



*The Journal of Academic Social Science Studies*

**JASSS**

*International Journal of Social Science*

*Doi number: <http://dx.doi.org/10.9761/JASSS2364>*

*Number: 26 , p. 473-496, Summer II 2014*

## **İLKÖĞRETİM 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİNİN SOLO TAKSONOMİSİ İLE İNCELENMESİ**

*INVESTIGATION OF THE 8TH GRADE STUDENTS' ALGEBRAIC THINKING SKILLS WITH SOLO TAXONOMY*

*Arş. Gör. Osman BAĞDAT*

*Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü*

*Doç. Dr. Pınar ANAPA SABAN*

*Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü*

### **Özet**

Bu çalışmanın amacı; 8. sınıf öğrencilerinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma şeklinde sıralanan cebirsel düşünme becerilerini SOLO Taksonomisi ile incelemektir. Nitel araştırma yönteminin kullanıldığı bu çalışma 2011-2012 Eğitim- Öğretim yılı ikinci döneminde Bursa ili İnegöl ilçesindeki ilköğretim okullarından birinde 15 tane 8. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar 8. sınıf öğrencileri arasından maksimum çeşitlilik örneklemesine uygun olacak şekilde seçilmiştir. Çalışmada uzman görüşler doğrultusunda araştırmacı tarafından hazırlanan sekiz problem kullanılmış ve öğrencilerle bu problemler üzerinde klinik görüşmeler yürütülmüştür. Yazıya dökülen klinik görüşme, video kayıtları ve araştırmacı notları çalışmanın veri toplama araçlarını oluşturmaktadır. Toplanan veriler betimsel yöntemle analiz edilmiştir. Veri analizinde Miles ve Huberman (1994) tarafından tanımlanan çift-kodlama yöntemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun SOLO Taksonomisine göre ilişkilendirilmiş yapı (İY) seviyesinin altında yer aldığı görülmüştür. Öğrencilerin en çok zorlandıkları beceri sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olmuştur. Öğrencilerin akademik başarılarına göre yapılan analizde ders notu yüksek öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin diğer öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Cebirsel Düşünme, SOLO Taksonomisi, İlköğretim Matematik Eğitimi

### **Abstract**

The purpose of this study was to investigate 8th grade students' algebraic thinking skills listed in the form of formulizing generalizations, using symbols and algebraic relations and utilizing multiple representations with SOLO Taxonomy. Following the qualitative research methods, this study was carried out during the spring semester of 2011-2012 academic year on 15 students at eighth grade whom are chosen from a school in İnegöl the town of Bursa. Participants were chosen from 8th grade students according to maximum diversity sampling. 8 problems were prepared for data

collection and clinical interviews were performed with students on this problems. Interview data expressed in writing, results from video records and researcher notes constituted this study's data source. Collected data were analyzed using double-coding procedure characterized by Miles and Huberman (1994). At the end of the research, it is determined that most students have a part below to the relational thinking level. Using symbols and algebraic relations occurred the most compelling skill for students. According to the analysis about students' academic achievement, successful students' algebraic thinking skills found higher than the others.

**Key Words:** Algebraic Thinking, SOLO Taxonomy, Elementary Mathematics Education

## GİRİŞ

Persli matematikçi Harizmi tarafından 825 yılında yazılan ve tarihte cebir üzerine yazılmış ilk kitap olarak kabul edilen " al Kitab al-muhtaşar fi hisab al-ğabr wal-muqabala " isimli eserindeki " al-jabr" kelimesinden gelen cebir, ayrı parçaların birleştirilmesi anlamını taşımaktadır. Taşındığı anlama bağlı olarak cebir, matematiğin çeşitli dalları arasındaki bütünlüğün sağlanmasında önemli role sahiptir. Bu rol ile cebir, "sembolik cebir" ile başlayarak, soyut düzeydeki kavramlarla işlem yapmayı ve bu kavramları somut durumlarla uygulamayı sağlayan bir güç olmuştur (Kieran,1992). On yedinci yüzyılda Descartes'ın yapmış olduğu çalışmalarla birlikte geometriye uygulanmaya çalışılan cebir bugün çağdaş matematik ve onun fizik, kimya, istatistik gibi uygulama alanlarında önemli bir bileşendir.

Cebir bilim adamları tarafından farklı şekillerde tanımlanmıştır. Kieran'ye (1992) göre cebir bir araçtır ve bu araç harfleri kullanarak nicelikleri ve sayıları temsil etmek için kullanılır. Lacampagne (1995) ve Driscoll'e (1998) göre bir dil olan cebir, Vance'e (1998) göre düşünmenin bir yoludur. Vance'ın bu tanımına bağlı olarak cebirle ilintili olmakla birlikte cebirden çok daha geniş bir anlama sahip olan "cebirselle düşünme " kavramı oluşmuştur.

Cebirselle düşünme içerisinde akıl yürütme, gösterimleri kullanma, değişkenleri anlama, sembolik gösterimlerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, gösterimler arasında dönüşüm yapma gibi matematik için olmazsa olmaz becerileri barındıran bir düşünme şeklidir (Kaf, 2007). Hawker ve Cowley'e (1997) göre bu düşünme şekli örüntü ve düzenliliklerin gösterimini, yapılanmasını, genelleştirmelerle düşünmeyi gerektiren bir kestirim içerir. Greenes ve Findell'e (1998) göre ise cebirselle düşünme önemli fikirleri, gösterimleri, orantısal akıl yürütmeyi, dengeyi, değişkenlerin anlamını, örüntüleri ve fonksiyonları, tümevarımlı ve tümdengelimli akıl yürütmeyi içerir.

Cebirselle düşünme içerisinde birçok matematiksel beceriyi barındırmakla birlikte; araştırmacıların özellikle üç temel beceriyi ön plana çıkardıkları görülmektedir (Wongyai ve Kamol, 2004; Gülpek, 2006; Çelik, 2007). Bu üç beceri genellemeleri formüle etme, sembollerini ve cebirselle ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma şeklinde sıralanmaktadır.

### Genellemeleri Formüle Etme

Baki (2006) genelleme kavramını belli bir durum ve olaydaki örüntüyü bulup bir düşüncede toplama işi olarak tanımlamıştır. Burada altı çizilmesi gereken kelime "örüntü"dür. Çünkü örüntü genellemenin oluşmasında rol oynayan temel adımdır (Hargreaves, Shorrocks ve Threlfall, 1998). Tanışlı ve Özdaş'a (2009) göre ise örüntü genellemenin, genelleme ise cebirin yapı taşlarından birisidir. O nedenle genelleme kavramının içeriğini doldurmak için üzerinde durulması gereken asıl kavram örüntüdür.

Örüntü kavramı bize bir düzeni, bir kuralı çağırır. Matematiğin işin içine girdiği yer de tam olarak bu noktadır. Matematik örüntünün kuralıyla ilgilenir, onu keşfeder, yorumlar ve

kullanır (Van de Walle, 2004). 2000 yılında NCTM'nin yayınlamış olduğu okul matematiğinin ilkeleri ve standartları belgesinde cebir standardının içerisinde yer alan örüntüler için "Öğrencilerin örüntü ve fonksiyonları öğrenme ve kullanmaları, onların matematiksel anlama ve özellikle cebirsel düşüncelerini geliştirmek için gereklidir." denilmiştir. Türkiye'de de 2005 yılında uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ile birlikte örüntü konuları alt sınıflardan itibaren basitten karmaşığa doğru programda yer almaya başlamıştır. MEB (2009)'e göre İlköğretim 1-5. sınıflarındaki öğrenciler, ilk olarak tekrarlı örüntüler ile deneyim kazanmakta, daha sonra genişleyen örüntülerle çalışmalarını sürdürmektedir. Bu bağlamda;

- Eksik bırakılan bir örüntünün tamamlanması, devam ettirilmesi ve yeni bir örüntü oluşturulması,

- Bir örüntünün farklı biçimlerde temsil edilmesi, örüntüdeki ilişkilerin keşfedilmesi ve örüntüdeki kuralın bulunmasıyla ilgili çalışmalar yapılmaktadır.

Alt sınıflardan itibaren verilen şeklin, resmin ya da sayının bir sonraki adımını bulma ile başlayan örüntüler ilerleyen yıllarda verilen ifadenin genel terimini bulma, değişkenler arasındaki ilişkileri formüle etme şeklinde devam ederek genelleme becerisini oluşturmaktadır. Genelleme becerisiyle birlikte öğrencilerin üst düzey bilişsel beceri gerektiren soyutlama, bütüncül düşünme, görselleştirme, esneklik ve akıl yürütme gibi özellikleri kazandıkları düşünülmektedir (Amit ve Neria, 2008; Tanışlı ve Köse, 2011).

#### **Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma**

Sembol matematikte bir genellemeyi ifade etmek, cebirsel ilişkiyi oluşturmak ya da herhangi bir durumu matematiksel formül ile göstermek amacıyla kullanılan araç olarak düşünülebilir. Bu aracın matematikteki kavramsal karşılığı değişkendir. Değişken ileri matematiğin her seviyesinde sıklıkla karşılaşılan temel kavramların başında yer almaktadır. Schoenfeld ve Arcavi'ye (1988) göre değişken kavramı aritmetikten cebire geçişin sağlanmasında ve ileri matematiksel kavramların anlaşılmasında temel oluşturmaktadır. Dede ve diğerlerinin (2002) ifadelerine göre ise aritmetik için sayı kavramı ne ifade ediyorsa cebir ve bütün yüksek matematik için değişken kavramı da aynı şeyi ifade etmektedir.

Değişken kavramı matematik için önemli olmasına rağmen öğrencilerin birçoğu özellikle cebirsel ifadelerde kullanılan sembolleri anlamakta zorlanmaktadırlar (Macgregor ve Stacey, 1997; Dede ve diğerleri, 2002). Bu durumun nedeni için Arcavi ve Schoenfeld (1988) "Değişken kavramı, aritmetikten cebire geçiş için temeldir. Kavram bu önemine rağmen çoğu matematik programında basit bir terim olarak görülür ve birkaç örnekle geçiştirilir..." demişlerdir. Bazı araştırmacılar ise bu durumun cebirsel bilgi eksikliğinden ziyade aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığını belirtmişlerdir (Dede, Yalın ve Argün, 2002).

