

ORMANDAKİ DEVRİK AĞAÇ ADEDİNİN HAVA FOTOĞRAFLARI YARDIMI İLE TAYİNİ

Yazan: Tahsin TOKMANOĞLU

Geodezi ve Fotogrametri Kürsüsü

Giriş

Ormanlarımızda fırtına etkisile çok sayıda ağacın devrildiği sık sık görülmektedir. Fırtına olmadıği zamanlarda da işletmelerimizin ormanlarındaki devrikleri periyodik olarak tesbit etmeleri gerekir.

Aşağıda Fotogrametri ve Matematik İstatistik'ten faydalanılarak bu tesbitin nasıl yapıldığı bir misalle belirtilmiştir.

Fotoğraflarda ve Arazide Devriklerin bulunduğı sahanın tesbiti

Ormanın neresinde devrik ağaçların bulunduğı tahmin ediliyorsa, o mntıkanın hava fotoğraflarını stereoskopik olarak incelemek ve devriklerin nerelere kadar yayıldığı, fotoğraflar üzerinde sınır çizmek suretile belirtmek gerekir. Fotoğraf üzerindeki bu sınırlar haritalara geçirilir ve harita üzerinde devriklerin yayıldığı alan ölçülür.

Arazi düz ise veyahut düze çok yakın ise alan ölçülmesi fotoğraf üzerinde de yapılabilir. Düz arazilerin hava fotoğraflarında çeşitli kısımların ölçeğı ortalama ölçeğe yakındır. Arızalı arazide ise bu fark çok büyümektedir. Arazideki yükseklikler bu farkın büyümesine sebep olmaktadır. Meselâ Amenajman gruplarımızın kullandıkları, ortalama ölçeğı 1/21 000 olan fotoğraflar üzerinde yapmış olduğumuz araştırmada, deniz kenarına ait bir kısmın ölçeğinin 1/35000, Torosların 3500 rakımlı bir tepesine ait ölçeğinin ise 1/6800 olduğunu tespit etmiş bulunuyoruz. Bu fotoğraflara 1/21 000 ölçekli fotoğraf gözü ile bakmanın doğru olmadığı ve bu ortalama ölçeğe dayanarak herhangi bir hesap yapmanın asla güvenilir bir sonuç vermiyeceğı açıktır. Bu sebeple arızalı arazilerin fotoğrafları üzerinde tesbit edilen alanları, haritalara geçirmek ve alan ölçmesini harita üzerinde yapmak gerekir.

Fotoğraflarda ve Arazide Alınan Deneme Alanları

Fotoğraf üzerinde devrik ağaçların yayıldığı alan tesbit edildikten ve ölçüldükten sonra, sistematik metoddan faydalanılarak fotoğraf üzerinde deneme alanları alınır. Fotoğraf arızalı araziye aitse deneme alanlarının yerlerini evvela harita üzerinde tesbit etmek sonra haritadan fotoğrafa geçirmek gerekir. Meselâ harita üzerine bir kare şebekesi yerleştirilir ve karelerin köşeleri deneme alanlarının merkezi olarak kabul edilir ve fotoğraflara geçirilir. Bu noktaların adedini N ile gösterelim. N deneme alanının içinden n tane seçilir, bunların arazideki yerleri ilerde bulunacaktır.

Tespit Edilen Deneme Alanlarında Yapılan Tesbitler

Fotoğraf üzerindeki deneme alanlarının herbirindeki devrik ağaç adedi fotoğraflar üzerinde sayılır ve bir liste çıkarılır. Sayılan devrik ağaçlar toplanır, bulunan rakam X_F olsun.

Hazırlanan listenin içerisinden seçilen n tane deneme alanı işaretlenir ve bu alanlardaki devrik ağaç adetleri listeden alınarak toplanır. Bulunan değere x_F diyelim. Kısaca söylenirse fotoğraf üzerinde yapılan sayımlara göre N deneme alanındaki devrik ağaç sayısı X_F , n deneme alanındaki devrik ağaç sayısı ise x_F dir.

Listede seçilmiş olan n deneme alanı arazide aranır ve bulunur. Arazide bu alanların her birindeki devrik ağaç adedi sayılır ve toplanır, elde edilen rakam y_A olsun. Bu değer hatasız olduğunu kabul ediyoruz. Fotoğraflarda çalışılırken devrik ağaç adedi hatasız sayılıyorsa $x_F = y_A$ olurdu. $y_A - x_F$ farkı fotoğraf üzerinde n deneme alanında yapılan sayıma ait hatayı göstermektedir.

Fotoğraf üzerinde alınan deneme alanlarının hepsi yani N tane arazide aranıp bulunsaydı ve içlerindeki devrik ağaçlar sayılıyorsa elde edilecek adede Y_A diyelim. Bu rakamı bilmiyoruz ve bunu arıyoruz.

N Deneme alanındaki Toplam Devrik Adedini Veren Formül

Buraya kadar yapılan işlerin özeti şudur: Fotoğrafta sayılan x_F tane devrik ağacın arazideki karşısı y_A , arazide sayım yapılarak bulunmuştur. Fotoğrafta sayılan X_F tane devrik ağacın arazideki karşısı Y_A sayılmamıştır ve bilinmemektedir. Şimdi Y_A değerini hesap yolu ile bulmak istiyoruz.

Fotoğraf üzerinde sayılan devrik ağaç adetleri X ekseninde, bunların karşılıkları olan arazideki devrik ağaç adetleri de Y ekseninde gösterilirse (1) nolu şekil elde edilir.

Grafiğin orijin noktasından geçmesi beklenemez. Fotoğraf üzerinde hiç devrik ağaç görülmezse, arazide de yok demek değildir. Grafiğin X eksenine yaptığı açının tangentine b denilirse

$$b = \frac{Y_A - Y_F}{X_A - X_F} \quad \text{yazılabilir.}$$

Buradan

$$Y_A = y_a + b(X_F - x_F) \quad (1)$$

bulunur.

Bu denklemde eşitliğin sağ tarafındaki değerlerin üçü bilinmektedir, yalnız b bilinmemektedir. Eğer b değerini başka bir yerde hesaplayabilirsek burada yerine koyar ve Y_A değerini elde edebiliriz.

b Katsayısının Hesaplanması İmkân

n tane deneme alanında bulunan devrik ağaçlar, hem fotoğrafta hemde arazide sayılmıştır. Fotoğraftaki miktarlar apsis ekseninde, karşılıkları olan arazideki miktarlar ordinat ekseninde alınarak n tane nokta bulursa, bu noktaların arasından geçirilecek doğrunun (regresyon doğrusu) apsis eksenine yaptığı açının tangenti aranan b dir. Şu halde probleminiz regresyon doğrusunun apsis eksenine yaptığı açının tangentini bulmaktır. Regresyon doğrusunun denklemini bulacak olursak aranan b bulunmuş olur.

