

**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
ÖĞRENCİLERİNİN NOKTA, DOĞRU VE DÜZLEM
KAVRAMLARINI ALGILARI**

**PROGRAMMING OF PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS
TEACHING STUDENTS' PERCEPTIONS ON POINT, LINE AND
PLANE CONCEPTS**

Arif DANE*

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı birinci sınıf öğrencilerinin; nokta, doğru, düzlem ve bunlarla ilgili bazı kavramların anlama düzeylerini tespit etmektir. Bu amaçla bir geometri kavram testi geliştirildi ($\alpha=0,60$) ve Erzincan Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı birinci sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Uygulanan test sonucunda, bu kavramları başka kavramlarla ilişkilendirdikleri, cinsiyetlere göre bu öğrencilerin nokta, doğru ve düzlem konusunda oldukça yetersiz oldukları ve bu kavramlarla ilgili yanlışlara sahip oldukları tespit edilmiştir.

İlköğretim ikinci basamak ve orta öğretim seviyesinde görev yapan öğretmenler, temel geometrik kavramları olan nokta, doğru, düzlem ve bunlarla ilgili bazı kavramları öğretirken, öğrencilerin bu kavramlarla ilgili kavram yanlışlarına sahip olabilecekleri bilincinde olmalıdırlar. Çalışma sonunda, öğrencilere (aday öğretmenlere) yukarıda bahsedilen kavramların öğretimiyle ilgili bazı önerilerde bulunuldu.

Anahtar kelimeler: Öğrencilerin algıları, kavram yanlışları, nokta, doğru, düzlem ve geometri öğretimi.

ABSTRACT

In this study, it is aimed to investigate freshman students' perceptions attending at Erzincan Education Faculty, Department of Elementary Mathematics Education, point, line, plane concept and relations to the subjects some concepts. A geometry concept test was developed ($\alpha=0.60$) and administrated to the sampling who are freshman students. As a result, the students link to the alternative concepts, they have a lack of the subject which are the issued concepts respecting the gender, and was determined a great deal of misconceptions.

When middle and secondary school teachers teach fundamental mathematics concepts which are point, line, plane and some concepts related to all

* Yrd. Doç. Dr., Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, E-mail: arif_dane@hotmail.com

these should awake that students may have misconceptions regarding all these concepts. At the end of the study, it was proposed to the pre-service teacher regarding teaching of above-mentioned concepts.

Keywords: Students' perceptions, misconceptions, point, line, plane and geometry instruction.

1. GİRİŞ

Kavram, bir nesnenin zihindeki tasarımıdır. Kavram bilgisi sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ve adını bilmek değil, aynı zamanda kavramlar arasındaki karşılıklı geçişleri ve ilişkileri görebilmektir. Tek bir kavram kendi başına bir anlam ifade etmez. Kavram kendisinin anlamını taşıdığı grupla ilişkilendirilirse söz konusu kavramla ilgili anlam ortaya çıkar (Baki, 2004). Ne zaman yeni bilgi eski bilgi ile uygun bir şekilde ilişkilendirilebilir ve uzlaştırılabilir ise o zaman söz konusu kavramla ilgili anlama meydana gelir (Skemp, 1971). Kavram bilgisi çok çeşitli ve farklı kavramların ilişkileriyle birbirlerine zincirleme bağlıdır. Kavram bilgisini bir zincir halkasına benzetirsek, her bir halka bir bilgi içerir.

Literatürde bilimsel olarak kabul edilmiş fikirlerden farklı olarak öğrencilerin geliştirdikleri kavramlara; kavram yanılgıları, ön kavramlar, çocukların bilimi, sezgisel inançlar, alternatif kavram yapıları ve öğrencilerin hataları diye rastlanmaktadır. Alternatif kavramlar fiziksel çevre ile etkileşimden veya aile üyeleri, akranlar veya medya gibi sosyal kaynaklardan yola çıkılarak yani çevresel olarak üretilebilir. Bazı araştırmacılar alternatif kavramların bir öğretim sonucu olduğuna da inanmaktadırlar (Doğar ve Başıbüyük, 2005).

Bu noktada, ünlü matematikçilerden Poincare'nin, matematiksel kavramların tanımlarıyla ilgili aşağıda verilen sözü dikkat çekicidir.

“İyi bir tanım, psikologlar ve bilim adamları için tanımlandığı bütün nesnelere uygulanan ve dayandığı mantıksal kuralları doğrulayan ifadelerdir”. Fakat eğitimde kullanılan iyi bir tanım öğrencilerin anlayabileceği şekilde ifade edilebilen tanımdır (Tall, 1988).

Matematikteki kavramların çoğunun soyut kavramlar olduğu biliniyor. Örneğin nokta, doğru ve düzlem gibi kavramlar da böyledir. Nokta hiçbir boyutu olmayan bir şey olarak düşünülür, aslında onu o şekilde çizmek mümkün değildir. Nokta “bir kalemin sivriltilmiş ucunun kâğıt üzerinde bıraktığı iz” olarak açıklanır. Noktayı 0 boyutlu yarıçapı ($r \rightarrow 0$) olan bir daire olarak da düşünebiliriz. Bu ifade noktanın tanımı değil, onun neye benzediği hakkında bir açıklamadır. Kavramlara doğrudan tanım bulunamaması onla-

rın somut bir şeylere benzetilmesine yol açmaktadır. Bu benzetmeler kavramın kendisini net olarak ortaya koymayabilmektedir ama kavrama bir tanım ifadesi kazandırmaktadır. Bununla birlikte Euclid geometrisinde düzlem, doğru kavramları hiçbir eğriliği olmayan (eğrilikleri sıfır olan) şekiller olarak düşünülürken, aslında bunlar da bu şekilde mevcut değildir (Baykul, 2002; s. 295).

