



ÖĞRENCİLERİN DÖRT İŞLEMDE YAŞADIKLARI YAYGIN ARİTMETİK GÜÇLÜKLER

Filiz VAROL*
Yasemin KUBANÇ**

ÖZET

Bu alan yazın taramasının temel amacı öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda yaşadıkları yaygın aritmetik güçlükleri ortaya çıkartmaktır. Çocukların aritmetikte hata yapmalarının birçok nedeni vardır: Dikkatsizlik, bilgi eksikliği, kavram yanlışları gibi. Çocukların yapmış oldukları hatalar süreklilik arz edip yıllar sonra bile benzerlik gösteriyorsa bu hatalar rastgele hatalar değildir ve dikkate değerdir. Bu çalışmada da ilk önce öğrencilerin aritmetik işlemlerde neden güçlük yaşadıkları araştırılmış, daha sonra da en yaygın yaşanan güçlükler örneklerle açıklanmaya çalışılmıştır. Bu alan yazın taramasının matematik eğitimi ve öğretimi alanında çalışmalar yapan araştırmacılar için önemli bir kaynak olacağı düşünülmektedir.

Anahtar Sözcükler: Matematik, dört işlem, güçlük, hata, kavram yanlışlığı.

COMMON DIFFICULTIES STUDENTS EXPERIENCE WITH ARITHMETIC OPERATIONS

ABSTRACT

The main purpose of this literature review is to investigate common arithmetic difficulties experienced by students in mathematics while solving mathematics problems that require arithmetic operations. There are many reasons why children engage arithmetic error, such as carelessness, lack of knowledge, and misconceptions. If errors continue even after many years, this means that these errors are not random errors and need attention. In this review, first, main reasons that cause students to experience difficulties in arithmetic operations were investigated and then they were explained with examples. This study will be an important resource for people who focus on teaching and learning mathematics, especially in elementary education.

Keywords: Mathematics, arithmetic operations, difficulty, misconception

* Yrd. Doç. Dr., Fırat Ü. Eğt. Fak. İlköğretim Böl. Okul Öncesi Öğretmenliği ABD. El-mek: filizvarol@gmail.com

** Arş. Gör., Fırat Ü. Eğt. Fak. İlköğretim Böl. Sınıf Öğretmenliği ABD. El-mek: yasemink@firat.edu.tr

Giriş

Son yirmi yılda matematikte yaşanan güçlükler birçok araştırmaya konu olmuştur. Çalışmaların çoğunda sözel problemlerde çocukların yapmış oldukları hatalara yoğunlaşıırken, son zamanlardaki çalışmalarda ise aritmetik işlemlerde yapılan hatalara yoğunlaşmıştır. Alan yazınında çocukların toplama, çıkartma, çarpma ve bölme kavramlarını algılamaya ilk geçişte karşılaştıkları sorunlar kavram yanlışlığı ve hatadan çok güçlük olarak ifade edilmektedir. Bunun en önemli nedenlerinden biri, çocukların bu seviyede karşılaştıkları güçlüklerin pek çoğunun ilerleyen yaşlarda hızlı bir şekilde ortadan kaybolması, dolayısıyla kavram yanlışlığı gibi kişiyi sistematik bir şekilde hataya götüren eksik veya yanlış algılamaların söz konusu olmamasıdır. Diğer taraftan bu süreçte matematiksel ifade sistemine ve sembolik işlemlere yeni geçiliyor olmasının da eğitim ve öğretim sürecinden kaynaklanan bazı kavram yanlışlıklarının da oluşmasını engellediği söylenebilmektedir (Erdoğan ve Erdoğan, 2009: 37).

Aritmetik İşlemlerde Yaşanan Güçlükler

Öğrencilerin aritmetik işlemlerde güçlük yaşamalarının birçok nedeninden bahsedilebilir. Olivier'e (1989) göre öğrenciler yeni bilgileri daha öncekilerin üzerine yapılandırmaktadırlar ve bu yeni bilgiler öğrenmede aktif rol oynamaktadır. Öğrenci yeni bilgileri diğerleriyle karşılaştırıp sınıflandırır ve aralarında ilişki kurarak zihninde bir şema oluşturmaktadır. Bu karşılıklı etkileşim iki şekilde gerçekleşmektedir:

Özümleme: Yeni fikirler benzer olan fikirlerle birleştirilip zihinde bir şema oluşturulmaktadır.

