

## Öğrencilerinin Fonksiyon Kavramının Farklı Temsillerindeki Matematik Dersi Performansları

### Students' Mathematical Performance in Using Different Representations of Function Concept

Savaş BAŞTÜRK

Marmara Üniversitesi. Atatürk Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi ABD. İstanbul,  
sbasturk@marmara.edu.tr

#### ÖZET

*Bu çalışmanın amacı, 9. sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerinin kullanımını gerektiren sorulardaki performanslarını ortaya koymaktır. Bunu yapabilmek için, üç farklı lisenin 9. Sınıflarında öğrenim gören 229 öğrenciye açık uçlu sorulardan oluşan bir yazılı anket uygulanmıştır. Bu makale çerçevesinde konu ile doğrudan ilişkili olan 3 soruya öğrencilerin verdikleri cevapların analizine yer verilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre, öğrenciler grafik ve sözel temsillere kıyasla cebirsel temsilde daha başarılıdırlar. Ayrıca öğrenciler bir temsilden diğerine geçişlerde büyük problemler yaşamaktadırlar.*

**Anahtar Kelimeler:** Fonksiyon kavramı, çoklu temsiller, matematik öğretimi

#### ABSTRACT

*The purpose of this study is to identify first grade high school students' performance in using different representations of the function concept. To do end, a questionnaire linked to the function concept was administered to 229 first grade high school students. In this paper, only results of the analysis of students' answers to three questions are presented. The results of this study revealed that the students were more successful with the algebraic representations of functions compared to graph and verbal. They were not able to translate within and among multiple representations of the function concept.*

**Keywords:** Function concept, multiple representations, mathematics education

### SUMMARY

The concept of function is one of the most fundamental concepts of mathematics. Students rarely develop a satisfactory understanding of functions. Many studies report that the concept of function is one of the difficult subjects of mathematics and most students think it is very difficult to understand meaningful. Understanding this concept help students develop their skills in identifying the change and relationship between variables, explaining changes of parameters, explaining and analyzing figures.

There has been a growing research about students' use of representations in mathematics education. Research results suggest that using multiple representations in mathematics education enhances deep understanding of concepts, improves problem solving ability, and strengthens the learning process by providing mutual sources of information (Duval, 1993; Hilbert and Carpenter, 1992; Kaput, 1989; Porzio, 1999; Ozgun-Koca, 1998). According to Duval (1993), there was no way to access to the subjects of mathematics except through their representations. Thus, multiple representations play an important role in teaching and learning mathematics.

#### *The purpose and significance of the study*

The purpose of this study is to identify first grade high school students' performance in using different representations of function concept (verbal, algebraic and graphical representation). The results of the study can serve improving the teaching and learning of the function concept by determining students' difficulties and obstacles.

#### *The instruments and sample*

In order to identify students' performance of the use of multiple representations of the function concept, a written test included open-ended questions was prepared and implemented to 229 first grade high school students. In this paper, only results of the analysis of students' answers to three questions are presented. These three questions are successive about verbal, algebraic and graphical representation of the function concept. The students' responses were qualitatively analyzed to characterize patterns and categorize. As mentioned earlier, the sample of the study consisted of 229 first grade high school students from three different high schools. These high schools follow the

same curriculum; but they differ from one to another by their popularity in society, their ways of student recruitment and the degree of their students and teachers' motivation for the university entrance exam.

#### *The Results*

The results revealed that the students' scores for question with algebraic representation were more than to the ones with the graphical and verbal ones. Students also have difficulties to transfer from one representation to another. These difficulties were also identified by the studies conducted with Turkish students (Akkoc, 2003; Karakas and Guven, 2004). Basturk (2007) stated that the first grade high school math textbooks were limited in giving place to multiple representations of the function concept and mostly represented with algebraic representation. Thus, this also explains why students are successful only with algebraic representation. Another result of the study related to preparation to university entrance exam is that this preparation process with sample questions has a negative effect on students' difficulty in transferring from verbal representation to algebraic representation. As students put more consideration on the forms of questions, a little change in the way of asking questions can easily lead them to make mistakes, even if they know subject matter.

### **GİRİŞ**

Fonksiyon kavramı matematik öğretiminin önemli kavramlarından biridir. Bu nedenle üzerinde pek çok araştırma yapılmıştır (örneğin, Sierpinska, 1992; Dubinski ve Harel, 1992; Even, 1993; Baştürk, 2003; Akkoç, 2003; Yavuz, 2005). Fonksiyona verilen bu önemde, modern matematiğe geçilmesiyle küme teorisi yaklaşımın işlerlik kazanması ve bunun sonucu pek çok ülke programının fonksiyonlar temel alınarak hazırlanmasının etkisi yadsınmaz. Ülkemizde öğrenciler ilk kez fonksiyon kavramıyla 9. sınıfta karşılaşmaktadırlar ve bundan sonraki öğrenim hayatları boyunca bu kavramla olan ilişkileri hiç kesilmeden artarak devam etmektedir.

