

VOLTERRA-WIENER SERİSİ KULLANILARAK OPTİK GERİBESLEMELİ YARIİLETKEN LAZER DİYODUN ANALİZİ

*Remzi YILDIRIM, **Kenan DANIŞMAN

*Gazi Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Elektronik-Bilgisayar Bölümü, Ankara

**Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektronik Mühendisliği, Kayseri

ÖZET

Bu çalışmada, lazer diyodun (LD) lineerize edilmiş tek mod oran denklemleri harici boşluklu LD'ye göre yeniden düzenlenerek bu denklemler harmonik giriş metoduyla birlikte Volterra serileri kullanılarak çözülmüştür. Harmonik transfer fonksiyonlarının elde edilmesinde Volterra-Wiener seri yaklaşımı kullanılmıştır. Bulunan transfer fonksiyonları kullanılarak çıkıştan-girişe doğru kararlılık analizleri yapılmış olup bu analizlerde Nyquist kararlılık kriteri temel alınmıştır. Bu çalışmada, açık sistem transfer fonksiyonu $TF = (H1/1-G1)$ elde edilmiştir. TF transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi de çizilerek LD'un akım-denetimli osilatör gibi çalıştığı da gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Lazer diyod, Volterra, Kararlılık, Distorsiyon

ANALYSIS OF OPTICAL FEEDBACK SEMICONDUCTOR LASER DIODES USING VOLTERRA - WIENER SERIES

ABSTRACT

In this study, external cavity laser diode has been modelled and non-linear equations of the system are solved using Volterra series. In the study, linearised laser diode's rate equations are reorganised for external cavity laser diodes and these equations are solved with harmonic input method using Volterra series. The transfer functions brought about for harmonics are obtained using Volterra-Weiner series approach. The stability analysis of system is completed from output to input using these transfer functions. In this study open system transfer function of the laser diode $TF = (H1/1-G1)$ has been obtained. By plotting the Nyquist graph of the transfer function TF, it is show that, the laser diode operates as a current controlled oscillator.

Key Words : Laser diode, Volterra, Stability, Distorsion

1. GİRİŞ

Bu çalışmada optik haberleşme sistemleri ve çeşitli endüstriyel uygulamalarda referans ışık kaynağı olarak kullanılan LD'un harici optik geribeslemeli modellenmesi yapılarak bu modellemeye ait çeşitli karakteristik davranışları ortaya konmuştur.

Optik geribesleme sistemleri yarıiletken lazerlerde son çeyrek yüzyılda kullanılmakta ve konu ile ilgili bir çok deneysel çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmalarda yalnızca harici pasif boşluğun (cavity)

etkilerinden söz edilmiştir (Agrawal and Dutta, 1986). Daha sonraki çalışmalarda aynaların yüzey yansıtma özellikleri incelenerek çok modlu çıkış elde edilmiştir. Bu çalışmalarda çizgi genişliği (linewidth) dikkate alınmamıştır. Daha sonra ise yarıiletken lazerlerde mod seçimi ağırlık kazanarak özellikle tek mod seçimi üzerinde durulmuştur. Bu çalışmalar yapılırken kararlılık, akort etme ve çizgi genişliği dikkate alınmıştır (Yamamoto, 1990). Sonraki çalışmalarda özellikle tek mod seçimi ve çizgi genişliğinin daraltılmasında yoğunlaşmıştır (Suematsu, 1994). Bu çalışmalar yapılırken kaotik

durumlar ile karşılaşmış ve kaotik durum şartları belirlenmeye ve sorun çözülmeye çalışılmıştır (Milonni et al., 1987).

Dalga boyları 1.1-1.6 µm arasında olan lazerler uzun dalga boylu lazer sınıfına girmektedir. Bu dalga boyu optik haberleşme sistemlerinde kullanılan fiberlerde, minimum optik zayıflamaya karşılık gelmekte ve bundan dolayı verim yükselmektedir. Bu ihtiyaç dikkate alınarak bir çok malzeme bir araya getirilerek InGaAsP-InP yapılar oluşturulmuştur. Ticari fiberlerde, kayıp ve dispersiyonun düşürülmesi için yapılan çalışmalar InGaAsP yapılar da ve uzun dalga boylu lazerler kaynakları üzerinde odaklanmıştır (Lin, 1989). Lazer diyodlardaki bu gelişmeler, fiber optik haberleşme sistemlerinin gelişmesine vesile olmuş ve bu sistemlerin ticari hale gelmesini sağlamıştır (Yariv, 1988; Peterman, 1991; Senior, 1992).