Düzenleme: Çocuk, öğrendiği yeni bilgiyi daha önce öğrendiği hiçbir bilgiyle bağdaştıramaz ve yeni bir şema oluşturmak zorunda kalır. İşte çocuğun güçlük yaşamasına sebep olan kısım bu şemadaki bilgileri daha öncekilerle bağdaştıramadığı için bilgiyi ezberlemek zorunda kalmasıdır. Ezberlenen bu bilgilerin geri çağırılması zor olmaktadır. Çocuğun hata yapmasının en büyük nedeni konular arasında ilişki kuramaması ve dolayısıyla bilgiyi ezberleme yoluna gitmesidir. Bu yüzden çocuğun kendi bilgisini inşa etmesine yardım etmek gerekmektedir.

Örneğin, birinci aşamada öğrenci $x^2-5x+2=0$ eşitsizliğindeki x^2 değerinden (ipucu) hareketle bunun bir ikinci dereceden tek bilinmeyenli denklem olduğunu anlamaktadır. İkinci aşamada öğrenci hemen zihninde var olan şemayı ($ax^2+bx+c=0$) geri çağırılmaktadır. Zihninde var olan şemayla yeni bilgi bağdaştırmaya çalışılır; $a=1$, $b=-5$, $c=2$. Üçüncü aşamada işlemin doğruluğu kontrol edilir ve son aşamada ise cevap (ürün) üretilir (Davis, 1983).

Oliver'e göre (1989) bir öğrencinin problem çözmede güçlük yaşamasının birçok sebebi olabilir:

- Çocuğun zihninde soruya uygun bir şema yoktur,
- Şema vardır ama soruya uymuyordur,
- Şema eksik geri çağırılmıştır,
- Yanlış şema geri çağırılmıştır.

Sembolik toplama, çıkarma işlemleri ile ilgili öğrenci güçlüklerinin incelendiği çalışmaların temeli 1970'li yıllara dayanmaktadır. Bu hatalardan bazıları, sistematik olarak kişiyi hataya götürmesinden dolayı kavram yanlışlığı olarak adlandırılmaktadır (Smith Sessa ve Roschelle, 1993; Vergnaud, 1991); Vergnaud (1991) ve Brun, Lemoyne ve Portugais (1994) ise öğrencilerin problemlerin temelini oluşturan kavramlara henüz tam anlam yükleyemediklerinden dolayı güçlük yaşadıklarını ifade etmişlerdir.

Aritmetik işlemleri öğrenirken çocuklar sembollere yoğunlaşır. Örneğin, çocuklar $3 + \square = 5$ işleminde \square yerine 8 yazabilirler. Çoğu çocuk $3+8$ 'in 5'e denk olmadığını bilir ancak yine de problemin anlamına yoğunlaşmak yerine sembollere yoğunlaşır. Artı işaretini görür ve artının eklemek anlamına geldiğini bilir ve bu nedenle 3 ile 5'i toplar. Çocuklar çıkartma işlemlerine de benzer tepkiler verir (Burns, 2000).

Cankoy'a (2009) göre öğrencilerin aritmetik işlemlerde güçlük yaşamalarının altında büyük oranda kavram yanlışları yatmaktadır. Kavram yanlışları rastgele yapılan hatalardan farklı özellikler göstermektedir. Kişi yaptığı rastgele bir hatayı düzeltebilir ancak belirli bir kavram yanlışlığına sahip bir birey bu sebepten dolayı hata yaptığı zaman önce kendini savunmaya geçer ve kişi ikna edilemediği sürece bildiğinden vazgeçmez (Cankoy, 2009). Artut ve Tarım'a (2006) göre ise çocukların aritmetik işlemlerde güçlük yaşamalarının önemli bir diğer nedeni de basamak kavramının bilinmemesidir. Basamak ve gruplama kavramları aritmetiğin en önemli ve en soyut kavramlarından biridir. Sayı ve işlem öğretimi sırasında basamak değer kavramı çocukların o zamana kadar karşılaştıkları en önemli zorluklardan biridir. Bu kavramın öğrenilmemesi bu kavramla ilişkili olan diğer kavramlarında öğrenilmesi güçleştirmektedir.