Regresyon doğrusunun denklemini bulmadan b değeri bulunamaz mı?

Regresyon doğrusu $(\bar{x}, \bar{y})$ noktasından geçer.

Fotoğrafta ve arazide alınan n deneme alanlarının herbiri için bir doğru denklemi yazılırsa n tane denklem elde edilir. Bu n denklemin toplamı n 'e bölünürse apsis üzerinde alınan değerlerin ortalamasının, ordinat eksenindeki karşılığı elde edilir.

$$y_1 = a + b x_1$$

$$y_2 = a + b x_2$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$y_n = a + b x_n$$

$$\Sigma y = na + b \Sigma x$$

$$\frac{\Sigma y}{n} = a + b \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\frac{\Sigma y}{n} = \bar{y} \qquad \frac{\Sigma x}{n} = \bar{x} \qquad \text{dir.}$$

yerlerine konulursa

$$\bar{y} = a + b \bar{x} \qquad \text{bulunur.}$$

Demekki apsis üzerinde $\bar{x}$ alınırsa, bunun ordinat eksenindeki karşısı $\bar{y}$ dir. Diğer bir söyleyişle fotoğraf üzerinde alınan n tane deneme alanında sayılan devrik ağaç adetlerinin ortalamasının, bulunacak regresyon doğrusuna göre arazideki karşısı, arazide alınan n tane deneme alanında sayılan devrik ağaç adetlerinin ortalaması olacaktır.

Eksenlerin Kesim Noktası ($\bar{x}$, $\bar{y}$) Noktasına taşınırsa regresyon denkleminin alacağı şekil ve b nin hesabı

Regresyon doğrusunun denklemine ait a ve b değerleri «Normal Denklemler» ismi verilen

$$\begin{aligned} \Sigma a + b \Sigma x &= \Sigma y \\ a \Sigma x + b \Sigma x^2 &= \Sigma xy \end{aligned} \qquad (2)$$

denkiem sistemi ile hesaplanır.

Eksenlerin kesim noktası ($\bar{x}$, $\bar{y}$) noktasına taşınırsa a = 0 olur. x yerine x lerin $\bar{x}$ den olan farkları x' ler, y yerine y lerin $\bar{y}$ den olan farkları y'ler gelir, buna görede normal denklemler

$$\begin{aligned} b \Sigma x' &= \Sigma y' \\ b \Sigma x'^2 &= \Sigma x' y' \end{aligned} \qquad (3)$$

şekline girer.

Yeni eksenler eski eksenlere paralel olduğu için, regresyon doğrusunun eski ve yeni apsis eksenleriyle yaptığı açılar birbirine şittir. Buna gör (3) No.lu denklem sisteminde hesaplanacak b değeri, (2) No.lu denklemde hesaplanacak b değerinin aynı olacaktır.

3 No.lu denklem sisteminin ikinci denkleminde b nin eşiti aranır-sa

$$b = \frac{\sum x' y'}{\sum x'^2} \quad (4)$$

bulunur.

Buradaki kesrin pay ve paydası (n - 1) ile bölünürse

$$b = \frac{\frac{\sum x' y'}{n - 1}}{\frac{\sum x'^2}{n - 1}} \quad (5)$$

elde edilir.

Bu denklemde payda varyansa eşittir, çünkü

$$\frac{\sum x'^2}{n - 1} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1} = S_x^2 \quad (6)$$

dir.

Pay'a gelince : x ve y yerine eşitleri yazılırsa

$$\frac{\sum x' y'}{n - 1} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n - 1} \quad \text{bulunur.}$$

x ve y arasında bir bağıntı olduğu takdirde çarpımları da x ve y'ye daha doğrusu x değişgenine bağılı olacak ve x in dağılışına benzer bir dağılışı gösterecektir. Bu dağılışı alt varyans $\sum (x - \bar{x})^2$ yerine $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$ şeklinde hesaplanır. Buna Kovaryans denilir ve

$$S'_{xy}$$

şeklinde gösterilir.

Kovaryans formülü

$$S'_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n - 1} \quad (7)$$

dir.

Parantezler çarpılarak açılırsa

$$S^2_{xy} = \frac{\sum(xy - \bar{x}\bar{y} - \bar{x}\bar{y} + \bar{x}\bar{y})}{n-1} \quad \text{veya}$$

$$S^2_{xy} = \frac{\sum xy - \bar{y} \sum x - \bar{x} \sum y + n \bar{x} \bar{y}}{n-1} \quad \text{bulunur,}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}, \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad \text{dir,}$$

yerlerine konulursa formül

$$S^2_{xy} = \frac{\sum xy - \frac{\sum y}{n} \sum x - \frac{\sum x}{n} \sum y + n \frac{\sum x}{n} \frac{\sum y}{n}}{n-1}$$

veya

$$S^2_{xy} = \frac{\sum xy - \frac{\sum y \sum x}{n}}{n-1} \quad (8)$$

bulunur.

5 No.lu denklemde pay yerine S^2_{xy} , payda yerine S^2_x yazılırsa denklem

$$b = \frac{S^2_{xy}}{S^2_x}$$

şekline girer.

Sonuç olarak: İlk değerlere göre hesaplanan kovaryans, varyansa bölünürse b katsayısı elde edilir. Kovaryansı veren 3 No. lu formül ile, varyansı veren 6 No. lu formülün paydaları birbirine eşittir. Bölününce paydalar gider ve

$$b = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sum (x - \bar{x})^2} \quad \text{veya} \quad (9)$$

$$b = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}} \quad (10)$$

kalır.

Ormandaki devrik adedinin hesaplanması

(9) veya 10 No. lu formül yardımı ile bulunan katsayı b, (1) No. lu formülde yerine konularak arazide N deneme alanında bulunan toplam devrik ağaç adedi Y_A hesaplanır. Bir deneme alanının büyüklüğü bilinmektedir. Bu değer N ile çarpılarak, N deneme alanının toplam büyüklüğü bulunur. Devrik ağaçların yayılmış oldukları bütün alan çalışmanın başlangıcında harita üzerinde ölçülmüştü. Bulunan değer, N deneme alanının toplam büyüklüğüne bölünerek devrik sahasının kaçta kaçının deneme alanlarıyla kaplandığı bulunur. Bulunan sayı yukarıda bulunan Y_A değeri ile çarpılarak bütün ormandaki devrik adedi elde edilir. Bu adedi başka yoldan da bulmak mümkündür.