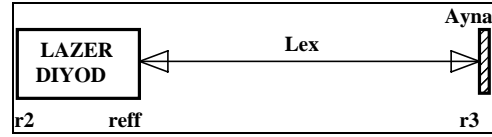
Yarıiletken LD'lar ile ilgili bundan önceki çalışmalarda, Hassine et al., (1994) yarıiletken LD'un modülasyon altındaki durumunu Volterra fonksiyonel seri açılımını, güç serileri şeklinde açmış ve Laplas-Borel dönüşümlerini de ilave olarak kullanmıştır. Bu analizde LD'un harmoniklerinin akım modülasyonu tepkisini incelemiştir. Daha sonra Biswas and Mc Gee, (1991) Volterra seri açılımını, Taylor serisi şeklinde açarak yarıiletken LD'un harmonik analizini yapmıştır. Bu analizde ikinci ve üçüncü harmoniklerinin hesaplanmasına yeni bir yaklaşım getirmiştir. Salgado and Reilly (1991) Volterra seri açımı ile yarıiletken LD'un distorsiyon analizini yapmıştır. Bu analizde Volterra çekirdeklerinin hesaplanmasında Fourier dönüşümünü kullanmıştır. Froidure et al., (1995) ise Volterra seri açılımını ile kablolu TV sistemleri için ikinci dereceden distorsiyon analizini yapmıştır. Bu çalışmaların hepsinde yalnızca yarıiletken LD üzerinde çalışılmış ve optik geribesleme dikkate alınmamıştır. Bu çalışmalarda harmonik analizi ve distorsiyon genlikleri üzerinde

yoğunlaşmıştır. Harmoniklerin ve sistemin kararlılığı hiç incelenmemiştir. Bu çalışmada ilave olarak sistem kararlılığı da incelenmiştir.

Foton ve taşıyıcı yoğunluğunun teorik hesaplanmasında girişin harmoniklerden oluştuğu kabul edilerek, bu harmoniklerin bütününe içeren harmonik giriş metodu kullanılmıştır. Bu modellemede harici boşluklu LD'un oran eşitliklerinin çözümü Volterra serisi ile yapılacaktır. Bu seri ile sistemin çıkışındaki foton yoğunluğunu temsil eden ileri yön Volterra çekirdeği H_n ve girişteki taşıyıcı yoğunluğunu temsil eden G_n transfer fonksiyonlarına harmonik giriş metodu uygulanarak çözülmüştür. Transfer fonksiyonlarındaki n alt indisi ise frekans bileşenlerini temsil etmektedir. Hesaplanan transfer fonksiyonlarının, frekans tepkileri çıkartılarak, çekirdeklerin ve sistemin kararlılığı Volterra-Wiener yaklaşımı kullanılarak incelenmiştir.

2. OPTİK GERİBESLEME YAKLAŞIMI

Genelleştirilmiş geribesleme için standart hale getirilmiş ifadeler zayıf geribesleme modelinde tanımlanmıştır. Şekil 1'de kabul edilen geribeslemenin modeli görülmektedir. Sistemde geribesleme için basit bir düz ayna kullanılmıştır (Schielerup et al., 1990; Suematsu, 1994).



Şekil 1. Optik geribeslemeli lazer diyod modeli

Harici optik geribesleme sisteminde $P(t)$, foton yoğunluğu $n(t)$, taşıyıcı yoğunluğu $\phi(t)$, fazı ve $E(t)$ alan ifadesini tanımlamak üzere;

$$\frac{d}{dt} P(t) = \left[g(n(t) - n_0) \left(1 - \epsilon P(t) \right) - \frac{1}{\tau_p} \right] P(t) + \frac{\beta n(t)}{\tau_e} + 2k_c \sqrt{P(t)P(t-\tau)} \cos[\omega_0 \tau + \phi(t) - \phi(t-\tau)] \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} n(t) = \frac{I}{eV} - \frac{n(t)}{\tau_e} - g(n(t) - n_0) \left[1 - \epsilon P(t) \right] P(t) \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \phi(t) = \frac{\alpha g(n(t) - n_0)}{2} - 2k_c \frac{\sqrt{P(t-\tau)}}{P(t)} \sin[\omega_0 \tau + \phi(t) - \phi(t-\tau)] \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} E(t) = \left\{ j\omega(n) + \frac{1}{2} \left[G(n, E_0^2) - \frac{1}{\tau_p} \right] \right\} E(t) + k_c E(t-\tau) \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir (Henry and Kazanirov, 1986; Yamamoto, 1990; Peterman, 1991). Eşitliklerdeki değişkenler k_c kuplaj sabiti, V dalga kılavuzu hacmi, e elektron yükü, G kazanç, ϕ faz kayması, β kendiliğinden ışınım miktarı, ϵ malzeme kayıp sabiti, r_2 , r_{eff} , r_3 ayna yansıma sabitleri, τ harici kaviti zaman sabiti ve ω_0 lazer açılmalı rezonans frekansı olarak tanımlanmıştır.

Helms ve Peterman (1990) ise küçük işaret analizinde harici optik geribeslemeli düzenin geribesleme şekline bağlı olarak incelemiştir. Sacher et al., (1991) ise değişik geribesleme durumundaki nonlinear dinamik yapıyı incelemiştir. Zorabedian (1994) ise alan fazının değişmesine neden olan harici boşluk uzunluğunun etkisini inceleyerek, kararlık durumunu fazla ilişkilmiştir. Tromborg et al., (1994) yarıiletken lazerdeki ilerleyen dalga modelinde modülasyon tepkisi, mod kararlılığı, gürültü, kuantum mekaniği ve aralarındaki davranışlara bağlı olarak kararlılığı incelemiştir.