#### **Çoklu Gösterimlerden Yararlanma**

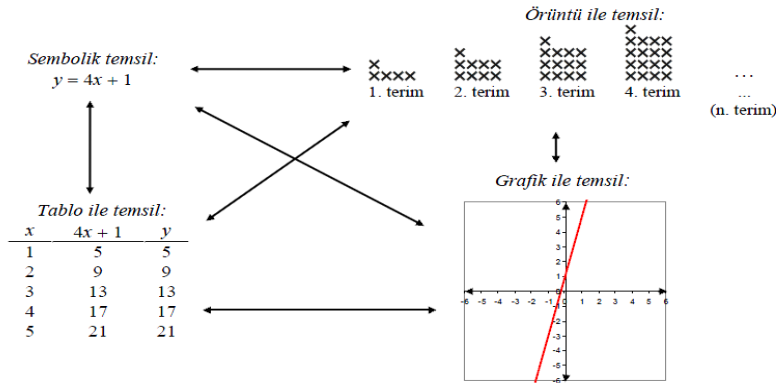
Çoklu gösterimler matematiğin soyut kavramlarını elle tutulur, gözle görülür verilere dönüştürerek öğrencilerin bilgileri zihinlerinde anlamlandırmalarına katkıda bulunur. Bu gösterimler, matematikte sıklıkla kullanılan denklem, formül, grafik, tablo, şekil veya çeşitli simgeler olabilir. Örneğin öğrencilere "Bir takside açılış ücreti 2 TL ve her kilometre için ödenen ücret 0,5 TL'dir." şeklinde bir cümle kurarak bu durumun denkleminin  $y = 0,5x + 2$  olduğunu ve bu denklemde doğrusal bir ilişki olduğunu açıklamaya çalışalım. Bir de bu ifadenin grafiğini çizerek denklemdeki doğrusal ilişkiyi grafikte göstererek açıklamaya çalışalım. Bu iki yöntem düşünüldüğünde ikinci yöntemin öğrenciler üzerinde oluşturacağı etkinin daha kalıcı olacağı

rahatlıkla söylenebilir. Çünkü öğrenci bu yöntemde grafikteki doğrusallığı inceleyerek doğrusal ilişkinin ne anlam ifade ettiğini görecektir.

NCTM (2000) yayımlanmış olduğu okul matematiğinin prensipleri ve standartları adlı yayınında çoklu gösterimin önemine değinmiş ve her öğrenciden beklediği gösterim becerilerini şu şekilde sıralamıştır:

- Gösterimleri matematiksel fikirleri açıklamak, kaydetmek ve düzenlemek için kullanma ve yaratma,
- Problemleri çözmek için matematiksel gösterimler arasında dönüşümler yapma, seçme, uygulama,
- Fiziksel, sosyal ve matematiksel olayları yorumlama ve modelleme.

Ülkemizde ise 2005 yılından itibaren uygulanmaya başlanan programla birlikte gösterim ve model kullanımına daha çok önem verilmiştir. MEB'in (2009) yayımlanmış olduğu İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu'nda "Öğrencilerin matematiksel fikirlerini sembol, grafik, tablo, günlük yaşam durumları ve somut modellerle ifade etmeleri daha nitelikli öğrenmelerine olanak sağlayacaktır." denilmiştir. Şekil 1'de bu kılavuzda yer alan bazı temsil biçimlerine yer verilmiştir.



Şekil 1. Öğretimde Kullanılacak Bazı Temsil Biçimleri (MEB, 2009)

Alan yazını incelendiğinde, farklı öğretim yöntemlerinin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisini araştıran pek çok çalışmanın var olduğu görülmektedir (Driscoll, 1999; Dindyal, 2003; Steele ve Johanning, 2004; Gülpek, 2006; Kaf, 2007). Çağdaşer (2008) tarafından yapılan araştırmada yapılandırmacı yaklaşımla, Kaş (2010) tarafından yapılan araştırmada çalışma yapılarıyla ve Palabıyık ve Akkuş İspir (2011) tarafından yapılan araştırmada örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi belirlenmeye çalışılmıştır. Rider (2004) çoklu gösterimlere dayalı programın cebirsel kavramların sembolik, tablo ve grafik gösterimleri ve bunlar arasındaki ilişkileri anlamaya etkisini araştırdığı çalışmasında solo taksonomisini kullanmıştır. Çalışmanın sonunda, öğrencilerin cevaplarını nitelik ve yapı yönünden analiz etmek için hiyerarşik bir model sunan Solo Taksonomisinin öğrencilerin öğrenmelerini değerlendirmek için öğretmenlere etkin bir yöntem sunduğunu ifade etmiştir.

### SOLO Taksonomisi

Gözlemlenebilir öğrenme çıktılarının yapısı, SOLO Taksonomisi (Structure of the Observed Learning Outcome), John Biggs ve Kevin Collis tarafından 1982 yılında geliştirilmiştir. SOLO Taksonomisi öğrencilerin belirli bir konuya ilişkin kavrama becerilerini

değerlendirmeye yönelik bir modeldir. SOLO Taksonomisinde bu değerlendirme öğrencilerin sorulara vermiş olduğu cevapların niteliği ve yapısına göre yapılır. Verilen cevaplar oluşturulan belli kriterlere göre analiz edilir ve kavramanın düzeyi belirlenir.

SOLO Taksonomisi, beş düşünce evresinden oluşmaktadır. Bu evreler, Piaget'nin bilişsel gelişim evrelerine (duyusal-motor evre, işlem öncesi evre, somut işlemler evresi, soyut işlemler evresi) karşılık gelmektedir. Piaget ve Biggs ve Collis'in gelişim modelleri bilişsel gelişimin belli evrelerden geçtiğini benimsemeleri açısından benzerdir. İki modeldeki gelişim evreleri hemen hemen aynıdır. Biggs ve Collis, Piaget'nin modelindeki işlem öncesi evresini imgesel evre olarak adlandırırken, bu evrelere soyut dönem sonrası (post formal) olarak adlandırdıkları yeni bir evre eklemiştir. Piaget ve Biggs ve Collis'in modellerindeki evrelerin karşılıkları aşağıda verilmiştir (Çelik, 2007).

Tablo 1. Bilişsel Gelişimde Piaget ve SOLO Evrelerinin Karşılaştırılması

Piaget'nin Evreleri	SOLO Evreleri
Duyusal Motor (Sensory motor)	Duyusal Motor (Sensory motor)
İşlem Öncesi (Pre-operational)	İmgesel (İkonik)
Somut İşlemler (Concrete operational)	Somut Sembolik (Concrete symbolic)
Soyut İşlemler (Formal operational)	Soyut (Formal)
-	Soyut Sonrası (Post Formal)

SOLO Taksonomisi Piaget'nin bilişsel gelişim evreleri göz önüne alınarak geliştirilmiştir. Her bir evre, kendi özeliğini gösteren mantıksal bir yapıya göre tanımlanmıştır (Biggs ve Collis, 1991; Pegg ve Tall, 2005). Ayrıca SOLO Taksonomisi evreleri ve Piaget'nin bilişsel gelişim evrelerinin her ikisinde de yaş durumu dikkate alınmıştır. Ancak bazen aynı evrede yer alabilen etkinliklerde, çocuklar farklı evrede görülebilmektedirler (Biggs ve Collis, 1991; Pegg ve Tall, 2005). SOLO Taksonomisi, Piaget'nin bilişsel gelişim modelinin bu durumlara ait yetersizliğinden dolayı ortaya çıkmıştır (Biggs ve Collis, 1991; Pegg ve Tall, 2005). Biggs ve Collis, bu sorunu çözebilmek için geliştirdikleri SOLO Taksonomisinde bireylerin bilişsel gelişim düzeylerine değil, verdikleri cevaplara yoğunlaşmışlardır (Pegg ve Tall, 2005). Bu durum, SOLO Taksonomisi ve Piaget'nin bilişsel gelişim evreleri arasındaki farkı göstermektedir.

#### SOLO Taksonomisinin Düşünme Seviyeleri

SOLO Taksonomisinde her düşünme evresi kendi içerisinde "düşünme seviyeleri" olarak adlandırılan beş alt evreden oluşmaktadır. Bu düşünme seviyeleri şu şekildedir: 1. Yapı Öncesi (YÖ) 2. Tek Yönlü Yapı (TY) 3. Çok Yönlü Yapı (ÇY) 4. İlişkilendirilmiş Yapı (İY) 5. Soyutlanmış Yapı (SY). Bu sınıflandırma öğrencilerin vermiş oldukları cevapların yapısal karmaşıklığına göre yapılmaktadır. Seviye arttıkça tutarlılık, ilişkilendirmeler ve çok yönlü düşünme artmaktadır (Biggs ve Collis, 1991; Chan ve diğerleri, 2002). Bu taksonomi ile bireylerin belli bir görev ile ilgili yazılı ve/veya sözlü cevaplarından o görevin gerektirdiği bilgi ve becerilerle ilgili düşünme seviyesini tanımlamak mümkündür. Bu yüzden bu taksonomi kavramlarla ilgili olarak öğrencilerin anlamalarını ve problem çözmelerini değerlendirmek için güçlü bir araç sunmaktadır (Lian ve Idris 2006; Groth ve Bergner, 2006).

#### Solo Taksonomisinin Kullanıldığı Araştırmalar

Alan yazınında SOLO Taksonomisini çoğunlukla matematik ve istatistik alanında farklı seviyelerde kullanan birçok araştırma yer almaktadır (Pegg ve Coady, 1993; Lam ve Foong,

1996; Jones ve diğerleri, 1997; Pegg ve Davey, 1998; Jones ve diğerleri, 2000; Mooney, 2002; Vallecillos ve Mareno, 2002; Langrall ve Mooney, 2002; Wongyai ve Kamol, 2004; Lian ve Idris; 2006; Groth ve Bergner, 2006; Çelik, 2007; Akkaş, 2009; Kamol ve Yeap, 2010; Tuna, 2011; Koç vd., 2011). Özellikle son dönemlerde yapılan çalışmaların öğrencilerin vermiş olduğu cevapların niteliğini ölçerek o öğrencilerin seviyelerini belirlemeye yönelik olduğu söylenebilir.

SOLO Taksonomisi kullanılarak matematik öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerini SOLO Taksonomisi ile karakterize etmeye yönelik çalışmada Çelik (2007), 8 matematik öğretmen adayı ile nitel bir çalışma yürütmüştür. SOLO Taksonomisine göre yapılan analiz sonucunda, çoğu öğretmen adayı semboller ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma ve genellemeleri formül etmede İY düşünme seviyesinin altında yer almıştır. Bu durumla ilgili araştırmacı, öğretmen adaylarının sahip oldukları bilgi ve becerileri tutarlı bir yapı içerisinde bütünleştiremedikleri tespitini yapmıştır.