Dört İşlemde Yaygın Yapılan Hatalar ve Yaşanan Kavram Yanlışları

Bu bölümde öğrencilerin dört işlemle ilgili en çok güçlük yaşadığı konular örneklerle var olan alan yazın ışığında açıklanmaya çalışılmıştır.

Toplama işlemi ile ilgili yaşanan en yaygın hatalar sayıları basamaklarına göre konumlandırma ve basamakları taşıma sürecinde ortaya çıkmaktadır. Bu hatalardan her ikisi de basamak değerinin yeterince bilinmemesinden kaynaklanmaktadır (Sadi, 2007).

Örneğin,

$$\begin{array}{r} 76 \quad 253 \\ + 115 \quad + 75 \\ \hline 1811 \quad 2128 \end{array}$$

Yukarıdaki $76+115=1811$ ve $253+75=2128$ örneğinde yer verilen hata eldeli toplama işlemlerinde yaygın olarak görülmektedir. Öğrenci aynı basamakları birbiri ile toplamakta fakat bu işlem sonucundaki eldeyi sonraki basamağa aktarmak yerine işlem yaptığı basamağın altına sonuç olarak yazmaktadır. Erdoğan ve Erdoğan'a (2009) göre öğrenci elde işlemi gerektirmeyen iki sütundan oluşan toplama işleminde veya $5+8$ gibi tek sütundan oluşan sayıların toplamında uyguladığı kuralı elde işlemi gerektiren diğer problemlere de genellemeye çalışmaktadır. Öğrencinin bu şekilde hareket etmesinin altında onluk ve gruplama kavramlarını bilmemesi yani 11'in 1 onluk ve 1 birlikten oluştuğunu bilmemesi etkili olmuş olabilir (Erdoğan ve Erdoğan, 2009).

Burns'e (2000) göre çocuklar ilköğretim 1. sınıftayken ya tek basamaklı sayılarla ya da elde işlemi gerektirmeyen ($34+21=55$ gibi) iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapmaktadırlar. Basamak ve gruplama kavramları çocuklara iyi bir şekilde öğretilmezse veya çocuk tarafından iyi bir şekilde öğrenilmezse çocuk 2. sınıfta eldeli toplamaya geçse bile 1. sınıftaki tek basamaklı sayılarda veya eldesiz toplamadaki mantığı devam ettirmektedir; bu da yukarıdaki hatanın yapılmasını kaçınılmaz kılmaktadır.

Toplama işleminde yapılan bir diğer hata her bir sütun toplamının sonundaki eldeyi bir sonraki sütuna eklemek yerine, işlem sonucunun en soluna eklenmesidir. Öğrenci $35+49=174$ örneğinde olduğu gibi 5 ve 9 tane birliğin toplamda 1 tane onluk ve 4 tane birlik yaptığını,

Turkish Studies

dolayısıyla onluk gruplara bir tane daha eklemesi gerektiğini bilmemekte veya bunu işlem sırasında düşünememektedir. Sonuç olarak bütün eldeleri, hangi basamak değerlerinin toplamında elde ettiğine bakmaksızın, toplamda elde ettiği sayının önüne eklemektedir (Erdoğan ve Erdoğan, 2009).