Yukarıda hesaplanmış bulunan Y_A değeri N'e bölünürse bir deneme alanında ortalama olarak kaç tane devrik ağaç bulunduğu elde edilir. Bu değer bir deneme alanının büyüklüğüne bölünürse birim alanda (hektar veya dekar'da) bulunan devrik ağaç adedi elde edilir. Bu değer devrik ağaçların yayılmış oldukları toplam alan büyüklüğü ile çarpılırsa, bütün ormandaki devrik adedi elde edilir.

Hesaplanan Devrik Adedinin Sıhhat Derecesi

Hesaplanan devrik adedine kesin bir rakkam gözü ile bakmak asla doğru değildir. Fotoğrafta ve arazide alınan deneme alanlarının adetleri (N ve n) büyüdükçe hesaplanan devrik adedinin sıhhat derecesinin artacağı şüphesizdir. Aynı deneme alanı için, fotoğrafta ve arazide yapılan sayımlar arasında bir bağıntının bulunması da hesaplanan devrik adedinin yüksek sıhhatli olduğunu gösterir. Bu düşüncüyü şöyle söylemek mümkündür. Noktalar regresyon doğrusuna yakın iseler fotoğraftaki sayımlar ile arazideki sayımlar arasında kuvvetli bir bağıntı vardır. Noktalar regresyon doğrusundan uzaklaştıkça bağıntı zayıflar.

$(\bar{x}, \bar{y})$ noktasında kesişen eksenlere göre doğru denklemini

$$y_G = b x_F' \quad \text{yazılır.}$$

Regresyon doğrusu üzerinde bulunmayan bir noktanın koordinatları (x_F', y_G') dir. (aynı deneme alanı için fotoğrafta ve arazide yapılan sayımların sonuçları).

Regresyon doğrusu üzerinde bulunan bir noktanın koordinatları (x_F', y_G') dir. (Fotoğrafta sayılan x_F' adedinin, regresyon doğrusuna göre arazideki karşısı).

$(y_a' - y_G)$ farkı arazide sayılan devrik adedi ile regresyon doğrusunun verdiği devrik adedi arasındaki farkı vermektedir. Arazide ve fotoğrafı alınmış olan n deneme alanının her biri için bu farklar hesaplanır, kareleri alınır ve $(n - 2)$ e bölünürse Regresyon doğrusuna ait varyans (S_G^2) elde edilir. Diğer bir söyleyişle regresyon doğrusunun varyansı

$$S_G^2 = \frac{\sum (y_a' - y_G')^2}{n - 2} \quad (11)$$

formülü ile hesaplanır.

Bu formülde parantez açılır ve y_G' yerine bx_F' yazılırsa

$$S_G^2 = \frac{\sum y_a'^2 + b^2 \sum x_F'^2 - 2b \sum y_a' x_F'}{n - 2}$$

bulunur.

Bu formülde $\sum y_a' x_F'$ yerine 4 No. lu formül gereğince $b \sum x_F'^2$ yazılabilir, gerekli kısaltma yapıldıktan sonra b yerine 4 No. lu formülde ki eşiti konularak tekrar kısaltılır ve

$$S_G^2 = \frac{\sum y_a'^2 - \frac{(\sum x_F' y_a')^2}{\sum x_F'^2}}{n - 2} \quad (12)$$

elde edilir.

Bu formül regresyon doğrusunun varyansının hesabında (11) No. lu formüle tercih edilir, çünkü hesaplanması daha kolaydır.

Herhangi bir X değeri için regresyon doğrusunun verdiği değer Y_G ile gösterilirse, regresyon doğrusu $(\bar{X}, \bar{Y})$ noktasından geçtiğine ve eğimide b olduğuna göre denklemi

$$Y_G = \bar{Y} + b(X - \bar{X}) \quad \text{olur.} \quad (13)$$

Bulunan regresyon doğrusu ideal regresyon doğrusu değildir. Nokta sayısı arttıkça regresyon doğrusunun durumunda da değişiklikler olacaktır.

İdeal regresyon doğrusu $(\bar{X}, \mu)$ noktasından geçecek ve eğimide β olacaktır. Herhangi bir X değeri için ideal regresyon doğrusunun vereceği değer Y_G' ile gösterilirse, ideal regresyon doğrusunun denklemi

$$Y_G' = \mu + \beta(X - \bar{X}) \quad \text{olur.} \quad (14)$$

(14) No. lu denklem (13) No. lu denklemden çıkarılırsa

$$Y_G - Y_{G'} = (\bar{Y} - \mu) + (b - \beta)(X - \bar{X}) \quad \text{bulunur.} \quad (15)$$

Herhangi bir X değeri için regresyon doğrusunun vereceği değer $Y_{G'}$ ideal regresyon doğrusunun vereceği değer Y_G dır. Birde arazi-deki ölçmelerle elde edilen Y değeri vardır.

$Y - Y_G$ farkına ε denilirse

$$Y_G = Y - \varepsilon \quad \text{olur.}$$

(15) No. lu formüldeki Y yerine $Y - \varepsilon$ yazılırsa (15) No. lu formül

$$Y - Y_{G'} = (\bar{Y} - \mu) + (b - \beta)(X - \bar{X}) + \varepsilon \dots \quad (16)$$

şekline girer.

Bir toplamın varyansı, terimlerin varyanslarının toplamına eşittir.

$$(\bar{Y} - \mu) \text{ teriminin varyansı } \frac{S^2_{YX}}{n_2} \quad \text{dir.}$$

$$(b - \beta)(X - \bar{X}) \text{ teriminin varyansı } \frac{S^2_{YX}}{\sum X^2} (\bar{X} - \bar{X}) \quad \text{dir.}$$

$$\varepsilon \text{ teriminin varyansı } \frac{S_Y^2}{n_1} \quad \text{dir.}$$

Varyanslar toplanarak

$$S^2_{Y-Y_{G'}} = \frac{S^2_{XY}}{n_2} + \frac{S^2_{YX}}{\sum X^2} (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \frac{S_Y^2}{n_2} \quad \text{bulunur.}$$

Eşitliğin sağındaki bir ve ikinci terim S^2_{YX} parantezine alınırsa

$$S^2_{Y-Y_{G'}} = S^2_{YX} \left(\frac{1}{n_2} + \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sum X^2} \right) + \frac{S_Y^2}{n_2} \quad \text{bulunur.}$$

Şayet $n_2 = n_1$ olsaydı bu formül doğru sonuç verirdi. Yani fotoğraflarda alınan n_1 deneme alanının hepsi arazide bulunsaydı bu formül doğru sonuç verirdi. Fotoğraftaki n_1 deneme alanının sadece n_2 tanesi arazide bulunduğu için yukarki formülün birinci terimini $(1 - \frac{n_2}{n_1})$ ile çarpmak gerekir, buna göre formül

$$S^2_{Y-Y_{G'}} = S^2_{YX} \left(\frac{1}{n_2} + \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sum X^2} \right) \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right) + \frac{S_Y^2}{n_2} \quad (17)$$

şekline girer.

