üst yüzey ve alt yüzeyde meydana gelen gerilmelerin aynı değerde hesaplanmış olması nedeniyle, Tablo 2'de simetrik oryantasyon için, sadece üst yüzeyde meydana gelen gerilmelerin değerleri verilmiştir. Antisimetrik oryantasyon için yapılan analizlerde ise alt ve üst tabakada hesaplanan gerilmelerin farklı değerlere sahip olduğu görülmüş, bundan dolayı Tablo 3 ve 4'te sırasıyla hem üst yüzey hem de alt yüzey için hesaplanan gerilme değerleri verilmiştir. Bu tablolardan görüldüğü gibi uygulanan üniform sıcaklık artışına bağlı olarak, her bir düğüm noktası için ısıl gerilmelerin değerlerinde de artış meydana gelmektedir. Dolayısıyla her iki oryantasyon için, en düşük ısıl gerilmeler uygulanan 40 °C üniform sıcaklık yükü nedeniyle meydana gelirken, en büyük ısıl gerilmeler 80 °C üniform sıcaklık yükü etkisiyle meydana gelmektedir. En büyük gerilme değeri her

bir sıcaklık yükü için, antisimetrik oryantasyonda D düğüm noktasında, y yönünde ve çeki gerilmesi şeklinde oluşmaktadır. Bununda en büyük değeri  $\sigma_y = 14.02$  MPa olarak hesaplanmıştır. En büyük kayma gerilmesi değeri de, antisimetrik oryantasyon için D noktasında ve bası formunda  $\tau_{xy} = -1.631$  MPa olarak hesaplanmıştır.

Sonlu elemanlar metodunu kullanarak çözüm imkanı sağlayan ANSYS programının, önemli avantajlarından biride sonuçların eş gerilme eğrileri yardımı ile gösterilebilmesidir. Bundan yararlanarak, örnek olması için sadece uygulanan 80 °C üniform sıcaklık yükü nedeniyle meydana gelen gerilme dağılımları Şekil 6, 7 ve 8'de gösterilmiştir. Daha önce bahsedildiği üzere, simetrik oryantasyona sahip levhalarda, alt ve üst yüzeyde benzer gerilme dağılımları olduğundan sadece üst yüzeydeki gerilme dağılımı Şekil 6'de gösterilmiştir. Antisimetrik oryantasyonda ise alt ve üst yüzeydeki gerilme dağılımlarının ve değerlerinin farklı olması nedeniyle, Şekil 7'de üst yüzey için, Şekil 8'de ise alt yüzey için gerilme dağılımları gösterilmiştir. Her üç grafikte de x ve y yönlerindeki normal gerilme dağılımları ( $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$ ) ile kayma gerilme dağılımları ( $\tau_{xy}$ ) gösterilmiştir.

Grafiklerdeki eksi işaretleri bası gerilmelerini, pozitif büyüklükler ise çeki gerilmelerini göstermektedir. Kare delik etrafında gerilme konturlarında bir yoğunluk olduğu (gerilme yığılması), kare deliğin ısıl gerilmeleri önemli ölçüde etkilediği görülmektedir. Bunun yanı sıra simetrik oryantasyona sahip levhalarda daha düzgün bir gerilme dağılımı oluşmakta iken antisimetrik levhalarda daha karmaşık bir dağılım oluşmaktadır.

Tablo 2. Simetrik Oryantasyona Sahip Levhalarda Meydana Gelen Gerilmeler

Sıcaklık (°C)	Düğüm Nok.	$\sigma_x$ (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$\tau_{xy}$ (MPa)
40	A	-5.83	5.83	0.1E-13
	B	-5.83	5.83	0.4E-14
	C	5.78	-5.78	0.77
	D	5.78	-5.78	0.77
50	A	-7.28	7.28	0.1E-13
	B	-7.28	7.28	0.9E-14
	C	7.22	-7.22	0.96
	D	7.22	-7.22	0.96
60	A	-8.74	8.74	0.2E-13
	B	-8.74	8.74	0.1E-14
	C	8.67	-8.67	1.161
	D	8.67	-8.67	1.161
70	A	-10.20	10.20	0.1E-13
	B	-10.20	10.20	0.1E-14
	C	10.11	-10.11	1.355
	D	10.11	-10.11	1.355
80	A	-11.66	11.66	0.2E-13
	B	-11.66	11.66	0.9E-14
	C	11.56	-11.56	1.548
	D	11.56	-11.56	1.548

Tablo 3. Antisimetrik Oryantasyona Sahip Levhalarda Üst Yüzeyde Meydana Gelen Gerilmeler