Örneğin,

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 49 \\ \hline 174 \end{array} \quad \begin{array}{r} 192 \\ + 328 \\ \hline 2410 \end{array}$$

Dickson, Brown ve Gibson (1984) ile Resnick (1983) yapmış oldukları çalışmalarında, çıkartma işleminde öğrencilerin en çok küçük sayıdan büyük sayının çıkartılması sırasında zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bu konuda zorluk yaşamalarına neden olabilecek birçok sebepten bahsedilebilir. Konuya Davis (1984) ve Olivier (1989), farklı açılardan bakmaktadırlar: Davis (1984) $5 - 8 = 3$ şeklinde hata yapan öğrencilerin çıkartma işlemini, değişme özelliğine sahip bir işlem olarak görmelerinden de kaynaklanabileceğini ifade etmiştir. Bu şekilde bir kavram yanılgısı daha çok psikolojik nedenlerden kaynaklanmakta ve bu türden bir hata yapan öğrenciler $5 - 8$ ile $8 - 5$ 'in aynı sonucu verileceğine inanmaktadır (Davis, 1984). Farkın birler basamağında yer alan rakamın, çıkanın birler basamağındaki rakamdan büyük olması durumunda öğrenci toplamının değişme özelliğini çıkartma işlemine de genelleyerek, büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartmaktadır. Burns'e (2000) göre ise çocuklar ilköğretim 1. sınıftayken her zaman tek basamaklı sayılarla veya iki basamaklı sayılarda ödünç almayı gerektirmeyen çıkartma işlemi yaparlar. Basamak ve ödünç alma kavramları çocuklara iyi bir şekilde öğretilmezse çocuk 2. sınıfta komşudan 1 onluk almayı gerektiren işlemlerde bile 1. sınıftaki tek basamaklı sayılarda veya ödünç almayı gerektirmeyen iki basamaklı sayılarla yapılan çıkartma işlemlerindeki mantığı devam ettirebilir. Öğretmenlerin çocukların daha pratik hareket etmesi için sunduğu büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır kuralı çocuğu hatalı bir duruma sevk eder. Doğal sayılarla çıkartma işlemi yapılırken her zaman en büyük sayının üste, daha küçük olan sayının alta yazılması öğrencinin tek basamaklı ve iki basamaklı ancak ödünç almayı gerektirmeyen işlemlerde doğru yapmasını sağlarken, ödünç almayı gerektiren ve tam sayılarla yapılan çıkartma işlemlerinde hatalı cevap verilmesine neden olmaktadır.

Örneğin,

$$\begin{array}{r} 48 \\ - 29 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ - 23 \\ \hline 11 \end{array}$$

Yukarıdaki $48 - 29 = 21$ örneğinde olduğu gibi öğrenci 8'den 9'u çıkartmak yerine 9'dan 8'i çıkartmaktadır. Öğrencilerin negatif sayılarla tanışmadan önce doğal sayılarla çıkartma işlemini büyük sayıdan küçük sayıyı çıkararak yapmaları, öğrencilerin önceki deneyimlerinden yola çıkarak aşırı bir genellemeye varmaları ve bunun da söz konusu hatanın yapılmasına neden olduğu söylenebilir (Kamii, 2000).

Toplama ve çıkartma işlemi yapılacak sayıların basamakları farklı olduğunda sayıları soldan hizalayarak alt alta yazmak, toplama ve çıkartma işlemlerinde karşılaşılan tipik hatalardan bir diğeridir. İlk bakışta öğrencinin dikkatsizliğinden kaynaklanmış gibi görünse de bu hatanın işlemlerin kendi basamakları arasında yapıldığının (birlerle birler, onlarla onlar) fark

edilmemesinden kaynaklandığı söylenebilir. Burada da yine sayıların basamak değerlerine gerekli anlam yüklenmemektedir (Brun vd., 1994).

Örneğin,

$$\begin{array}{r} 42 \\ - 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

Yukarıda ki $42 - 3 = 12$ örneğinde de olduğu gibi öğrenci 3'ü 42'in birler basamağı olan 2'nin altına yazmak yerine 4'ün altına yazmaktadır. Bu durumda öğrencinin toplama ve çıkartma işlemlerinde sayıları sağa yaslaması gerektiğini bilmemekte olduğu söylenebilir.