Geometri öğretimi ile ilgili iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan biri parçadan bütüne yani noktadan cisme giden yaklaşımdır. Öğretimde geometrinin tanımsız kavramları olarak adlandırılan nokta, doğru, düzlem ve uzay kavramlarının önce tanıtılması ve bunlar yardımıyla ışın, doğru parçası, açı, vb tanıtılması şeklinde bir sıra izler. Diğer yaklaşımda ise önce cisimler daha sonra yüz, ayırıt, köşe kavramları verilir (Altun, 2005; s. 265). Çocukta geometrik düşünmenin nasıl geliştiğine ilişkin kabul gören bir çalışmada Hiele tarafından yapılmıştır. Hiele gelişme için beş düzey önermiş ve bunlar 0,1,2,3 ve 4 düzeyleri olarak adlandırmıştır (Van de Walle, 1989).

2. AMAÇ

Bu çalışmada İlköğretim Matematik birinci sınıf öğrencilerinin nokta, doğru, düzlem, doğrusal, düzlemsel, koordinat, ışın ve yarı doğru kavramlarıyla ilgili kavram yanlışlarının araştırılması ve algılama düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Nokta, doğru ve düzlem tanımsız kavramlar oldukları için anlaşılması zordur. Bu kavramlar aynı zamanda geometrinin temelini oluşturduğu ve öğrencilerin günlük hayatta sıkça karşılaştıkları kavramlar olmaları bu kavramları seçmemizde etkili olmuştur. Birde değişik orta öğretim kurumlarından eğitim fakültesinin matematik öğretmenliği programını kazanan öğrencilerin bu konudaki eksikleri görmek amaçlanmıştır. Çünkü bu kavramları kullanarak diğer geometrik kavramların tanımını yapıyoruz. Örneğin doğru parçası, çember, ışın, açı, küre vb.

3. YÖNTEM

3.1. Evren ve Örneklem

Bu çalışmanın evrenini Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim gören öğrenciler oluşturmaktadır. Örneklemine ise rasgele olarak seçilmiş aynı programa devam eden birinci sınıf 37 si erkek (E) ve 30 kız (K) olmak üzere toplam 67 öğrenci oluşturmaktadır.

3.2. Veri toplama aracı

Veri toplama aracı olarak toplam 10 sorudan oluşan bir geometri kavram testi (GKT) kullanılmıştır. GKT de nokta, doğru, düzlem, doğrusalık, düzlemsellik, doğrunun ve düzlemin belirlenmesi, koordinat, ışın ve yarı doğru kavramlarını test edilmesi amaçlanmıştır. GKT nin geçerlik testi bölümdeki uzman görüşü alınarak onaylanmış ve güvenilirliği $\alpha=0,60$ $p<0,05$ bulunmuştur.

3.3. Uygulama

Öğrencilere geometri dersinde bir ders saatinde (50 dakika) geometri kavram testi uygulanmıştır. Testteki birinci soru nokta denince aklınıza ne geliyor? Sorusuna doğru cevap olarak “kalemin kâğıttaki izi, tebeşirin tahtadaki izi, küçük bir kum taneciği gibi bir şey” kabul edilmiştir. Testteki ikinci soru doğru denince aklınıza ne geliyor? Sorusuna doğru cevap olarak “cetvel yardımıyla sıkça koyduğumuz noktalardan oluşan noktalar kümesi” kabul edilmiştir. Testteki üçüncü soru düzlem denince aklınıza ne geliyor? Sorusuna doğru cevap olarak “kâğıt yüzeyinin nokta şeklindeki boya tanecikleri ile kaplanması ve bu işlemin her bir taraftan sonsuz olması” kabul edilmiştir. Testteki dördüncü soru doğrusal denince aklınıza ne geliyor? Sorusuna doğru cevap olarak “aynı doğru üzerinde bulunan noktalar kümesi” kabul edilmiştir. Testteki beşinci soru düzlemsel denince aklınıza ne geliyor? Sorusuna doğru cevap olarak “aynı düzlem üzerinde bulunma” kabul edilmiştir. Testteki altıncı soru bir noktanın koordinatı denince aklınıza ne geliyor? Sorusuna doğru cevap olarak “ R^2 de her noktaya bir (x, y) sayı ikilisi karşılık gelir, bu sayı ikilisi noktanın koordinatları” kabul edilmiştir. Testteki yedinci soru bir doğrunun belirlenmesi için neler gerekir? Sorusuna doğru cevap olarak “üzerinde en az iki nokta veya üzerinde bir nokta ve bir doğrultu verilmelidir” kabul edilmiştir. Testteki sekizinci soru bir düzlemin belirlenmesi için neler gerekir? Sorusuna doğru cevap olarak “üzerinde en az bir nokta ve normal veya üzerinde en az üç nokta veya içinde en az iki doğru verilmelidir” kabul edilmiştir. Testteki dokuzuncu soru ışını tanımlayınız? Sorusuna doğru cevap olarak “bir doğru üzerinde alınan herhangi iki nokta A,B ise [AB] ve doğrunun A ya göre B yi arada bırakan tüm noktalarının kümesine denir” kabul edilmiştir. Testteki onuncu soru ise yarı doğruyu tanımlayınız? Sorusuna doğru cevap olarak “başlangıç noktası olmayan ışına denir” kabul edilmiştir. Tüm bu sorulara verilen yanlış cevaplar olarak bu ifadelerin dışındaki cevaplar ve ilişkilendirmeler yanlış cevap olarak kabul edilmiştir.