Akkaş (2009) tarafından yürütülen çalışmada 6.- 8. sınıf öğrencilerinin veriyi betimleme, veriyi düzenleme, veriyi temsil etme, veriyi analiz etme ve yorumlama süreçlerindeki istatistiksel düşünceleri SOLO Taksonomisine göre incelenmiştir. Araştırmanın sonuçları öğrencinin her bir istatistiksel süreçte 4 düşünce seviyesinde ilerlediğini göstermiştir.

Lian ve Idris (2006) tarafından yürütülen çalışmada SOLO Taksonomisi kullanılarak 10. sınıf öğrencilerinin lineer denklemlerin kullanımını içeren cebirsel çözüm becerileri değerlendirilmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin büyük bir kısmı TYY ve ÇYY düşünme seviyelerinde yer almıştır. Öğrencilerin çoğu cebirsel semboller kullanarak genellemelerini ifade etmede zorluk yaşamıştır. Üst seviyelerde yer alan öğrenciler tekrar eden lineer ilişkileri araştırma ve değişkenler arasındaki lineer ilişkileri tanımlamada başarılıdırlar. Problemden verilen tüm bilgileri koordineli bir şekilde kullanabilmektedirler. Buna karşın düşük seviyeli öğrenciler çizme ve sayma metotlarını kullanmışlar ve değişkenler arasındaki ilişkileri ifade etmek için gerekli cebirsel kavramlarla ilgili anlamalarda zorlanmışlardır.

Bu çalışmanın ilköğretim 8. Sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme seviyelerinin SOLO Taksonomisi ile belirlenmesi yönüyle literatüre önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Öte yandan bu çalışmanın SOLO Taksonomisinin potansiyeline vurgu yapacağı düşünülmektedir.

#### **Araştırmanın Amacı**

Bu çalışmanın amacı SOLO Taksonomisine göre somut sembolik evrede oldukları varsayılan 8. Sınıf öğrencilerinin somut sembolik evrenin hangi düşünme seviyesinde olduklarını açığa çıkarmaktır. Bu bağlamda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri SOLO Taksonomisine göre hangi seviyededir?
2. Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin akademik başarılarına göre dağılımı ne düzeydedir?

#### **YÖNTEM**

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemi ve nitel araştırma desenlerinden özel durum çalışması kullanılmıştır. Bu çalışmada seçilen 15 öğrencinin genellemeleri formüle etme, semboller ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma şeklinde sıralanan cebirsel düşünme becerileri irdelendiği için çalışma iç içe geçmiş çoklu durum desenine örnektir. Çalışma grubunu oluşturan 15 kişinin belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme kullanılmıştır. Bu amaçla öğrencilerin seçiminde,

1. Dersi yürüten matematik öğretmenin görüşleri,

2. Kurs ya da özel işleri sebebiyle çalışmalarını aksatma ihtimali olabilecek öğrencilerin tespit edilmesi ve uygun olanların çalışmaya dahil edilmesi,
3. Cinsiyet açısından dengeli bir dağılımın olması,
4. Öğrencilerin 6, 7 ve 8 inci sınıflarda almış oldukları notlar,
5. Yazılı sınavdan elde edilen sonuçlar dikkate alınmıştır. Seçilen on beş öğrenci 6, 7 ve 8'inci sınıf birinci döneme ait matematik notları göz önünde bulundurularak üst, orta ve alt başarı düzeylerinde beşer öğrenci olacak şekilde gruplandırılmıştır.

#### **Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi**

Bu çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerini incelemek amacıyla alan yazında yer alan bazı çalışmalar referans alınarak (Wongyai ve Kamol, 2004, Hattie, 2004, Lian ve Idris, 2006) alan uzmanlarının görüşlerine sunularak on bir problem hazırlanmıştır. Daha sonra bu problemlerle öğrencilere yazılı bir sınav uygulanmıştır. Yazılı sınavın ardından öğrencilerle pilot çalışmalar yapılmış ve alan uzmanları ile birlikte soru sayısı 8'e düşürülmüş ve sorulara son şekli verilmiştir.

Pilot çalışma aşamasında asıl çalışmada kullanılacak soruların belirlenmesinin yanı sıra çalışmada kullanılacak puanlama anahtarı oluşturulması sağlanmıştır. Bu aşamada öğrencilerin problemlere vermiş olduğu bütün cevaplar not edilmiş, bu cevaplar benzerlik ve farklılıklarına göre sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmada SOLO Taksonomisinin düşünme seviyelerinin özellikleri dikkate alınmıştır. Bu nedenle cevapların kaç tane ilişkili yön içerdikleri, bu yönler arasında nasıl bağlantı kurulduğu göz önünde bulundurularak sınıflandırma yapılmıştır. Sınıflandırma işleminin ardından, öğrenci cevaplarından yararlanılarak SOLO Taksonomisinin her bir düşünme seviyesi için nitel tanımlamalar yapılmıştır. Nitel tanımlama yapılamamış seviyeler içinse diğer seviyelerden yola çıkarak nitel tanımlamalar yapılmıştır. Her bir seviye için oluşan bu tanımlamalar asıl çalışmada öğrencilerin vermiş oldukları cevapların veri analizinde ölçek olarak kullanılmıştır.

#### **Verilerin Toplanması**

Bu çalışmada kullanılan temel veri toplama aracı öğrencilerle yürütülen klinik mülakatlardır. Veriler on beş öğrenci ile yapılan klinik görüşmeler, video kayıtları ve araştırmacı notları yardımıyla elde edilen bilgilerden oluşmaktadır.

#### **Verilerin Analizi**

Verilerinin analizinde Miles ve Huberman (1994) tarafından tanımlanan çift-kodlama yöntemi (double-coding procedure) kullanılmıştır. Bu aşamada araştırmacıya SOLO Taksonomisi hakkında bilgilendirilmiş iki araştırmacı öğretmen eşlik etmiştir. Araştırmacılar pilot çalışma esnasında öğrencilerin vermiş oldukları cevaplardan yola çıkılarak geliştirilen tanımlamaları ölçek olarak kullanmışlardır. Ölçeğe son şekli verildikten sonra araştırmacılar seviyelendirme işlemini kendilerine göre tamamlamışlardır. Bu çalışmada araştırmacılar arası güvenilirlik % 88,3 olarak hesaplanmıştır. Bu durum oluşturulan ölçeğin SOLO Taksonomisinin seviyelerini tutarlı ve güvenilir bir şekilde ölçmeye uygun olduğunu göstermektedir. Araştırmacılar seviyelendirme işlemleri sırasında öğrencilerin seviyeleri ile ilgili farklı görüş bildirdikleri durumlar için kendi aralarında tartışmışlar, uzlaşmaya varıncaya kadar bu tartışmaları sürdürmüşlerdir.

#### **Ortalama Seviyelerin Belirlenmesi İçin Veri Analizi**

Biggs ve Collis'e göre üniversiteye kadar olan eğitim genelde somut-sembolik evrede gerçekleşirken, üniversite eğitimi genelde soyut evrede gerçekleşir. Bireyler genelde bazı

istisnalar dışında soyut düşünmeyi 14 yaş civarında kazanır. Bazı yetişkinler ise soyut evreye hiçbir zaman geçemeyebilirler. Yürütülen bu çalışmada, çalışma grubunu oluşturan İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin düşünme evreleri, daha önce aynı yaş grubu üzerinde yapılan çalışmalarda olduğu gibi (Wongyai ve Kamol, 2004; Jones ve diğerleri, 2000; Langrall C. W ve Mooney E. S. 2002) somut sembolik evre olarak varsayılmıştır. SOLO Taksonomisinin somut sembolik evresi kendi içerisinde beş alt düşünme seviyesinden oluşmaktadır. Fakat yapılan çalışmalarda (Jones ve diğerleri, 1997; Jones ve diğerleri, 2000; Mooney, 2002) öğrencilerin düşünme seviyelerinin ancak İY seviyesine kadar çıkabildiği görülmüştür. Pegg ve Tall'a (2005) göre eğitim-öğretim açısından bakıldığında, öğrencilerin aldıkları eğitim ve bireysel farklılıkları sonucu TYY, ÇYY ve İY seviyelerinden herhangi birine çıkmış olmaları beklenir. SY seviyesi ise normal bir eğitim sonucu oluşmamaktadır. Öğrencinin etkili bir eğitim öğretim süreci içerisinde olması ve bireysel yeteneklerine bağlı olarak açığa çıkan bir seviyedir. Bu nedenle çalışmada SOLO Taksonomisine göre öğrenci seviyeleri YÖ, TYY, ÇYY ve İY olmak üzere toplam dört seviyeye göre belirlenmiştir.

SOLO Taksonomisine göre düşünme seviyeleri belirlenirken öğrencilerin verdiği cevapların seviyesi YÖ ise 1 puan, TYY ise 2 puan, ÇYY ise 3 puan ve İY ise 4 puan olarak belirlenmiştir. Bazı durumlarda öğrenci cevaplarının bir düşünme seviyesinin biraz altında ya da biraz üstünde olduğu düşünülmüştür. Böyle bir durumla karşılaşıldığında; örneğin verilen cevap TYY'nin biraz üstünde ise o cevaba 2+ puan, TYY'nin biraz altında ise o cevaba 2- puan verilmiştir. Eğer öğrenci 2+ puan almışsa o öğrencinin puanına 0,25 puan daha eklenmiş ve puanı 2,25 olarak hesaplanmıştır. Ya da tam tersi durumda öğrenci eğer 2- puan almışsa o öğrencinin puanından 0,25 puan çıkarılmış ve puanı 1,75 olarak hesaplanmıştır.

Bütün problemler için puanlama işlemi bu şekilde gerçekleştirilmiş, cebirsel düşünme becerilerinin 3 alt becerisi için elde edilen puanlar sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin almış olduğu puanlar her bir beceri için ayrı ayrı toplanarak aritmetik ortalamaları alınmış ve o beceri için her öğrenciye ait ortalama puan bulunmuştur. Bulunan ortalama puanlar en yakın tamsayıya yuvarlanmış, iki seviyenin tam ortasında çıkması gibi bir durumda bir alttaki seviyeye yuvarlama yapılmıştır. Oluşan bu puanlar ise öğrencinin o beceriye ilişkin seviye puanını oluşturmuştur.