Matematik öğretiminde yapılan araştırmalar ve reformlar, öğrencileri daha "iyi" matematik yapmayı öğrenir hale getirilebilmenin yollarını bulma doğrultusunda hızla

ilerlemektedir (Thomasonia, 2000). Matematikle uğraşmak ya da matematiği öğrenmek sadece sembolleri kullanmayı bilmek demek değildir. Daha ziyade matematiksel ilişkileri ve durumları özel dil, semboller, grafikler ya da diğer temsil biçimleri kullanarak koordine etmek ve yorumlamaktır. Aynı zamanda problemleri yorumlamak, sonuçlarını düşünmek ve çözüm için uygun araçlar geliştirme çabasıdır (NCTM, 1989). Matematiksel kavramların işlevlerini sürdürdükleri pek çok farklı alanlar ve ifade edilmelerini sağlayan pek çok farklı temsilleri (multiple representation) bulunabilmektedir. Buradaki alan (field) kelime ile ifade edilmek istenen herhangi bir matematiksel kavramın işlevini yerine getirdiği ve diğer kavramlarla ilişki içinde olduğu bir bölüm anlaşılmalıdır (Douady, 1986). Örneğin cebirsel alan, geometrik alan, nümerik alan, sözel alan ve kümesel alan fonksiyon kavramında karşılaşılabilecek başlıca alanlardır. Alanlar değişimi matematik öğretiminde önemli bir kavramdır. Bir matematikçinin çalışması gözlemlendiğinde, buna sıklıkla başvurduğu görülecektir. Zira bir matematikçi için, probleme bakış açısı değişikliklerinin, problemi yeniden formüle etmenin, bir alandan diğerine geçişlerin önemi büyüktür (Robert, Lattuati ve Penninckx, 1999). Örneğin bakış açısı değişikliği için problem metninin yazımında ya da okunmasında yapılacak küçük değişiklikler yeni stratejilerin ortaya çıkmasına neden olabilmektedir. “ ” ifadesini “M noktası ABC üçgenin çevrel çemberinin merkezidir” ifadesine dönüştürmek bir bakış açısı değişikliğidir (Robert, Lattuati ve Penninckx, 1999). Ayrıca bir alandan diğerine geçişlerin, söz konusu kavramın temsiline de değişmesine neden olacağı unutulmamalıdır. Örneğin cebirsel alanda cebirsel olarak gösterilen bir fonksiyon, analitik alana geçildiğinde grafikte gösterilmektedir. Ya da değişim oranı kavramı, farkların oranı, koordinat ekseninde grafiklerin eğimi ya da biçimsel türev olarak algılanabilmektedir (Porzio, 1999). Benzer olarak, verilen herhangi bir fonksiyonun tanım kümesi, bu fonksiyonun grafiğinden, bu fonksiyonun değerler tablosundan ya da fonksiyonla ifade edilen cebirsel ilişkiden yola çıkılarak yorumlanabilmektedir.

Hilbert ve Carpenter (1992), Kaput (1989), Porzio (1999) gibi pek çok araştırmacı, kavramların farklı temsillerini dikkate alarak yapılan öğretimin, öğrencilerin

öğrenmelerine yardım edeceğini ve matematiksel kavramları ve aralarındaki ilişkileri anlamalarını geliştireceğini ifade etmektedir. Dufour-Janvier, Berdnaz ve Belanger'e (1987) göre, matematik öğretiminde çoklu temsillerin kullanılması gerekmektedir; çünkü bunlar matematiğin doğasında vardır ve problem çözme sırasında karşılaşılan bazı zorlukların azaltılmasına yardım edebilir. Öte yandan, Mayer ve Hegarty (1996'dan aktaran Brenner ve diğerleri, 1997) matematik öğretiminin aşağıda belirtilen dört aşamada ilerlemesi gerektiğini söylemektedirler: i) bir tek temsil kullanma; ii) birden fazla temsil kullanma; iii) farklı temsiller arasında ilişkiler kurma; iv) bu farklı temsiller arasında kolay geçişler ve kaynaştırmaların olması. Bu bağlamda Driscoll (1999) de matematiksel kavramların çoklu temsilleri arasında yapılacak eşleştirme ve geçişlerin akıcılığının matematiksel anlamının gelişiminde kritik bir önemi olduğunu belirtmektedir. Öte yandan, NCTM'de (2000) matematik öğretiminde çoklu temsil kullanımının önemi vurgulanmakta ve tüm öğrencilerin aşağıdaki becerilere sahip olması gerektiği belirtilmektedir:

- Matematiksel düşüncelerin yazımını ve iletişimini organize etmek için temsiller meydana getirmek ve kullanmak;
- Problemleri çözmek için matematiksel temsiller arasından uygun olanları seçmek, uygulamak ve aralarında dönüşümler yapmak;
- Matematiksel, fiziksel, toplumsal olayları yorumlamak ve modellemek için temsiller kullanmak.