3. NONLİNEER SİSTEMLERİN VOLTERRA WIENER ANALİZİ

Bu analitik yaklaşımda bütün fonksiyonların sürekli olduğu kabulü yapılarak, genel form için bir $G[X]$ fonksiyonu

$$y(t) = k_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) x(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) x(t-\tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n \quad (7)$$

ile verilir (Fu and Farison, 1993). Eşitlik (7)'deki $h_n(\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n)$ çekirdeklerin n. dereceden nonlinear impuls cevabı olarak adlandırılmıştır. Çekirdeklerin n dereceden dönüşümleri ise,

$$H_n(f_1, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \exp[-j2\pi(f_1\tau_1 + f_2\tau_2 + \dots + f_n\tau_n)] d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. n. dereceden nonlinear transfer fonksiyonun Fourier dönüşümü

$$h_n(f_1, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \exp[-j2\pi(f_1\tau_1 + f_2\tau_2 + \dots + f_n\tau_n)] d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (9)$$

ile ifade edilir (Sandberg, 1985; Atti and Cu, 1995). Giriş-çıkış arasındaki ilişki ise;

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \quad (10)$$

ile tanımlıdır. Giriş $y_n(t)$ ise

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) x(t-\tau_1) \dots x(t-\tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n \quad (11)$$

$$G[X] = \sum_{n=0}^{\infty} F_n[X] \quad (5)$$

şeklinde tanımlanmıştır. İfadede $F_n[X]$ düzenli ve homojen fonksiyon şeklinde olup aşağıdaki gibidir.

$$F_n[X] = \int_a^b \dots \int_a^b h_n(\xi_1, \dots, \xi_n) x(\xi_1) x(\xi_2) \dots x(\xi_n) d\xi_1 \dots d\xi_n \quad (6)$$

Buradaki n indisi, ise fonksiyonun derecesidir. Bu seri Volterra fonksiyonel serisi olarak adlandırılmaktadır (Bedrosian and Rice, 1971; Bussgang et al., 1974; Schetzen, 1980; Schetzen, 1989).

Norbert Wiener, Volterra fonksiyonel seri açılımını ilk defa nonlinear sistem analizinde kullanmıştır (Bussgang et al., 1974). Bir nonlinear sistemin çıkışı $y(t)$ ve girişi $x(t)$ olarak tanımlandığında çıkışın fonksiyonel Volterra açılımını

n. dereceden çıkışın nonlinear parçaları olarak tanımlanmıştır. Eşitlik (11)'nin sağ tarafının Fourier dönüşümü

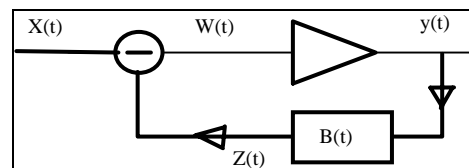
$$Y_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n X(f_i) \exp(j2\pi f_i t) df_1 \dots df_n \quad (12)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Çıkış spektrumun n. dereceden dönüşümü ise

$$Y_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(f_1, \dots, f_n) \delta(f_1, \dots, f_n) \prod_{i=1}^n X(f_i) df_1 \dots df_n \quad (13)$$

şeklinde verilmiştir (Billings and Peyton, 1990; Lang and Billings, 1996).

Şekil 2'deki nonlinear geribeslemeli sistemin $x(t)$ giriş, $y(t)$ çıkış olmak üzere genel çıkış formu



Şekil 2. Nonlinear geribeslemeli sistem

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} du_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} du_n g_n(u_1, \dots, u_n) \prod_{r=1}^n x(t - u_r) \quad (14)$$

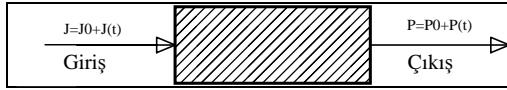
ile ifade edilebilir (Banks, 1989; Billings, 1996a,b; Lui, 1996). Buradaki Volterra çekirdekleri $g_n(u_1, \dots, u_n)$ ile tanımlanmıştır. Çekirdeklerin n. dereceden dönüşümü ise,

$$G_n(f_1, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} du_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} du_n g_n(u_1, \dots, u_n) \exp[-j(\omega_1 u_1 + \dots + \omega_n u_n)] \quad (15)$$

ile tarif edilmiştir (Zhang and Zhu, 1995; Billing, 1996; Lui and Peyton, 1996; Salgado and O'Reilly, 1996; Zhang and Billings, 1996). Sistemin $x(t)$ girişine uygulanan işaretler sinüs, gaussian gürültüsü, sinüs işareti ile beraber gaussian gürültü ve rastgele puls gürültüsü şeklinde olabilmektedir.

3. HARİCİ BOŞLUKLU LAZER DİYODUN NONLİNEER TRANSFER FONKSİYONU

Şekil 3'de ise modeli düşünülen yarıiletken lazer diyodun nonlineer sistem blok yapısı görülmektedir.