Bölme işlemi ile ilgili yapılan yaygın hataların incelendiği araştırmalarda ise Graeber ve Baker (1992), çocuklara aşağıdaki soruyu yöneltmişlerdir:

5 kilo domates 15 arkadaş arasında paylaştırılacaktır. Her arkadaşına kaç kilo domates düşmektedir? sorusuna 30 kişilik gruptan 24 kişi $15 \div 5 = 3$ cevabını vermiştir. Bu yanlış cevabın kaynağında çocuğun bölünme kavramını yanlış öğrenmesi yatabilir. Bu tür karşılaşmalarda sayı daima bir diğer sayıya bölünmek zorundadır. Böylece çocuklarda *bu tarz sorularda daima büyük küçüğe bölünmek zorundadır* şeklinde bir kavram yanlışlığının ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bu kavram yanlışlığının ortadan kalkması için öğrenci sürekli küçük sayılardan çok daha büyük sayıların çıkarıldığı işlemlerle tanıştırılmalıdır (Oliver, 1989).

Aritmetik işlemlerde çocukların güçlük yaşamalarına neden olan bir diğer unsur sıfır kavramıdır. Aritmetik işlemlerde sıfır kullanıldığı zaman öğrenciler büyük oranda hata yapmaktadırlar. Belki de bu hatalardan en sık görüleni çıkarma işleminde 0'dan 1 onluk ödünç alma sırasında gerçekleşmektedir. Çarpma ve bölme işlemlerinde sıfır kullanımı da öğrencileri hataya düşüren durumların başında gelmektedir. 0 ile ilgili yapılan en yaygın hatalardan biri 0'ın etkisiz eleman olarak düşünülüp, işlemin sonucunun değişmeyeceğinin düşünülmesidir. Rees ve Barr (1984, akt. Sadi, 2007), 8613 kişi üzerinde yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin % 52'sinin " $9 \times 0 \times 8 = ?$ " işlemine "72" şeklinde cevap verdiklerini ifade etmişlerdir. Bu çalışmada da görülmektedir ki sıfır birçok kişi için "hiçbir şey" ifade etmektedir ve bu yüzden öğrenciler işlemin sonucunu değiştirmeden bırakmaktadırlar.

Bölme işlemi yaparken de *bir sıfırı atın veya bir sıfır yazın* ifadesi öğrencilerin kafasını karıştıran bir diğer husustur. Ondalık sayıların sonundaki sıfırın genellikle bir değeri yoktur. Örneğin, 4,80 ile 4,8 arasında bir fark yoktur. Benzer şekilde $1632'yi 8'e$ bölme işleminde, 3 aşağı indirildikten sonra bölüme bir sıfır atma işlemi öğrencinin kafasını karıştırıp hata yapmasına neden olmaktadır. Bunun arkasındaki mantığı anlatmak zor değildir. $1600 \div 8 = 200$, $32 \div 8 = 4$, $200 + 4 = 204$ şeklinde bir strateji geliştirilerek bu soru çözülebilir. Sıfır bir rakam ve sayı olarak önemlidir. Öğrenciler için sıfırı, "hiçbir şey" olarak göstermek o kadar zor olmasa da basamak değeri sisteminde kullanmak çok zordur (Sharma, 1993). Nitekim sayıların onluk sistemde yazılımlarında sıfır hiçbir değer göstermiyor olsa da diğer sayıların yerinin doğru olarak belirlenmesi açısından önemlidir. Örneğin, 206 sayısında 0 bir yer tutucudur. 0 olmasaydı sayımız 26 olurdu (Arslan ve Ubuz, 2009).

Öğrencilerin sıfıra basamak değeri verme noktasında yaşadıkları zorluk insanoğlunun deneyimi ile paraleldir. Öğrencilerden *bin yirmi sekizi* yazmaları istendiğinde öğrencilerin 128 veya 10028 şeklinde cevap verdikleri görülmüştür (Luria, 1969). Kamii ve Lewis (1991) tarafından

yapılan araştırmada da aynı sonuçlar ortaya çıkmıştır. Bu zorluklar çoğunlukla sayı sistemimizin konuşma ve yazma şeklinin farklı olmasından kaynaklanmaktadır (Fuson ve Bariars, 1990).