Matematiksel aktivitede temsil kavramını inceleyen bir başka araştırmacı da Duval dir. Duval'in (1993) bilişsel psikoloji temeli üzerinde inşa ettiği analizi dil bilimcilerin teorilerinden oldukça etkilenmiştir. Bu çerçevede, Duval matematiksel nesnelerin sadece doğrudan algılamayla kavranamayacağını ve bunun ancak temsiller aracılığıyla gerçekleşebileceğini ifade etmektedir. Duval'e (1993) göre bilişsel anlamın garantisi, öğrenen bireyin matematiksel nesne ile temsilini birbirinden ayırabilmesidir. Dolayısıyla matematiksel nesnelerin kavranması sadece bilişsel bir kavramdır ve bu kavrama ancak bu nesne üzerinde görsel temsiller yardımıyla etkinlik yapmak suretiyle gerçekleşebilir. Böylece, matematiksel bir nesne ile bu nesnenin temsilini birbirinden

ayırma matematiği anlamak için stratejik noktalardan biri haline gelmektedir. Çünkü kısa ya da uzun vadede meydana gelen bütün karışıklıklar bir anlam kaybı yaşanmasına ve kazanılan bilgilerin öğrenildikleri ortam dışında kullanılamaz hale gelmesine neden olmaktadır. Duval bu durumun matematik öğretiminde ihmal edildiğini düşünmektedir ve zihinsel temsillere yazılı olanlara verileden çok daha fazla önem verildiğinden yakınmaktadır. Duval tarafından dile getirilen nesne-temsil ayrımının önemi temsil kavramına temkinli yaklaşan başka araştırmacılar tarafından da vurgulanmaktadır. Örneğin, Sierpinski (1992) ve Thompson (1994) gibi bazı araştırmacılar matematik eğitimi araştırmalarında temsil olgusuna verilen anlamı sorgulamaktadırlar. Sierpinski'ya (1992) göre, her temsilin sınırlılıklarının farkında olmak fonksiyon kavramını anlamak açısından önemlidir. Thompson (1994) ise, hiçbir temsilin fonksiyon kavramını birebir yansıtamayacağını söylemektedir. Thompson'a (1994) göre, öğrenciler bir temsilden diğerine geçerken neyin sabit kalıp neyin değiştiğinin farkına varamamaktadırlar ve her temsili öğrenilmesi gereken bağımsız bir konu olarak görmektedirler.

Çoklu temsiller konusunda yurt dışında pek çok çalışma yapılmasına rağmen, ülkemizde yapılan çalışma sayısının oldukça sınırlı olduğu görülmektedir. Örneğin, Akkoç (2003) 114 lise son sınıf öğrencisiyle gerçekleştirdiği çalışmada bu öğrencilerin zihninde fonksiyon kavramının farklı temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntülerini ortaya koymuştur. Öğrencilerde Venn şeması temsili fonksiyon kavramının tanımını daha çok çağrıştırdığı görülürken, grafik ve cebirsel temsillerin tanımdan ziyade örnekleri çağrıştırdığı görülmüştür. Karakaş ve Güven (2004) ise fonksiyon kavramının sözel, cebirsel ve grafik temsillerinin lise öğrencileri ve öğretmen adayları tarafından nasıl algılandığını incelemişler ve öğrencilerin fonksiyonların farklı temsilleri arasında bağlantı kuramadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Özellikle lise son sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının cebirsel ve grafiksel temsillerini tanımlamada yetersiz oldukları görülmüştür. Yine bu bağlamda, Çıkla-Akkuş (2004) çoklu temsile dayalı öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin cebir performansları, matematiğe karşı tutumları ve tercih ettikleri temsiller üzerine etkisini ele almıştır. Matematiğe karşı tutumda

anlamli bir fark bulunamazken, öğrenci performanslarında geleneksel öğretime göre çoklu temsile dayalı öğretimin daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Sonuç olarak, çoklu temsil kullanımının ve aralarındaki geçişlerin öğrenmede önemli bir rolü vardır. Öğrencilerin sadece belli bir alanda ve temsilde başarılı olmaları yapılan öğretimin niteliğinin sınırlılığını göstermesi açısından önemli ipuçları sağlamaktadır.

### **AMAÇ**

Bu araştırmanın amacı, 9. sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerini kullanmayı gerektiren sorulardaki performanslarını ortaya koymaktır. Araştırma öğrencilerin zorluk ve engellerini belirlenmesini sağlayarak fonksiyon kavramının öğretiminin geliştirilmesine katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

### **YÖNTEM**

Araştırma var olan bir durumu kendi koşulları içinde olduğu gibi betimlemeye çalıştığından tarama modelinde bir araştırmadır (Karasar, 2000). Nicel ve nitel analiz yöntemleri bir arada kullanıldığından karma yöntem deseninden yararlanmaktadır.

#### *Evren ve Örneklem*

Araştırma Manisa ilinin Alaşehir ilçesinde bulunan üç farklı lisenin 9. sınıflarında öğrenim gören toplam 229 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Dolayısıyla araştırmanın evreni bu üç lisenin 9. sınıflarında okuyan öğrencilerdir. Örneklem ise, veri toplama aracının uygulandığı 229 öğrencidir. Tablo 1’de araştırmaya katılan liselerin özellikleri özetlenmiştir.