Şekil 3. Yarıiletken lazer diyodun nonlineer sistem blok yapısı

Bu modele göre; normalize edilmiş toplam foton yoğunluğu $P = P_0 + P(t)$ ile tanımlanmıştır. İfadedeki P_0 ise sukunet halindeki foton yoğunluğunu temsil etmektedir. Foton ise

$$p(t) = \sum_{k=1}^{\infty} p_n(t) \quad (16)$$

$$p_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n j(t - \tau_r) d\tau_r \quad (17)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Bu ifadedeki $h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ n. dereceden nonlineer impuls cevabıdır. Fourier dönüşümleri

$$H_n(f_1, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n e^{-j2\pi f_r \tau_r} d\tau_r \quad (18)$$

ile tanımlanmış olup, LD'un n. dereceden nonlineer transfer fonksiyonudur. Bu ifade Volterra serisinin,

lineer sistem teorisindeki genelleştirilmiş halidir (Salgado, 1996; Yıldırım, 1996). Foton yoğunluğu giriş spektrumunun fonksiyonu şeklinde ifade edilirse,

$$P_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(f_1, \dots, f_n) \prod_{r=1}^n J(f_r) e^{j2\pi f_r t} d\tau_r \quad (19)$$

ile tanımlanmıştır. Fourier dönüşümünden elde edilen çıkış spektrumu ise

$$P(f) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(f) \quad (20)$$

$$P_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(f_1, \dots, f_n) \delta(f - f_1 - \dots - f_n) \prod_{r=1}^n J(f_r) df_r \quad (21)$$

şeklinde verilmiştir (Yıldırım, 1996).

Harici boşluklu LD'un transfer fonksiyonunun elde edilmesinde "harmonik giriş" metodu kullanılmıştır. Bu metoda göre giriş ifadesi üssel olarak

$$J(t) = \exp(i2\pi f_1 t) + \exp(i2\pi f_2 t) + \dots + \exp(i2\pi f_n t) \quad (22)$$

şeklinde tanımlıdır. İfadedeki $J(t)$ akım yoğunluğunu, f_r ise giriş harmoniklerini temsil etmektedir. Çıkış işareti ise,

$$p_n(f) = \sum_{f_1, \dots, f_n} \frac{n!}{m_1! \dots m_n!} H_n(m_1[f_1], \dots, m_n[f_n]) \prod_{r=1}^n \exp(j2\pi m_r f_r t) \quad (23)$$

ile verilir. İfadedeki $\sum_{r=1}^n m_r = n$ ve

$$m_r[f_r] = \overbrace{(f_r, \dots, f_r)}^{m_r} \quad (24)$$

ile verilmiş ve ifadedeki $m_r[f_r]$, H_n nin argümanıdır. Bütün frekansların $[f_r]$ altında toplanmış n. dereceden nonlineer transfer fonksiyonu ise

$$f = m_1 f_1 + m_2 f_2 + \dots + m_n f_n \quad (25)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitlikte n. dereceden $m_1 = m_n = 1$ durumuna karşılık gelen diğer terimler ise,

$$n! H_n(f_1, \dots, f_n) \exp(i2\pi [f_1, \dots, f_n] t) \quad (26)$$

şeklinde. İfadede $\exp[i2\pi(f_1, \dots, f_n)t]$ de teriminden başka bir terim yoktur. Çünkü $[f_1, \dots, f_n]$ lineer bağımsız değişkenler olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı n. dereceden nonlineer transfer fonksiyonu $H_n(f_1, \dots, f_n)$, giriş üssel ifadelerinin toplamı şeklinde olduğundan eşitlik (24)'ün çıkışındaki

$$n! \exp[i2\pi(f_1, \dots, f_n)t] \quad (27)$$

$$2\pi(f_1 + \dots + f_n) G_n(f_1 + \dots + f_n) = \left\{ \begin{aligned} & [(1 - \epsilon p_0) p_0 + 1] G_n(f_1 + \dots + f_n) + \\ & (n - n_0) [(1 - 2\epsilon p_0)] H_n(f_1 + \dots + f_n) + D_n \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$2\pi(f_1 + \dots + f_n) H_n(f_1 + \dots + f_n) = \gamma \left\{ \begin{aligned} & \Gamma [(1 - \epsilon p_0) p_0 + \beta] G_n(f_1 + \dots + f_n) + \\ & [\Gamma (n - n_0) (1 - 2\epsilon p_0) - 1] H_n(f_1 + \dots + f_n) + C_n \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

sabitler elde edilir (Yıldırım, 1996; Yıldırım, 1997a). Denklemler (28 ve 29)'in çözümlerinden n.

ifadenin sabitleri gibi tanımlanabilir. Bu metot, tek mod oran eşitliklerinden bütün transfer fonksiyonlarını elde edebilmek için küçük değişim tekniğini gerektirir. Lazer öncelikle tek bir üssel ifadeyle uyarılır foton ve elektron yoğunlukları için birinci mertebeden transfer fonksiyonları için sabitler $H_1(f)$ foton yoğunluğu, $G_1(f)$ elektron yoğunluğu elde edilir. İkinci üssel ifadenin toplamı uygulanarak $H_1(f)$ ve $G_1(f)$ yerine bu defa $H_1(f_1, f_2)$ ve $G_1(f_1, f_2)$ sabitleri elde edilir. Bu işlemler n. harmoniğe kadar devam ettirilerek