3.4. Veri Analizi

Testin değerlendirilmesinde betimlemeli analiz uygulanmıştır (Doğar ve Başbüyük, 2005). Her bir soruyla ilgili elde edilen verilerin frekans tabloları hazırlanmıştır. Ayrıca, öğrencilerin bilimsel olmayan cevapları, kavram yanlışları olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin araştırılan kavramlarla ilgili olarak alternatif kavramlar ürettikleri veya ilişkilendirdikleri ve ilişkilendirdikleri durumların kavram yanlışlığı olarak değerlendirilmesi esas alınmıştır.

4. BULGULAR

Öğrencilerin ankette sorulan her bir soruya ilişkin cevapları ve bunlarla ilgili elde edilen örnekler aşağıda yer almaktadır.

Tablo 1. Nokta kavramını ifade ederken öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru benzetimlerle ilişkilendirme	16	12	24	18	42
Boyut ile ilişkilendirme	7	6	11	9	20
Doğru benzetimlerle ilişkilendirememe	6	6	9	9	18
Geometri ile ilişkilendirme	4	4	6	6	12
Astronomi ile ilişkilendirme	1	0	1	0	1
Aksiyom ile ilişkilendirme	1	0	1	0	1
Tamamen alakasız ilişkilendirme	2	2	3	3	6
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 1’de görüldüğü gibi öğrencilerin nokta kavramını yaklaşık olarak %42 oranında doğru benzetimlerle ilişkilendirdikleri anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak noktayı, kalemin kâğıttaki izi, tebeşirin tahtadaki izi, küçük bir kum taneciği gibi bir şey olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin nokta kavramını diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri de tespit edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin %20’si nokta kavramını boyut ile, %18’i doğru benzetimlerle ilişkilendirememe ve bir kısmının ise geometri (%12), astronomi (%1) ve aksiyom (%1) kavramları ile ilişkilendirdikleri belirlenmiştir. Tamamen alakasız ilişkilendirme de (%6) dır.

“Nokta denince aklınıza ne geliyor”? sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 1 deki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin geometri ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Noktanın herhangi bir boyutu yoktur geometrinin temelini oluşturan teoremler arasın-

da yer alır” cevabında öğrenci noktanın boyutsuzluğunu doğru algılamış ancak nokta kavramını teorem kabul ederek geometrinin temelini oluşturan teoremler olarak görmektedir. Öğrencinin nokta kavramını teorem olarak görmesi kavram yanılığısıdır. Kavramın bizzat kendisi bir teorem olamaz. Boyut ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Noktanın herhangi bir tanımı olmamakla birlikte belirli bir düzlemde belirli bir boyutu ve büyüklüğü olan anlamına gelmektedir” cümlesiyle öğrenci nokta kavramına boyut ve büyüklük kazandırma hatasına düşmüştür. Oysa noktanın görünür olması boyutunun ve büyüklüğünün olması anlamına gelmez. Öğrenci noktayı boyut ile ilişkilendirirken kavram yanılığısına düşmüştür. Aynı şekilde tamamen alakasız ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Nokta cümleyi bitiren nesnedir” cümlesiyle de noktayı noktalama işareti olarak görmesi ve bir nesne ile ilişkilendirmesi de bir kavram yanılığısıdır.

Tablo 1’de görüldüğü gibi öğrencilerin nokta kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları ve bu nedenle pek çok kavram yanılığısı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 2. Doğru kavramını ifade ederken öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru benzetimlerle ilişkilendirme	9	8	13	12	25
Boyut ile ilişkilendirme	4	3	6	4	10
Düzlem ve uzay ile ilişkilendirme	4	0	6	0	6
Geometri ile ilişkilendirme	1	0	1	0	1
Işın ve doğrultu ile ilişkilendirme	0	1	0	1	1
Sonsuzlukla ilişkilendirme	4	5	6	7	13
Tamamen alakasız ilişkilendirme	15	13	23	20	43
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 2’de görüldüğü gibi öğrencilerin doğru kavramını yaklaşık olarak %25 oranında doğru benzetimlerle ilişkilendirdikleri anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak doğruyu cetvel yardımıyla sıkça koyduğumuz noktalardan oluşan nokta kümesi olarak kabul edilmiştir. Ayrıca, bu kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin nokta kavramını boyut ile (%10), düzlem ve uzay ile (%6) olarak ilişkilendirdikleri ve bir kısmının ise geometri ile(%1), ışın ve doğrultu ile (%1) ve sınırsızlık ve sonsuzlukla (%13)’ü ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Şimdi de “Doğru denince aklınıza ne geliyor”? sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 2 deki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek birkaç bul-