**Tablo 1.** Araştırmaya katılan liselerin özellikleri

| Lise A  | Lise B  | Lise C  |
|---|---|---|
| -Bir Anadolu lisesidir.<br>- 9. sınıflarda bile dershanelere giden öğrenciler sınıfta çoğunluğu oluşturmaktadır.<br>-Öğretmenler derslerini hazırlanırken ÖSS'ye hazırlık kitaplarını kullanmakta ve çözmeleri için öğrencilere testler dağıtmaktadırlar. | - Genellikle not ortalaması yüksek öğrenciler tarafından tercih edilmektedir.<br>- 9. sınıflarda dershaneye giden öğrencilerin sayısı 4 ya da 5 ile sınırlıdır.<br>- Öğretmen ders programı yanında üniversiteye hazırlık ders kitaplarını da kullanıyor. | - Öğrencilerin matematik altyapısı diğer iki liseye göre çok zayıftır.<br>- 9. sınıflarında ya hiç ya da birkaç kişi dershanelere gitmektedir.<br>- Öğretmenler sadece ders programlarını ve lise ders kitaplarını takip etmektedirler. |

Tablo 1'den de anlaşıldığı gibi, araştırma kapsamına dâhil edilen liseler izledikleri öğretim programının aynı olması nedeniyle birbirlerine benzemekle birlikte, öğrenci ve öğretmenlerinin ÖSS'ye hazırlanmaya yönelik motivasyonları, öğrenci kabul etme biçimleri, toplumdaki popülerlikleri nedeniyle birbirlerinden ayrılmaktadırlar.

#### *Veri Toplama Aracı ve Uygulama*

Veri toplamak amacıyla, 9. Sınıf Matematik Öğretim Programı dikkate alınarak fonksiyonlar konusunda açık uçlu sorulardan oluşan bir yazılı anket hazırlanmıştır. Hazırlanan bu anket uygulanmadan önce uygulamanın yapılacağı sınıfların öğretmenlerine ve matematik öğretimi konusunda uzman 3 kişiye gösterilerek anket sorularının araştırma amacına uygunluğu konusunda onay alınmıştır.

Öğrencilerin ankete verdikleri cevaplar analiz edildikten sonra genel ve alt kategorilere göre düzenlenmiş ve işlenmesi için kavramsal bir yapı oluşturulmuştur. Daha sonra, her bir kategorinin hangi sıklıkla tekrar ettiği (frekans) bulunmuştur. Böylece, nitel veriler nicelleştirilmiştir. Nitel verilerin nicelleştirilmesindeki temel amaç; güvenilirliği arttırmak, yanlılığı azaltmak ve kategoriler arasında karşılaştırmalar yapmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 1999).

Araştırmanın güvenilirliğini test etmek amacıyla, öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar araştırmacı ve alandan iki uzman ile incelenerek "Görüş Birliği" ve



“Görüş Ayrılığı” olan maddeler belirlenmiştir. Araştırmanın güvenilirliği için Miles ve Huberman’ın (1994) belirttiği şu formül kullanılmıştır:  $P$  (Uzlaşma Yüzdesi)=[ $N_a$  (Görüş Birliği)/ $N_a$  (Görüş Birliği)+ $N_d$  (Görüş Ayrılığı)] $\times 100$ . Bu hesaplama sonucu  $P = 83$  değeri bulunmuş ve araştırma güvenilir kabul edilmiştir.

Ankette toplam 7 soru yer almaktadır. Ancak bu makale çerçevesinde araştırma problemiyle doğrudan ilgili olan 3’üne verilen cevapların analizinin bulgularına yer verilecektir.

#### *Anket Sorularının Analizi*

Bu makale çerçevesinde, öğrencilerin sırasıyla fonksiyon kavramının cebirsel, sözel ve grafik temsillerinin kullanıldığı sorulardaki performansları üzerinde durulmuştur. Bulguların tanıtımına geçmeden önce, bu üç soruda öğrenciden nelerin beklendiği kısaca betimlenecek olursa:

**Soru 1.**  $f:A \rightarrow B$  ve  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $f(x) = 2x + 4$  fonksiyonu verilsin.  $f(A)$  görüntü kümesini bulunuz.

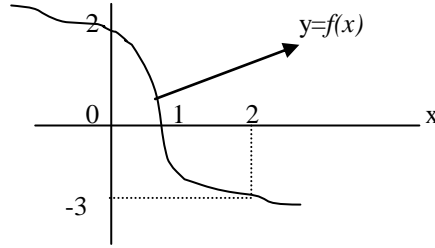
Birinci soruda, sonlu bir kümeden sonlu bir kümeye cebirsel olarak tanımlanmış bir fonksiyon yer almaktadır. Öğrenci verilen  $f$  fonksiyonunda  $A$  kümesindeki elemanları  $f$  fonksiyonunda yerine koyarak  $f(A)$  değer kümesinin elemanlarını bulmaları istenmiştir. Dolayısıyla öğrenci fonksiyonların cebirsel temsilini kullanarak cebirsel ve sayısal alanlarda geçen bir çalışma yapmak durumundadırlar.