mertebeden $H_n(f_n)$ ve $G_n(f_n)$ için transfer fonksiyonları

$$H_n(f_1, \dots, f_n)_{HD} = \frac{\gamma \Gamma}{\varphi(f_1 + \dots + f_n)} \left\{ C_n \psi(f_1 + \dots + f_n) - [(1 - \epsilon p_0) p_0 + \beta] D_n \right\} \quad (30)$$

$$G_n(f_1, \dots, f_n)_{HD} = - \frac{\gamma \Gamma (n - n_0) (1 - 2\epsilon p_0) C_n + \chi(f_1 + \dots + f_n) D_n}{\varphi(f_1 + \dots + f_n)} \quad (31)$$

$$\psi(f) = i2\pi f + (1 - \epsilon p_0) p_0 + 1 \quad (32)$$

$$\chi(f) = i2\pi f - \gamma \Gamma (n - n_0) (1 - 2\epsilon p_0) + \gamma \quad (33)$$

$$\varphi(f_n) = (i2\pi f_n + (1 - \epsilon p_0) p_0 + 1) (i2\pi f_n - \gamma \Gamma (n - n_0) (1 - 2\epsilon p_0) + A + \gamma) \quad (34)$$

$$A = \left\{ (1 - R_L) \sqrt{R_f} P \sum_{m=1}^{\infty} \cos \left(\omega_m \tau_r + \sum_{m=1}^M n_m \left(\omega_m t + \phi_m - \frac{\omega_m \tau_r}{2} \right) \right) \times \prod_{m=1}^M J_{n_m} \left(\frac{2\Delta\Omega_m}{\omega_m} \sin \frac{\omega_m \tau_r}{2} \right) \right\} \quad (35)$$

$$p_1(t) = \frac{I}{q} \tau_p \quad (36)$$

$$p_0 = p_1 + A \quad (37)$$

$$\kappa = \frac{R_{ext}}{R} |1 - R|^2 \quad (38)$$

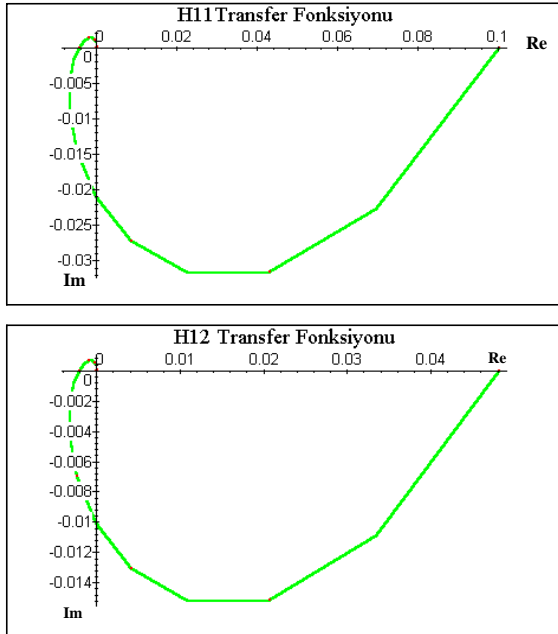
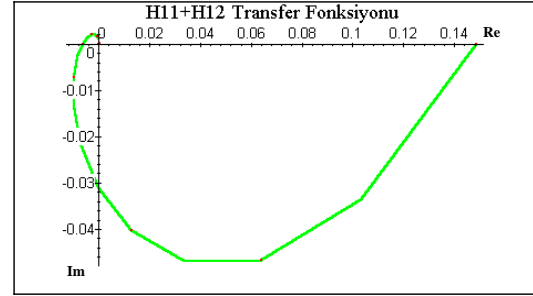
olarak tanımlanmıştır. Eşitliklerde kullanılan değişkenler R, ayna yansıtma sabiti τ_p , foton ömrü γ , kayıp ω_m , açısız modülasyon frekansı τ_r , harici kaviti zaman sabiti P, toplam foton yoğunluğu n, taşıyıcı yoğunluğu n_0 , eşik taşıyıcı yoğunluğu

J, akım yoğunluğu I, injekte edilen akım V, aktif bölgenin hacmi g, kazanç sabiti ϵ , malzeme birim kazanç zayıflatması β , kendiliğinden ışımaya ve Γ sıkıştırma sabitidir. İfadelerdeki bütün değişkenler normalize edilmiş değerler olup J_0 ve p_0 statik durumdaki değerleridir. Denklem (34)'de verilen A, terimi harici boşluğun etkisini göstermektedir. Tablo 1'de D_n 'in aldığı değerler verilmiştir. Burada $n = 1$ için $C_n = 0$ 'dır (Yıldırım, 1996; Yıldırım et al., 1997a).