guyu irdeleyelim. Örneğin boyut ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Doğru denince aklıma tek boyutlu aynı sıradaki noktaların birleşimi ile oluşan bir aksiyomdur” cevabında öğrenci doğrunun tek boyutunun olduğunu doğru algılamış ancak doğru kavramını aynı sıradaki noktaların birleşimi ile oluşan bir aksiyom olarak görmektedir. Öğrencinin doğru kavramını aksiyom olarak görmesi kavram yanılgısıdır. Kavramın bizzat kendisi bir aksiyom olamaz. Aynı şekilde düzlem ve uzay ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Bir düzlem üzerinde noktaların ardı ardına gelerek oluşturdukları şekle doğru denir” cevabında öğrenci doğrunun düzlem üzerindeki noktalardan oluştuğunu doğru algılamış ama bu noktaların doğrusal olmaması yanılgısına düşmüştür. Tamamen alakasız ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Doğrunun herhangi iki noktasını alırsak alalım bu noktaların eğimleri eşittir” cevabında öğrenci doğru üzerinde alınan herhangi iki noktanın eğimlerinin olabileceği ve bunların eşitliğinden bahsetmiş ve noktanın eğiminin olabileceği yanılgısına düşmüştür.

Tablo 2’de görüldüğü gibi öğrencilerin doğru kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 3. Düzlem kavramını ifade ederken öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru benzetimlerle ilişkilendirme	2	3	3	4	7
Boyut ile ilişkilendirme	4	3	6	4	10
Doğru ile ilişkilendirme	4	2	6	3	9
Geometri ile ilişkilendirme	8	3	12	4	16
Alan-Hacim ile ilişkilendirme	3	8	4	12	16
Doğru benzetimlerle ilişkilendirememe	1	2	1	3	4
Tamamen alakasız ilişkilendirme	15	9	23	15	38
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 3’de görüldüğü gibi öğrencilerin düzlem kavramını yaklaşık olarak %7 oranında doğru benzetimlerle ilişkilendirdikleri anlaşılmaktadır. Görüldüğü gibi bu oran oldukça düşüktür. Burada doğru yanıt olarak düzlemi kâğıt yüzeyinin nokta şeklindeki boya tanecikleri ile kaplanması ve bu işlemin her bir taraftan sonsuz olması olarak kabul edilmiştir. Ayrıca, bu kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin düzlem kavramını boyut ile (%10) ve doğru ile (%9) olarak ilişkilendirdikleri ve bir kısmının ise geometri ile (%16), alan ve hacim ile

(%16) ve doğru benzetimlerle ilişkilendirememe ile (%4) olarak ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Şimdi yine “düzlem denince aklınıza ne geliyor”? sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 3’deki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin doğru ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “İki doğru ile sınırlanmış bölgeye düzlem denir.” cevabında öğrenci iki doğrunun bir düzlem belirttiğini doğru algılamış ama bu iki doğru arasındaki bölgenin düzlem değil düzlemin bir alt kümesi olması yanılığına düşmüştür. Düzlemin alt kümesini düzlem gibi görmesi bir kavram yanılığıdır. Yine “Düzlem denince sonsuzdan başlayıp sonsuza giden bir paralel kenardır.” cevabı da benzer bir kavram yanılığıdır. Yine alan-hacim ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Yeryüzünde var olan bütün cisimler düzlem üzerindedir. Belli bir alanı vardır.” cevabında öğrenci bütün cisimlerin düzlem üzerinde olduğunu düşünmüş hâlbuki düzlem üzerinde olanlar cisim değil birer geometrik şekildir. Cisim olabilmesi için üç boyutlu olması gerekir. Dolayısıyla düzlemi ve içerisindekileri cisim olarak görmesi bir kavram yanılığıdır. Birde yeryüzünde var olan bütün cisimlerin belli bir alanlarının olmasını söylemesi de bir kavram yanılığıdır. Çünkü bir cismin alanı derken taban alanı ve yan yüz alanı söz konusudur.

Tablo 3’de görüldüğü gibi öğrencilerin düzlem kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları ve bu nedenle pek çok kavram yanılığı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 4. Doğrusal denince aklınıza ne geliyor? Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru cevaplayanlar	16	9	24	14	38
Çizgi, ışın ve doğru parçası ile ilişkilendirme	6	7	9	11	20
Eğri ile ilişkilendirme	3	2	4	3	7
Geometri ile ilişkilendirme	3	4	4	6	10
Düzlem ile ilişkilendirme	1	3	1	4	5
Sonsuzluk kavramı ile ilişkilendirme	3	4	5	6	11
Yanlış cevaplayanlar	5	1	8	1	9
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 4’de görüldüğü gibi öğrencilerin doğrusal kavramını yaklaşık olarak %38 oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak doğrusal aynı doğru üzerinde bulunan noktalar kümesi olarak kabul edilmiştir. Ayrıca, bu kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri tespit edilmiş-

tir. Çoğunlukla, öğrencilerin doğrusal kavramını Çizgi, ışın ve doğru parçası ile (%20), eğri ile (%7) olarak ilişkilendirdikleri ve bir kısmının ise geometri ile (%10), düzlem ile (%5) ve sonsuzluk kavram ile (%11) olarak ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Şimdi yine “Düzlem denince aklınıza ne geliyor”? sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 4 deki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin eğri ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Noktaların tek sıra halinde oluşturduğu ve eğrisel olmayan çizgilere doğrusal denir” cevabında öğrenci doğrusallığı noktaların tek sıra halinde oluşturduğunu ve eğrisel olmayan çizgilerin doğrusallığını doğru algılamış fakat doğrusallığın tek sıra olarak dizilme ve eğrisel olmayan çizgiler olduğu yanılığına düşmüştür. Hâlbuki aynı doğru üzerinde olan noktalar kümesi doğrusallığı ifade eder. Benzer şekilde düzlem ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Doğrusal denince iki farklı nokta aynı düzlem üzerinde ve koordinatlarından biri aynı ise doğrusaldır” cevabında öğrenci iki farklı noktadan bir doğru geçebileceğini ve koordinatlarından biri aynı ise dolayısıyla yine bu iki noktanın aynı doğru üzerinde olduğunu doğru algılamıştır. Hâlbuki doğrusal olması için en az iki nokta olması veya koordinatlarından birinin aynı olması hatta noktaların aynı düzlemde olması gerekmez. Dolayısı ile bu düşünce bir kavram yanılığına götürmüştür.