**Soru 2.** Bir  $f$  fonksiyonu “Her bir pozitif tam sayıyı kendisi ile çarpımsal tersinin toplamına götürüyor.” şeklinde tanımlanmıştır. Bu fonksiyonu ve  $f(1/2)$ ’nin değerini bulunuz.

İkinci soruda, sözel olarak ifade edilmiş bir fonksiyon söz konusudur. Öğrenciden sözel temsilden cebirsel temsile geçmesi ve bu fonksiyonda  $1/2$ ’nin değerini bulması istenmektedir. Burada öğrencinin tanım kümesine bakarak bu değer hesaplanamayacağını ifade etmesi beklenmektedir. Ancak bunu ankete katılan hiçbir

öğrenci dikkate almadığından sorunun analiz ve değerlendirmesi tanım kümesi dikkate alınmadan yapılmıştır.

**Soru 3.**  $y$



Yukarıda grafiği verilen  $f$  fonksiyonu  $[0,2]$  kapalı aralığında birebir ve örtendir. Buna

göre  $\frac{f(2)+f^{-1}(2)}{f(f(1))} = ?$

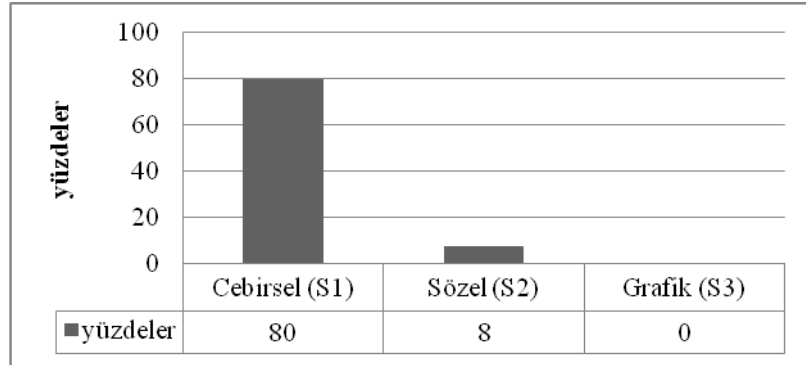
Üçüncü ve son soruda ise, öğrencinin koordinat ekseninde verilen bir fonksiyonun grafiğinden yararlanarak soruda istenen değeri bulması gerekmektedir. Bazı sayıların verilen fonksiyon ve bu fonksiyonun tersi altındaki görüntülerinin grafik üzerinden okunması söz konusudur. Yapılacak çalışma analitik alanda ve grafik temsiline dayanmaktadır. Sorunun çözümünde, öğrencinin söz konusu fonksiyonun grafiğinin eksenler değişmek kaydıyla aynı zamanda tersinin de grafiği olduğu bilgisini dikkate alması gerekmektedir.

### BULGULAR

Bu bölümde araştırmaya katılan öğrencilerin fonksiyon kavramının üç farklı temsiline içeren sorulara verdikleri cevapların analizinden elde edilen bulgulara yer verilecektir. Tablo 2 incelendiğinde, araştırmaya katılan tüm öğrencilerin cebirsel temsille ifade edilmiş bir fonksiyonda tanım kümesinin elemanlarını koyarak görüntü kümesinin bulunmasını isteyen soruda % 80 gibi yüksek bir başarıya ulaştıkları görülmektedir. Ne yazık ki, bu oran sözel olarak ifade edilmiş ve hemen hemen öğrencilerden birinci sorudakine benzer bir aktivite isteyen ikinci soruda % 8'lere düşmektedir. Grafik temsiline kullanımının gerektiği üçüncü soruda ise hiçbir öğrencinin doğru cevaba

ulaşamamış olması oldukça şaşırtıcıdır. Ancak bu soruda sadece 2'nin görüntüsünü bulan, sadece  $f^{-1}(2)$ 'yi bulan,  $f \circ f(1)$ 'i bulan ya da bunların bir ya da bir kaçını bulan öğrencilere rastlanmaktadır. A Lisesi bu tip cevaplarda diğer liselere göre daha iyi durumdadır; ancak bu lisede de öğrencilerinin % 55'i soruya hiçbir cevap veremezken % 10'u da grafikten hiçbir değeri doğru olarak okuyamamıştır.

**Tablo 2.** Öğrencilerin üç sorudaki başarı oranlar



İkinci soruda öğrenciden sözel olarak ifade edilmiş fonksiyonu cebirsel olarak ifade etmesi istenmekteydi. Bu sorunun çözümünde ÖSS'ye hazırlanma motivasyonunun yüksek ve düşük olduğu liselerde farklılıklar gözlenmesi nedeniyle öğrenci cevaplarının kategorilerine yer verilmiştir. 9A ve 9B sınıfları A Lisesine, 9C ve 9D sınıfları B Lisesine, 9E ve 9F sınıfları da C Lisesine ait sınıflardır:

**Doğru Cevap 1 (DC1):** Öğrenci cebirsel olarak fonksiyonu yazıyor ve daha sonra bu fonksiyonda  $1/2$ 'nin değerini buluyor.