Bu formül (1) No. lu formülle hesaplanan değerin standard ayrılışını verir.

Misâl :

Bir ormandaki devrik ağaç adedini tesbit etmek gayesiyle hava fotoğrafları üzerinde $N = 100$ tane deneme alanı alınmış ve herbirinin içindeki devrik adedi fotoğraf üzerinde sayılmıştır. Fotoğraf üzerinde alınan $N = 100$ deneme alanından $n = 30$ tanesinin arazideki karşılığı bulunmuş ve herbirinin içindeki devrik adedi arazide sayılmıştır. Aşağıdaki 1 No. lu cetvelin birinci sütununda arazide alınan $n = 30$ deneme alanının numaraları, ikinci sütunda fotoğraf üzerindeki sayımlara göre $n = 30$ deneme alanının her birindeki devrik adedi, üçüncü sütunda ise arazideki sayımlara göre $n = 30$ deneme alanının herbirindeki devrik adedi bulunmaktadır.

II No. lu cetvelde fotoğraf üzerinde alınan fakat arazideki karşılığı aranmayan $N - n = 100 - 30 = 70$ deneme alanının her birinde fotoğraf üzerindeki sayımlara göre bulunan devrik ağaç adedi görülmektedir.

Deneme alanlarının herbiri 0,5 hektar büyüklüğünde olduğuna göre, bir hektarda ortalama kaç tane devrik bulunduğunu hesaplayınız.

ÇÖZÜM :

Fotoğraflar üzerinde alınan 100 tane deneme alanından 70 tanesinde sayılan devrik ağaçların toplamı II No. lu cetvelde görüldüğü üzere 622 dir. Geriye kalan 30 deneme alanında sayılan devrik ağaçların toplamı I No. lu cetvelin 2. sütununda görüldüğü üzere 249 dur. Şu halde fotoğraf üzerinde yapılan sayımlara göre 100 deneme alanında $\Sigma X_i = 622 + 249 = 871$ tane devrik bulunmaktadır. Buna göre fotoğraf sayımlarına göre bir deneme alanında bulunan devrik ağaç adedi ortalama olarak

$$\bar{X}_1 = \frac{\Sigma X}{N} = \frac{871}{100} = 8,71 \quad \text{dir.}$$

Fotoğraf üzerinde 100 tane deneme alanı alınmasaydı da, sadece arazide karşılıkları bulunan 30 deneme alanı alınsaydı. Diğer bir söyleyişle, II No. lu cetveldeki değerler hiç ölçülmeseydi ve hesaba katılmasaydı. Fotoğraf üzerinde sadece 30 tane deneme alanı alınmış olacaktı. 30

CETVEL NO : I

Table : I

FOTOĞRAFTA VE ARAZİDE YAPILAN SAYIMLARA GÖRE
n = 30 DENEME ALANINDA BULUNAN DEVRİK
AĞAÇLARA AİT CETVEL
(Photo and-field tree counts for 30 plots)

Deneme alanı No. Number of Plot	Fotoğraftaki sayımlara göre deneme alanlarındaki devrik adedi X (photo)	Arazideki sayımlara göre deneme alanlarındaki devrik adedi Y (Field)	Regresyon denklemine göre deneme alanlarındaki devrik adedi Y'	X ²	Y ²	XY
1	8	11	10,2	64	121	88
4	9	12	11,3	81	144	108
7	6	7	8,4	36	49	42
10	3	6	5,5	9	36	18
13	12	14	14,0	144	196	168
16	9	11	11,3	81	121	99
19	5	8	7,4	25	64	40
22	7	9	9,2	49	81	63
25	11	15	13,1	121	225	165
28	10	12	12,1	100	144	120
31	8	10	10,2	64	100	80
34	0	1	2,7	0	1	0
37	9	12	11,3	81	144	108
40	4	7	6,5	16	49	28
43	6	8	8,4	36	64	48
46	14	15	15,9	196	225	210
49	10	13	12,1	100	169	130
52	8	11	10,2	64	121	88
55	12	14	14,0	144	196	168
58	11	12	13,1	121	144	132
61	5	7	7,4	25	49	35
64	9	11	11,3	81	121	99
67	6	8	8,4	36	64	48
70	7	10	9,2	49	100	70
73	4	7	6,5	16	49	28
76	9	12	11,3	81	144	108
79	12	14	14,4	144	196	168
82	16	17	17,8	256	289	272
85	11	12	13,1	121	144	132
88	8	10	10,2	64	100	80
	249	316	316,5	2405	3650	2943

$$\bar{X}_2 = \frac{249}{30} = 8,30$$

$$\bar{Y} = \frac{316}{30} = 10,53$$

CETVEL NO : II

Table : II

FOTOĞRAF ÜZERİNDE YAPILAN SAYIMLARA GÖRE

 $N - n = 100 - 30 = 70$ DENEME ALANINDA

BULUNAN DEVRİK AĞAÇLARA AİT CETVEL

(Photo tree counts for 70 plots)