Tablo 4’de görüldüğü gibi öğrencilerin doğrusal kavramı ile ilgili olarak alternatif kavramlara sahip oldukları ve bu nedenle pek çok kavram yanılığı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 5. Düzlemsel denince aklınıza ne geliyor? ? Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru cevaplayanlar	8	10	12	15	27
Yeryüzü, alan, bölge ve uzay ile ilişkilendirme	7	6	10	9	19
Nokta, doğru ve düzlem ile ilişkilendirme	6	5	9	8	17
Objeye ve nesne ile ilişkilendirme	6	3	9	4	13
Geometrik şekillerle ilişkilendirme	4	4	6	6	12
Yanlış cevaplayanlar	6	2	9	3	12
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 5’de görüldüğü gibi öğrencilerin düzlemsel kavramını yaklaşık olarak %27 oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak düzlemseli aynı düzlem üzerinde bulunma olarak kabul edilmiştir. Ayrıca, bu kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri tespit

edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin düzlemsel kavramını nokta, doğru ve düzlem ile (%17) ve geometrik şekil ile (%12) olarak ilişkilendirdikleri ve bir kısmının ise Yeryüzü, alan, bölge ve uzay ile (%19), obje ve nesne ile (%13) ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Şimdi yine “Düzlemsel denince aklınıza ne geliyor”? sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 5’deki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin geometrik şekillerle ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Düzlemsel denince bir paralel kenarın sonsuza uzanması geliyor” cevabında öğrenci paralel kenarı düzlemsel şekil olarak doğru algılamış ama hatta paralel kenar üzerindeki noktalar kümesi düzlemseldir fakat düzlemseli paralel kenarın sonsuza uzanması olarak algılaması bir kavram yanılgısıdır. Aslında düzlemsel olup sonsuz noktadan oluşması gerekmez. Yine benzer şekilde nokta, doğru ve düzlem ile ilişkilendirmelerin gerçekleştiği “Düzlemsel denince oluşan noktalar kümesinin aynı doğru üzerinde olması gerekmektedir” cevabında öğrenci aynı doğru üzerinde olan noktalar kümesi aynı zaman da düzlemsel olduğunu doğru algılamış ama doğrusal kavramını düzlemsel kavramı olarak görmesi bir kavram yanılgısıdır.

Tablo 5’de görüldüğü gibi öğrencilerin düzlemsel kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip oldukları ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 6. Bir noktanın koordinatı denince aklınıza ne geliyor? Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru cevaplayanlar	4	6	7	10	17
Yer, enlem ve boylam ile ilişkilendirme	6	6	9	9	18
Doğru, düzlem ve uzay ile ilişkilendirme	7	3	10	4	16
Koordinat eksen ve koordinat düzlemi ile ilişkilendirme	7	6	10	9	19
Geometrik yer ve grafik ile ilişkilendirme	3	3	4	4	8
Yanlış cevaplayanlar	10	6	15	9	24
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 6’de görüldüğü gibi öğrencilerin koordinat kavramını yaklaşık olarak %17 oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak bir noktanın koordinatı analitik düzlemde her noktaya bir (x, y) sayı ikilisi karşılık gelir, bu sayı ikilisine noktanın koordinatları denir

olarak kabul edilmiştir (benzer şekilde R , R^3). Ayrıca, bu kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin koordinat kavramını yer, enlem ve boylam ile (%18) ve Doğru, düzlem ve uzay ile (%16) olarak ilişkilendirdikleri ve bir kısmının ise Geometrik yer ve grafik ile (%18), koordinat eksenini ve koordinat düzlemi ile (%19) kavramları ile ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Şimdi yine “Bir noktanın koordinatı denince aklınıza ne geliyor?” sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 6’deki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin koordinat eksenini ve koordinat düzlemi ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Koordinat düzleminde (a,b) noktalarından geçen doğruların kesim noktası bir noktanın koordinatını verir.” cevabında öğrenci koordinat düzlemini ve (a,b) noktasının gösterimini doğru algılıyor ama koordinatı (a, b) noktalardan geçen doğruların kesim noktası olarak algılaması bir kavram yanılgısıdır. Doğruların kesim noktası yine bir noktadır dolayısıyla o noktanın koordinatını verir. Nokta koordinat olarak görmek bir kavram yanılgısıdır.