$f(x) = x^2/x$ ,  $f(1/2) = 1/2 \cdot 2 = 5/2$  ... (9A sınıfının 30 numaralı öğrencisi)

**Doğru Cevap 2 (DC2):** Öğrenci fonksiyonu cebirsel olarak yazmadan doğru cevabı buluyor.

$f(1/2) = 1/2 \cdot 2 = 5/2$  ... (9A20, 9B29)

**Doğru cevap 3 (DC3):** Öğrenci fonksiyonu cebirsel olarak ifade ediyor; ama istenen görüntüyü bulmuyor.

$f(x) = x^2(x)$  ... (9B10)

**Cevap 4:** Öğrenci işlem hataları yapıyor.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} \bullet \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{2} \bullet \frac{5}{4} \dots (9E30)$$

**Cevap 5:** Öğrenci 1/2'yi tersi ile çarpıyor ve bu işlemi iki kez yapıyor. Daha sonra iki çarpımı topluyor.

Aşağıda 9C sınıfından bir öğrencinin cevabı yer almaktadır.

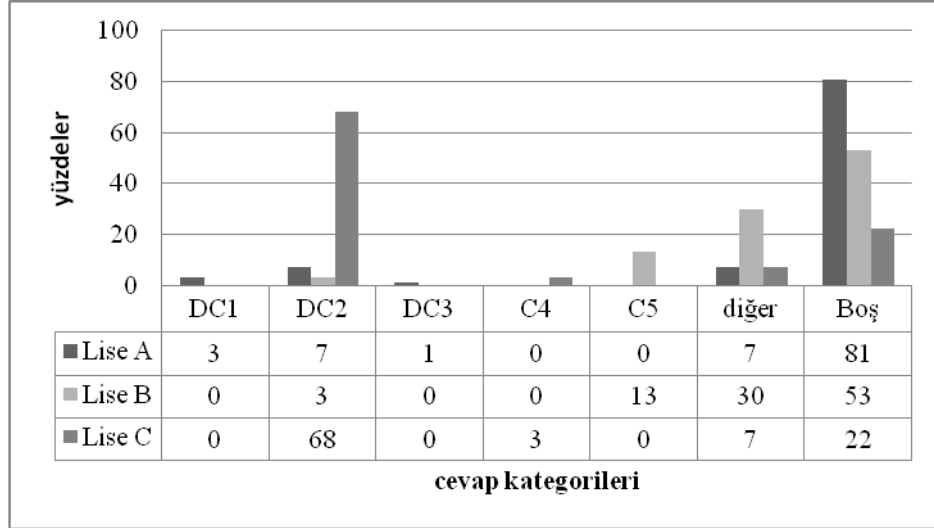
**Diğer:** Yukarıdaki kategorilere yerleştirilemeyen öğrenci cevapları.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \bullet \frac{1}{4}, \left(\frac{1}{2}\right)^{\text{kl}} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\text{kl}} \bullet \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \bullet \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \bullet 4 \dots (9E7, 9E40, 9E9)$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \bullet \frac{2}{1} \dots (9C28, 9C27, 9C17), \frac{1}{2} \bullet 0,5 \dots (9C26)$$

$$\frac{1}{2} \bullet 2 \cdot 2x \bullet 2x \bullet 6 \bullet 2x3 \cdot 2 \dots (9C18)$$

Tablo 3 incelendiğinde, A Lisesindeki (DC1+DC3) %4'lük küçük bir kesim ihmal edilirse öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun fonksiyonu cebirsel olarak ifade edemediği görülmektedir. Yani sözel temsilden cebirsel temsile geçememektedirler. Öte yandan, fonksiyonu cebirsel olarak ifade edemeseler bile, C lisesi öğrencilerinin büyük bir çoğunluğu (% 68) soruyu sayısal alanda doğru olarak çözdükleri görülmektedir (tanım kümesi problemi dikkate alınmamıştır).

**Tablo 3.** Öğrencilerin soru 2'ye verdikleri cevapların liselere göre dağılımı

Burada akla şu soru gelmektedir: A ve B liselerindeki öğrencilerin büyük bir çoğunluğu çok rahat yapabilecekleri halde niçin C lisesi öğrencileri gibi DC2'yi kullanmamışlardır? Bu araştırma çerçevesinde elde edilen veriler yetersiz olmakla birlikte, şu yorum yapılabilir: Acaba ÖSS'ye hazırlık motivasyonunun yüksek olduğu liselerde (A ve B liseleri gibi) öğrenciler soru tiplerine ve çözüm yollarına karşı çok mu hassas davranıyorlar? Diğer bir ifadeyle, soru metninde yapılan küçük bir değişiklik, bu öğrencileri, istenen bilgiler kendilerinde mevcut olsa bile, bocalamaya, soruyu çözememeye ya da hatalı çözümler üretmeye mi yönlendirmektedir? Konu tartışmaya açıktır ve yapılacak başka çalışmalarla daha detaylı olarak incelenmesi gerekmektedir.