Sıcaklık (°C)	Düğüm Nok.	$\sigma_x$ (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$\tau_{xy}$ (MPa)
40	A	6.12	-5.64	-0.004
	B	1.35	-5.69	0.0106
	C	-5.66	1.42	-0.489
	D	-5.59	7.01	-0.815
50	A	7.65	-7.058	-0.005
	B	1.69	-7.121	0.0133
	C	-7.08	1.77	-0.611
	D	-6.98	8.76	-1.019
60	A	9.18	-8.46	-0.006
	B	2.03	-8.54	0.0160
	C	-8.50	2.13	-0.734
	D	-8.38	10.51	-1.223
70	A	10.72	-9.88	-0.007
	B	2.37	-9.97	0.0186
	C	-9.91	2.49	-0.856
	D	-9.78	12.26	-1.427
80	A	12.25	-11.29	-0.008
	B	2.71	-11.39	0.0213
	C	-11.33	2.84	-0.978
	D	-11.18	14.02	-1.631

Tablo 4. Antisimetrik Oryantasyona Sahip Levhalarda Alt Yüzeyde Meydana Gelen Gerilmeler

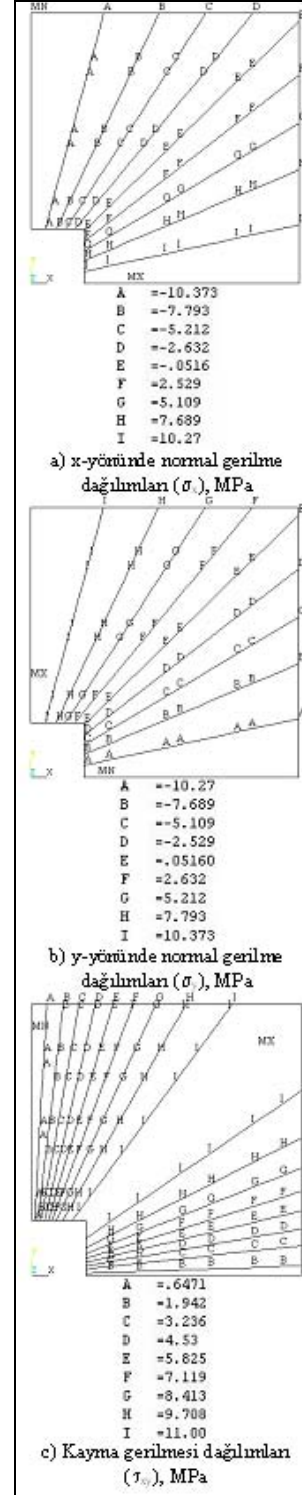
Sıcaklık (°C)	Düğüm Nok.	$\sigma_x$ (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$\tau_{xy}$ (MPa)
40	A	-5.84	2.74	0.0021
	B	-5.65	2.91	0.0022
	C	2.88	-5.60	0.573
	D	2.80	-5.84	0.562
50	A	-7.30	3.42	0.0027
	B	-7.06	3.64	0.0028
	C	3.71	-7.00	0.716
	D	3.50	-7.30	0.702
60	A	-8.76	4.11	0.0032
	B	-8.47	4.37	0.0034
	C	4.46	-8.40	0.860
	D	4.20	-8.76	0.843
70	A	-10.23	4.80	0.0038
	B	-9.89	5.10	0.0039
	C	5.20	-9.80	1.004
	D	4.90	-10.23	0.983
80	A	-11.69	5.48	0.0043
	B	-11.30	5.83	0.0045
	C	5.95	-11.20	1.147
	D	5.60	-11.69	1.124

#### 4. SONUÇLAR

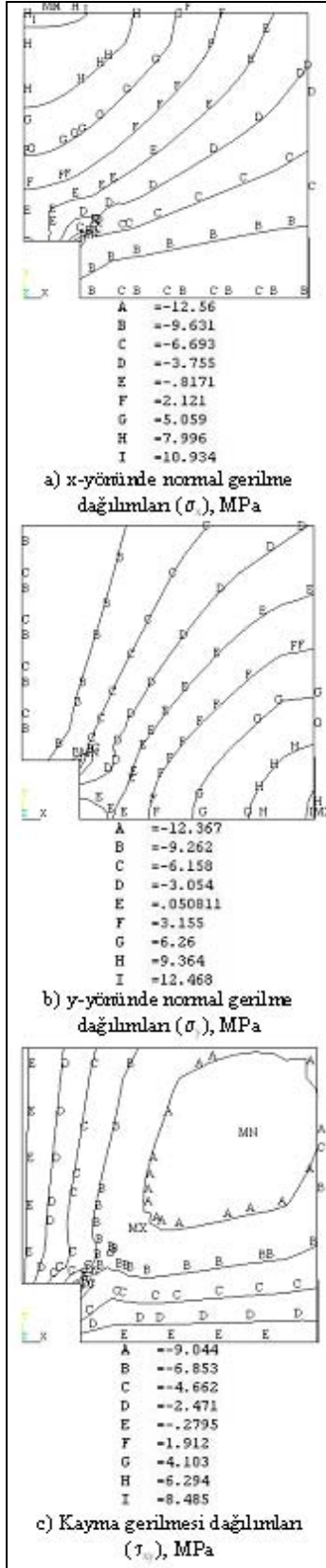
Sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılan ısıl gerilme analizlerinden elde edilen sonuçların ışığı altında özetle aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

1. Uygulanan üniform sıcaklık yükü arttıkça, oluşan ısıl gerilmelerin değerleri de artmaktadır.
2. Simetrik oryantasyona sahip levhalarda üst ve alt yüzeyde eşit değerde gerilme dağılımları meydana gelmektedir.