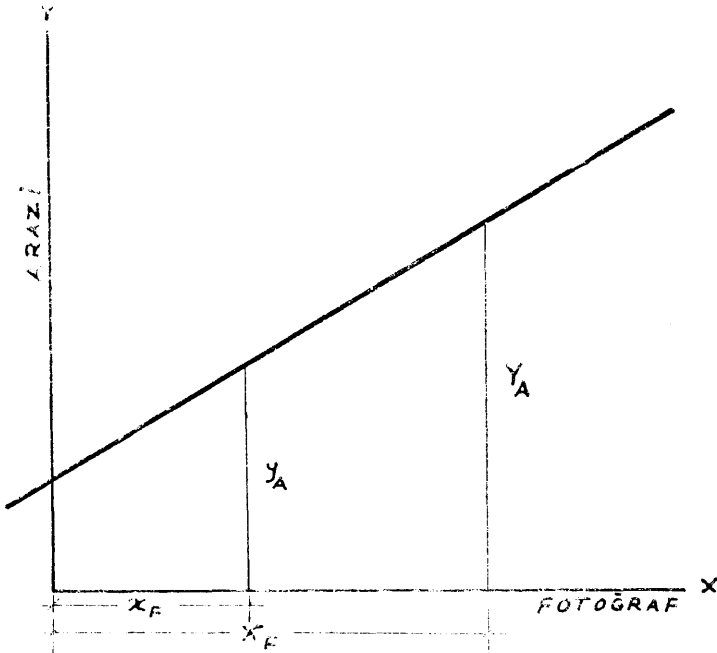
Deneme alanı No. Number of plot	Fotoğraftaki sayımlara göre deneme alanlarındaki devrik adedi X (photo)	Regrasyon denklemine göre deneme alanlarındaki devrik adedi Y'	Deneme alanı No.	Fotoğraftaki sayımlara göre deneme alanlarındaki devrik adedi X (Photo)	Regrasyon denklemine göre deneme alanlarındaki devrik adedi Y'
2	8	10,2	54	14	15,9
3	9	11,3	56	10	12,1
5	11	13,1	57	8	10,2
6	13	15,0	59	9	11,3
8	10	12,1	60	6	8,4
9	14	15,9	62	10	12,1
11	8	10,2	63	11	13,1
12	11	13,1	65	13	15,0
14	13	15,0	66	8	10,2
15	15	16,9	68	7	9,2
17	12	14,0	69	5	7,4
18	14	15,9	71	11	13,1
20	17	18,8	72	4	6,5
21	16	17,8	74	0	2,7
23	11	13,1	75	8	10,2
24	8	10,2	77	5	7,4
26	5	7,4	78	7	9,2
27	6	8,4	80	6	8,4
29	9	11,3	81	8	10,2
30	5	7,4	83	11	13,1
32	7	9,2	84	13	15,0
33	6	8,4	86	3	10,2
35	9	11,3	87	6	8,4
36	11	13,1	89	9	11,3
38	13	15,0	90	11	13,1
39	10	12,1	91	12	14,0
41	8	10,2	92	3	5,5
42	6	8,4	93	0	2,7
44	9	11,3	94	9	11,3
45	11	13,1	95	7	9,2
47	10	12,1	96	6	8,4
48	8	10,2	97	4	6,5
50	7	9,2	98	9	11,3
51	6	8,4	99	11	13,1
53	9	11,3	100	8	10,2

tane deneme alanında fotoğraf üzerindeki sayımlara göre 249 tane devrik ağaç bulunmaktadır.

Fotoğraf üzerinde, 30 deneme alanındaki sayımlara göre, bir deneme alanındaki ortalama devrik adedi

$$\bar{X}_2 = \frac{249}{30} = 8,30 \quad \text{dur.}$$

30 deneme alanında, fotoğraf üzerindeki sayımlara göre toplam 249 devrik ağaç bulunmaktadır. Aynı deneme alanlarında arazideki sayımlara göre 316 devrik ağaç bulunmaktadır.



Şekil: 1

Fotoğrafta sayılan devrik ağaç adedi ile arazide sayılan devrik ağaç adedi arasındaki bağıntıyı gösteren grafik.

Fotoğrafta sayılan x_F devrik adedinin, arazideki karşılığı y_A dir.

Fotoğrafta sayılan X_F devrik adedinin, arazideki karşılığı sayılmamış fakat hesapla bulunacak olan Y_A dir.

Fig : 1

Linear regression of field count of fold trees over photo count of fold trees.

Fotoğraf üzerindeki 30 deneme alanında yapılan sayımlara göre, bir deneme alanında ortalama olarak $\bar{X}_2 = 8,30$ tane devrik ağaç bulunmaktadır. Arazide alınan 30 tane deneme alanında sayılan devrik ağaçların toplam adedi, I No. lu cetvelin 3. sütununda görüldüğü üzere 316 dır. Şu halde arazideki sayımlara göre bir deneme alanında bulunan devrik ağaç adedi ortalama olarak

$$\bar{Y}_2 = \frac{\sum Y}{n} = \frac{316}{30} = 10,53 \quad \text{dür.}$$

Yapılanları özetlersek: İki defa numune alınmıştır. Birinci numune de 100 tane deneme alanı bulunmaktadır. Fotoğraflar üzerinde ve bu 100 deneme alanının tamamında yapılan sayımlara göre bir deneme alanında $\bar{X}_1 = 8,71$ tane devrik bulunmaktadır. Bu 100 deneme alanının bir tanesinde arazi sayımlarına göre ortalama olarak bulunan devrik adedi Y_1 bilinmemektedir, hesapla bulunacaktır.

Fotoğraf üzerindeki 100 deneme alanından 30 tanesi seçilmiştir, bunlar ikinci numuneyi teşkil etmektedir. İkinci numuneye dahil 30 deneme alanındaki devrikler hem fotoğrafta hem de arazide sayılmıştır (I No. lu cetvel). Fotoğraf üzerinde ve bu 30 deneme alanında yapılan sayımlara göre bir deneme alanında ortalama $\bar{X}_2 = 8,30$ devrik bulunmaktadır. Arazide 30 deneme alanında yapılan sayımlara göre bir deneme alanında ortalama $\bar{Y}_2 = 10,53$ devrik bulunmaktadır.

Fotoğraf üzerinde sayılan devrik adetleri apsis ekseninde, arazide sayılan devrik adetleri ordinat ekseninde gösterilerek 30 deneme alanının herbiri için bir nokta bulunmuş ve 2 No. lu şekilde elde edilmiştir. Grafikteki noktaların arasından geçecek olan regresyon doğrusu $\bar{X}_2 = 8,30$, $\bar{Y}_2 = 10,53$ noktasından geçecektir. Regresyon doğrusunun bir noktası bilinmektedir. Eğimide bulunacak olursa denklemi yazılabilir.