Alan yazını incelendiğinde, benzer yaklaşımla, genel bir düşünme seviyesinin tespitine dair konu ile ilgili araştırmaların var olduğu görülmektedir (Jones ve diğerleri, 1997; Mooney, 2002; Rider, 2004; Çelik, 2007; Akkaş, 2009). Bir öğrenci için belli bir beceriyle ilgili ortaya çıkan cebirsel düşünme seviyesi, söz konusu öğrencinin o beceriyle ilgili her probleme bu seviyede cevap vereceği anlamı gelmemelidir. Bu şekilde cebirsel düşünme becerileri ile ilgili olarak öğrencinin seviyesi hakkında genel bir bakış, fikir kazanılabilir (Çelik, 2007).

## BULGULAR

Bu bölümde SOLO Taksonomisinin düşünme seviyelerine göre analiz edilen cebirsel düşünme becerilerine ait bulgulara yer verilmiştir. İlk olarak, öğrencilerin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerini belirlemeye yönelik problemlere vermiş oldukları bazı örnek cevaplar betimsel olarak analiz edilerek SOLO Taksonomisin göre düşünme seviyeleri belirlenmiştir. İkinci olarak her bir öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerinin Solo Taksonomisinin düşünme seviyelerine göre dağılımı ve birbirlerine göre durumları analiz edilmiştir. Son olarak öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin matematik başarılarına göre dağılımlarına yer verilmiştir.



**Öğrencilerin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine yönelik bulgular:**

Öğrencilere "genellemeleri formüle etme" becerilerinin Solo Taksonomisinin hangi seviyesine karşılık geldiğini belirlemek amacıyla birinci ve ikinci sorular yöneltilmiştir (Ek-1). Bu sorulara ait bazı örnek cevapların betimsel analizi yapılarak bu cevaplardaki Solo düşünme seviyeleri belirlenmiştir.

Birinci probleme ilişkin Fatih'in vermiş olduğu cevap Şekil 2' de görülmektedir.

A) 16      B)  $\begin{array}{r} 76 \\ \times 18 \\ \hline 728 \\ 16 \\ \hline 288 \end{array}$  (C)

C) 317

Şekil 2. Fatih'in Birinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Fatih (a) maddesi için verdiği cevapta çubukları sayarak doğru cevabı bulmuştur. (b) ve (c) maddelerinde araştırmacı ile Fatih arasında aşağıda verilen diyaloglar gerçekleşmiştir:

Ö: 288'i nasıl buldun?

F: 3 tane petek 16 hocam. 16 ile 18'i çarparım 288 olur.

Ö: Peki

(c) maddesinde ise:

Ö: (c)'yi nasıl buldun?

F: 62 tanesi 311'di hocam. Bir petek daha eklersek 317 olur.

Ö: Tamam

Bu iki maddeye verilen cevaplara bakılarak Fatih'in örüntü mantığını kavrayamadığı görülmektedir. Fatih (b) maddesinde "3 tane petek için 16 ise 18 petek için kaç olur?" şeklinde bir orantı düşünerek anlamlı bir cevap verememiştir. (c) maddesinde ise "62 petek için 311 ise 63 tanesi için bir petek daha eklersem 317 olur." şeklinde bir cevap vermiştir. Bir sonraki adımı bulmak için ilk petekdeki çubuk sayısının 6 olmasından yola çıkarak her petek için bu sayının 6 olacağını düşünmüştür, ortak farkın 5 olduğunu kavrayamamıştır. Bu durum Fatih'in örüntüye ilişkin eksik bilgileri olduğunu göstermektedir. (a) maddesine vermiş olduğu cevabın ise tamamen petek modelindeki çubukları sayarak genellemeye ihtiyaç duymadan bulunduğu söylenebilir. Bu nedenlerden dolayı Fatih'in cevabı YÖ seviyesi olarak kabul edilmiştir.

Abdullah'ın ikinci probleme vermiş olduğu cevap Şekil 3 de verilmiştir.

a) 17  $\xrightarrow{4}$  21  $\xrightarrow{4}$  25  $\xrightarrow{4}$  29  $\xrightarrow{4}$  33  $\xrightarrow{4}$  37  $\xrightarrow{4}$  41  $\xrightarrow{4}$  45  $\xrightarrow{4}$  49  $\xrightarrow{4}$  53

b) 17  $\xrightarrow{4}$  21  $\xrightarrow{4}$  25  $\xrightarrow{4}$  29  $\xrightarrow{4}$  33  $\xrightarrow{4}$  37  $\xrightarrow{4}$  41  $\xrightarrow{4}$  45  $\xrightarrow{4}$  49  $\xrightarrow{4}$  53

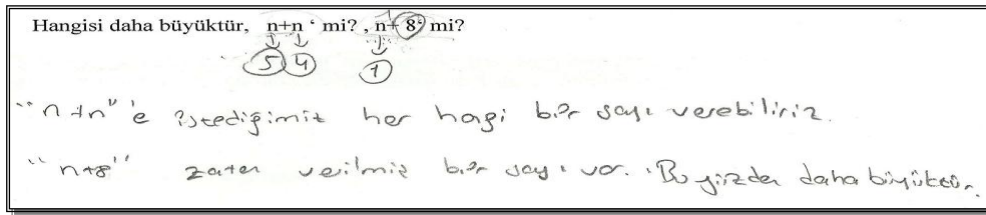
16. adım

Şekil 3. Abdullah'ın İkinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Abdullah (a) maddesinde ortak farkı bulmuş, (b) maddesinde bu ortak farktan faydalanarak tek tek bütün adımları yazmış ve doğru cevabı bulmuştur. Cevaplarda aritmetik işlemler yerine ardışık toplama gibi daha basit bir yöntemi tercih etmiştir. Bu nedenle vermiş olduğu cevap TYY seviyesinde kabul edilmiştir.

Öğrencilere “*cebirselsel ifade ve ilişkileri kullanabilme*” becerilerinin Solo Taksonomisinin hangi seviyesine karşılık geldiğini belirlemek amacıyla üçüncü, dördüncü ve beşinci sorular yöneltilmiştir. Bu sorulara ait bazı örnek cevapların betimsel analizi yapılarak bu cevaplardaki Solo düşünme seviyeleri belirlenmiştir.

Gamzenin üçüncü probleme vermiş olduğu cevap Şekil 4’te verilmiştir.

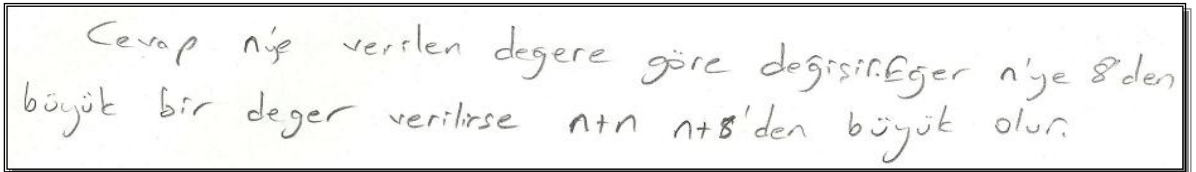


Şekil 4. Gamze'nin Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Gamze "n" harfinin bir değişken olduğuna dair ifadelere yer vermiştir. Fakat aynı değişkene bir ifadede 5 ve 4 değerlerini, başka bir ifadede ise 1 değerini vermiştir. Bu durum Gamze'nin değişkene verilen değerlerin aynı değişkene sahip bütün ifadelerde farklı olacağı şeklinde bir kavram yanlışlığı olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte değişkene değer verilmesi gerektiğinin farkında olması onu YÖ seviyesinin biraz üzerine taşımıştır.

Kerem'in İY seviyesi olarak kabul edilen cevabı Şekil 5'te verilmiştir.

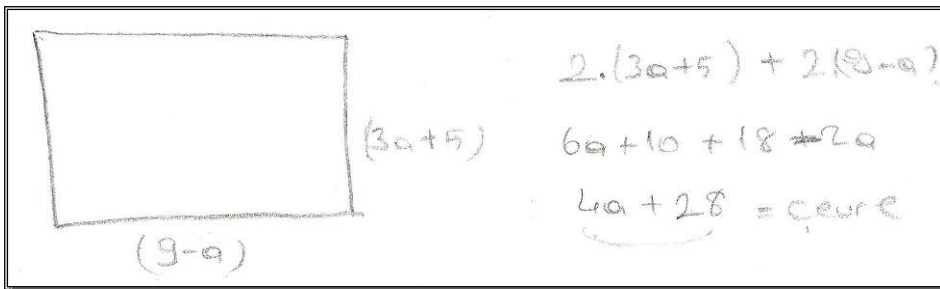
Bu cevap ile Kerem n'in alabileceği bütün değerleri hesaba katmış, kritik değer olan  $n =$



Şekil 5. Kerem'in Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

8'den öncesi ve sonrası için durumun değişeceğinin farkına varmış olduğu söylenebilir. Kerem bu problemde cevaba ilişkin tüm yönleri, bu yönlerin bütün içindeki yerini ve bu yönlerin birbiriyle olan ilişkilerini kavrayarak cevaba ulaşmıştır. Bu cevap ile Kerem'in İY seviyesinde olduğu söylenebilir.

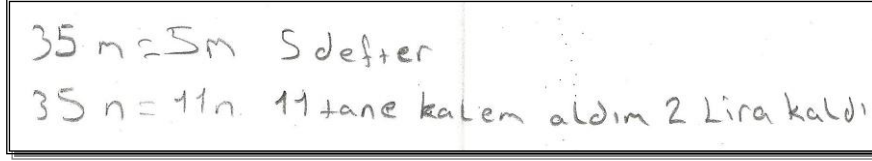
Dördüncü probleme ilişkin çok yönlü yapı seviyesi olarak kabul edilen Meryem'in cevabı Şekil 6 ile verilmiştir.



Şekil 6. Meryem'in Dördüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

İki maddeden oluşan bu problemin (a) maddesinde dikdörtgenin çevresi cebirsel olarak istenmiş, (b) maddesinde ise çevrenin alabileceği en büyük tamsayı değeri istenmiştir. Meryem problemin (a) maddesinde bütün cebirsel işlem adımlarını eksiksiz olarak uygulamış, doğru sonuca ulaşmıştır. Ancak İY seviyesine çıkmak için eşik olarak kabul edilen (b) maddesi için herhangi bir fikir beyan etmemiştir.