Tablo 6’de görüldüğü gibi öğrencilerin koordinat kavramı ile ilgili alternatif kavramlara sahip olduklarını ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 7. Bir doğrunun belirlenmesi için neler gerekir? Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru cevaplayanlar	15	12	23	18	43
Düzlem ve uzayla ile ilişkilendirme	5	3	8	4	12
Doğrusallık ve noktalar kümesi ile ilişkilendirme	2	4	3	7	10
Koordinat kavramı ve koordinat eksenini ilişkilendirme	5	2	7	3	10
Başlangıç ve bitiş noktası ile ilişkilendirme	3	2	4	3	7
Işın ve doğru parçası ile ilişkilendirme	1	1	1	1	2
Yanlış cevaplayanlar	6	6	9	9	18
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 7’de görüldüğü gibi öğrencilerin bir doğrunun belirlenmesi için neler gerekir sorusuna %43 oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak bir doğrunun belirlenmesi için üzerinde en az iki nokta veya üzerinde bir nokta ve bir doğrultu verilmelidir olarak kabul edilmiştir. Ayrıca, bu kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirdik-

leri tespit edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin bu soruyu başlangıç ve bitiş noktası ile (%7) ve doğrusallık ve noktalar kümesi ile (%10) olarak ilişkilendirdikleri ve bir kısmının ise düzlem ve uzay ile (%12), koordinat kavramı ve koordinat eksenini ile (%10) ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Şimdi yine “Doğrunun belirlenmesi için neler gerekir”? Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 7’deki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin başlangıç ve bitiş noktası ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Başlangıç, bitiş noktası ve yönünün bilinmesi gerekir” cevabında öğrenci doğrunun belirlenmesi için yönünün belirlenmesini doğru algılamış ama başlangıç ve bitiş noktalarının bilinmesinden bahsetmiş hâlbuki bir doğrunun başlangıç ve bitiş noktası belli değildir. Doğru kavramını yanlış algılamış dolayısıyla bu anlayış bir kavram yanılgısıdır. Benzer şekilde koordinat kavramı ve koordinat eksenini ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Bir doğrunun belirlenmesi için doğruyu oluşturan noktaların koordinatlarının bilinmesi gerekir” cevabında öğrenci doğrunun belirlenmesi için üzerinde en az iki noktanın koordinatlarının verilmesi ifadesini yanlış algılamış tüm noktaların koordinatlarının verilmesi şeklinde algılamış hâlbuki tüm noktaların bilinmesi imkânsız. O halde bir doğru üzerindeki tüm noktaların koordinatlarının bilinmesi anlayışı bir kavram yanılgısıdır.

Tablo 7’de görüldüğü gibi öğrencilerin doğrunun belirlenmesi ile ilgili alternatif kavramlara sahip olduklarını ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 8. Bir düzlemin belirlenmesi için neler gerekir? Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru cevaplayanlar	13	12	19	18	37
Sınırlı, sınırsız ve sonsuz noktalar kümesi ile ilişkilendirme	8	4	12	7	19
Paralel doğrular, kesen ve ışın ile ilişkilendirme	5	6	8	9	17
Koordinatlar ve yön ile ilişkilendirme	4	2	6	2	8
Boyut ile ilişkilendirme	1	2	1	2	3
Yanlış cevaplayanlar	6	4	9	7	17
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 8’de görüldüğü gibi öğrencilerin bir düzlemin belirlenmesi için neler gerekir sorusuna %37 oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak bir düzlemin belirlenmesi için üze-

rinde en az bir nokta ve normal ve üzerinde en az üç nokta veya içinde en az iki doğru verilmelidir olarak kabul edilmiştir. Ayrıca, bu kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin bu soruyu Paralel doğrular, kesen ve ışın ile (%17) ve Sınırlı, sınırsız ve sonsuz noktalar kümesi ile (%19) olarak ilişkilendirdikleri ve bir kısmının ise Boyut ile (%3), Koordinatlar ve yön ile (%8) ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Şimdi yine “Düzlemin belirlenmesi için neler gerekir”? sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 8 deki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek bir bulguyu irdeleyelim. Örneğin Paralel doğrular, kesen ve ışın ile ilişkilendirilmenin gerçekleştiği “Bir düzlemin belirlenmesi için paralel iki doğru ve bunları kesen bir doğru gerekir.” cevabında öğrenci düzlemin belirlenmesi için iki doğrunun verilmesinin yeterli olacağını doğru algılamış fakat bunları üçüncü bir doğrunun kesmesi gerektiği yanılışına düşmüştür.

Tablo 8’de görüldüğü gibi öğrencilerin düzlemin belirlenmesi ile ilgili alternatif kavramlara sahip olduklarını ve bu nedenle pek çok kavram yanılışı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 9 Işını tanımlayınız? Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru cevaplayanlar	5	5	8	8	16
Doğru ile ilişkilendirme	8	11	12	17	29
Doğrusallık ve noktalar kümesi ile ilişkilendirme	8	3	12	4	16
Doğru parçası ile ilişkilendirme	6	3	9	4	13
Güneş ışığı ve şekil ile ilişkilendirme	3	2	4	3	7
Yanılış cevaplayanlar	7	6	10	9	19
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 9’da görüldüğü gibi öğrencilerin ışının tanımını yapınız sorusuna %16 oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak ışını bir doğru üzerinde alınan herhangi iki nokta A, B ise [AB] ve doğrunun A ya göre B yi arada bırakan tüm noktalarının kümesine denir olarak kabul edilmiştir. Ayrıca, bu kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin bu soruyu doğru parçası ile (%13) ve doğrusallık ve noktalar kümesi ile (%16) olarak ilişkilendirdikleri ve bir kısmının ise doğru ile (%3), Güneş ışığı ve şekil ile (%7) ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Şimdi yine “Işını tanımlayınız”? sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 9 deki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin Doğrusallık ve noktalar kümesi ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Bir noktadan başlayıp aralarında 180 derece olan doğrusal noktalar kümesine ışın denir” cevabında öğrenci ışının bir başlangıç noktası olması ve üzerindeki noktaların doğrusal olması gerektiğini doğru algılamış fakat bu noktalar arasında 180 derece olması gerektiğini söylemiş. Noktalar arasında açı kavramı diye bir şey yoktur hatta açı ile açının ölçüsü ayrı kavramlardır. Bu bir kavram yanılığıdır. Benzer şekilde doğru parçası ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “İki ucu sınırlandırılmış doğru parçasına ışın denir” cevabında öğrenci ışını iki ucu sınırlandırılmış doğru parçası olarak görmesi bir kavram yanılığıdır. Hâlbuki doğru parçası ışının alt kümesidir.