(10) No. lu formül yardımıyla regresyon doğrusu eğimi b değerini bulalım

$$b = \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}} \quad \text{idi} \quad (10)$$

Misâlimizde

$$\Sigma X = 249 \quad , \quad \Sigma Y = 316$$

$$\Sigma X^2 = 2405 \quad , \quad \Sigma XY = 2943$$

$$n = 30 \quad \text{dur.}$$

Değerler yerlerine konularak

$$b = \frac{2943 - \frac{249 \times 316}{30}}{2405 - \frac{249^2}{30}}$$

$$b = \frac{320,2}{338,3} = 0,9464 \quad \text{bulunur.}$$

Şu halde regresyon doğrusunun denklemi

$$Y - \bar{Y}_2 = b (X - \bar{X}_2)$$

formülü gereğince

$$Y - 10,53 = 0,9464 (X - 8,30)$$

$$Y = 0,9464 X + 2,64 \quad \text{olarak bulunur.}$$

Regresyon denkleminin yalnız ikinci numuneye ait değerlerle hesaplandığı, birinci numunedeki $\Sigma X_1 = 371$ in hesaba hiç katılmadığı görülmektedir.

2 No. lu şekil üzerine regresyon doğrusu çizilmiştir. $\bar{X}_2 = 8,30$, $\bar{Y}_2 = 10,53$ noktası da özel şekilde belirtilmiştir.

I No. lu cetvelin birinci satırında görüldüğü üzere 1 No. lu deneme alanında fotoğraftaki sayıma göre 8 tane devrik vardır. Arazideki sayıma göre ise 11 tane devrik vardır.

Regresyon denkleminde $X = 8$ alındığı takdirde

$$Y = 0,9464 \times 8 + 2,64$$

$$Y = 10,24 \approx 10,2 \quad \text{bulunmaktadır.}$$

Bu değer regresyon denklemine göre 1 No. lu deneme alanında kaç tane devrik ağaç bulunduğunu göstermektedir. İkinci numuneye dahil deneme alanlarının herbirinde regresyon denklemine göre kaç tane dev-

rik bulunduğu (Y' değerleri) hesaplanmış ve I No. lu cetvelin 4 üncü sütununa yazılmıştır. II No. lu cetvelin 2 inci sütununda fotoğraf üzerindeki sayımlara göre deneme alanlarındaki devrik adetleri bulunmaktadır, bunlar da regresyon denkleminde X yerine konularak Y^2 değerleri hesaplanmış ve cetvelin 3 üncü sütununa yazılmıştır.

I No. lu cetveldeki Y' değerlerinin toplamı 316,5 dir. Bunun teorik olarak 316 çıkması gerekirdi. Aradaki küçük fark yuvarlanmalardan meydana gelmiştir.

II No. lu cetveldeki Y' değerlerinin toplamı 776,3 dir, I No. lu cetveldeki Y' değerlerinin toplamı 316,5 dir.

Buna göre

$$\Sigma Y' = 776,3 + 316,5 = 1092,8 \approx 1093 \quad \text{dir.}$$

Birinci numuncye dahil 100 deneme alanının hepsi arazide bulunsaydı ve içlerindeki devrikler sayılıp toplansaydı, en muhtemel değer olarak 1093 bulunacaktı. Buna göre de bir deneme alanındaki devrik adedi ortalama olarak

$$\bar{Y}_1 = 10,93 \quad \text{bulunurdu.}$$

Bu değeri başka bir yoldan da hesaplamak mümkündür. Regresyon doğrusu ($\bar{X}_1, \bar{Y}_1$) noktasından geçeceği gibi ($\bar{X}_1, \bar{Y}_1$) noktasından da geçecektir. Buna göre

$$\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2 = b (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \quad \text{yazılabilir.}$$

$\bar{Y}_1$ bilinmemekte, diğer değerler bilinmektedir, yerlerine konularak

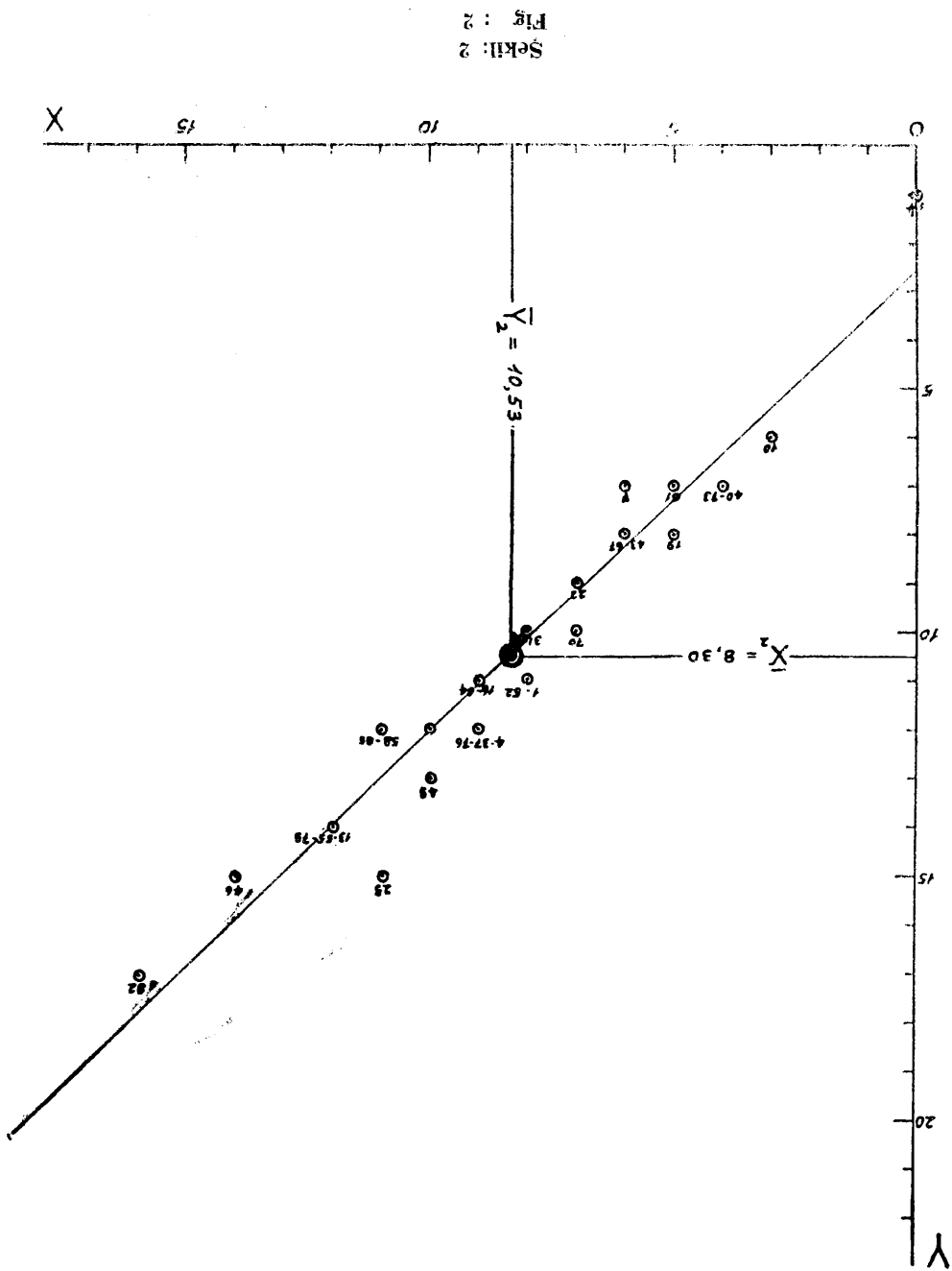
$$\bar{Y}_1 - 10,53 = 0,9464 (8,71 - 8,30)$$