Şekil 7'de Yusuf'un beşinci soruya vermiş olduğu YÖ seviyesindeki cevabı görülmektedir



35 m = 5m 5 defter  
35 n = 11n 11 tane kalem aldım 2 Lira kaldı

Şekil 7. Yusuf'un Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Öğretmen ile Yusuf arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö: Nasıl bulabiliriz bu sorunun cevabını?

Y: Yarısını 7'ye, yarısını 3'e böleriz.

Ö: Nasıl yani?

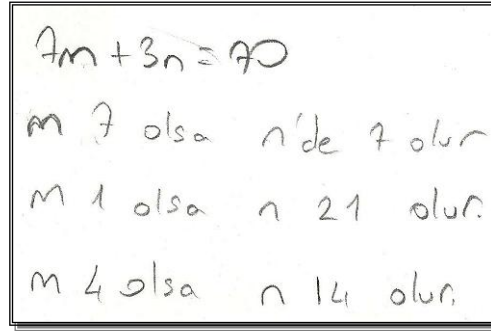
Y: 35 versek defterlere, 5 defter alabiliriz hocam.

Ö: Kalem için ne düşünüyorsun?

Y: 11 tane alırız hocam. 2TL'de kalır

Öğrenci bu problemde istenen cevapla ilgisi olmayan sıra dışı bir düşünme tarzı sergilemiştir. Bu nedenle vermiş olduğu cevap YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

Kerem'in beşinci soruya ilişkin İY seviyesindeki cevabı Şekil 8'de verilmiştir.



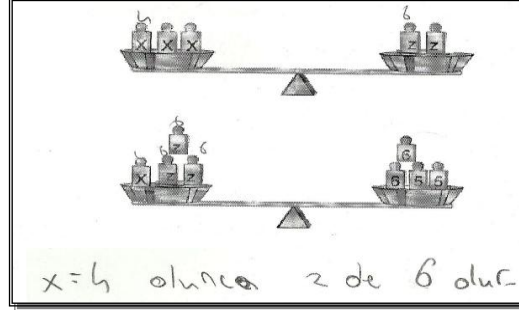
7m + 3n = 70  
m 7 olsa n'de 7 olur  
m 1 olsa n 21 olur.  
m 4 olsa n 14 olur.

Şekil 8. Kerem'in Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Burada görüldüğü gibi Kerem cebirsel ifadeyi gösterme, problem içerisinde kullanma ve değişkenlerin alabileceği bütün değerleri göz önünde bulundurma noktasında oldukça başarılıdır.

Öğrencilere "çoklu gösterimlerden yararlanma" becerilerinin Solo Taksonomisinin hangi seviyesine karşılık geldiğini belirlemek amacıyla altıncı, yedinci ve sekizinci sorular yöneltilmiştir. Bu sorulara ait bazı örnek cevapların betimsel analizi yapılarak bu cevaplardaki Solo düşünme seviyeleri belirlenmiştir.

Altıncı soruya ÇY seviyesinde cevap veren Muhammed'in cevabı aşağıda görülmektedir:



Şekil 9. Muhammed'in Altıncı Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Muhammed'in video kameraya kaydedilen görüntüleri incelendiğinde problemi çözebilmek için şıklardan yararlandığı ve doğru cevabı bulduğu görülmektedir. Bu şekilde şıklardan yola çıkarak cevabı bulan ya da deneme yanılma yöntemi ile cevaba ulaşan bir öğrencinin bir değişkenin alabileceği değeri belirleyip, bu değer için diğer değişkenlerin alabileceği değerleri hesap etmesi gerekir. Böyle bir durum problemi birden çok yönüyle ele alabilmeyi gerektirir. Dolayısıyla probleme bu şekilde cevap veren Muhammed'in cevabı ÇYY seviyesindedir. Muhammed'in cevabının İY seviyesinde olabilmesi için kavramsal dili etkin bir şekilde kullanması gerekir. Bu problemde iki bilinmeyenli iki denklem kurarak çözüme ulaşması bir İY seviyesi örneği olabilir.

Elif'in yedinci probleme vermiş olduğu cevap YÖ seviyesine örnek bir cevaptır.

a) Taksinin başlangıç ücreti kaç TL'dir? 2,5 veya 75 ile arasındadır

b) 5 km yolculuk yapan Çetin taksiciye kaç TL ödemiştir? 38 TL  $\frac{77}{2} = 38,5$

c) Yolculuk sonunda taksiciye 40 TL ödeyen birinin yolculuğu kaç km sürmüştür?  $\frac{77,5}{1,4} = 55,35$

Şekil 10. Elif'in Yedinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Aşağıda Elif ile araştırmacı arasında geçen (a) maddesine ilişkin diyalog verilmiştir.

Ö: Başlangıç ücretini kaç buldun?

E: 2,5 ile 0,75 arasında bir şey olur.

(b) maddesinde dair diyalog ise aşağıdaki şekilde gerçekleşmiştir.

Ö: (b) nasıl olur?

E: Şu iki sayıyı (2,5 ile 75) topladım. 77,5 olur. 77'yi ikiye böldüm 38 olur.

Burada Elif önce 0,75'i 75 olarak hesaba katmış, 2,5 ile toplamış cevabı 77,5 bulmuştur.

Daha sonra bulduğu 77,5'i 77'ye yuvarlamıştır. Sonra 77'yi ikiye bölmüş ondalıklı bölme yapmadan direkt olarak cevabı 38 bulmuştur.

(c) maddesine ilişkin diyalog aşağıda verilmiş olduğu şekilde gerçekleşmiştir.

Ö: (c) nasıl olur?

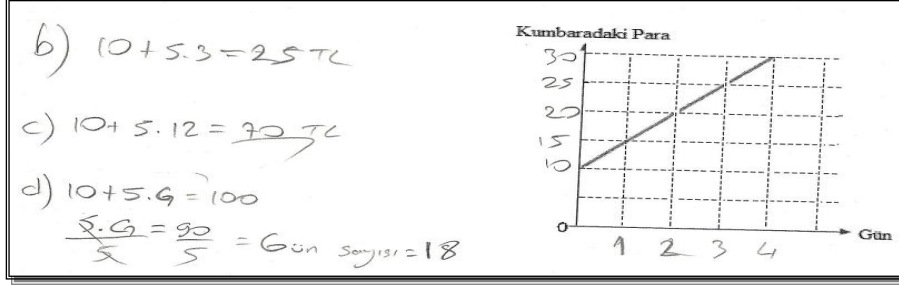
E: 77,5 'le 40'ı toplarım.

Ö: Kaç olur?

E: 117,5 olur.

Bu üç madde ile ilişkin diyaloglar incelendiğinde verilen cevapların hiçbirinin matematiksel açıdan bir anlam taşımadığı görülmektedir. Dolayısıyla verilen cevap YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

Sekizinci probleme İY seviyede cevap veren Kerem'in cevabı Şekil 1'dedir.



Şekil 11. Kerem'in Sekizinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Kerem'in bu soruya vermiş olduğu cevap İY seviyesi olarak kabul edilmiştir. Çünkü Kerem burada tablodaki doğrusal ilişkiyi eksiksiz ifade etmiş, cebirsel ifadeyi kullanarak değişkene değerler vererek (b) ve (c) maddelerinin cevaplarını bulmuştur. (d) maddesinde ise kavramsal bir dil kullanarak bir bilinmeyenli bir denklem kurmuş ve o denklemi çözmüştür.

Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomisinin Düşünme Seviyelerine Göre Dağılımı ve Birbirlerine Göre Durumları:

Araştırmaya katılan öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin Solo Taksonomisinin düşünme seviyelerine göre dağılımı Tablo 2'de verilmiştir. Tablo 2 incelendiğinde öğrencilerin genellemeleri formüle etme ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerinde sembollerini ve cebirsel ilişkileri kullanma becerilerine göre daha başarılı oldukları görülmektedir.

Tablo 2. Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Seviyelere göre Dağılımı

	Genellemeleri Formüle Etme	Sembollerini ve Cebirsel İlişkileri Kullanma	Çoklu Gösterimlerden Yararlanma
YÖ	3	8	5
TYY	7	3	4
ÇYY	2	3	3
İY	3	1	3

Aşağıda her bir cebirsel düşünme becerisine karşılık gelen Solo Taksonomisinin düşünme seviyeleri değerlendirilmiştir:

Genellemeleri Formüle Etme: Bu beceride öğrencilerin sadece 3 tanesi YÖ seviyede yer almış ve diğer becerilere göre daha çok öğrenci üst seviyelere çıkabilmiştir. Geri kalan öğrencilerden 7 tanesi TYY, 2 tanesi ÇYY ve 3 tanesi İY seviyesinde yer almıştır. Burada dikkati çeken nokta öğrenciler YÖ seviyeyi zorlanmadan geçmelerine karşın ÇYY ve İY seviyelerine çıkmakta da zorlanmışlar, çoğunlukla TYY seviyesinde yer almışlardır. Bu bağlamda genellemeleri formüle etme becerisinde öğrencilerin verilen problemi tek yönüyle de olsa ele alabildikleri ancak çok yönlü düşünme ya da ilişkilendirme noktasında sıkıntı yaşamadıkları söylenebilir.

Sembollerini ve Cebirsel İlişkileri Kullanma: Öğrencilerin bu beceriye ilişkin seviye dağılımları incelendiğinde 8 öğrencinin YÖ seviyede, 3 öğrencinin TYY seviyesinde, 3 öğrencinin ÇYY seviyesinde ve 1 öğrencinin de İY seviyesinde yer aldığı görülmektedir. 8 öğrencinin YÖ seviyede yer alması öğrencilerin yarısından fazlasının sorulan problemlere ait

bir fikrinin olmadığını göstermektedir. Ayrıca diğer becerilerde İY seviyesine ulaşan 3'er tane öğrenci varken bu beceride sadece 1 öğrencinin İY seviyesinde yer alması başarılı olarak kabul edilebilen öğrencilerin dahi bu beceride zorlandıklarını göstermektedir.