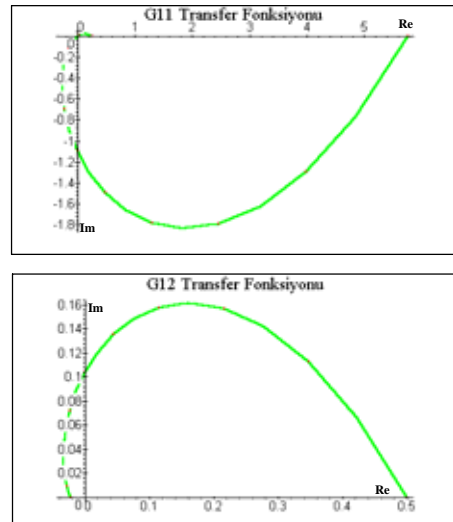
Tablo 1. $n = 1$ için $C_n = 0$ dır. Diğer Durumlar İçin D_n 'in Değerleri

n	D_n
1	-1
2	$\frac{1}{2} \left\{ (1 - 2\epsilon p_0) \left[G_1(f_1)H_2(f_2) + G_1(f_2)H_1(f_1) - 2(n_0 - n_{0m})\epsilon H_1(f_1)H_1(f_2) \right] \right\}$
3	$\frac{1}{3} \left\{ (1 - 2\epsilon p_0) \left[H_1(f_1)G_2(f_2, f_3) + H_1(f_2)G_2(f_1, f_3) + H_1(f_3)G_2(f_1, f_2) \right. \right.$ $G_1(f_1)H_2(f_2, f_3) + G_1(f_2)H_2(f_1, f_3) + G_1(f_3)H_2(f_1, f_2) \left. \right] G_1(f_3)H_2(f_1, f_2)$ $- (n_0 - n_{0m})2\epsilon \left[H_1(f_1)H_2(f_2, f_3) + H_1(f_2)H_2(f_1, f_3) + H_1(f_3)H_2(f_1, f_2) \right]$ $\left. - \epsilon \left[G_1(f_1)H_1(f_2)H_1(f_3) + G_1(f_2)H_1(f_1)H_1(f_3) + G_1(f_3)H_1(f_1)H_1(f_2) \right] \right\}$

Frekansa bağımlı olarak elde edilen ileri yön transfer fonksiyonlarının H_{11} , H_{12} , $H_{11} + H_{12}$ ve H_{21} 'in Şekil 4 ve 5'de çekirdeklerin eğrileri görülmektedir. Nyquist kararlık sınırı $(-1 + J, 1 + J)$ değerlerini aşmadıkları görülmektedir. Bu durum değerlendirildiği zaman giriş ile çıkış oransal olarak değişmekte ve kararlılık ise belli sınırlar içinde olabilmektedir. Ancak frekansın sonsuza gittiği durum için değerlendirme yapıldığı zaman, Re eksen üzerinde büyük değerlere ulaşılmaktadır. Bu durumda ise H_n 'ler de kararsızdır. H_{21} 'in harmoniğinin sıfıra çok yakın pozitif bir de kökü bulunmaktadır. Bu nedenle H_n 'ler kararsızdır. Bu sonuç, dinamik yapıdan elde edilen diğer sonuçlar ile uyumluluk göstermektedir (Yıldırım, 1997b; Yıldırım et al., 1997c).

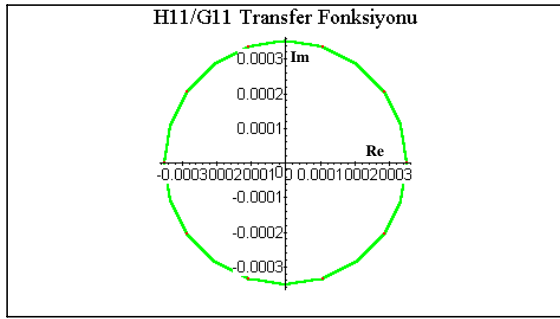
Şekil 4. H_{11} ve H_{12} transfer fonksiyonunun Nyquist eğrileriŞekil 5. $H_{11}+H_{12}$ transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi

Giriş değişkeni olarak tanımlanan G_n , taşıyıcıdaki değişimlere karşılık gelmektedir. Girişten verilen besleme akımıyla G_n 'lerdeki frekansa bağlı değişimler hesaplanarak elde edilen transfer fonksiyonlarının frekans düzlemindeki eğrileri Şekil 6'da görülmektedir.

Şekil 6. G_{11} ve G_{12} transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi

Bu eğrilerden görüldüğü gibi frekans değeri büyüdüğü zaman eğriler açılmaktadır. Şekil 6'daki G11 ve G12 eğrileri bu durumu göstermektedir. Nyquist kararlılık değerlendirmesine göre sistem kararsızdır. Sonuç olarak taşıyıcı çoğalmasının Nyquist kararlılık değerlendirmesine göre sistem nonlineer ve kararsızdır ve dinamik yapıdan elde edilen sonuçlarla da uyumludur (Yıldırım et al., 1997c ; Yıldırım et al., 1997d; Yıldırım, 1998).

Şekil 7'de ise ortaya konan harici boşluklu LD modelinde, Wiener yaklaşımı ile elde edilen H11 ve G11 transfer fonksiyonunun birim geribeslemedeki eğrisi görülmektedir. Bu eğriden de görüleceği gibi lazer diyod osilatör olarak çalışmaktadır. Osilatörün frekansı ise besleme akımına göre değişmektedir.