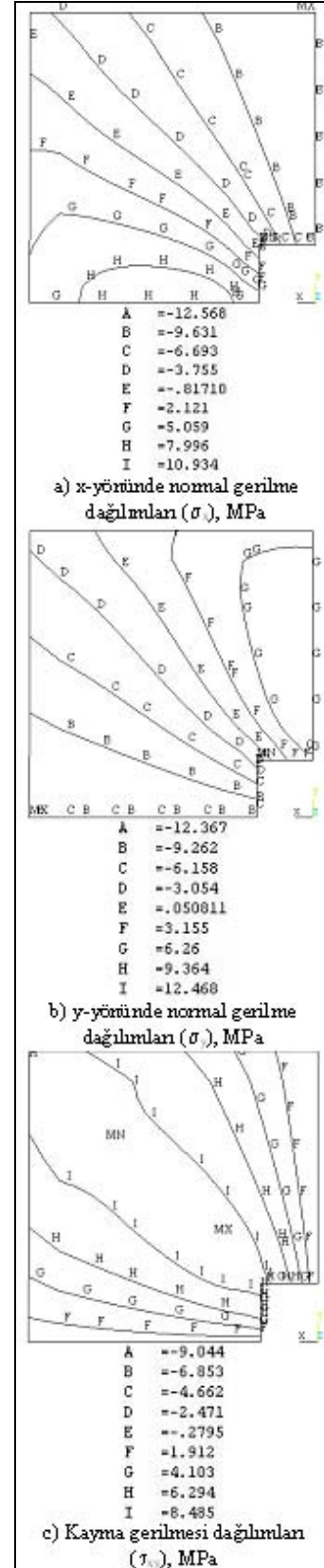
3. Antisimetrik oryantasyona sahip levhalarda üst ve alt tabakada hesaplanan ısıl gerilmelerin dağılımları farklı olmaktadır.
4. Kare delik etrafında gerilme yığılması meydana gelmektedir.



Şekil 6. Simetrik levhalarda, 80 °C üniform sıcaklık yükü nedeniyle meydana gelen gerilmeler.



Şekil 7. Antisimetrik levhalarda, 80 °C üniform sıcaklık yükü nedeniyle üst yüzeyde meydana gelen gerilmeler.



Şekil 8. Antisimetrik levhalarda, 80 °C üniform sıcaklık yükü nedeniyle alt yüzeyde meydana gelen gerilmeler.



## 5. KAYNAKLAR

- Akay, M and Özden, S. 1994. Measurement of Residual Stresses in Injection Molded Thermoplastics. *Polymer Testing*. 13: 323-354.
- Bektaş, N. B. and Sayman, O. 2002. Thermal Elastic-Plastic Stress Analysis in Simply Supported Thermoplastic Laminated Plates, *J. of Reinforced Plastics and Composites*, 21, 639-652.
- Chung, D. D. L. 2000. Thermal Analysis of Carbon Fiber Polymer-matrix Composites by Electrical Resistance Measurement. *Thermochimica Acta*. 364, 121-132.
- Gigliotti, M. Jacquemin, F. and Vautrin, A. 2005. On the Maximum Curvatures of 0/90 Plates under Thermal Stress. *Composite Structures*. 68 : 177-184,
- Mallick, P. K. 1993. *Fiber-Reinforced Composites: Materials, Manufacturing and Design*, Marcel Dekker, Inc. USA.
- Moaveni, S. 1999. *Finite Element Analysis Theory and Application with ANSYS*, Prentice Hall, USA.
- Sayman, O. Belevi, M. and Duranay, M. 2003. Thermal Stress Analysis and Residual Stresses in a Thermoplastic Composite Beam, *Journal Of Reinforced Plastics and Composites*. 22, 67-81.
- Shabana, Y.M. and Noda, N. 2001. Thermo-Elasto-Plastic Stresses in Functionally Graded Materials Subjected to Thermal Loading Taking Residual Stresses of the Fabrication Process into Consideration, *Composites Part B: Engineering*. 32, 111-121.
- Şenel, M. 2003. Thermal Elastic-Plastic Stress Analysis of Antisymmetric Aluminum Metal-Matrix Composite Laminated Plates under Constant Temperature Change Through The Thickness, *J. of Reinforced Plastics and Composites*, 22, 897-912.
- Şenel, M. Akbulut, H. ve Toparlı, M. 2004. Residual Stress Analysis in Symmetric Thermoplastic Laminated Plates under Thermal loads: Analytic Solution. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, 17, 481-507.
- Tong, L. Mouritz, A.P. and Bannister, M. 2002. *3D Fibre Reinforced Polymer Composites*, Elsevier, UK.