Çoklu Gösterimlerden Yararlanma: Çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde ise YÖ seviyede 5 öğrenci, TYY seviyesinde 4 öğrenci, ÇYY seviyesinde 3 öğrenci ve İY seviyesinde 3 öğrenci yer almıştır. Bu beceriyi diğer becerilerle kıyaslayacak olursak en dengeli dağılımın bu beceride olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin bu beceride sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine göre daha başarılı oldukları Tablo 2'de net olarak görülmektedir. Tablo 2'de dikkat çeken bir diğer nokta ise çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde YÖ seviyede yer alan öğrenci sayısının genellemeleri formüle etme becerisinin YÖ seviyesinde yer alan öğrenci sayısından daha fazla olmasına rağmen, genellemeleri formüle etme becerisinin TYY seviyesindeki gibi bir yığılma olmamış ve dengeli bir dağılım oluşmuştur. Hatta ÇYY ve İY seviyelerinde yer alan toplam öğrenci sayılarına bakıldığında çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde 6, genellemeleri formüle etmede 5 öğrenci olduğu görülmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde genellemeleri formüle etme becerisine göre daha başarılı oldukları söylenebilir.

#### Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Matematik Başarılarına Göre Dağılımı

Araştırmaya katılan öğrenciler matematik dersindeki akademik başarı düzeylerine göre üç gruba ayrılmıştır. Üst başarı düzeyine sahip öğrenciler birinci grupta, orta başarı düzeyine sahip öğrenciler ikinci grupta ve alt başarı düzeyine sahip olan öğrenciler üçüncü grupta yer almışlardır. Her bir grubun cebirsel düşünme becerilerinin seviyelerine göre dağılımı Tablo 3, Tablo 4 ve Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 3' de üst başarı düzeyindeki 5 öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine ilişkin seviyelerinin dağılımlarına yer verilmiştir.

Tablo 3. Birinci Gruptaki Öğrenci Seviyelerinin Cebirsel Düşünme Becerilerine göre Dağılımı

	YÖ	TYY	ÇYY	İY
Genellemeleri Formüle Etme	0	1	1	3
Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma	0	1	3	1
Çoklu Gösterimlerden Yararlanma	0	0	2	3

Tablo 3'e göre üst başarı düzeyindeki öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin seviyelere göre dağılımı TYY seviyesinde %13, ÇYY seviyesinde %40 ve İY seviyesinde %47'dir. Tablo 3 incelendiğinde becerilerin hiçbirinde YÖ seviyede öğrenci olmadığı görülmektedir. Öğrencilerin en çok zorlandıkları beceri sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisidir. Bu beceride sadece 1 öğrencinin İY seviyesinde yer aldığı görülmektedir. Tablo 3'ten bu grupta yer alan öğrencilerin en başarılı oldukları cebirsel düşünme becerisinin çoklu gösterimlerden yararlanma becerisi olduğu sonucuna ulaşılabilir.

Orta başarı düzeyine sahip öğrencilerden oluşan ikinci grubun cebirsel düşünme becerilerine ilişkin seviyelerinin dağılımı Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. İkinci Gruptaki Öğrenci Seviyelerinin Cebirsel Düşünme Becerilerine göre Dağılımı

	YÖ	TYY	ÇYY	İY
Genellemeleri Formüle Etme	0	4	1	0
Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma	3	2	0	0
Çoklu Gösterimlerden Yararlanma	1	3	1	0

Tablo 4 incelendiğinde üst başarı düzeyindeki öğrencilerle orta başarı düzeyindeki öğrencilerin seviye puanları arasındaki farklılıklar net bir şekilde görülmektedir. Üst başarı düzeyinde hiçbir öğrenci YÖ seviyede yer almazken, orta başarı düzeyinde 3 öğrenci sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisinde, 1 öğrenci ise çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde YÖ seviyede yer almıştır. Orta başarı düzeyindeki öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin seviyelere göre dağılımı YÖ seviyede %27, TYT seviyesinde %60, ÇYY seviyesinde %13'tür. Bu düzeydeki öğrencilerden hiçbiri İY seviyesine çıkamamıştır. Tablo 4 incelendiğinde üst başarı düzeyindeki öğrencilerde olduğu gibi orta düzey başarılı öğrencilerin de en çok zorlandıkları becerinin sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olduğu söylenebilir. Çoklu gösterimlerden yararlanma ve genellemeleri formüle etme becerilerinde birbirine yakın durumlar ortaya çıkmasına rağmen hiçbir öğrencinin YÖ seviyede yer almadığı genellemeleri formüle etme becerisinde öğrencilerin biraz daha başarılı olduğu görülmektedir.

Tablo 5' de alt başarı düzeyindeki 5 öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine ilişkin seviyelerinin dağılımlarına yer verilmiştir.

Tablo 5. Üçüncü Gruptaki Öğrenci Seviyelerinin Cebirsel Düşünme Becerilerine göre Dağılımı

	YÖ	TYT	ÇYY	İY
Genellemeleri Formüle Etme	3	2	0	0
Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma	5	0	0	0
Çoklu Gösterimlerden Yararlanma	4	1	0	0

Tablo 5 incelendiğinde akademik anlamda başarısız olan öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin de bu duruma paralel olarak alt seviyelerde yer aldığı görülmüştür. Alt başarı düzeyindeki öğrencilerin seviyelere göre dağılımına bakıldığında YÖ seviyede %80, TYT seviyesinde %20'dir. Alt başarı düzeyindeki öğrencilerin hiçbiri ÇYY ve İY seviyesinde yer alamamıştır. Burada ortaya çıkan en dikkat çekici nokta sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisinde bütün öğrenciler YÖ seviyede yer almışlardır. Tablo 5'ten alt başarı düzeyindeki öğrencilerin en başarılı oldukları cebirsel düşünme becerisinin genellemeleri formüle etme becerisi olduğu söylenebilir.

### TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde genellemeleri formüle etme becerileri, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerileri, çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine yönelik sonuç ve tartışmalara yer verilmiştir.

Genellemeleri formüle etme becerisine yönelik problemlere YÖ seviyede yer alan üç öğrencinin cevapları incelendiğinde örüntüleri genellemede mantık hataları yaptıkları görülmüştür. Yeşildere ve Akkoç (2011) matematik öğretmen adaylarının örüntüleri genelleme süreçlerini araştırdıkları çalışmalarında öğretmen adaylarının örüntünün sadece bir sonraki adımına odaklanarak genelleme yapmaya kalkıştıklarını, dolayısıyla hatalı genellemeler yaptıklarını belirtmişlerdir. Çelik de (2007) yürütmüş olduğu doktora çalışmasında bir probleme ilişkin açıklamada öğrencilerin neredeyse yarısının uygun olmayan bir şekilde genelleme yaptıklarını, yapmış oldukları genellemelerin doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı dahi hissetmediklerini belirtmiştir. Lannin (2005) 6. sınıf öğrencileri ile yürüttüğü çalışmada, Tanışlı ve Köse (2011) ise sınıf öğretmenleri ile yürüttükleri çalışmada benzer durumlara değinmişlerdir.

TYT seviyesinden ÇTYT seviyesine geçişte öğrencilerin problemleri çözmek için kullandıkları yöntemler de büyük ölçüde değişmiştir. ÇTYT ile birlikte öğrenciler aritmetik, cebir gibi gerçek anlamda matematiksel yöntemleri kullanmaya başlamışlardır. Örüntü adımlarını tek tek hesaplamak yerine, bu adımlara ilişkin genelleştirmeler yaparak sonuca gitmeyi tercih etmişlerdir. Lian ve Idris (2006) 10. sınıf öğrencilerinin cebirsel çözüm becerilerini SOLO Taksonomisi ile değerlendirdiği çalışmalarında düşük seviyedeki öğrencilerin çizme ve sayma metotlarını kullandıklarını, üst seviyelere çıktıkça yöntemlerin de değiştiğini ve geliştiğini belirterek benzer sonuca ulaşmışlardır. Yine Lian ve diğerleri (2010) yürütmüş oldukları başka bir çalışmada bu durumu desteklemişlerdir.

Öğrenciler problem durumunu cebirsel olarak ifade etmede ve cebirsel yöntemleri kullanmada zorlanmaktadırlar. Crowley, Thomas ve Tall (1994) öğrencilerin sözel ifadeleri cebirsel notasyonlara dönüştürme becerilerini ölçtükleri çalışmalarında benzer bir duruma değinerek cebirsel sözel gösterimlerin, sembolik gösterimlere dönüştürülmesinin öğrenciler arasında zorlanılan bir durum olduğunu belirtmişlerdir. Radford (2002) öğrencilerin kısa öykü durumlarını içeren problemleri çözerken sembol kullanımlarını incelemek için dokuzuncu sınıf öğrencileriyle yaptığı araştırmada yine benzer şekilde öğrencilerin sembolik dilde zorlandıkları sonucuna varmıştır. Baki ve Kartal (2004), Dede ve Peker (2007), Yılmaz (2011) benzer sonuçlar elde etmişlerdir.

Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine yönelik problemlerde 8 öğrenci YÖ seviyede yer almıştır. Bu sayı öğrencilerin en çok zorlandıkları becerinin sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olduğunu açık bir şekilde göstermektedir. Öğrencilerin %53'ünün problemlere ilişkin tutarlı bir cevap veremediği bu beceride öğrencilerin genellemeleri formüle etme becerisinde olduğu gibi verilen sözel ifadeyi cebirsel ifadeye dönüştürmede sorun yaşadıkları görülmektedir.

Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisinde öğrencilerin vermiş olduğu YÖ cevaplarda öğrencilerin verilen cebirsel ifadeye ait sembolleri anlama ve eğer sembol değişken ise bu değişkeni yorumlamada sorun yaşadıkları görülmüştür. Akkaya (2006) 6. sınıf öğrencilerinin cebirdeki kavram yanılgılarını incelediği çalışmasında öğrencilerde en çok görülen yanılgının harf sembollerinin anlaşılmasından kaynaklandığını, öğrencilerin harfleri bilinmeyen olarak kullanmaya alıştıklarını ve bu alışkanlığın harflerin değişken olarak kullanılmasının anlaşılmasından kaynaklandığını belirterek benzer bir sorundan bahsetmiştir.



Baki ve Kartal (2004) lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasını kavramak amacıyla yürüttükleri çalışmada öğrencilerin matematiğin dilini oluşturan sembollerin anlamlarını bilmemelerinden ve sembollerini yanlış imgelemelerinden dolayı hem kavramsal hem de işlemsel bilgi eksiklikleri olduğu ve bu eksikliklerin çeşitli cebirsel yanlışlara yol açtığını belirtmişlerdir. Kinzel (2001) 10. sınıf öğrencileriyle, Specht (2005) ilköğretim öğrencileriyle, Akgün (2007) ise 8. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmalarda benzer sonuçlara değinmişlerdir.