$$\bar{Y}_1 = 10,92 \quad \text{bulunur.}$$

Aynı değerin elde edildiği görülmektedir. 0,5 hektar büyüklüğündeki bir deneme alanında ortalama 10,92 devrik bulunduğuna göre bir hektardaki devrik adedini ve bütün ormandaki devrik adedini kolaylıkla hesaplamak mümkün olur.

$\bar{Y}_1 = 10,92$ değerinin doğruluk derecesini de tesbit etmek gerekir. Bu rakkam kesin değildir, bir standard ayrılığı vardır. Standard ayrılığı 17 No. lu formül ile hesaplanır.

$$S_{Y-Y_G'} = S_{YX} \left(\frac{1}{n_2} + \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\Sigma x^2} \right) \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right) + \frac{S_Y^2}{n_2} \quad (17)$$



formülünde $S^2_{y \cdot}$ değeri regresyon doğrusunun varyansıdır, 12 No. lu formül yardımı ile hesaplanır. 12 No. lu formüldeki x_F' misâlimizde $x_2 = X_2 - \bar{X}_2$ dir. y' ise $y_2 = Y_2 - \bar{Y}_2$ dir. Ayrıca $n = n_2$ dir.

12 No. lu formül $x_F' = x_2$ ve $y' = y_2$ alınarak yazılırsa

$$S^2_{y \cdot} = \frac{\sum y_2^2 - \frac{(\sum x_2 y_2)^2}{\sum x_2^2}}{n - 2} \quad \text{şekline girer.}$$

12 No. lu formül $x_F' = X_2 - \bar{X}_2$ ve $y' = Y_2 - \bar{Y}_2$ alınarak yazılırsa

$$S^2_{y \cdot} = \frac{\sum (Y_2 - \bar{Y}_2)^2 - \frac{[\sum (X_2 - \bar{X}_2) (Y_2 - \bar{Y}_2)]^2}{\sum (X_2 - \bar{X}_2)^2}}{n - 2} \quad (18)$$

olur.

Buradaki $\sum (Y_2 - \bar{Y}_2)^2$ terimi

$$\sum (Y_2 - \bar{Y}_2)^2 = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n_2} \quad \text{formülünden hesaplanır.}$$

$$\sum (Y_2 - \bar{Y}_2)^2 = 3650 - \frac{316^2}{30} = 321,47 \quad \text{bulunur.}$$

Bu değer yardımı ile Y_2 değerlerinin varyansı hesaplanırsa

$$S_{y \cdot}^2 = \frac{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n_2}}{n_2 - 1} = \frac{321,47}{30 - 1} = 11,085 \quad \text{bulunur.}$$

$\sum (X_2 - \bar{X}_2)^2$ terimi

$$\sum (X_2 - \bar{X}_2)^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n_2}$$

formülünden hesaplanır.

$$\sum (X_2 - \bar{X}_2)^2 = 405 - \frac{249^2}{30} = 338,3 \quad \text{bulunur.}$$

$\sum (X_2 - \bar{X}_2) (Y_2 - \bar{Y}_2)$ terimi

$$\sum (X_2 - \bar{X}_2) (Y_2 - \bar{Y}_2) = \sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{n_2}$$

formülünden hesaplanır.

$$\sum (X_2 - \bar{X}_2) (Y_2 - \bar{Y}_2) = 2943 - \frac{249 \times 316}{30} = 320,2 \quad \text{bulunur.}$$

Bulunan değerler (18) No. lu formülde yerlerine konularak

$$S^2_{YX} = \frac{321,47 - \frac{(320,2)^2}{338,3}}{30 - 2} = 0,635 \quad \text{bulunur.}$$

Şimdi (17) No. lu formüldeki bütün değerler bilinmektedir. Yerlerine konularak (17) No. lu formül çözülür ve

$$S_{Y-Y_G'} = -0,635 \left(\frac{1}{30} + \frac{8,71 - 8,30}{338,3} \right) \left(1 - \frac{30}{100} \right) + \frac{11,085}{30}$$

$$S_{Y-Y_G} = 0,23350 \quad \text{bulunur.}$$

Bulunan bu değer yukarda hesaplanmış olan $\bar{Y}_1 = 10,92$ e ait standard ayrılıştır.

Sonuç olarak :

Bir deneme alanında

$$\bar{Y}_1 = 10,92 \pm 0,233$$

adet devrik bulunmaktadır.

Bu deneme alanı 0,5 hektar olduğu için hektardaki devrik adedi bunun 2 katıdır.

L İ T E R A T Ü R

Biyometri

Prof. Dr. Michail Prodan

Çeviren Prof. Dr. Abdülkadir Kalıpsız

Ormancılıkta Fotogrametri

Doç. Dr. Şeref Alemdağ

Manual of Photographic Interpretation

American Society of Photogrammetry

Forestry Handbook 1956

Arthur M. Mayer

Forest Mensuration

Chapman and Meyer

Forester's Guide to Aerial Photo Interpretation

Gene Avery

Handbook of Aerial Mapping and Photogrammetry

Ly G. Trorey

Practical Photogrammetry

H. Oakley Sharp

The use of Air Photographs for Forestry Purposes

Seely H. E.

Forest Inventory

Spurr S.

Photogrammetry and Photo-Interpretation

Spurr S.

Elements of Photogrammetry

M. Zeller Photogrammetry Bertil Hallert

An Introduction to the theory of Statistics

Yule and Kendall

Statistical Infrence

Jerome C. R. Li.

Summary

ESTIMATING OF THE DAMAGE BY THE STORM IN THE FORESTS

For administering forest lands, it is necessary constant checks on the status of the forest resource and the changes that have taken place. The manager of the forest needs to know the damage caused by the wind, among the many kinds of information. This knowledge may affect his decision on his plans for harvest of timber.