Tablo 9’de görüldüğü gibi öğrencilerin ışının tanımı ile ilgili alternatif kavramlara sahip olduklarını ve bu nedenle pek çok kavram yanılığı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 10. Yarı doğruyu tanımlayınız? Sorusuna öğrencilerin gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin cinsiyete göre dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Doğru cevaplayanlar	7	9	11	13	24
Doğru ve doğrunun bölünmesi ile ilişkilendirme	8	6	12	9	21
Doğru parçası ve düz çizgi ile ilişkilendirme	3	6	4	10	14
Doğrusal noktalar kümesi ile ilişkilendirme	8	1	12	1	13
Işın ve doğru parçası ile ilişkilendirme	3	2	4	3	7
Yanlış cevaplayanlar	8	6	12	9	21
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 10’da görüldüğü gibi öğrencilerin yarı doğrunun tanımı yapınız sorusuna %24 oranında doğru olarak tanımladıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru yanıt olarak yarı doğruyu başlangıç noktası olmayan ışına denir olarak kabul edilmiştir. Ayrıca, bu kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin bu soruyu doğru parçası ve düz çizgi ile (%14) ve doğru ve doğrunun bölünmesi ile (%21) olarak ilişkilendirdikleri ve bir kısmının ise doğrusal noktalar kümesi ile (%13) ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Şimdi yine “Yarı doğruyu tanımlayınız”? Sorusuyla elde edilen bulgulardan Tablo 10 daki ilişkilendirmelere örnek teşkil edecek birkaç bulguyu irdeleyelim. Örneğin doğru ve doğrunun bölünmesi ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Başlangıç noktası olmayan doğruya yarı doğru denir” cava-

bında öğrenci yine yarı doğruyu başlangıç noktası olmayan doğru olarak görmesi bir kavram yanılgısıdır. Yine ışın ve doğru parçası ile ilişkilendirmenin gerçekleştiği “Yarı doğruya ışın gibidir bir ucu sabit diğer ucu sonsuza gider” cevabında öğrenci yarı doğrunun ışına benzediğini doğru algılıyor ama eksikleri var. Yarı doğruyu ışın gibi algılaması bir kavram yanılgısıdır.

Tablo 10’de görüldüğü gibi öğrencilerin yarı doğrunun tanımı ile ilgili alternatif kavramlara sahip olduklarını ve bu nedenle pek çok kavram yanılgısı içinde oldukları anlaşılmaktadır.

Tablo 11. Yukarıdaki sorular sizin günlük yaşantınızı ne tür etkiler? Sorusuna öğrencilerin verdikleri yanıtların dağılımı.

	E	K	E	K	Toplam
	f	f	%	%	%
Geometri ile ilişkilendirme	12	10	18	15	33
Matematiğin doğası ile ilişkilendirme	7	6	10	9	19
Matematik okur yazarlık ile ilişkilendirme	7	6	10	8	18
Günlük yaşam ile ilişkilendirme	6	5	9	8	17
Bilim ve teknoloji ile ilişkilendirme	5	3	8	5	13
Toplam	37	30	55	45	100

Tablo 11’de görüldüğü gibi öğrencilerin testte araştırılan kavramları (nokta, doğru, düzlem, doğrusallık, düzlemsellik, koordinat, ışın ve yarı doğru) sizin günlük yaşantınızı ne tür etkiler sorusunu diğer kavramlarla ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Çoğunlukla, öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplarda çoğunlukla Geometri ile (%33), Matematiğin doğası ile (%19), Matematik okuryazarlığı ile (%18), günlük yaşam ile (%17) ve bir kısmının ise Bilim ve teknoloji ile(%13) ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Tablo 12. Cinsiyetlere göre başarı ortalamalarının karşılaştırıldığı t-testi sonuçları

Cinsiyet	Sayı	Ortalama	Standart sapma	t	Önem derecesi (p)
Erkek	37	5,027	2,12	-1,211	0,230
Kız	30	5,633	1,92		

($p>0,05$)

Tablo 12’den görüldüğü gibi cinsiyetler göz önünde bulundurulduğunda yapılan t-testi sonucuna göre anlamlı bir farklılık ortaya çıkmamıştır ($t:-1,211$, $p>0,05$). Ancak görüldüğü gibi kız öğrencilerin testteki başarılarının ortalamasının erkek öğrencilere göre daha fazla olduğu anlaşılmaktadır.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada İlköğretim Matematik programında okuyan birinci sınıf öğrencilerinin nokta, doğru, düzlem, doğrusal, düzlemsel, koordinat, ışın ve yarı doğru kavramlarıyla ilgili kavram yanlışlarının araştırılması ve kavrama düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca bu kavramlar sizin günlük yaşamınızı ne tür etkiler diye bir soru yöneltilmiştir.