Semboller ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine ilişkin üç problemde de "Hangisi daha büyüktür?  $n + n$  mi,  $n + 8$  mi?", "Dikdörtgenin çevre uzunluğu en fazla kaç cm olabilir?", "Kaç kalem kaç defter almış olabilirim?" gibi yorum gerektiren soru maddelerine yer verilmiştir. Bu maddelerde öğrencilerin sembollerin anlamları, cebirsel işlem yapmaları ya da değişkene değer vermelerinin yanında değişkenlerin alabileceği farklı değerlerin ne gibi sonuçlar oluşturacağını yorumlamaları beklenmiştir. İY seviyesi olarak kabul edilen bu soru maddelerinin üçüne birden doğru cevabı sadece 1 öğrenci verebilmiştir. 2 öğrenci bu üç maddeden sadece bir tanesine doğru cevabı verebilmiştir. Geri kalan 12 öğrenci ise üç maddeye de mantıklı bir cevap verememiştir. Oluşan bu duruma göre ortaya çıkan sonuç öğrencilerin cebirsel ifadeyi anlasalar, değişkene değer verseler bile bu işleri bir makine gibi rutin işlem adımları şeklinde yürüttüklerini, bu kavramları içselleştiremediklerini, farklı durumlara ilişkin yorum getirebilecek düzeyde olmadıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin çoklu gösterimlere ilişkin problemlerde semboller ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine göre daha başarılı oldukları görülmektedir. Çoklu gösterimlerden yararlanma ve genellemeleri formüle etme becerilerinde ise dağılımın hemen hemen eşit olduğu görülmektedir.

Çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine ilişkin problemlerin birincisinde iki terazi modelinde verilen ağırlıkların değerleri istenmiştir. Bu probleme 7 öğrenci YÖ seviyede cevap vermiştir. Bu 7 öğrencinin cevaplarını incelendiğinde ortaya çıkan sonuçlardan biri öğrencilerin farklı terazilerdeki aynı ağırlıkların her zaman aynı bilinmeyen temsil etmesi gerektiğini bilmediklerini ve aynı bilinmeyene bir cebirsel ifadeye ya da eşitlikte farklı değerler verebildiklerini göstermektedir. Ursini de (1990) 11-14 yaş arasındaki öğrencilerin harf sembollerini kullanma durumlarını incelediği çalışmasında öğrencilerin aynı ifadeye birkaç kez bulunan ancak aynı olan harfe farklı değerler verdiklerini belirtmiştir.

İkinci problemde ortaya çıkan bir diğer sonuç öğrencilerin işlem önceliğinde sorun yaşadıklarını göstermiştir. Akkan, Çakıroğlu ve Güven (2009) ilköğretim altıncı ve yedinci sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada öğrencilerin parantez kullanımı, işlem önceliği ve problem durumundaki "katı, eksik, fazla" gibi ifadeleri yanlış yorumlamalardan kaynaklanan hataları sıkça yaptıklarını belirlemiştir.

Bu çalışmada ortaya çıkan sonuçlara göre problemlerde kullanılan şekil örüntülerinin, öğrencilerin istenilen örüntü adımlarına ulaşmalarına ve genelleme yapmalarına katkı sağladığı görülmüştür. Öğretmenlerin örüntülerin genellemesi aşamasında sayı örüntülerine geçişi biraz daha erteleyerek, öğrencileri şekil örüntülerini kullanarak genelleme yapmaya teşvik etmesi önerilebilir. Ayrıca öğretmenlerin cebir alt öğrenme alanına ilk girişte sembolik cebiri kullanmak yerine, sözel problemlerden yola çıkarak cebire geçişi sağlaması öğrencilerin zihninde cebirsel kavramların oturmasına yardımcı olabilir. Bu çalışma sonucunda ortaya çıkan bir diğer öneri kavramada güçlük çekilen eşitlik kavramını ortaokulda denge kavramıyla ilişkilendirerek en baştan ele almak yerine ilköğretimde eşitliğin sadece bir işlemin sonucunu göstermede değil karşılıklı değerlerin eşitliğini göstermede kullanıldığı hissettirilmelidir.

SOLO Taksonomisi ile ilgili yürütülen birçok çalışmada, SOLO Taksonomisinin öğrencilerin cevaplarını değerlendirmede etkili bir araç olduğu sonucu yer almaktadır (Mooney, 2002; Rider, 2004; Lian ve Idris, 2006; Lian ve diğerleri, 2010; Kiani, 2011). Bu taksonomi problemlerin ölçme-değerlendirmesini gerçekleştirmede kullanılabilir.

#### KAYNAKÇA

- AKGÜN, L. (2007). *Değişken kavramına ilişkin yeterlikler ve değişken kavramının öğretimi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Erzurum.
- AKKAN, Y., ÇAKIROĞLU, Ü. ve GÜVEN, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin denklem oluşturma ve problem kurma yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 41-55.
- AKKAŞ, E. N. (2009). *6- 8. sınıf öğrencilerinin istatistiksel düşüncelerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- AMİT, M. ve NERİA, D. (2008). "Rising to the challenge": Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM*, 40, 111-129.
- BAKİ, A. ve KARTAL, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.
- BAKİ, A. (2006) *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. 3. Baskı, Derya Kitabevi, Trabzon.
- BİGGGS, J.B. ve COLLİS, K.F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome)*. Academic Press, New York.
- BİGGGS, J. ve COLLİS, K. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. Ed: H. Rowe, *Intelligence, Reconceptualization and Measurement*, Laurence Erlbaum Assoc., New Jersey.
- CHAN, C.C, TSUI, M.S, CHAN, M.Y.C. ve HONG, J.H. (2002). Applying the structure of the observed learning outcomes (SOLO) taxonomy on student's learning outcomes: An empirical study. *Assessment and Evaluation in Higher Education*, 27( 6).
- CROWLEY, L., TALL, D. O. ve THOMAS, M. O. J. (1994). Algebra, symbols, and translation of meaning, *Proceedings of PME 18*, Lisbon, Portugal, II 240-247.
- ÇAĞDAŞER, B. T. (2008). *Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- ÇELİK, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi*. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- DEDE, Y., YALIN, H. İ ve ARGÜN, Z. (2002). İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, ODTÜ.
- DEDE, Y. ve PEKER, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamları: Matematik öğretmen adaylarının bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
- DİNDYAL, J. (2003). *Algebraic thinking in geometry at high school level*. Doktora Tezi, Illinois State University.
- DRISCOLL, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers, grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.

- GREENES, C. ve FİNDELL, C. (1998). *Algebra puzzles and problems (grade 7)*. Mountain View, Ca: Creative Publications
- GROTH, R. E. ve BERGNER, J.A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8, 1, 37-63.
- GÜLPEK, P.(2006). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- HARGREAVES, M., SHORROCKS-TAYLOR, D. ve THRELFALL, J. (1998). Children's strategies with number patterns. *Educational Studies*, 24(3), 315-331.
- HATTİE, J.A.C. ve BROWN, G.T.L. (2004). *Cognitive processes in asTTle: the SOLO taxonomy*. asTTle Technical Report 43, University of Auckland/Ministry of Education.
- HAWKER, S. ve COWLEY, C. (1997). *Oxford dictionary and thesaurus*. Oxford: Oxford University.
- JONES G. A., LANGRALL C. W., THORNTON C. A. ve MOĞİLL A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*.32, 101-125.
- JONES G. A., LANGRALL C. W., THORNTON C. A., MOONEY E. S., PERRY, B. ve PUTT, I. J. (2000). A framework for characterizing children's statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 2, 269-307.
- KAF Y. (2007). *Matematikte model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- KAMOL N. ve YEAP B. H. (2010). Upper primary school students' algebraic thinking. *Mathematics Education Research Group of Australasia (33rd, Freemantle, Western Australia, Jul 3-7, 2010)*.
- KAŞ, S. (2010) *Sekizinci sınıflarda çalışma yaprakları ile öğretimin cebirsel düşünme ve problem çözme becerisine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- KİANİ, M. A. H.(2011). *A study to evaluate the examination system at grade-V in the Punjab, based on solo taxonomy*. Unpublished Doctoral Dissertation, Foundation University College of Liberal Arts and Sciences Rawalpindi, Pakistan.
- KİNZEL, M. T. (2001). Analyzing college calculus students' interpretation and use of algebraic notation. *PME-NA*, 109-113.
- KOÇ Y., İŞIKSAL M., OSMANOĞLU A., ÇETİNKAYA B., AŞKUN C. S., BULUT S., SEVİŞ S. ve ESEN Y. (2011). SOLO modeli ile uzamsal görselleştirme becerilerinin incelenmesi. *X. Matematik Sempozyumu*, ODTÜ.
- LAM, P. ve FOONG, Y. (1996). Rasch analysis of math SOLO taxonomy levels using hierarchical items in testlets. *ERIC-ED398271*.
- LANGRALL, W. C. ve MOONEY, E. S. (2002). *The development of a framework characterizing middle school students' statistical thinking*. *Mathematical Thinking and Learning, Volume 4, Issue 1*.
- LANNİN, J.K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.