### SONUÇ TARTIŞMA ve ÖNERİLER

9. sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki performanslarının ortaya konulmaya çalışıldığı bu çalışmada, öğrencilere yazılı bir anket uygulanmış ve bu anketteki üç soruya verilen cevaplar analiz edilerek sonuçları değerlendirilmiştir. Araştırma sonuçları göstermektedir ki, öğrenciler cebirsel alanda gösterdikleri başarıyı fonksiyon kavramının diğer temsillerinde (sözel ve grafik) tekrarlayamamaktadırlar. Bu

sonuç Akkoç (2003) ve Karakaş ve Güven'in (2004) yapmış oldukları çalışmalarda da vurgulanmaktadır.

Çoklu temsiller üzerine yapılan çalışmalar, temsiller arasındaki geçişlerle temsiller arası bağların kuvvetlendiğini ve dolayısıyla fonksiyonların kavramsal olarak öğrenilmesine önemli katkılarda bulunduğunu ifade etmektedirler (Brenner ve diğerleri, 1997; Confrey, 1994; Kaput, 1992; Keller ve Hirsch, 1998; Leinhardt ve diğerleri, 1990; Özgün-Koca, 2004). Bu bağlamda, öğrencilerin sadece fonksiyonların cebirsel temsilde başarılı olmaları, diğer temsillerde ve temsiller arası geçişlerdeki yetersizlikleri, araştırmaya katılan öğrencilerin mevcut fonksiyon öğretiminin kavramsal öğrenme adına oldukça sınırlı olduğunu göstermektedir. Bu sınırlılık ders kitapları boyutunda Baştürk (2007) tarafından ortaya konmuştur. Baştürk'ün (2007) bulgularına göre, 9. sınıf ders kitaplarında cebirsel temsil baskındır ve diğer temsil biçimlerine çok az yer verilmektedir. Bu tespit öğrencilerin cebirsel temsildeki başarısını ve diğer temsillerdeki başarısızlığını açıklar niteliktedir.

Sirpinska (1992) ve Duval (1993) gibi araştırmacıların da ifade ettiği gibi her temsilin birtakım sınırlılıkları bulunmaktadır. Dolayısıyla sadece cebirsel alanda ve cebirsel temsilin baskın olarak kullanıldığı bir öğretimin, öğrencilerde kısıtlı bir fonksiyon imajı oluşturacağı açıktır. Baştürk'ün (2003) bazı öğrencilerin fonksiyon "kavramı imajlarının" (Tall ve Vinner, 1981) "*Fonksiyon bilinmeyi bulmaya yarayan bir yapıdır.*"dan ibaret olduğunu ifade etmesi bu düşüncüyü desteklemektedir.

Bilindiği gibi özel dersane öğretiminde (ya da dersane gibi öğretim yapılan liselerde) algoritma ve pratik çözüm yollarının önemli bir yeri vardır (Baştürk, 2003; Karaağaç ve Threlfall, 2004). Tall (1996), Palm (2002), Lithner (2003), ve Bergqvist (26) gibi pek çok araştırmacı, öğrencilerin soru çözümlerinde öncelikle bir algoritma ya da çözüm yolunu hatırlamaya dayanan "taklide dayalı muhakeme" (imitative reasoning) yoluna başvurma eğiliminde olduklarını ifade etmektedirler. Dolayısıyla özel dersane öğretiminin öğrencilerdeki bu eğilimi kuvvetlendirmesi oldukça yüksek bir olasılıktır. Bu bağlamda alışılmış tipteki soru metninde yapılan küçük bir değişiklik bu

öğrencilerde, istenen bilgiler kendilerinde mevcut olsa bile, bocalamaya ya da soruyu çözememeye yönlendirmektedir.

Yukarıda ortaya konulan sonuçlar bağlamında şu öneriler verilebilir:

- Yapılan araştırma bazı eksiklikleri ortaya koymakla birlikte, konunun yapılacak başka araştırmalarla derinlemesine incelenmesi gerekmektedir. Her şeyden önce araştırma fonksiyon kavramıyla sınırlıdır. Daha başka kavramlarda da öğrencilerin çoklu temsillerdeki performanslarına bakılması gerekmektedir. Ayrıca sınıf ortamını dikkate almadan bazı sonuçlara ulaşılması oldukça zordur. Bu nedenle öğretmenlerin ders anlatımlarının da gözlenmesi çalışmanın sonuçlarını tamamlayıcı bilgiler elde edilmesini sağlayacaktır.

- Öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinin zenginleşmesi için, kavramlar öğretilirken farklı temsillerine yer verilmeli ve bunlar arasında geçişler yapılmasını gerektiren aktivitelerle öğrenciler karşı karşıya getirilmelidir.