Çocukların ondalık sayıları doğal sayıların bir uzantısı gibi görmeleri de hata yapmalarına neden olmaktadır. *Çarpma işleminin sonucu her zaman işleme başladığımız sayılardan daha büyük, bölme işleminin sonucu da her zaman daha küçük olmalıdır* şeklindeki bir kavram yanılığı bu hatalar dizisinin temelini oluşturmaktadır. Peki neden öğrenci çarpma işleminin sonucunda sayının daha çok büyüyeceğini düşünmektedir? Birincisi, *çarpma* kelimesi kendi kendine birçok ve büyük bir sayı anlamı taşımaktadır. Bitkiler ve hayvanlar çarpma ifadesi söz konusu olduğunda çoğalmaktadırlar. İkincisi, doğal sayılarla çarpma işlemi yaparken her zaman sonucun işleme başlanan sayılardan daha büyük çıkmasıdır. Üçüncü sebebi ise Graeber ve Campbella (1993) göre *çocuklara çarpmanın, çoğunlukla tekrarlayarak artan bir toplama işlemi olduğunun vurgulanarak anlatılmasıdır*.

Öğrencileri hata yapmaya sevk eden bir başka kavram yanılığı da *10 ile bir sayıyı çarparken işlemin sonuna bir sıfır atın* sözüdür. Bu kavram yanılığı da tam sayılarla çarpma işleminde doğru sonuca ulaşmayı sağlarken, ondalık sayılarda tam aksine yanlış bir ifadeye neden olmaktadır. Örneğin $25 \times 10 = 250$ iken $\frac{1}{250} \times 10 = \frac{1}{25}$ çıkmaktadır. Nitekim Brown'un (1981) yapmış olduğu çalışmada bazı öğrencilerin $5,13 \times 10$ sorusuna 5,130 cevabını verdikleri görülmektedir.

Sonuçlar

Bu çalışmanın temel amacı matematikte dört işlem konusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri inceleyen çalışmaları bir araya getirmektir. Bu amaç doğrultusunda, ilk olarak matematik öğretiminde karşılaşılan güçlükleri ifade etmek için kullanılan terimler tespit edilmiştir: *Kavram yanılığı ve hata*. Daha sonrasında, öğrencilerin aritmetik problemlerde yaşadıkları güçlükler örnekleri ile birlikte açıklanmıştır. Yerli ve yabancı kaynaklar incelendiği zaman öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda güçlük yaşamalarının çoğunlukla basamak ve gruplama kavramlarını bilmemeleri veya eksik bilmelerinden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır.

İki veya daha çok basamaklı sayılarla yapılan hatalar ve yaşanan kavram yanılığları, tek basamaklı sayılarla yapılan hatalardan ve yaşanan kavram yanılığlarından daha yaygındır. Öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda zorluk yaşamalarının en büyük nedenlerinden bir diğeri de toplama, çıkartma, çarpma ve bölme işlemlerine ait kuralları birbirine karıştırmaları veya bu kuralları yanlış ezberlemeleri sonucunda ortaya çıkmıştır.

KAYNAKÇA

- ARSLAN S. ve UBUZ B. (2009). Sayılarda Basamak Değeri Kavrama ve Öğrencilerin Yaşadığı Zorluklar. İçinde: E. Bingölbali ve M. F. Özmentar (Editörler), *Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*. Ankara: Pegem A Yayıncılık
- ARTUT P. D. ve TARIM K. (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Basamak Değer Kavramını Anlama Düzeyleri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama Dergisi*, 2(1), 26-36
- BROWN M. (1981). Place Value and Decimals. İn: K. M. Hart (Ed.), *Children's Understanding of Mathematics* (11-16, pp. 48-65), London: John Murray.
- BRUN J., CONNE F., LEMOYNE G. ve PORTUGAIS J. (1994). La Notion de Scheme Dans L'interprétation des Erreurs des Eleves a des Algorithmes de Calcul Ecrits. *Cahiers de la Recherche en Education*, 1(1), 117-132