Şekil 7. Birim geribeslemeli transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi

4. DEĞERLENDİRME VE TARTIŞMA

Volterra-Wiener seri yaklaşımı ile optik geribeslemeli lazer diyodun distorsiyon analizi yapılmıştır. Yapılan analizde, sistemin girişine uygulanan işaretin harmoniklerden oluştuğu kabul edilmiştir. Probing metoduna göre, giriş gücü harmoniklere üssel olarak dağılmaktadır. Giriş işaretinin frekans bileşenlerine bağlı olarak sistemin Volterra çekirdeklerinin nasıl hesaplanacağı gösterilmiş ve üçüncü harmoniğe kadar da Volterra çekirdekleri (H_1 , H_2 , H_3) hesaplanmıştır. Sistemin diğer transfer fonksiyonu (G_1 , G_2 , G_3) de aynı metot kullanılarak hesaplanmıştır. Elde edilen frekansa bağlı transfer fonksiyonlarının Nyquist kararlık kriterine göre, frekansa bağlı olarak, frekans tepkileri elde edilmiştir. Bu sonuçlara göre;

a) Volterra çekirdeklerinden elde edilen H_n frekans tepkileri modülasyon frekansına göre belli frekans aralığında sistemi kararlı yapmaktadır. Ancak modülasyon frekansı artırıldığında sistemin kararlılığı bozulmaktadır. Sistemi kararlı durumda tutabilmek için,

modülasyon frekansı Nyquist sınırlarına kadar artırılmalıdır.

- b) Sistemin kararlılığına en fazla etki eden değişken olarak lazerin ışın frekansı tesbit edilmiştir. LD'un ışın frekansı DC besleme akımı ile lineer arttığından dolayı, ışın frekansı büyük değerlere ulaştığında sistemin optik çıkış gücü de artarak sistemi kararsız yapmakta hatta kaos durumunu oluşturabilmektedir. Bu kararsız durum ise optik çıkış gücünün artırılmasından kaynaklanmaktadır. Lazer kullanım alanına göre yüksek optik güç veya kararlı çalışma için yeterli optik çıkış gücü arasındaki denge iyi seçilmelidir.
- c) Elde edilen bir diğer sonuç ise, ışın frekansı ve giriş harmoniğine bağlı olarak hesaplanan foton (H_1) ve taşıyıcı (G_1) transfer fonksiyonlarından, sistem yaklaşımı yapılarak birim geribesleme durumunda, lazer diyodun akım-kontrollü osilatör olarak çalıştığı ortaya konmuştur.

Sonuç olarak optik geribeslemeli lazer diyodun Volterra-Wiener seri yaklaşımdan elde edilen sonuçlar, diğer yaptığımız, Nyquist kararlılık analizi çalışmalarına uygun düşmektedir. Bu hesaplamaları yaparken, sistemde oluşan gürültü kaynakları ihmal edilmiştir.

5. KAYNAKLAR

- Agrawal, G. P. and Dutta, N. K. 1986. Long- Wavelength Semiconductor Lazer, New York, Van Nostrand, Reinhold,
- Atti, M. A. T., Cu, M. 1985. Transient Analysis of Nonlinear Circuits by Combining Asymptotic Waveform Evaluation With Volterra Series, IEEE. Trans. CAS. 42 (8).
- Banks, S. P. 1989. Mathematical Theories of Nonlinear Systems, Academic Press, New York.
- Bedrosian, E. and Rice, S. R. 1971. The Output Properties of Volterra Systems, Proc. IEEE, 159. (12), 1088-1118.
- Billings, S. A., Peyton, J. C. 1990. Mapping Nonlinear Integro-differential Equations into the Frequency Domain, Int. J. Cont. 52 (4), 863.
- Billings, S. A. and Peyton, J. C. 1996a. A Bound for Magnitude Characteristics of Nonlinear Output Frequency Response Functions, Part 1: Analysis and Computation, Int. J. Cont. 65 (2), 309.