- LİAN, L. H. ve IDRIS, N. (2006). Assessing algebraic solving ability of form four students. *International Electronical Journal of Mathematic Education*, 1(1), 55-76.
- LİAN, L. H., YEW, W. T. ve IDRIS, N. (2010). Superitem test: An alternative assessment tool to assess students' algebraic solving ability. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm> (Erişim Tarihi: 15.02.2012).
- MACGREGOR, M. ve STACEY, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1-19.
- MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- MİLES, M.B.ve HUBERMAN, A.M. (1994). *An expanded source books qualitative data analysis, second edition*. SAGE Publications, London.
- MOONEY E.S. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4, 1, 23-63.
- NCTM. (2000). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. <http://www.nctm.org/standards.htm> (Erişim Tarihi 14.10.2012).
- PALABIYIK, U. (2010). *Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- PALABIYIK, U. ve İSPİR O. A. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı 30 (Temmuz 2011/II), ss. 111-123.
- PEGG, J. ve COADY, C. (1993). Identifying SOLO levels in the formal mode. *PME-NA, Bildiriler Kitabı*, 1, 212-219.
- PEGG, J. ve DAVEY, G. (1998). Interpreting student understanding in geometry: A synthesis of two models (s.109-135), Ed: Richard Lehrer ve Daniel Chazen, In *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space.*, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah.
- PEGG, J. ve TALL, D. (2004). Fundemantal cycles in Learning Algebra: An Analysis. <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/drafts/dot2001z-pegg-icmialgebra>. (Erişim Tarihi: 15.01.2012).
- PEGG, J. ve TALL, D. (2005). The fundemantal cycles of concept construction underlying various theoretical frameworks. *International Reviews on Mathematical Education*, 37(6), 468-475.
- RADFORD, L. (2002). On heroes and the collapse of narratives. A contribution to the study of symbolic thinking. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, PME 26, 4, 81-88. University of East Anglia, UK.
- RİDER, R.L. (2004). *The effect of multi-representational methods on students' knowledge of function concepts in developmental college mathematics* Doctoral dissertation. Graduate Faculty of North Carolina State University.
- SCHOENFELD, A. ve ARCAVİ, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*. September, s. 420-427.
- SPECHT, B. J. (2005). Early algebra – processes and concepts of fourth graders solving algebraic problems. *CERME 4*, 706-716.

- STEELE D. F ve JOHANNİNG, D. I. (2004). A schematic-theoretic view of problem solving and development of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 57, No. 1 (2004), pp. 65-90.
- TANIŞLI, D. ve ÖZDAŞ, A. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri - genellemede kullandıkları stratejiler. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, Cilt 9, Sayı 3, 1453-1497.
- TANIŞLI, D. ve KÖSE, N. Y. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Anadolu Üniversitesi Eğitim ve Bilim Dergisi*, Cilt 36, Sayı 160.
- TUNA, A. (2011). *Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- URSİNİ, S. (1990). Generalization processes in elementary algebra: Interpretation and symbolization. In G.Booker, P. Cobb ve T. Mendicati (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth Conference, International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 149-156. Mexico: PME.
- VALLECİLLOS, A. ve MORENO, A. (2002). Framework for instruction and assesment on elementary inferential statistics thinking. *2nd International Conference on The Teaching Mathematics*, Greece.
- VAN DE WALLE, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics*. 5th ed-Boston: Allyn and Bacon.
- WONGYAI, P. ve KAMOL, N. (2004). A framework in characterizing lower secondary school students' algebraic thinking. <http://www.icme-organisers.dk/tsg09/>. (Erişim Tarihi: 15 Haziran 2012).
- YEŞİLDERE, S. ve AKKOÇ, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı 30 (Temmuz 2011/II), ss. 141-153.
- YILDIRIM, A. ve ŞİMŞEK, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Beşinci Baskı, Seçkin Yayıncılık, Ankara.
- YILMAZ E. (2011). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin okuduğunu anlama ve yazılı anlatım ile cebirde sembolik ve sözel gösterimlere dönüştürme becerileri arasındaki ilişki*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

## EK-1 Klinik Mülakatlarda Kullanılan Problemler

1. Ömer elindeki çubukları kullanarak yan yana altıgenlerden oluşan bir Arı Peteği Modeli oluşturmak istemektedir. Aşağıdaki şekilde her bir petek için kaç tane çubuğa ihtiyaç olduğunu görüyoruz.



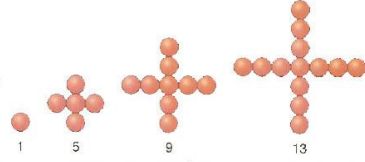
Petek Sayısı	1	2	3
Çubuklar	6	11	-

Buna göre;

- a- 3 tane petek için kaç çubuk gereklidir?  
 b- 18 petek için kaç çubuk gereklidir?  
 c- 62 tane petek için 311 tane çubuk gerekirse, 63 petek için kaç tane çubuğa ihtiyaç vardır?  
 d- Bu örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız.

2. Yandaki örüntüye göre;

- a- 5. adımda kaç tane bilye olmalıdır?  
 b- Kaçınıcı adımda 53 bilye vardır?  
 c- Bu örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız.  
 3. Hangisi daha büyüktür,  $n+n$  mi?,  $n+8$  mi?  
 4. a bir tamsayı olmak üzere, bir dikdörtgenin kenar



uzunlukları  $(9-a)$  cm ve  $(3a+5)$  c'dir.

Buna göre;

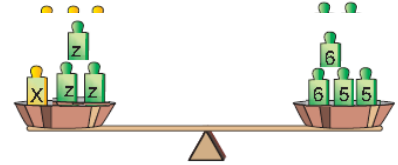
- a- Dikdörtgenin çevre uzunluğunu cebirsel olarak ifade ediniz.  
 b- Dikdörtgenin çevre uzunluğu en fazla kaç cm olabilir?  
 5. Tanesi 7 lira olan defterlerden m tane, tanesi 3 lira olan kalemlerden n tane aldım ve toplam 70 lira ödedim.

a- Bu durumu cebirsel olarak nasıl ifade edebilirim?

b- Kaç defter, kaç kalem almış olabilirim?

6. Yanda verilen iki terazi de dengededir. Bu duruma göre x sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

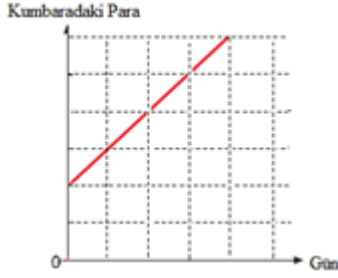
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6



7. Çetin bindiği taksinin taksimetresinin kaç TL ile açıldığına ve her kilometrede kaç TL arttığına bağlı olarak taksiciye ne kadar ödeme yapacağını belirlemiştir. Yolculuk sonunda kaç TL ödeneceğini gösteren cebirsel ifade:  $2,5+0,75.k$  ( $k$ :alınan yol) Buna göre;

- a- Taksinin başlangıç ücreti kaç TL'dir?  
 b- 5 km yolculuk yapan Çetin taksiciye kaç TL ödemiştir?  
 c- Yolculuk sonunda taksiciye 40 TL ödeyen birinin yolculuğu kaç km sürmüştür?

8. Ali para biriktirmeye karar vermiş ve kumbarasına başlangıç olarak 10 TL atmış, ondan sonraki her gün için de 5 TL atacağını söylemiştir.



Bu durumu gösteren cebirsel ifade  
Kumbaradaki para(P) = 10 TL + 5 TL. Gün(G)  
Yani P= 10 + 5.G şeklindedir.

Buna göre;

- Verilen bilgilere göre grafiği tamamlayınız.
- 3 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.
- 12 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.
- 100 TL biriktirdiğinde kendisine taraftar forması alacak olan Ali'nin kaç gün para biriktirmesi gerekir?

EK-2 Klinik Mülakat Verilerinin Değerlendirilmesi için Kullanılan Örnek Ölçek  
(1. Problem)

Düşünce Seviyesi	Genel Özellikler	Problemin Nasıl Değerlendirildiğine İlişkin Açıklamalar
Yapı Öncesi (YÖ)	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilgisi yoktur ve bu durum öğrencilerin sık sık dikkatini dağıtır, onu yanlış yönlendirir.	-Örüntüdeki ortak fark mantığını tam olarak kavrayamamıştır. -Problemde verilen sayılarla rastgele işlemler yaparak sonuca ulaşmaya çalışır. -Problemin (a) maddesinde doğru cevabı bulsa dahi, (c) maddesi için mantıklı bir cevap verememesi, örüntünün ortak farkına ilişkin kazanımı kavrayamadığını, ezber yoluyla sonuca ulaştığını gösterir. -Durumu cebirsel olarak yazmaya çalışır fakat katsayı, değişken ve bunlara ait işaretlerin anlamını bilmediği için yazdığı ifadeler hatalıdır.
Tek Yönlü Yapı (TY)	Problemin/ kavramın tek bir yönünü anlar, fakat bu parçanın bütün içindeki yeri ve diğer yönleri ile ilişkisini anlama söz konusu değildir.	- Örüntünün ortak farkını kullanarak bir sonraki adımı kestirebilir. - Aritmetik yöntemleri kullanmaya çalışır fakat işlem adımları tutarlı değildir, ortak farkı bildiği halde işlemlerde bunu doğru olarak kullanamaz - Cebirsel yöntemleri kullanamaz. - Duruma ait kuralı cebirsel olarak yazsa bile (b) maddesinde bu bilgiyi kullanamaması ya da en azından aritmetik işlemler yapamaması; cebirsel kural oluşturmayı ezberlediğini fakat kullanmadığını gösterir. - İstenilen adıma ulaşmak için her bir adıma ortak farkı ekleyip içinden ritmik saymak, tek tek toplamak, çubuk eklemek gibi yöntemleri kullanır, aritmetik işlemler yaparak sonuca ulaşamaz.
Çok Yönlü Yapı (ÇY)	Öğrenci cevaba ilişkin birden fazla yönü/ veriyi kullanır. Fakat bunların bütün içindeki yeri ve birbiri ile olan ilişkileri tam olarak anlama söz konusu	- Aritmetik yöntemleri düzgün bir şekilde kullanarak örüntünün herhangi bir adımına ulaşabilir. - Cebirsel işlemlerle sonuca ulaşmak yerine önceki yıllarda öğrenmiş olduğu daha çok dört işlem bilgisi kullanabileceği kazanımlardan yararlanarak cevabı bulmaya çalışır. - Cebirsel kural oluşturabilir ama bu kuralı işlemlerde kullanmaz.

	değildir.	
İlişkilen dirilmiş Yapı (İY)	Öğrenci cevaba ilişkili tüm yönleri, bunların bütün içindeki yeri birbiri ile olan ilişkileri anlar, Kavramsal anlama vardır.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Çok Yönlü Yapıdan İlişkilendirilmiş Yapıya geçiş aynı zamanda kavramsal anlama için de bir eşiktir. Bu nedenle bu yapıda daha çok değişken, katsayı, sabit terim gibi cebirsel dil kullanımı görülür.</li> <li>- Örüntüyü cebirsel ifadeler kullanarak genelleştirir ve herhangi bir adıma ulaşmak için bu genellemelerden yararlanır.</li> <li>- Özellikle (b) maddesi için örüntünün kuralını cebirsel olarak yazıp "değişken yerine 18 yazmalıyız" gibi bir ifade kullanabilmelidir.</li> </ul>