- BURNS M. (2000). About Teaching Mathematics. New York, pp. 9-210
- CANKOY O. (2009). *Kavram Yanılgısı Nedir?* Erişim Adresi: <https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:7DljxpYNQbIJ:www.aoa.edu.tr/cankoy/Kavram%2520Yan%25C4%25B1lg%25C4%25B1s%25C4%25B1%2520Nedir.doc+osman+cankoy+kavram+yan%25C4%25B1lg%25C4%25B1lar%25C4%25B1&hl=tr&gl=tr&pid=bl&srcid=ADGEESjkjCS7aJzJcENRDjRgqUjWuGAdkxWyWkr0m4pFJZKuVSl-W05QIeGYV8PX4jkTbmb5b2SVXmYvFq9ewTV7f5QjAEXwIG8EzR> Erişim Tarihi: 23 Aralık 2011
- DAVIS R. B. (1983). Complex Mathematical Cognition. In: H. P. Ginsburg (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (pp. 254-290), Orlando: Academic Press.
- DAVIS R. B. (1984). *Learning Mathematics: The Cognitive Science Approach to Mathematics Education*. London: Croom Helm Publisher.
- DICKSON L., BROWN M. ve GIBSON O. (1984). *Students Learning Mathematics a Teacher Guide to Recent Research*, Eastbourne: Holt, Rinehart & Winston
- ERDOĞAN A. ve ÖZDEMİR-ERDOĞAN E. (2009). Toplama ve Çıkarma Kavramlarının Öğretimi ve Öğrenci Güçlükleri. İçinde: E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Editörler), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*, (Sayfa: 31-58), Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- FUSON K. C. ve BRIARS D. J. (1990). Base Ten Blocks As a First and Second Grade Learning Approach for Multidigit Addition and Subtraction and Place-Value Concepts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 180-206.
- GRAEBER A. O. ve BAKER K. M. (1992). Little into Big Is the Way It Always Is. *Arithmetic Teacher*, 39(8), 18-21.
- GRAEBER A. O. ve CAMPBELL P. F. (1993). Misconceptions About Multiplication and Division. *Arithmetic Teacher*, 40(7), 408-11.
- KAMII C. ve BAKER HOUSMAN L. (2000). *Young Children Reinvent Arithmetic: Implications of Piaget's Theory*. New York & London: Teachers College Press.
- KAMII C. ve LEWIS B. A. (1991). Achievement Test In Primary Mathematics: Perpetuating Lower-Order Thinking. *Arithmetic Teacher*, 38(9), pp.4-8
- LURIA A. F. (1969), On the Pathology of Computational Operations. In J. Kilpatrick & I. Winszup (Eds.), *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics*, The Learning Mathematics concepts, School Mathematics Study Group. Stanford University and Survey of Recent East European Mathematics Literature, Chicago: University of Chicago
- OLIVER A. (1989), Handling Pupils' misconceptions. Presidential Adres Delivered at the Thirteenth National Convention on Mathematics. *Physical Science and Biology Education, Pretoria*, 3-7 July 1989, Erişim Adresi: <http://academic.sun.ac.za/mathed/Malati/Minconceptions.htm> Erişim Tarihi: 12, 2010
- RESNICK L. B. (1983). Mathematics and Science Learning: A New Conception. *Science*, 220, 477-478.
- SADİ A. (2007). Minconceptions in Numbers. *UGRU Journal*, 5, 1-7.

-
- SHARMA M. C. (1993). Place Value Concept: How Children Learn It And How to Teach It. *Math Notebook*, 10(1-2), 1-26.
- SMITH J. P., SESSA A. A. ve ROSHELLE J. (1993). Misconceptions Reconciled: A Constructivist Analysis of Knowledge In Transition. *The Journal of Learning Sciences*, 3, 115-163.
- VERGNAUD G. (1991), La Theorie des Champs Conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 10 (2), 133-170.