- Billings, S. A. and Peyton, J. C. 1996b. A Bound for Magnitude Characteristics of Nonlinear Output Frequency Response Functions, Part 11: Practical Computation of the Bound for Systems Descided by the Nonlinear Autoregressive Model With Exogenous Input, *Int. J. Cont.* 65 (3), 365.
- Biswas, T. K. and Mc Gee, W. F. 1991. Volterra Series of Semiconductor Laser Diode, *IEEE Pho. Tec. Lett.* 3 (8).
- Bussgang, J. J., Ehrman, L. and Graham, J. W. 1974. Analysis of Nonlinear Systems Wiht Inputs, *Proc. IEEE*, (62), 1088-1118.
- Froidure, J. C., C. L, P. M, E. J, P. G, T. T. M. L, M. B 1995. Theoretical and Experimental Study of Second-order Distortion in CATV DFB Lasers Diodes, *IEEE Pho. Tec. Lett.* 7 (5).
- Fu, F. C., Farison, J. B. 1993. On the Volterra-Series Functional Identification of Nonlinear Discrete-time Systems, *Int. J. Control.* 18 (6).
- Hassine, L., Z. T. F., L. L, A. D. D. and Birocheas, C. 1994. Volterra Functional Series Expansion for Semiconductor Laser Under Modulation, *IEEE. J. QE.* 30 (4).
- Helms, J. and Peterman, K. A. 1990. Simple Analytic Expression for the Stable Operation Range of Laser Diodes With Optical Feedback, *IEEE. J. QE.* 26 (5).
- Henry, C. H. and Kazanirov, R. F. 1986. "Instability of Semiconductor Lasers due to Optical Feedback From Distant Reflectors", *J. QE.* (22), 294.
- Lang, Z., Billing, S. A. 1996. Output Frequency Characteristics of Nonlinear Systems, *Int. J. Cont.* 64 (6), 1049.
- Lin, C. 1989. Optoelectronic Technology and Lightwave Communications Systems, Prentice Hall New York.
- Lui, G. P. V. K. and Billings, S. A. 1996. Stable Sequential Identification of Continous Nonlinear Systems by Growing Radial Basis Function Networks, *Int. J. Cont.* 65 (1), 69.
- Milonni, P. W., Shih, M. L. and Ackerhalt, J. R. 1987. Chaos in Lazer Matter Interactions, World Scientific Pub. Co. Pte Ltd, Singapore.
- Peterman, K. 1991. Laser Diode Modulation and Noise, Kluwer, Tokyo.
- Peyton, J. C. 1996. Mapping nonlinear Integro-differential Equations to a Generalized Describing Function Form, *Int. J. Cont.* 65 (1), 69.
- Sacher, J., Elsasser, W., Göbel, O. 1991. Nonlinear of Semiconductor Laser Emission Under Variable Feedback Conditions, *IEEE. J. QE.* 27 (3).
- Salgado, H. M. and Reilly, J. J. G. 1991. Volterra Series of Analysis of Distotion in Semiconductor Laser Diodes, *IEE Proc- J.* 138 (12).
- Salgado, H. M., O'Reilly, J. J. 1996. Experimental Validation of Volterra Series Nonlinear Modeling For Microwave Subcarrier Optical Systems, *IEE. Proc.-Optoelect.*, 143 (4), 209-213.
- Sandberg, I. W. R. Y. 1985. Volterra-Like Expansions for Solution of Nonlinear Differential Equations, *IEEE. Trans. CAS-32* (2).
- Schetzen, M. 1980. The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems. Wiley, New York.
- Schetzen, M. 1989. The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems, Robert E. K. Pub. Com. Malabal Florida 2. Ed.
- Schielerup, G., Petersen, R. J., Olesen, H. and Tromborg, B. 1990. Center Frequency Shift and Reduction of Feedback in Direckly Modulated External Cavity Laser, *IEEE. Photon. Technl. Lett.* 2, 288.
- Senior, J. M. 1992. Optical Fiber Communications, Prentice Hall New York.
- Suematsu, Y., Adams, AR. 1994. Handbook of Semiconductdor Lasers and Photonic Integrated Circuits, Chapman and Hall, New York.
- Tromborg, B., Lassen, H. E. and Olesen, H. 1994. Travelling Wave Analysis of Semiconductor Lasers: Modulation Response, Mode Stability and Quantum Mechanical Treatment of Noise Spectra, *IEEE. J. QE.* 30 (4).
- Yamamoto, Y. 1990. Coherence, Amplification, and Quantum Effects in Semiconductor Lasers, John Wiley and Sons. Inc. New York.
- Yariv, A. 1988. Quantum Electronics, Third Edition, Wiley and Sons, New York.

Yıldırım, R. 1996. Optik Geribeslemeli Yarıiletken Lazer Diyodun Volterra Serisiyle Modellenmesi, Doktora Tezi, Erciyes Üni. Fen. Bil. Ens., Kayseri.

Yıldırım, R., Danışman, K., Özek, A. 1997a. "Distortion Analysis of External Cavity Lazer Diodes Using Volterra Series", International Lazer, Atomic Beam Molecular Physic Symposium LAMP 97 16-20 Sept. İstanbul.

Yıldırım, R. 1997b. Volterra Serisi Kullanılarak Yarıiletken Lazer Diyodun Analizi, Süleyman Demirel Üniv. Fen Bil. Ens. Dergisi, (2).

Yıldırım, R., Göktaş, H. H. and Çavuşoğlu, A., 1997c. "The Stability Analysis of External Feedback Semiconductor Lazer Diodes Using Nyquist Stability Criteria", International Lazer, Atomic Beam Molecular Physic Symposium LAMP 97 16-20 Sept. İstanbul.

Yıldırım, R., Danışman, K., Özek, A. 1997d. "Volterra Seri Analizi Kullanılarak Harici Boşluklu Lazer Diyodlarda (External Cavity Lazer Diode) Kararlılık Analizi", Elektrik-Elektronik Bilgisayar

Mühendisliği 7. Ulusal Kongresi 4-14 Eylül Ankara.

Yıldırım, R. 1998. Harici Optik Geribeslemeli Yarıiletken Lazer Diyodun Dinamik Kararlılığı İçin Sınır Değerinin Belirlenmesi, Gazi Üni. Fen Bil. Ens. Dergisi (Basılacak).

Zang, H. Billings, S. A. and Zhu, O. M., 1995. Frequency Response Function for Nonlinear Rational Model, Int. J. Cont. 61 (5), 1073.

Zhang, H. and Billings, S. A. 1996. Gain Bounds of Higher- Order Nonlinear Transfer Functions, Int. J. Cont. 64 (4), 767.

Zorabedian, P. 1994. Axial Mode Instability Tunable External Cavity Semiconductor Lasers, IEEE. QE. 30 (7).