#### KAYNAKLAR

- Akkoç, H. (2003). *Students' Understanding of the Core Concept of Function*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, University of Warwick, Uk.
- Baştürk, S. (2003). *L'enseignement des Mathématiques en Turquie: le Cas des Fonctions au Lycée et au Concours d'entrée à l'Université*. Paris: IREM de Paris 7.
- Baştürk, S. (2007). Fonksiyon Kavramının Öğretiminin 9. Sınıf Ders Kitapları Bağlamında İncelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Dergisi*, 9, 270-283.
- Bergqvist, E. (2007). Types of Reasoning Required in University Exams in Mathematics. *Journal of Mathematics Behavior*, 26, 348-370.
- Brenner, M., E, Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Duran, R., Reed, B., S, ve diğer. (1997). Learning by Understanding: The Role of Multiple Representations in Learning Algebra. *American Educational Research Journal*, 34(4), 663-689.

- Confrey, J. (1994). *Six Approaches to Transformation of Function Using Multi-Representational Software*. Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, University of Lisbon, Portugal.
- Çıkla-Akkuş, O. (2004). *The Effects of Multiple Representations Based Instruction on Seventh Grade Students' Algebra Performance, Attitude toward Mathematics, and Representation Preference*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, ODTU, Ankara.
- Douady, R. (1986). Jeux de Cadres et Dialectique Outil-Objet. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide For Teachers Grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Dubinski, E., ve Harel, G. (1992 ). The Nature of the Process Conception of Function. *Mathematical Association of America*, 25, 85-106.
- Dufour-Janvier, B., Bednarz, N., ve Belanger, M. (1987). Pedagogical Considerations Concerning the Problem of Representation. Yayınlandığı Kitap C. Janvier (Editör), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (109-122). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Duval, R. (1993). Registres de Représentation Sémiotique et Fonctionnement Cognitif de la Pensée. *Annales de Didactiques des Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Even, R. (1994). Subject-Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: Prospective Secondary Teachers and The Function Concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4), 95-115.
- Hilbert, J., ve Carpenter, T. P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. Yayınlandığı Kitap D. Grouws (Editör), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (65-97). New York: Macmillan Publishing Company.
- Kaput, J. (1989). *Linking Representations into The Symbol Systems of Algebra*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J.1. (1992). Technology and Mathematics Education. Yayınlandığı Kitap D. A. Grouws (Editör) *NCTM Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (515-556).



- Karaağaç, K. M., and Threlfall, J. (2004). *The Tension between Teacher Beliefs and Teacher Practice: The Impact of the Work Setting*. Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Mathematics Education, 3, 137-144.
- Karakaş, İ., ve Güven, B. (2004). Fonksiyon Kavramının Farklı Öğrenim Düzeyinde Olan Öğrencilerdeki Gelişimi. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 4(16), 64-73.
- Karasar, N. (2000). *Bilimsel Araştırma Yöntemi (12. Basım)*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Keller, B.A., ve Hirsch, C. R. (1998). Student Preferences for Representations of Functions. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 29(1), 1-17.
- Leinhardt, G., Stein, M.K., ve Zaslavsky, O. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks. *Learning and Teaching. Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Lithner, J. (2003). Students' Mathematical Reasoning in University Textbook Exercises. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 29-55.
- Miles, M.B., ve Huberman, M.A. (1994). *An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis*. London: Sage Publication.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards For School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ozgun-Koca, S. A. (1998). *Student's Use of Representations in Mathematics Education*. Paper Presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Raleigh, NC.
- Özgün-Koca, S. A. (2004). Bilgisayar Ortamındaki Çoğul Bağlantılı Gösterimlerin Öğrencilerin Doğrusal İlişkileri Öğrenmeleri Üzerindeki Etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26,
- Palm, T. (2002). *The Realism of Mathematical School Tasks-Features and Consequences*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Umeå University.

- Porzio, D. T. (1999). Effects of Differing Emphases on the Use of Multiple Representations and Technology on Students' Understanding of Calculus Concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 21(3), 1-29.
- Robert A., Lattuati M., ve Penninckx J. (1999). *L'Enseignement des Mathématiques au Lycee: Un Point de Vue Didactique*. Paris: Ellipses.
- Sierpinski, A. (1992 ). On Understanding the Notion of Function. *Mathematical Association of America*, 25, 25-58.
- Tall, D. (1996). Functions and Calculus. Yayımlandığı Kitapta A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, ve C. Laborde (Editörler). *International handbook of mathematics education* (289-325). Dordrecht: Kluwer.
- Tall, D. O., ve Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limit and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Thomasenia, L. A. (2000). Helping Students to Learn and Do Mathematics Through Multiple Intelligences and Standards for School Mathematics. *Childhood Education*, 77(2), 86-103.
- Thompson, P. W. (1994). Students, Functions, and the Undergraduate Curriculum. Yayımlandığı Kitapta E. Dubinsky, A. Schoenfeld, ve J. Kaput (Editörler), *Research in Collegiate Mathematics Education* (21-44). CBMS Issues in Mathematics Education.
- Vinner, S. (1992). The Function Concept as a Prototype for Problems in Mathematics Learning. *Mathematical Association of America*, 25, 195-213.
- Yavuz, I. (2005). *Evolutions Récentes de l'Enseignement de la Notion de Fonction en France en Classe de Seconde : Utilisation des Tableaux et de Variations*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Université Lyon II, Lyon.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (1999). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.