Çalışmamızda kız öğrencilerin nokta, doğru, düzlem, doğrusallık, düzlemsellik, koordinat, ışın ve yarı doğru ile ilgili kavram yanlışları erkek öğrencilere göre daha az bulunmuştur (%10–15). Ancak kız ve erkek öğrenciler arasında olan bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olmadığı görülmüştür. Özellikle geometri ve uzamsal görselleştirmede cinsiyetler arası erkekler lehine farklılıklar öteden beri bilinen bir durumdur (Duatpe, 2000, Fennema, 1985; Lunneborg, 1984).

Bu nedenle, yarının dünyasında söz sahibi olabilmek için iyi yetişmiş öğretmen adayların dolayısı ile öğretmenlere ihtiyaç vardır. Özellikle geometrinin tamamını etkileyen nokta, doğru ve düzlem kavramlarını iyi bilmeleri gerekir.

Çalışmadaki öğretmen adaylarının kavram yanlışlarının giderilmesi konusunda ileri araştırmaların yapılması gerekmektedir. Bu amaçla, ders programları;

- Kavramsal içeriğe sahip olmalı,
- Problem çözümüne dayalı matematik öğretimi yerine kavramsal öğrenmeyi sağlayacak bir öğretim metodu oluşturulmalı,
- Bu amaçla yapılandırmacı öğrenme ortamları oluşturulmalı,
- Öğretim etkinliklerinde kavramsal değişimi sağlayıcı faaliyetler yapılmalıdır. Yani Posner et al (1982) tarafından belirtilen yapılandırmacı esaslı kavramsal değişim uygulamaları gerçekleştirilmeli,
- Öğrencilerin önceki bilgileri göz önüne alınarak dersler işlenmeli,
- Öğretilen-kavratılmaya çalışılan kavramların günlük hayatla ilişkisi kurulmalı ve transferi sağlanmalı,
- İlköğretim matematik programında ikinci sınıftan itibaren okutulan derslerde bu kavramların öğretimi üzerinde durulmalı veya seçmeli bir ders olarak matematikteki kavram yanlışlarının öğretimi ve giderilmesi üzerine bir ders açılmalıdır.

Ancak bu şekilde öğrencilerin nokta, doğru ve düzlem kavramlarına yönelik kavram yanlışları en aza indirgenebilir.

Bunun için öğretmenler konuları öğrencilere anlatmadan önce araştırmacılar tarafından ortaya konulan kavram yanlışlarını bilmeli ve öğretilerini planlarken bu kavram yanlışlarını da dikkate almalıdırlar.

Nokta, doğru ve düzlem konusu günlük hayatta karşılaşılan pek çok olayla yakından ilgilidir. Bu nedenle öğrencilerin, bu konuda sahip oldukları kavram yanlışlarını ortadan kaldırabilmek için kavramlar günlük hayatla ilişkilendirilerek verilebilir. Böylece soyut olan kavramlar somutlaştırılarak, verilen bilgilerin daha iyi anlaşılması sağlanabilir ve bu yolla kavram yanlışları ortadan kaldırılabilir.

Çalışmanın amacına ulaşılması için bu çalışmanın aynı şekilde bu öğrencilerin dördüncü sınıfa geldiklerinde uygulanmasının daha iyi ve tutarlı olacağı tahmin edilmektedir. Öğrencilerin incelenen kavramların bir kontrol grubu göz önünde bulundurularak karşılaştırmalı bir deney tasarımına göre kavramsal değişim esaslı bir ders işlenmesi, öğrencilerin kavram yanlışlarını azaltılabilir. Ayrıca, diğer geometrik kavramlarında (açı, üçgen, küre vb) araştırılması çalışmanın önemini daha da arttırabilecektir.

KAYNAKLAR

- Baki, A., Kartal, T. (2004). Kavramsal ve İşlevsel Bilgi Bağlamında Lise öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2 : (1), 1-26.
- Skemp, R. (1971). *The Psychology of learning mathematics*, Penguin Books, Middlesex, England.
- Tall, D. (1988). Concept image and concept definition. *Senior Secondary Mathematics Education. QW&OC Utrecht*, 37 – 41.
- Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*, PegemA Yay., Ankara.
- Altun, M. (2005). *İlköğretim İkinci Kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) Matematik Öğretimi*, Aktüel Alfa Akademi Yay., Bursa.
- Van de walle J, A. (1989). *Elementary Scholl Mathematics*, Virginia Commonwealth University, Longman, NewYork.
- Doğar, Ç., Başbüyük, A. (2005) İlköğretim ve Ortaöğretim Öğrencilerinin Hava ve İklim Olaylarını Anlama Düzeyleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13 (2), 347–358.
- Duatepe, A. (2000). *An investigation of the relationship between van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for pre-service elementary school teachers*. Unpublished Masters' Thesis, Middle East Technical University.

- Fennema, E., Tartre, L. A. (1985). The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (3), 184–206.
- Lunneborg, C. E., Lunneborg, P. W. (1984). Contribution of sex-differentiated experiences to spatial and mechanical reasoning abilities. *Perceptual and Motor Skills*, 59, 107–113.
- Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W., Gertzog, W. A. (1982). Accommodation of A Scientific Conception: Toward a Theory Conceptual Change, *Science Education*, 66, 211-227.

* * * *