The determining of the damage on the forest land is usually a difficult and expensive task because the mortality is typically scattered and often inaccessible areas. It is possible to provide a permanent record of damage, by using aerial photography. In this article I tried to explain the determining of the amount of fall trees in a forest area by using aerial photography. This check is necessary in periodically specially after the big storm.

It is convenient to group these surveys into two classes.

- 1 — Determining the exact location of the damage
- 2 — Estimating the amount of damage «Double sampling method»

It is used in estimating the total amount of fall trees. This survey based on combining information from both photo and field samples. The cost of this method is less than a straight field survey. Determining the locations of fall trees, it is necessary a 100 percent survey. Aerial photos has been used to reduce the amount of fieldwork.

Double sampling methods is most efficient ways to combine information from both photo and field plots into an estimate of the amount of fall trees. In this method there are two group samples. The first group samples consist large number of photo plots, In there plots the number of fall trees is counted.

A portion of these plots has been visited in the field and the number of the fall has determined. These are second sample, we can say small sample or sample within a sample. The photo and field data for this second or small sample provide the basis for computing a linear regression expressing the relation between the photo and field measurements. The final estimate of the fall trees amount is obtained by using this regression formula.

I Assume 100 photo plots has been established, each 0.5 hectare in size and the number of fall trees on each plot has been counted. This is large photo sample then I assume 30 plots of these 100 photo plots has been chosen and visited in the field this is small sample. On each plot in the field, the fall trees has been counted. Table 1 shows both the photo and field fall tree counts for these 30 plots.

Following formula is used for obtaining the adjusted estimate

$$Y_A = y_a + b(X_F - x_F) \quad (1)$$

Fig 1 shows the graph of this formula

Where

Y_A = Estimate of average number of fall trees from regression double sample

y_a = Mean of all field plot measurements in small sample

X_F = Mean photo measurement of number from the large sample of photo plots

x_F = Mean photo measurement of number from the small of photo plots which were field checked.

$\left(\bar{x}_F = \frac{\sum x}{n}, \bar{y}_a = \frac{\sum y}{n} \right)$ point is on the regression line. For this reason we can write above the formula in this way

$$Y_A = \bar{y}_a + b(X_F - \bar{x}_F) \quad (1)$$

Table I shows we counted 249 fall trees on photo plots, and 316 fall trees in the field.

It is evident that

$$x_F = \frac{249}{30} = 8,30$$

$$y_F = \frac{316}{30} = 10,53$$

Total number of the fall trees which counted on 100 photo plots is

$$316 + 622 = 938$$

The mean photo measurement of number from the large sample is

$$X_F = \frac{938}{100} = 9,38$$

We can calculate b from the following formula

$$b = \frac{\Sigma X Y - \frac{\Sigma X \Sigma Y}{n}}{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}} \quad (10)$$

Where

$$\Sigma X = 249 \quad , \quad \Sigma Y = 316$$

$$\Sigma X^2 = 2405 \quad , \quad \Sigma XY = 2943$$

$$n = 30$$

(Look at the table I)

The calculation follows :

$$b = \frac{2943 - \frac{249 \times 316}{30}}{2405 - \frac{249^2}{30}}$$

$$b = \frac{320,2}{338,3} = 0,9464$$

b is the regression coefficient of on X, Now we can write regression formula

$$Y - 10,53 = 0,9464 (X - 8,30)$$

or

$$Y = 0,9464 X + 2,64$$

This is all that is need to compute the estimated number of fail trees per plot from the combined photo and field-plot. For example in the first plot $X = 8$

Let us calculate Y

$$Y' = 0,9464 X_8 + 2,64$$

$$Y' = 10,24 \times 10,2$$

This is the product of regression formula but in the field there are 11 fall-trees (look at the first line of the table I).

Figure 2 shows in graphic form how this equation combines the photo and field data from the two samples. The plot and field counts for each of the 30 plots in the small sample have been plotted, with the field estimate on the vertical axis and photo estimate on the horizontal axis. Linear regression line's slope is regression coefficient $b = 0,9464$.

Regression formula can not give absolute number, it is necessary to determine its accuracy. The sampling error can calculate by following formula

$$S_{Y-Y_G'} = S^2_{YX} \left(\frac{1}{n_2} + \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sum X^2} \right) \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right) + \frac{S_Y^2}{n_2}$$

Where

S^2_{YX} is the variance from regression and computed by following formulas

$$S^2_{YX} = \frac{\sum Y_2^2 - \frac{(\sum X_2 Y_2)^2}{\sum X_2^2}}{n - 2} \quad (12)$$

or

$$S^2_{YX} = \frac{\sum (Y_2 - \bar{Y}_2)^2 - \frac{[\sum (X_2 - \bar{X}_2) (Y_2 - \bar{Y}_2)]^2}{\sum (X_2 - \bar{X}_2)^2}}{n - 2} \quad (18)$$

In the last formula

$$\sum (Y_2 - \bar{Y}_2)^2 = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} = 3650 - \frac{316^2}{30} = 321,47$$

(look at the table I)

Variance of the Y_2 is

$$S_Y^2 = \frac{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n_2}}{n_2 - 1} = \frac{321,47}{30 - 1} = 11,085$$

The sum — squares of $(X_2 - \bar{X})$ is

$$\Sigma (X_2 - \bar{X}_2)^2 = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n_2} = 2405 - \frac{249^2}{30} = 338,3$$

The sum of $(X_2 - \bar{X}_2) (Y_2 - \bar{Y}_2)$ is

$$\Sigma (X_2 - \bar{X}_2) (Y_2 - \bar{Y}_2) = \Sigma XY - \frac{\Sigma X \Sigma Y}{n_2} = 2943 - \frac{249 \times 316}{30} = 320,2$$

now we can calculate the S^2_{YX}

$$S^2_{YX} = \frac{321,47 - \frac{(320,2)^2}{338,3}}{30 - 2} = 0,635$$

Last of all we can find $S_{Y-Y_G'}$

$$S_{Y-Y_G'} = -0,635 \left(\frac{1}{30} + \frac{(8,71 - 8,30)}{338,3} \right) \left(1 - \frac{30}{100} \right) + \frac{11,085}{30} = 0,2335$$

This is the standard for the estimated average number of trees per plot ($\bar{Y}_1 = 10,92$.) Thus the estimate could be written.

$$\bar{Y}_1 = 10,92 \pm 0,2335$$

One plot area is 0,5 hectar. For this reason we have to multiply above the numbers by 2 for estimating the fall trees is one hectar.